

MAREES TERRESTRES
BULLETIN D'INFORMATIONS

1 2 9

15 JUILLET 1998

Association Internationale de Géodésie

Commission des Marées Terrestres

*Editeur Dr. Olivier FRANCIS
Observatoire Royal de Belgique
Avenue Circulaire 3
1180 Bruxelles*

15 juillet 1998

	p.
MELCHIOR P. The Earth tides error budget in 1997.	9944
DEHANT V., BRETAGNON P. About the usage of tidal Arguments.	9948
d'OREYE de LANTREMANGE N Qualification Test of a Dual-Axis Bubble-Type Resistive Tiltmeter (AGI-700 series): Earth Tides Recorded and Analysed in the Underground Laboratory of Walferdange.	9953
ALONSO del ROSARIO J.J. On the fractal dimension of Earth Tides and characterisation of gravity stations.	9963
CHENGLI H., DUCARME B., WENJING J. On the possibility of detecting a signal of the Earth rotation with gravimetry.	9974
BALAVADZE V.K., KARVELICHVILI K.Z., traduction Inclinaisons de marées de la Terre à Tbilisi.	9982
BALAVADZE V.K., KARVELICHVILI K.Z., URUCHADZE R.M., traduction Premiers résultats des observations avec l'extensomètre vertical en quartz à Tbilisi.	9985
PERTSEV B.P., traduction Les forces de marées et les variations des coordonnées astronomiques des points à la surface de la Terre.	9989
KAGAN B.A., MAZLOVA N.B., traduction Modèle stochastique de l'évolution du système Terre- Lune due aux marées.	9994
GOTLIB V.Y., KAGAN B.A., traduction Reconstruction de la structure spatiale des marées diurnes dans l'océan mondial en utilisant les fonctions propres de l'opérateur de marée de Laplace.	10000
KAGAN B.A., MAZLOVA N.B., traduction Modèle stochastique de l'évolution de la marée du système Terre-Lune lors de la variation cyclique de la fréquence de résonance de l'océan.	10005
GOTLIB V.Y., KAGAN B.A., KIVMAN G.A., traduction Paramétrisation des effets d'interaction d'une onde de marées par une île isolée.	10011

- PERTSEV B.P., traduction 10021
Déplacements périodiques du centre de masse de la Terre
sous l'effet des oscillations de marées du niveau de
l'océan mondial.
- GOTLIB V.Y., KAGAN B.A., CHKOUTOVA N.V., traduction 10024
Sur le degré de résonance de l'amplification des
marées atmosphériques.
- FRANCIS O., MELCHIOR P. 10028
Comments to the paper: Tidal gravity measurements with
the MOTIVE project by Dittfeld H.J., Engen B., Jentzsch G.,
Madsen F., Knudsen P., Ramatschi M., Rotting K., Schwitzer P.

THE ROYAL OBSERVATORY OF BELGIUM

(ROB)

has the pleasure to inform you that

The Proceedings of the Thirteenth International Symposium on Earth Tides
(Brussels, July 22-25, 1997)

have been published.

A free copy will be sent to all the participants.

Additional copies are available at the price of 40 \$US (1.500 BEF).

Request should be sent to

Prof. P. Pâquet
Royal Observatory of Belgium
Av. Circulaire 3
B - 1180 Brussels
BELGIUM

THE EARTH TIDES ERROR BUDGET IN 1997

P. Melchior

Considerable progress has been made in three independent areas of Earth Tides research :

- the remarkable performances of superconducting gravimeters make the nanogal, instead of the microgal the new working unit of measure, representing a gain of three orders of magnitude;
- the introduction, from VLBI observations and tidal gravity results, of non hydrostatic models of the earth's interior for the theoretical calculation of Love numbers. Non hydrostaticity increases the earth's liquid core flattening and consequently the resonance affecting the tesseral diurnal tides (Dehant et al., 1998). It produces differences of respectively 89 and 51 nanogals on the amplitude of the main K_1 and O_1 tidal waves at Brussels;
- the improvement in oceanic tides models via finite element techniques (FES models), the Topex-Poseidon satellite measurements (CSR model), and finer model resolution ($0.5^\circ \times 0.5^\circ$ - 171.500 grid points) (Melchior and Francis, 1996, Table I).

Thus it makes sense to reevaluate and compare the present uncertainties affecting each step in the measurement and interpretation of the tidal phenomenon.

In the Table, we compare the uncertainties in the determination of the O_1 and M_2 lunar tidal waves (these waves have an equal amplitude at Brussels equipped with an old superconducting gravimeter, and at Membach equipped with a new superconducting gravimeter) due to :

- the instruments calibrations by absolute gravimeters (Francis, 1996)
- the internal errors due to the local noise
- two different methods of analysis (Venedikov and Eterna)
- the luni solar tidal potential development up to 12000 terms (Hartman and Wenzel, 1995)
- the loading and attraction of oceanic tides according to different models and different Green's functions
- the recent models of the earth's interior, both hydrostatic and non-hydrostatic.

This comparison demonstrates that we must at least achieve accuracies better than 10 nanogal at each step of the process. It appears that the problems that must be solved by priority are 1) the achievement of the calibration at 0.01% level, 2) the oceanic loading and 3) earth model computations with a precision better than 5 nanogal.

Presently each one of these three steps in the computation exhibits comparable uncertainties of the order of 50 to 100 nanogal for the M_2 semi-diurnal wave and of the order of 50 to 70 nanogal for the O_1 diurnal wave.

Internal errors, differences in analysis methods and in the tidal potential development are of the order less than 1 nanogal to 5 nanogal only.

In a paper presented at the 13th International Symposium on Earth Tides (Bruxelles, July 1997), Ducarme and Melchior, using the 14 years series of tidal gravity measurements with the superconducting gravimeter at Brussels, conclude with a preference for the non hydrostatic model (Dehant et al., 1998) on the basis of the K_1 luni solar wave observed amplitude ratio, the observed amplitude being 48800 ± 3 nanogal while the calculated amplitudes are 48568 and 48479 nanogal for the non hydrostatic and hydrostatic models respectively, i.e. a difference of 89 nanogal (0.2% of the amplitude). The calibration uncertainty being 0.2% or 97 nanogal.

This shows that we are not far from being able to correctly test the models.

The solar wave ψ_1 , being closer to the resonance line, has usually been used to determine the frequency of this resonance. Unfortunately the amplitude of ψ_1 is very small, 413 nanogal only at Brussels and at Membach of the order of 10^{-3} of the K_1 wave amplitude. There is a difference of only 11 nanogal (2.5%) between the non hydrostatic and hydrostatic models for ψ_1 .

Table 1 Tidal Gravity Measurements with Superconducting Gravimeters:

14 years at Bruxelles(lat.50.799°N) and 1 year at Membach (lat. 50.609°N)

Budget - unit is nanogal

		Diurnal Wave O1		Semidiurnal Wave M2	
Observed Amplitude	Bruxelles	35099		35535	
Estimated Oceanic Loading Contribution]	Bruxelles	135		1880	
	Membach	140		1780	
		0.38%		5.29%	
Instrumental Calibration Uncertainty	Bruxelles 0.2%	±70.2		±71.1	
	Membach 0.1%	±35.1		±35.5	
Internal Errors according Analysis]	Venedikov	± 2.7		± 1.8	
	Eterna	± 1.8		± 0.9	
Systematic Difference of observed Amplitude]	Eterna-Venedikov	+ 4.9		+ 5.0	
	0.014%				
Tidal Potential Inaccuracy	Wenzel	< 0.1		< 0.1	
Computed Loading		F-S	Fb-S	F-S	Fb-S
Differences between oceanic models:	Bruxelles	24	25	141	209
S : Schwiderski	Membach	23	32	128	139
F : FES95.2	Walferdange	25	19	99	38
Fb: FES95.2b	Strasbourg	27	13	95	20
	Schiltach	28	8	95	29
Loading difference due to models GB-1066A on the Green Functions	Bruxelles			+16	
Theoretical body tides difference at Bruxelles according to recent authors	D1-Mh	0		-1	
	D2-M	+9		+14	
	D2-D1	- +51 0.13%		- +51 0.13%	
D1 : Dehant-Defraigne - Wahr / elastic hydrostatic					
D2 : Dehant-Defraigne - Wahr / inelastic non hydrostatic					
M : Matthews / inelastic					
Mh : Matthews / hydrostatic					

REFERENCES

- Dehant, V., Defraigne, P. and Wahr, J-M., 1998.
Tides for a convective Earth.
J. Geophys. Res. Submitted.
- Dehant, V., Defraigne, P. and Wahr, J-M., 1998.
Tides for an Earth in non hydrostatic equilibrium.
Proceedings 13th Int. Symposium on Earth Tides, Bruxelles in press.
- Francis, O. and Van Camp, M., 1998.
Calibration of the CO21 Superconducting Gravimeter in Membach (Belgium)
Using Absolute Gravity Measurements.
Proceedings 13th Int. Symposium on Earth Tides, Bruxelles in press.
- Melchior, P. and Francis, O., 1996.
Comparison of Recent Ocean Tide Models Using Ground-Based Tidal Gravity
Measurements.
Marine Geodesy, 19 :291-330.
- Hartmann, T. and Wenzel, H-G., 1995.
The HW95 Tidal Potential Catalogue.
Geophys. Res. Letters 22, 4 : 3553-3556.
- Hinderer, J., Amalvict, M., Francis, O. and Mäkinen, J., 1998.
On the Calibration of Superconducting Gravimeters with the help of Absolute
Gravity Measurements.
Proceedings 13th Int. Symposium on Earth Tides, Bruxelles in press.
- Wenzel, H-G., 1996.
Accuracy Assessment for Tidal Potential Catalogues.
Bull. Inf. Marées Terrestres 124 : 9394-9416.

About the usage of tidal Arguments

Veronique Dehant
Royal Observatory of Belgium

Pierre Bretagnon
Bureau des Longitudes, Paris, France

For computing gravitational effects between two celestial bodies one needs the expressions of the time variations of the relative positions between them given in function of the ecliptic longitudes, the ecliptic latitudes and the distances between the considered celestial objects. These are in turn expressed by spherical harmonics of which the arguments are linear combination of fundamental arguments. There are different possibilities for these fundamental arguments in the literature.

• For the Moon, for the Earth or the Sun :

1. Doodson's arguments (Doodson, 1954)

s = mean tropic longitude of the Moon

h = mean tropic longitude of the Sun

p = mean tropic longitude of the perigee of the Moon

p_s = mean tropic longitude of the perihelion

$N = -\Omega$ with Ω = mean tropic longitude of the node of the Moon orbit

τ = mean lunar time

These fundamental arguments are used for the tide generating potential developments. Each luni-solar wave of a tidal development can be identified by its frequency or by the coefficients of the linear combination of the fundamental arguments :

$$n_1\tau + n_2s + n_3h + n_4p + n_5N + n_6p_s$$

There exists additionally a nomenclature which allows to identify a tidal wave, using six integers: it can be identified by using the 6 numbers n_1, n_2, n_3, n_4, n_5 , and n_6 . In order to avoid negative numbers, one uses :

$$n_1 \ (n_2 + 5) \ (n_3 + 5) \ , \ (n_4 + 5) \ (n_5 + 5) \ (n_6 + 5)$$

Example : the frequency of the S_2 wave is given by the time dependence of $2\tau + 2s - 2h$; S_2 is also identified by (273,555); the frequency of the Q_1 wave is associated with $\tau - 2s + p$; Q_1 is also identified by (135,655).

2. the Delaunay variables and the Moon orbit node

$$\begin{cases} D = s - h \\ l = s - p \\ l_s = h - h_s \\ F = s - \Omega \end{cases}$$

and

Ω

- For the planets, one uses the mean tropic longitudes of the planets (their mean motions), λ_i , the other planetary elements being considered as very slowly varying with time.

The tide generating potential usually use the Doodson numbers and the coefficients of λ_i of the planets in order to identify a wave. One of the Doodson fundamental arguments, p_s , is very slowly varying with time. It is so slowly varying that it is not considered as varying periodically in secular variation theories where one uses time-dependent polynomials and Fourier and Poisson series. The period derived from the secular trend of p_s is 20940 years but this does not correspond to any physical period of the system. This argument is not taken into account in the analytical planetary theories as, for instance, the apparent motion of the Sun around the Earth (Bretagnon and Francou's (1987) ephemerides). For getting p_s as one of the fundamental arguments for a tide generating potential, Roosbeek (1996) has used a Keplerian approach for his analytical developments. In the case of a spectral method to get the tidal potential, starting from the ephemerides in the time domain, it is impossible from the spectrum to directly differentiate a tide of which the argument contains p_s from one which does not contain p_s . In order to do that, one possibility used by Hartmann and Wenzel (1997) is to use the phase information. But, due to the fact that $2 p_s$ has a phase very close to 180 deg., this has led to mis-determination of particular tidal frequencies. This is the reason why the nutations derived from a tidal generating potential determined by a spectral method are not correctly determined (as they are inversely proportional to the determined frequency, a mis-determination of the frequency leads to a large error in the nutation amplitude).

In addition to the facts that considering p_s in the fundamental arguments may lead to mis-determination and that p_s is not one of the fundamental arguments of the secular variation theories, p_s has no physical period. Indeed, as shown by Bretagnon (1998), the elements used in the planetary theory solutions are the semi-major axis of the orbit of the planet, its mean longitude, and 4 elements related to the longitude of the perihelion ($\varpi = \omega + \Omega$) to the eccentricity (e) of the orbit, to the longitude of the node (Ω) and to the inclination of the orbit (i).

These 4 elements are :

$$k = e \cos \varpi$$

$$h = e \sin \varpi$$

$$q = \sin \frac{i}{2} \cos \Omega$$

$$p = \sin \frac{i}{2} \sin \Omega$$

The complete time dependent expressions (general theories) of k , h , q and p for the Earth contains sines or cosines of long periods between 46000 years and 2 million years. So, for practical developments valid a few hundred years around J2000, one uses polynomials in function of time up to the fifth degree. This is the frame of the secular variation theories. For the Earth, p_s corresponds to ϖ . It is a singular function with discontinuities of 90 and 180 degrees; the perihelion is not defined when the eccentricity is zero. It can only be represented by the functions k and h involving a lot of frequencies. It is certainly not a smooth variation of 20940 years. This number corresponds only to the period of the sine approximating the behaviour around J2000. Figure 1 represents the actual p_s variations around J2000 (the full line); the

dashed line represents the linear approximation around J2000 and used for giving the 20940 year period.

Consequently, we think that considering p_s in the fundamental arguments of the tide generating potential with a period of 20940 is non-sense. We thus propose to consider its polynomial expression and "explode" the sine and cosine containing it. By "exploding", we mean the following : let us consider a tide of which the last Doodson number is not 5, but $5 + n$ with n not zero; this tide argument, λ is a linear combination involving np_s . It appears in the tidal potential (or any tidal potential-derived phenomena) as a sine or cosine of λ :

$$\begin{aligned} A \sin \lambda &= A \sin(\lambda' + np_s) \\ &= A \sin np_s \cos \lambda' + A \cos np_s \sin \lambda' \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} A \cos \lambda &= A \cos(\lambda' + np_s) \\ &= A \sin np_s \sin \lambda' + (-A \cos np_s) \cos \lambda' \end{aligned}$$

Additionally one can use

$$\sin np_s = np_s - \frac{(np_s)^3}{3!} + \dots$$

and

$$\cos np_s = 1 - \frac{(np_s)^2}{2!} + \dots$$

So that p_s does not appear any more in the fundamental arguments but in the amplitudes considered as linearly varying with time. One sine (or one cosine) in a tide generating potential must thus be replaced by two terms, one sine and one cosine. This fact is not a problem because many planetary arguments have already been "explode" in the sense mentioned here above and consequently do already appear as having out-of-phase components, as having both a sine and a cosine in the development.

This proposition of "exploding" p_s would additionally eliminate the problem with the spectral method related to the frequency determination. Additionally, because the tides for which the tidal arguments contained p_s and being "exploded" will be grouped with other tides, the number of terms will be reduced. For the diurnal part of the potential for instance, this reduces the number of terms by 20 percents.

The number of terms in the new existing potentials are 6499 for RATGP95 of Roosbeek (1996) and 12935 for HW95 of Hartmann and Wenzel (1995). There are less than 70 waves which have a name used in the literature, and among them, only 9 contain the p_s argument in RATGP95 (only 9 have a Doodson number not finishing by 5) (see Table 1). So, the problem of nomenclature is only for 9 waves which are not among the principal waves. For the HW95 potential, this is not the case because there are waves near the classical waves having a name (as M_2 or S_2) and of which the frequencies are at $2p_s$ of the classical ones. "Exploding" p_s will uniformize the notation for the waves.

In particular, for the S_1 waves we see another advantage mentioned to us by B. Ducarme: the S_1 tidal waves originating from the tide generating potentials will have the same arguments and the same frequency as the S_1 wave originating from the atmospheric effects on the tidal measurements.

Consequently, keeping the p_s argument as one of the fundamental argument has not only no physical meaning in secular variation theories, but also dropping p_s reduces the number of waves and solves the problems related to the frequency determination of the tides when using

Table 1: Waves having a name and having a non-zero p_s coefficient.

Doodson's coefficients	Doodson's number	frequency ($^{\circ}/hr$)	name
0 0 1 0 0 -1	056.554	.04106668	S_a
1 1 -3 0 0 1	162.556	14.91786468	π_1
1 1 -1 0 0 1	164.556	15.00000196	S_1
1 1 1 0 0 -1	166.554	15.08213532	ψ_1
2 0 -1 0 0 1	254.556	28.94303756	α_2
2 0 1 0 0 -1	256.554	29.02517092	β_2
2 2 -4 0 0 2	271.557	29.91786664	$2T_2$
2 2 -3 0 0 1	272.556	29.95893332	T_2
2 2 -1 0 0 -1	274.554	30.04106668	R_2

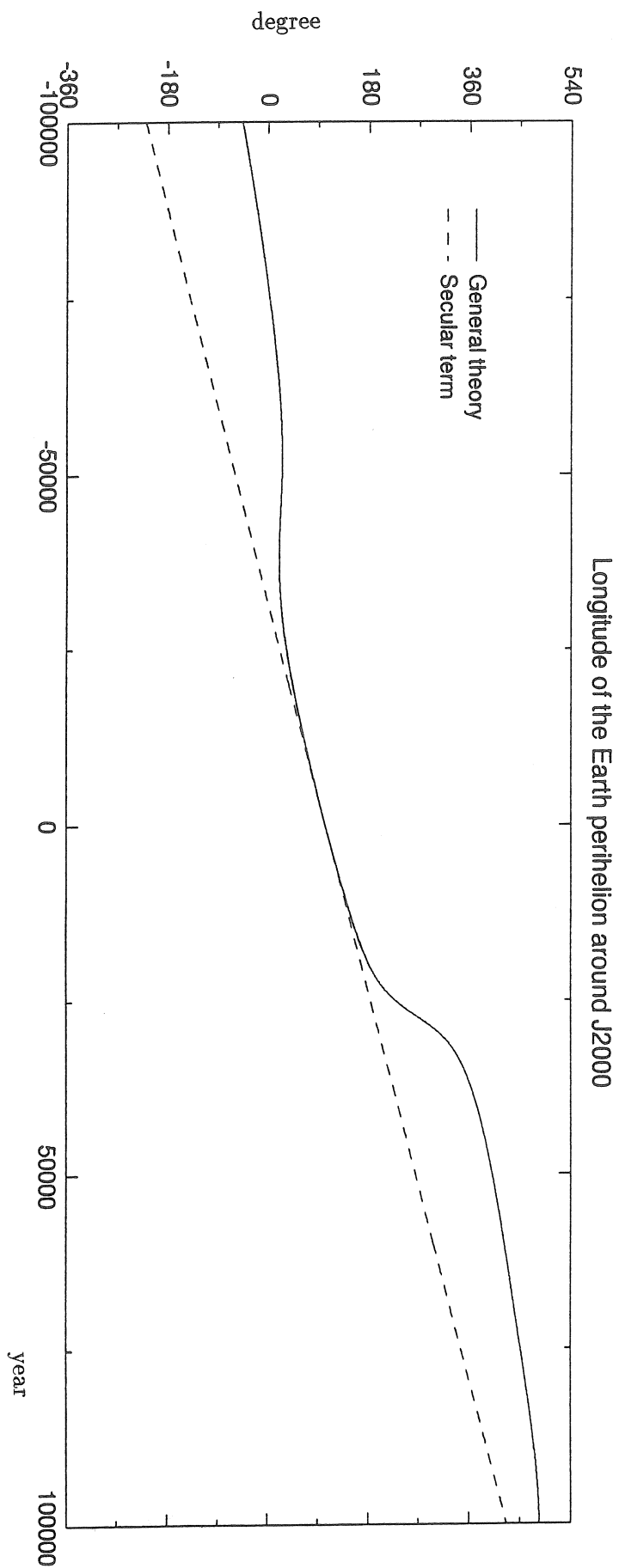
a spectral method, or the problems related to the non-existence of p_s in the ephemerides used for the analytical method. We thus strongly recommend to reduce the number of Doodson fundamental arguments from 6 to 5 and to forget the "à la Doodson" nomenclature.

References

- Bretagnon P. and Francou G., 1987, "Planetary theories in rectangular and spherical variables. VSOP87 solutions.", *Astron. Astrophys.*, 202, pp. 309-315.
- Bretagnon P., 1998, "Proposals for a new solution of the precession/nutation.", in *Proc. Journées Systèmes de Références 1997*, Prague, Sept. 1997, ed. N. Capitaine, pp. 61-64.
- Doodson A.T., 1954, "The harmonic development of the tide generating potential.", *Proc. Roy. Soc. (London)*, Series A, 100, pp. 306-328.
- Hartmann T. and Wenzel H.-G., 1995, "The HW95 tidal potential catalogue.", *Geophys. Res. Lett.*, 22, 24, pp. 9278-9301.
- Roosbeek F., 1996, "RATGP: An harmonic development of the tide generating potential using an analytical method.", *Geophys. J. Int.*, 126, pp. 197-204.

Figure captions

Figure 1: Time evolution of the perihelion around J2000 over 200000 years.



Qualification Test of a Dual-Axis Bubble-Type Resistive Tiltmeter (AGI-700 series): Earth Tides Recorded and Analysed in the Underground Laboratory of Walferdange.

Nicolas d'Oreye de Lantremange

*European Center for Geodynamics and Seismology,
19, rue J. Welter, L-7256 Walferdange
Gd Duchy of Luxembourg
ndo@ecgs.lu*

Key words: *resistive tiltmeter, Underground Laboratory of Walferdange, Earth Tides, calibration, noise, scale factor's temperature dependency, time response.*

Abstract:

An Applied Geomechanics and Sobetra AGI701-2 dual-axis tiltmeter [1] were made available to use for a 3 months period for qualification tests. This resistive bubble-type tiltmeter includes a temperature sensor sealed in its body. Results are presented for qualification tests carried out in the Underground Laboratory of Walferdange (ULW). The quality of the site allowed us to take advantage of the instrument's sensitivity thereby pushing the limits of the instrument's resolution. A resolution of $0.1 \mu\text{rad}$ (20.6 msec) is quoted by the manufacturer which is approximately the amplitude of the North-South Tilt Earth Tides at the latitude of Walferdange. Therefore, we cannot, in theory, record Earth Tides.

However, we demonstrate, that after some small modifications, that resolutions of 0.1 msec can be obtained. As a result, we were able to record and successfully analyse 3 months of Earth Tides data in both the North-South and East-West azimuths. With respect to instrument calibration, we demonstrate that after 15 days sensitivity of the instrument stabilised allowing us to confirm the manufacturer's calibration within 0.4%.

Finally, we compare the noise level with other tiltmeters currently or previously installed in the ULW.

Introduction:

The site of Walferdange Underground Laboratory is well known since 1968 for among other things, its thermal stability (better than $0.01 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{year}$) and its low noise level. These factors have provided an excellent environment in which to compare the temperature and noise sensitivity of a large number of instruments used to record continuous earth tides, earthquakes and meteorological parameters [4], [5], [6], [8], [9].

We initially installed the Sobetra AGI701-2 dual-axis tiltmeter and recorded both East-West and North-South components with an analog pen recorder. The quality of the first semi-diurnal oscillations recorded on the paper suggested we improve the location and upgrade from an analog recorder to a digital data acquisition system.

We installed the tiltmeter on a larger base equipped with reduced tilt-correction screws and a mercury "crapaudine" for the calibration of the EW component. Because the instrument was a loan, we did not dismount the tiltmeter from its own base but simply stacked it on our base as shown on the Figure 1. This is clearly not the most optimal configuration.

We adapted a voltage to frequency converter on the raw output of the tiltmeter and counted that frequency during one minute. This value, divided by two, was stored in a buffer memory then downloaded to a computer [10].

Table 1 compares the characteristics quoted by the manufacturer (central column) and those we observed after the modifications.

Table 1: Characteristics announced for the AGI701-2 bubble-type resistive tilt-meter

AGI 701-2 tilt-meter	Applied Geomechanics	Modified
Tilt:		
Scale Factor (High gain) X channel:	0.05019 $\mu\text{rad} / \text{mV}$ i.e. 0.0966 mV / masec	102.6 counts / masec
Y channel :	0.05012 $\mu\text{rad} / \text{mV}$ i.e. 0.0967 mV / masec	102.4 counts / masec
Scale Factor (Low gain) X channel :	0.4998 $\mu\text{rad} / \text{mV}$	-
Y channel :	0.5065 $\mu\text{rad} / \text{mV}$	-
Maximum non-linearity: X channel:	0.84 % (High gain)	-
Y channel :	0.98 % (High Gain)	-
Output voltage Range: single ended:	- 8 VDC to +8 VDC	0 to 300mV i.e. 10 kHz
differential:	-16VDC to +16 VDC	-
Resolution:	0.1 $\mu\text{rad} = 20.6 \text{ masec}$	0.01 masec / 0.1 masec
Temperature:		
Temperature Range:	-40 to +100 °C	2 to 40°C
Temperature scale factor:	0.1 °C / mV	0.1°C / 1957.93 counts
Temperature accuracy:	± 0.75 °C	-
Powering:		
Power Supply:	$\pm 12 \text{ VDC}$	-
Power consumption:	8 mA, 250 mV max peak to peak	-
Input voltage range:	-11 to -15 VDC ; +11 to +15 VDC	-
Environmental requirements:		
Temperature range:	-30 to +70°C	-
Humidity range:	0 to 100 % non-condensing	-
Physical Characteristics:		
Size:	15 x 15 x 10 cm	27.3 x 27.3 x 15 cm
Weight:	1.4 kg	5 kg

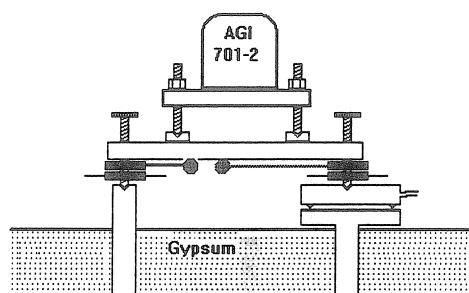


Figure 1: Installation of the AGI tilt meter in the ULW.

The Calibration:

We calibrated the East-West component using a mercury filled crapaudine [3] connected to a little vessel located 1.8 m above the crapaudine level. When this vessel is lifted 18 cm, pressure increases in the crapaudine resulting in a deformation of $0.11 \mu\text{m}$. If we consider the length of the base, 273 mm, $0.11 \mu\text{m}$ of deformation results in an induced tilt of 83.5 masec. The vessel returns automatically to its initial position after 4 hours. An example of 36 hours recorded tilt including the calibration is shown in Figure 2.

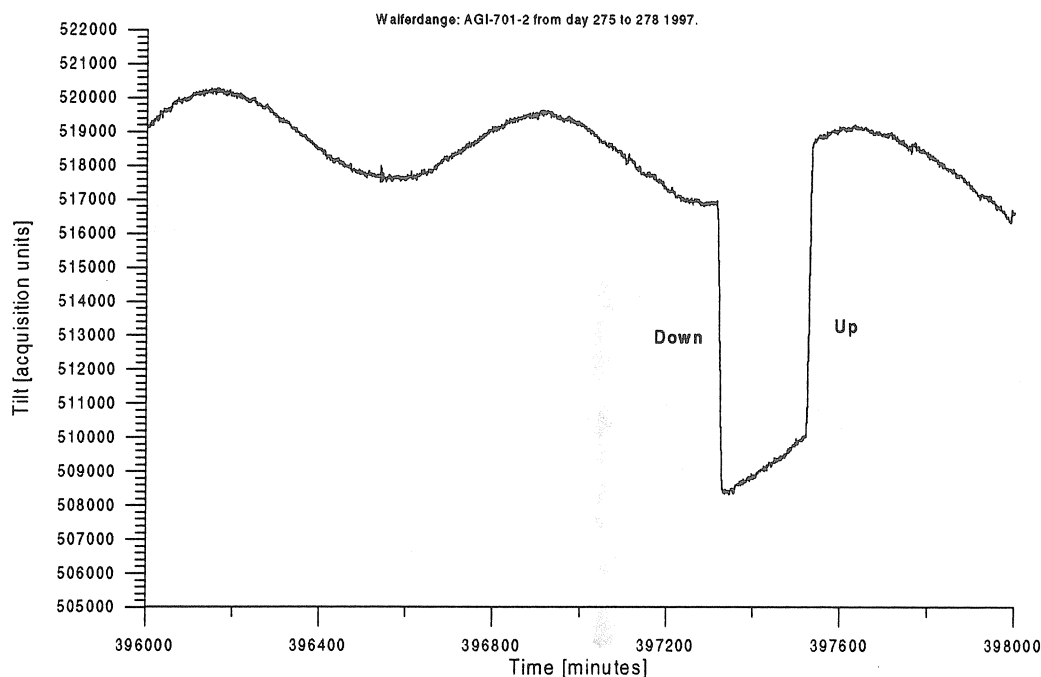


Figure 2: 36h of E-W recorded tilt. The “Up” and “Down” steps correspond to a 83.5 masec calibration performed with a mercury crapaudine installed under a foot of the tiltmeter.

Repeating this calibration twice a week for 15 days, we observed a high standard deviation in the sensitivity (20 %) and that the “Up” and “Down” steps of each calibration disagree up to 20 %. After 2 weeks, the “Up” and “Down” steps of each calibration agree within 2 % and the standard deviations of the sensitivity decreases to 0.4% (see Figure 3).

However, because the crapaudine was filled with the mercury for the purpose of this test, it is impossible to dissociate the part of standard deviation related to the stabilisation of the tiltmeter and the part related to the stabilisation of the calibration system itself.

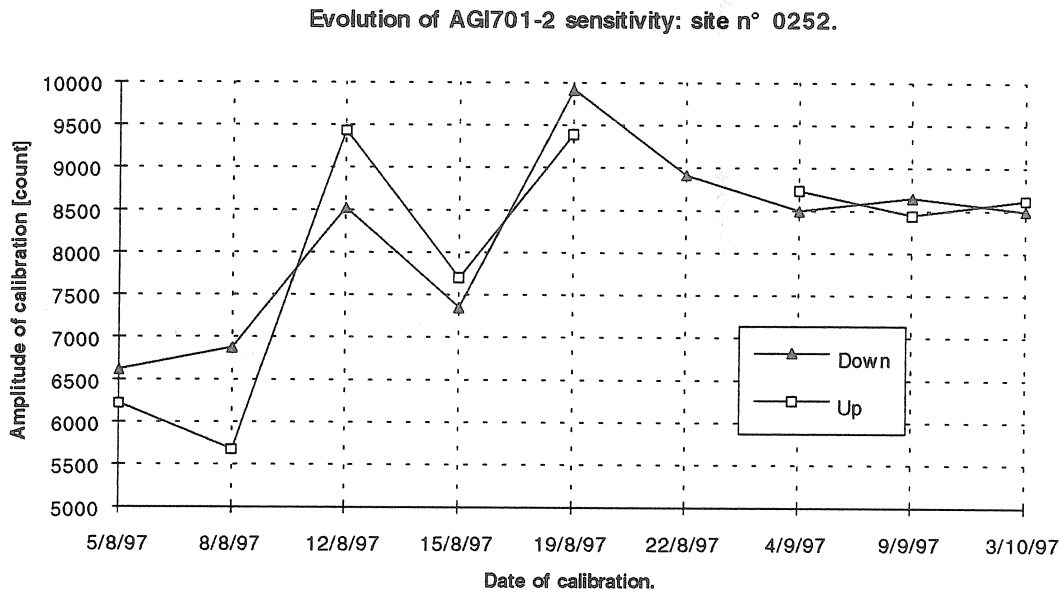


Figure 3: Evolution of the sensitivity versus time. The amplitude of the calibration is given in “counts”.

The average of the calibrations processed after the initial 15 days of stabilisation gives us a measured sensitivity of 102.63 counts / msec.

Taking into account the sensitivity of the V2F interface installed on the raw output of the AGI (i.e. 35.57 Hz/mV $\pm$ 0.2%), we can transform the calibration factor given by the manufacturer (96.6 μ V/msec) in units of our acquisition system: 103.08 counts / msec.

Because the reported and observed calibrations agree to within 0.4%, we conclude that the calibration given by the manufacturer is reliable and we can use this calibration for the NS component where we did not install a crapaudine, i.e. 102.42 counts/msec.

By the same token, we can evaluate the sensitivity of the temperature sensor sealed into the tiltmetre: 0.1°C = 1957.93 counts.

Remarks:

- The temperature dependency of the scale factor is 0.05% /°C.
- The customer announces a zero shift of 1.5 microradians/°C typical (absolute value).

That means the device must be buried or used in an underground environment (as any other sensitive instrument) for high precision monitoring.

Time response:

The Time Constant, T , is 0.4 second if the two switchable low-pass filters are in the "off" setting as they were during the tests. This means the output is proportional to $[1 - e^{-t/T} - 0.001 e^{-t/5000T}]$ where t is the time in sec (see Figure 4).

If the filters are in the "on" setting, the time constant is 7.5 seconds. We performed no test in that configuration.

Time response of a resistive tiltmeter (computed for a AGI 700 series).

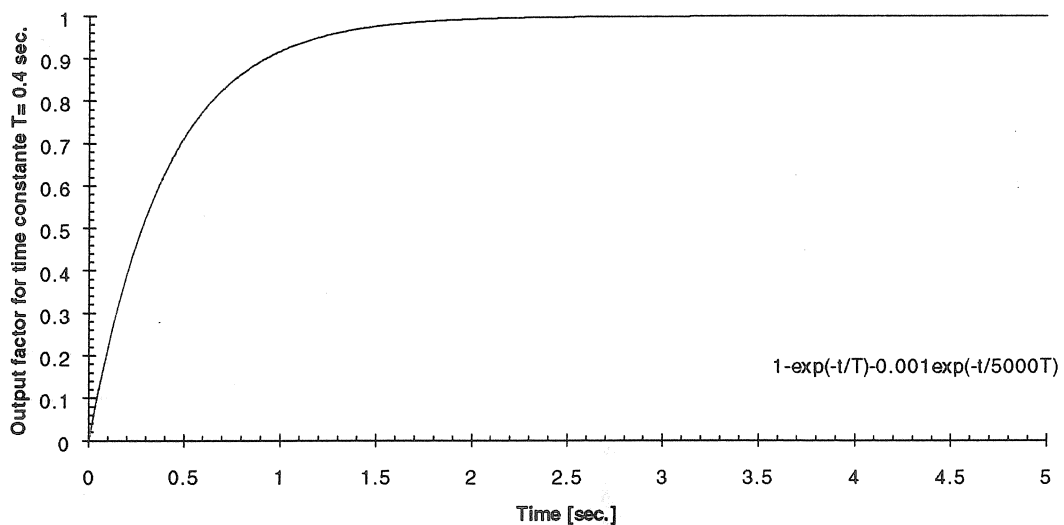


Figure 4: Behaviour of the response versus time. The signal is proportional to the Output Factor computed for a Time response of 0.4 second.

Earth Tides Analysis:

A Venedikov harmonic analysis [7] was performed with the 3 months of NS component. An analysis was only possible on the last month of the EW component because the newly installed calibration system and a slightly noisy V2F electronic interface perturbed this parameter.

Although these are rather short lengths of record, we feel the results of the analysis are meaningful. These results are summarised in Table 2 and 3. Amplitude factors (γ) and observed phases (α) for the main diurnal and semi-diurnal waves are given before and after applying ocean loading corrections (referred as $-L^\circ$) performed with the SCW80 models

[11]. The results also include the duration of the record N (in days) and a Q_1 quality factor (depending mainly on noise, efficiency and N) [2].

Results from the AGI are compared with other instruments recording into the ULW in similar azimuths for many years: a Chinese FSQ quartz water-tube in NS (11 years) and a VM horizontal quartz pendulum in EW (20 years).

Table 2: Main Diurnal O_1 and Semi-Diurnal M_2 wave (from a Venedikov harmonic analysis) of the AGI North-South component compared to the FSQ Chinese water-tube.

Instrument	Q_1	N [days]	γO_1	αO_1 [deg.]	γM_2	αM_2 [deg.]
AGI NS cor. SCW80	3	67	0.8642 ± 0.1562 0.7714	3.878 ± 10.3 3.28	0.6634 ± 0.0100 0.6342	-5.909 ± 0.850 5.00
FSQ501 cor. SCW80	30	3.910	0.8742 ± 0.0054 0.7586	-2.370 ± 0.355 -7.23	0.6520 ± 0.0004 0.6132	-7.923 ± 0.032 5.99
Model			0.6880		0.6864	

Table 3: Main Diurnal O_1 and Semi-Diurnal M_2 wave (from a Venedikov harmonic analysis) of the AGI East-West component compared to the VM horizontal pendulum.

Instrument	Q_1	N [days]	γO_1	αO_1 [deg.]	γM_2	αM_2 [deg.]
AGI EW cor. SCW80	3.1	26	0.9050 ± 0.256 0.9164	6.053 ± 13.57 4.64	0.8695 ± 0.009 0.6547	-9.517 ± 0.550 -3.86
VM10/VM509 cor. SCW80	6.4	7.305	0.6716 ± 0.0032 0.6811	0.433 ± 0.272 -1.02	0.8660 ± 0.0011 0.6680	-6.140 ± 0.073 -1.07
Model			0.6880		0.6864	

The azimuths of AGI in the NS and EW components are significantly different from the FSQ and VM. We can not then compare their observed γ before having applied the loading correction. However, because those loading contributions are computed in the azimuth of each instrument, the corrected values ($-L^\circ$) can be directly compared with each other. They can also be compared to the theoretical value from the Molodensky model ($\gamma=1+k-h$) given in last row of Tables 2 and 3.

Note the low error on the M_2 amplitude factor (about 1%) and notice the low observed phases, in agreement between corresponding observed phases of the FSQ and VM.

Moreover, the AGI γ and α RMS errors are expected to decrease with the time. This assertion is supported by Figure 5. It presents the evolution of γ RMS errors versus the

recording duration for the FSQ Water-Tube. Same α and γ RMS behaviours have been observed on curves computed for VM horizontal pendulums in NS as well as EW azimuths, i.e. decrease by a factor from 4 to 7 in 11 years. It seems in general that instruments need about 4 to 5 years to have noises and errors stabilised.

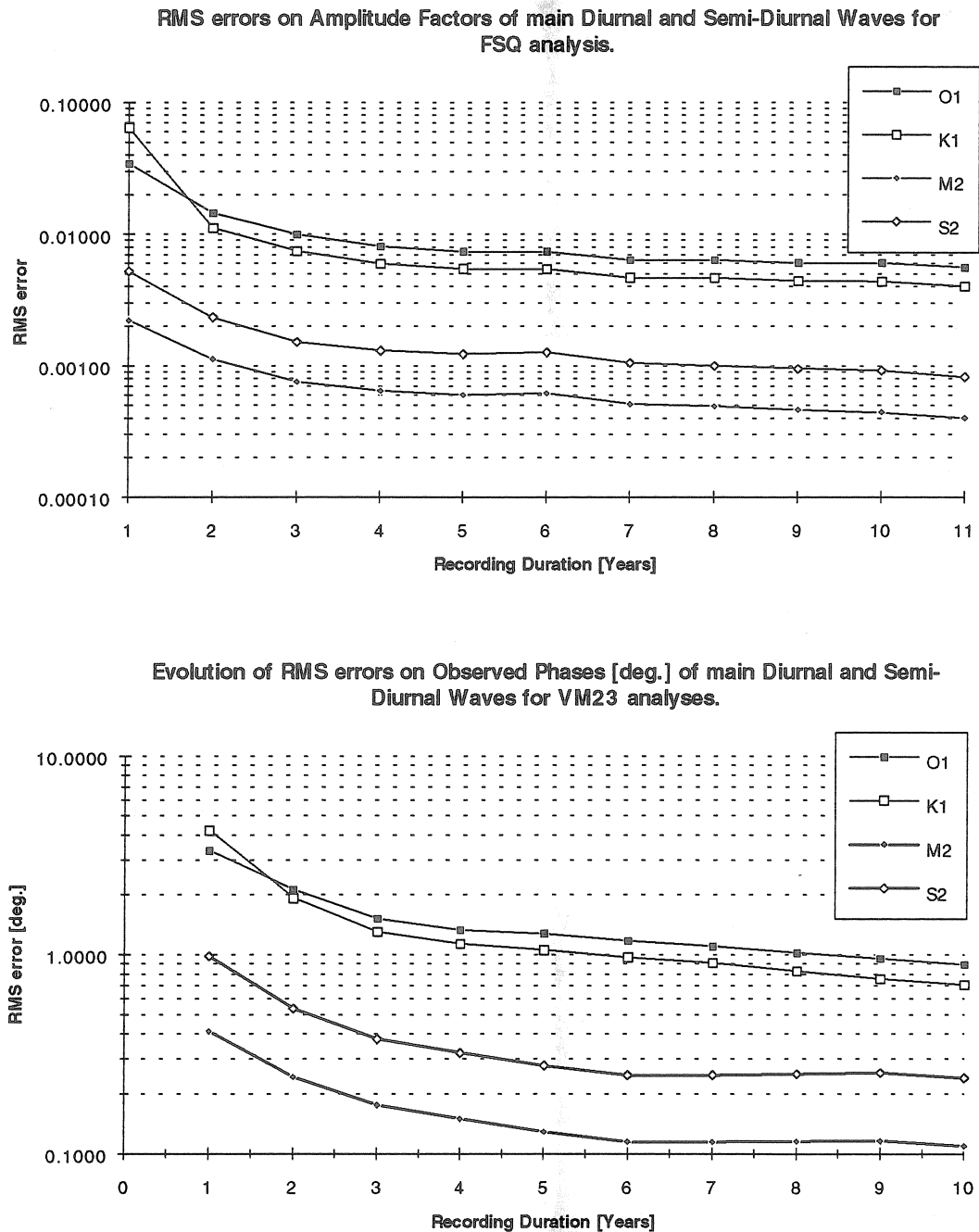


Figure 5 : Evolution of the RMS errors of the Amplitude Factor (upper graph) and Observed Phases of main Diurnal and Semi-Diurnal waves of the FSQ Water-Tube (lower graph)

Comparison of the noise with other Tilt-meters:

Table 4 list the noise observed in the Diurnal, Semi-Diurnal and Ter-Diurnal band on different tilt-meters that are (or have been) recording in the ULW. As for the RMS errors, those noises are dramatically decreasing with time during the 4 or 5 first years of record. We show in Figure 6 an example of the behaviour of FSQ noises. Similar curves can be plotted for EW and NS pendulums.

The AGI presents a low noise (mainly in the SD band) taking into account its principle of work and the very short length of its base.

Table 4: Noise of Tiltmeters in Walferdange in the Diurnal, Semi- and Ter-Diurnal band:

Instrument	Type	Comp.	Noise [masec]			Duration [days]
			D	SD	TD	
WT20	Float-Less Capacitive Water -Tube	E-W	1.29	0.63	0.37	321
VM66	Optical Horizontal Quartz Pendulum	E-W	2.42	1.77	0.61	8275
VMR509	Capacitive Horizontal Quartz Pendulum	E-W	3.21	2.34	0.69	3684
VM33	Optical Horizontal Quartz Pendulum	E-W	3.42	2.48	0.86	3326
VMRO2667	Feed Back Horizontal Quartz Pendulum	E-W	4.27	2.84	0.26	153
AGI 701-2	Resistive Bubble-Type tiltmeter	E-W	6.02	1.04	2.68	26
TSUBOKAWA16	Electromagnetic (4 wires) pendulum	E-W	7.73	2.87	1.30	571
VMR512	Capacitive Horizontal Quartz Pendulum	E-W	7.93	3.86	1.86	410
WTH20	Float-Less Capacitive Water-Tube	N-S	1.04	0.66	0.30	86
FSQ	Water-Tube: Magnetic Float Positioning.	N-S	1.13	0.46	0.20	3910
VMR250	Capacitive Horizontal Quartz Pendulum	N-S	1.78	1.04	0.46	985
VROR	Water-Tube: Capacitive Float Positioning	N-S	2.22	1.20	0.65	120
VM23	Optical Horizontal Quartz Pendulum	N-S	2.66	1.89	0.65	7904
VMR550	Capacitive Horizontal Quartz Pendulum	N-S	3.05	1.99	0.55	7494
VM55	Optical Horizontal Quartz Pendulum	N-S	3.89	2.36	0.47	2241
AGI 701-2	Resistive Bubble-Type tiltmeter	N-S	3.96	1.61	2.24	67
VM66	Optical Horizontal Quartz Pendulum	N-S	6.44	2.84	1.38	1020
TSUBOKAWA15	Electromagnetic (4 wires) pendulum	N-S	13.50	5.96	3.27	686

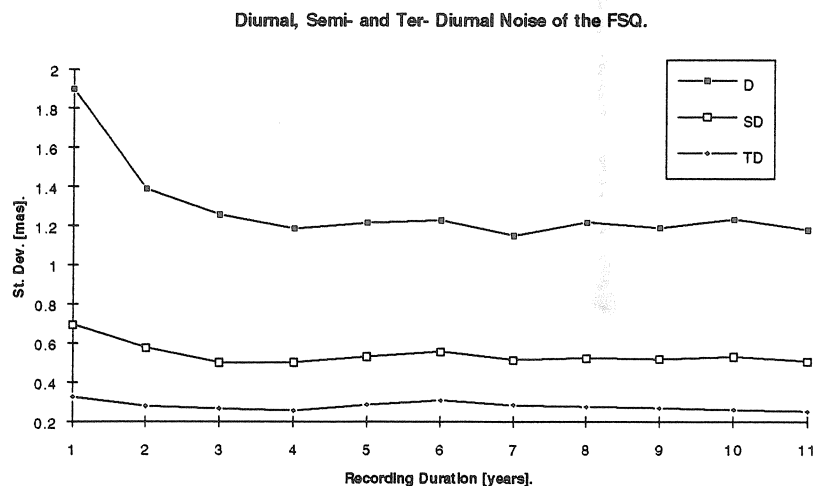


Figure 6: Evolution of the noise in the Diurnal, Semi- and Ter-Diurnal band of the FSQ Water-Tube.

Conclusion:

The Applied Geomechanics AGI701-2 dual-axis tiltmeter is very sensitive. The calibration reported by the manufacturer is reliable at higher sensitivity than this quoted. The robustness of the device is a great advantage for field work. It does not present the risk of having a hanging mechanism damaged as in the case of pendulums. Levelling is essentially the only installation procedure required and no particular maintenance is needed.

The main unknowns, at the resolution used for this experiment are the long-term behaviour of the conductive fluid filling the bubble level and the evolution of the sensitivity with time.

Acknowledgements:

We thanks Soberta and Applied Geomechanics for the loan of the instrument and their valuable help providing us all the information needed for such a qualification.

Our recognition goes to Tonie Van Dam who had the kindness to review the English of this paper.

References:

- [1] **Applied Geomechanics.**
“700-Series Platform and Surface Mount Tiltmeters”, 25 pages
Users Manual, January 1997.
- [2] **R. Chueca, B. Ducarme, P. Melchior.**
“Preliminary Investigation about a Quality Factor of Tidal Gravity Stations.”
Bull. Inf. Marées Terrestres, 94, pp 6334-6337, 1985.
- [3] **Ducarme B.**
“25 Years of Experience with Crapaudine at the International Centre for Earth Tides.”
Bull. Inf. Marées Terrestres, 101, pp 7098-7104, 1988.
- [4] **Ducarme B., Melchior P., van Ruymbeke M.**
“Tidal Deformations Measured with Gravimeters, Clinometers and Extensometers at the Underground Laboratory of Geodynamics at Walferdange”
Proc. 8th Int. Symp. on Earth Tides, Bonn 1977, pp 661-679
- [5] **Flick J., van Ruymbeke M., Ducarme B., Melchior P.**
“New Results Obtained at the Underground Laboratory for Geodynamics at Walferdange - Grand Duchy of Luxembourg”
Proc. 9th Int. Symp. on Earth Tides, New York City, 1983, pp 197-204
- [6] **Flick J., van Ruymbeke M., Melchior P.**
“Instrumental developments at the Underground Laboratory for Geodynamics (Walferdange - Grand Duchy of Luxembourg)”
Proc. 10th Int. Symp. Earth Tides, Madrid 1986, pp 83-94

- [7] P. Melchior.
"The Tides of the Planet Earth.", 2nd edition, 641 pages.
Pergamon Press, 1983
- [8] P. Melchior.
"Laboratoire Souterrain de Géodynamique de Walferdange: 1974 à 1990."
Personal communication, 1992
- [9] P. Melchior, J. Flick, B. Ducarme et al.
"Earth Tides Results Obtained With Gravimeters, Clinometers and Strainmeters in Belgium and in Grand Duchy of Luxembourg."
Proceedings of the 11th Intern. Symp. on Earth Tides, Helsinki 1989, pp 197-210.
- [10] N. d'Oreye.
"The Underground Laboratory of Walferdange: the new Structure."
To be published in the Proceedings of the 13th Intern. Symp. on Earth Tides, Brussels, 1997
- [11] E.W. SCHWIDERSKI.
"Application of the NSCW Ocean Tide Models to Interactions of Oceanic and Terrestrial Tides."
Proceedings of the 9th Intern. Symp. on Earth Tides, N.Y. 1983, pp 419-430.

ON THE FRACTAL DIMENSION OF EARTH TIDES AND CHARACTERISATION OF GRAVITY STATIONS

J.J. Alonso del Rosario

Dpt Applied Physics. University of Cádiz.
Polígono del Río San Pedro, s/n.
Puerto Real, 11510, Cádiz, Spain.
E-mail: rosario@galeon.uca.es

Abstract

In this work several notions about the fractal theory and the measurements of the fractal dimension are resumed with special interest in its estimation from time series. The basis of the work is the application of the theory of fractals and the computation of the fractal dimension on time series of gravity tides from the superconducting gravimeter GWR/T003 in the fundamental station of Brussels and some series from the ETERNA package. This tool gives new possibilities to characterise and classify the tidal stations by means of the computation of the stability of the mean level of a gravity station.

Keywords: mean level analysis, fractal measurements, tidal analysis

1 Introduction

The first works about fractals were due to B.B. Mandelbrot in the seventies. He gave and defined such a name. A fractal is a non usual geometrical object with a dimension larger than its topological dimension. This name is also given to objects included in vectorial spaces with non integer dimension. However Mandelbrot was not the first in working on fractals. In 1919 Hausdorff built the main tool to perform measurements on such sets in the so called *measurements and Hausdorff dimensions*. In the twenties, Besicovitch developed the geometrical properties (existence of the tangent, projections, density, etc.) of these sets that he called them *irregular sets*. His ideas were the basis for the geometrical theory of the measures, exploded for more general fractal sets. Since the seventies, Mandelbrot has published many papers about fractals and he has popularised the ideas of fractals, pointing out the applications and possibilities of such a theory. In addition there are many papers about the application of fractals in geosciences: Geology (Turcotte (1989), Todoeschuck & Jensen (1989)), Seismology (Crossley & Jensen (1989)), etc. Nowadays fractals are object of many mathematical works with wide applications. Basically we can distinguish three kind of fractal sets:

- a. Ordinary geometrical objects. This kind is all the objects with the same topological and fractal dimensions.
- b. Regular self-similar objects. Objects with a fractal dimension greater than the topological dimension.
- c. Irregular objects with self-similarity. The fractal dimension is even larger than the topological one.

The most interesting are the second and the third kinds because the attractors and strange attractors lie in such classification. There are several kinds of attractors in the phase space of a dynamic system but this and other concepts will be extended along the next sections.

The theory of fractals is a very powerful tool to scope into the geometrical structure of two-dimensional and three-dimensional objects. However it is possible to obtain an estimation of the

dimension of one-dimensional series. The application of fractals on tidal analysis could be not very clear. However the author will show that it is a very powerful technique in the determination of the drift of the mean value of a station. This leads to the definition of the stability of the station. Other applications will be given in further works.

This paper has been organised as follows: in Section 2 some notions about dimensions are given. Section 3 is dedicated to the discussion of some details of the computation of the fractal dimension. In Section 4 the concepts of dimension and the self-similarity in tidal analysis are discussed. In Section 5 the computation of the fractal dimension on real and theoretical gravity time series are presented and discussed. Discussion is in Section 6 and the conclusions are drawn in Section 7.

2 Several definitions of Dimension

In a intuitive way, the dimension of a vectorial, or functional, space is the minimal number of co-ordinates needed to specify in it the location of a point. We have familiar notions about zero-dimensional points, one-dimensional lines, two-dimensional surfaces, three-dimensional bodies and four-dimensional space-time. We can change the way of description of an object, or a point, by changing the co-ordinate system. So, in a three-dimensional space the rectangular, spherical, cylindrical and spherical co-ordinates are available. The change of the co-ordinate system can be understood as a deformation of the body embedded in such space, but the dimension does not change at all.

However there are many geometrical objects whose dimension is not known a priori . As an example is the dimension of the dynamic in the surrounding of an attractor in the phase space of a dynamic system. Each dynamic system has their attractors and their dimensions around such a special and interesting points. Because of the existence of this kind of objects the methods for the estimation of dimensions became necessary. Then the questions are:

*Does the process or object present ordered structures or ordered behaviours?,
What is the real dimension of an object or process?, and finally,
How can the dimension be measured?.*

However we must keep in mind that we are not going to deal with perfect mathematical processes but the mathematical model of the fractal geometry for physical processes has three fundamental characteristics (Guzmán et al (1993)):

- 1) The development of this kind of tool depends on the development of the computers because the large amount of memory, graphical capabilities and CPU time required.
- 2) It is a method for classification or a mechanism for diagnosis. It is not a prediction tool.
- 3) The geometrical role depends on the range of the specific values of the measure physical property.

Of course, the interpretation of the results depends on the physics of the studied phenomena and on its formulation in terms of the fractal parameters. Several definitions of dimension will be given in the following paragraphs.

2.1 The fractal dimension, D_0

Let a square with a side of length e in a two-dimensional space. If the linear size is increased in each direction, a square e^2 times larger is obtained. This leads to a cube e^3 times larger when applied the increasing to a three-dimensional cube. These numbers are related by:

$$N = e^d \quad (1)$$

where d is the dimension of the object and N is the d -dimensional volume. Taking logarithm at both sides of expression (1):

$$D_0 = d = \frac{\log(N(e))}{\log(e)} \quad (2)$$

D_0 is called the fractal dimension. It determines the capacity of the set under study and in most of cases for chaotic dynamic, it coincides with the Hausdorff dimension. When one deals with more complicated objects than a simple square, the straightforward application of the last expression is quite difficult. So a method for such calculation is needed. One of the most widely used methods is the box-counting. It consists in a division of the space onto small boxes of linear size e and counting the number of such boxes, $N(e)$, which contains at least one point of the set. Doing the linear size as small as possible, the fractal dimension is defined as:

$$D_0 = \lim_{e \rightarrow 0} \frac{\log(N(e))}{\log(e)} \quad (3)$$

In practice one has a finite number of different values of e . The D_0 dimension is found from the slope of a log-log plot of $\log(N(e))$ vs $\log(e)$ from the expression 3. The fractal dimension does not reflect the non-homogeneity of the set since many boxes contain few points of the set while others are fully filled of them. So, a new dimension is needed to remedy this effect, the information dimension.

2.2 The information dimension D_1

The box-counting method allows the estimation of the value of the fractal dimension, however it has the limitation presented above. In order to solve this problem it is sufficient to keep a record of the number of times that the i -th is visited by a trajectory or the number of points of the set contained in it. This number, $N_i(e)$, divided by the total number, $N(e)$, of non empty boxes, gives the probability or weight, $P_i(e)$, for the i -th box:

$$P_i(e) = \frac{N_i(e)}{N(e)} \quad (4)$$

Using the logarithmic measure of information:

$$I(e) = \sum_{i=1}^{N(e)} P_i(e) \cdot \log(P_i(e)) \quad (5a)$$

So, the information dimension is defined as:

$$D_1 = \lim_{e \rightarrow 0} \frac{I(e)}{\log(e)} \quad (5b)$$

If $I(e) = \log(N(e))$, it leads to the fractal dimension. The computation of D_1 is in the same way of D_0 , by means of the slope of a linear regression in a log-log plot of the last expression. Although the box-counting method is clear to compute D_0 and D_1 dimensions, numerically it presents many

problems due to the exponential increasing of the number of boxes when e is small, needing a large amount of memory in the computation and very high graphical capabilities. This method is useful when $d=1$ to 3, but when unknown value of dimension a more powerful algorithm is needed.

2.3 The correlation dimension D_2

Grassberger and Procaccia (1984) introduced the notion of *correlation dimension* and it suits well when experimental data analysis, specially when only a single time serie is available. Let suppose an acquired sequence of equally sampled N one-dimensional data. Such data must have ordered structures, wave motion, within them:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, \dots, x_{N-2}, x_{N-1}, x_N$$

These numbers can be understood as the projection in a one dimensional space, a straight line, of a certain unknown trajectory of the sampled dynamic system. The question is:

Does this time serie contain any information of the attractor related with the measured physical process?, and after that,

How can this information be extracted?.

The positive answer to the first question was given by Rényi in 1976 and to the second one a procedure known as the *time-difference method* to recover the phase space of a dynamic system exists. The time-difference method was systematised by Takens (1981) and a good introduction and development can be found in Broomhead and King (1996). A brief resume of this method will be given in the next paragraphs and in the Annex 1 we present the Takens' Embedding Theorem. The first parameter to be chosen is the maximum dimension of the phase space, usually named *embedding dimension*, m . After this, some m -dimensional vectors, named *trajectories*, are built as:

$$y_i = \{x_i, x_{i+p}, x_{i+2p}, x_{i+3p}, x_{i+4p}, \dots, x_{i+mp}\} \quad (6)$$

The y_i vectors can be built with non consecutive data by setting the integer number $p > 1$, but in the application in this work $p=1$ in all cases. If all the y_i trajectories are put together in a matrix and they are ordered consecutively by the first element, the resulting structure is named *matrix of trajectories* or *Takens' matrix*. The Takens' matrix leads to recover the phase space of a dynamic system (Broomhead and King (1996)). Now the maximum difference between each pair of trajectories i and j must be found:

$$|y_i - y_j| = \max_{\alpha} |y_{i_{\alpha}} - y_{j_{\alpha}}| \quad (7)$$

where α probes all the components from 1 to m . Now an enough small number ε must be selected. If the maximum difference between two trajectories is less than ε them the two trajectories are correlated, otherwise not. At the same time, the number of correlated sequences can be counted and normalised by the total number of possible pairs of trajectories, M^2 , leading to the *correlation integral*:

$$C(\varepsilon) = \frac{1}{M^2} \sum_{i,j=1}^M \theta(\varepsilon - |y_i - y_j|) \quad (8)$$

where $\theta(x)$ is the Heaviside function defined as 1 when $x > 0$, otherwise is 0. With all this, the correlation dimension is:

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(C(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)} \quad (9)$$

and it can be computed by the slope in a linear regression in a log-log plot of both quantities.

2.4 Computation of the dimension D_q from time series

The idea of the previous subsection can be extended to the computation of a general D_q curve in the sense:

$$D_q = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log(C_q(\varepsilon))}{\log(\varepsilon)} \quad (10)$$

Now the computation of the $C_q(\varepsilon)$ must be from a generalised correlation integral. Such an expression was obtained by Pawelzik and Schuster in 1987:

$$C_q(\varepsilon) = \left[\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left[\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \theta(\varepsilon - |y_i - y_j|) \right]^{q-1} \right]^{\frac{1}{q-1}} \quad (11)$$

where q is the kind of dimension to be computed with $q=0$ for fractal dimension, $q=1$ for information dimension and $q=2$ for correlation dimension. It is possible the use of the latest expression to compute higher order dimensions but their interpretation can be not clear enough.

3 Where must the regression be performed?

In Figure 1, a plot of the ε index vs the value of $C_0(\varepsilon)$ is presented. This plot is has been obtained from the computation of the expression 11 in the way that it will be detailed in the next section but considering the second half of the year 1991 with an embedding dimension of 672, the mean length of the lunar month. In previous section a log-log plot and a linear regression were pointing out. The curve of the linear plot of Figure 1 is a straight line when a log-log scale is applied.

In a visual inspection it is clear that, depending on the length of the segment and its place in the plot, the linear fitting will be better or not and a different value of the slope can be obtained. The horizontal segment, marked as 3 in Figure 1, corresponds to values of ε too big. On the steeper segment, marked with 1, the dimension corresponds to small values of ε . Only in the intermediate segment, labelled with 2, tells about the geometrical properties of the set and it corresponds with suitable values of ε . This segment is usually called *scaling region*.

In practical works most of the times, the region 3 is too small to be recognised, because of this the linear regression is performed starting at the beginning of the segment 2 to the end of the segment 3. The distinction among these regions has a great importance in the determination of the fractal dimension and it depends on the experience of the researcher.

4 Fractal dimension, self-similarity and their interpretation from a tidal record

The tide is the result of a multidimensional dynamic system. The minimum number of parameter needed to determine its status is three times the number of solved waves because each one has

amplitude, frequency and phase lag. There is an additional variable, the time. All of this is to explain an one-dimensional motion. These parameters are present in the classical Fourier decomposition of the vertical tide:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \cos(\omega_i \cdot t + \phi_i) \quad (12)$$

where $\eta(t)$ is the position of the particle respect to the mean level, A_i is the amplitude, ω_i is the frequency and ϕ_i is the phase lag. The infinite symbol means for "all the waves that can be solved". Of course there will be a limited number of solved waves that it depends on the length of the studied time series and on the Rayleigh criterion. Even more, the one dimensional motion, determined for such a large number of parameters, happens around of an equilibrium point that it can be named mean level of the station. Such a point is a geometrical zero-dimensional object. The scheme of all the dimensions involved in this problem is presented in Figure 2.

The mean level can be understood as an attractor of the dynamic system of the tide. Such an attractor can be characterised by the computation of the derivative of the equation of motion in the surrounding of the attractor (Guzmán et al (1993)). In the case of tidal records this is easy to carry out because a very close to the real equation of the vertical motion is known from the harmonic analysis. Naming y' to the derivative of $\eta(t)$, and depending on its value, the point can be classify in:

$y'=0$	super-attractive
$y'(0,1)$	attractive
$ y' =1$	indifferent
$ y' >1$	repulsive

If the derivative is less than the unity the mean level is said an attractor, but if it is zero is a super-attractive point. Of course a range for a more accurate classification can be built. In the case of being greater than one, it is a not stable point of the dynamic of the system. This works very well in theory with mathematical functions but a physical system has a certain amount of noise because the instrumentation and the effects of its environment, in addition the equation of motion from harmonic analysis is not complete because the limited number of solved waves. So the above classification can be kept but considering some confidence intervals. As an example the super-attractive point will happen with a value of the derivative in the interval $(-5E-5, 5E-5)$ and so on.

Because of this limitation, a more powerful tool is needed to avoid this limitation. The fractal dimension, D_0 , is a parameter that has not such a limitation because it acts directly on the data. In addition it gives the strength of the attractor. D_0 can be read in several ways. It means for a numerical estimation of the derivative of the equation of motion evaluated in the equilibrium point directly from the data. So it is possible to know the rate of movement of the mean point, the attractor, and read it as the rate of variation of the equilibrium point. All these lead to think that D_0 can be understood as a parameter of the *stability of the station*.

One of the common features of fractals objects is that they are self-similar or scale invariant. A process is called self-affine or self-similar if its statistics are the same of those of $k \cdot A(t/r)$, where k is a function of r . This means that, if the process is stretched along the time axis, a proper magnification along the ordinate axis yields a new process with the same statistics than the original one. In other words this means that if a part of it is cut out, and then it is blown up, the resulting object (in a statistical sense) looks the same as the original one. This task for infinite Fourier series is easy to show. Just suppose a infinite Fourier series with an expression as Eq 12. Our attention can be focused in a segment of the whole curve. Then that segment can be cut out. If the segment is augmented a new Fourier representation arises, acting this procedure as a high-pass filter. The new representation looks like the original one and the self-similarity of a infinite Fourier series is guarantied. However the harmonic decomposition of a tidal record is not an infinite Fourier series.

There is a limited number of waves, or group of waves, that can be solved. So the self-similarity will have constrictions just in the same sense that the parameter ε . Because of dealing with a physical system, an upper and a lower limit for the scales exist. Such a limits are related with the length of the tidal record and with its sampling period. With a low sampling period the study and representation of the very high frequencies is possible and extending the serie in time allows the representation of low frequency waves. All this can be done anyway because the studied serie has organised movements or waves, in its description.

The concept of self-similarity has a very particular role in tidal analysis. Of course the post-processed data, without pikes, steps, non de-tided, etc, are very good for this kind of analysis because waves has the main role in the data. However the computation of any kind of dimension on residuals, de-tided data with/without additional effects as air pressure, ocean loading, etc, will fail because the non existence of perfectly wave motions in the serie. To show what happens with this computation, an example will be given further. In the next section, the author will describe several experiments with some series of theoretical and real Earth tides in order to give some estimations of the fractal dimension of a tidal record.

5 Description of the numerical experiments and results

The author has carried out several experiments on a time series of fourteen years of hourly data from the superconducting gravimeter GWR/T003 at the fundamental station of Brussels (BRUSSELS). This serie covers since 00:00h of 21/04/1982 to 14:00h 01/09/1996. On the series of BFDE403.DIF file from the ETERNA package (Wenzel (1995)). That series are seven years of theoretical hourly data of Earth tides at the Black Forest Observatory (BFO), by the substitution of JPL DE403 ephemeris in the fully normalised Legendre polynomial for BFO location, the theoretical gravity tide from HW95 Tide Generating Potential Development (BFOT) and their difference (RBFO). These series cover since 00:00h 01/01/1987 to 23:00h 31/12/1994. In addition, and in order to get some results from theoretical models, a 21 years hourly time series was computed from two tidal standards as RATGP95 and TIPAB95, covering from 00:00h 01/01/1970 to 23:00h 31/12/1990. This two Tide Generating Potential have been selected because their same basis (Roosbeek (1995), Alonso et al (1996)), but the first is in the frequency domain and the second in the time domain. Because the both developments have given the same results, they have been labelled RATAB from here and after. All the data sets are expressed in microgals.

Because the difficulty of the choice of the optimal value of the embedding dimension to build the trajectory vectors in the Takens' matrix, several values were considered. The selected values were $m=\{12, 24, 336, 672\}$. The choice of 12 and 24 is justified since they are the period in hours of semidiurnal and diurnal waves. The choice of 336, the period of the fortnightly wave of great importance in tides, implies the smoothing of the diurnal and semidiurnal tides and a focus on the higher periodicities. And finally the value of 672 is to select a long temporal scale because in this case even all the waves with a period less than one mean lunar month will be smoothed. All the time series were subdivided in periods of six months to allow the yearly drift.

For each one of them the following computation was carried out. A value of the embedding dimension, m , was fixed (i.e. $m=12$). The trajectory vectors (Eq 6) were computed and a new array of maximum differences was built (Eq 7). After that the upper and lower limits of the small measure ε were selected automatically and the computation of C_0 (Eq 11) was performed for each one of the ε values. The upper and lower limits were selected to produce two thousands ε values in order to get smoothed curves. After this, a new m was fixed and the process is repeated. When all the C_0 series of a m value for a six month period were finished, the procedure was applied to the following six month data set. At the end of the experiment a large amount of files from a single time serie is obtained.

In the Figure 3, the plot of the $C_0(\varepsilon)$ vs ε for BRUSSELS results are presented for the four selected embedding dimensions, $m=\{12, 24, 336, 672\}$. Each case is labelled properly. A common

characteristics is the increasing of the slope when decreasing of the embedding dimension. Because of the large amount of output results, all the curves for the same time serie computed for the same embedding dimension were averaged and a log-log plot and a single linear regression, with the last 1500 ε indexes, for each case were carried out. After that all the slopes were averaged again in order to get a mean statistical value of the fractal dimension. In the Table 1 the fractal dimension for all the considered data sets are shown. We will discuss this values ion the next section.

6 Discussion

From the results of the Tide Generating Potential series, RATAB, the obtained fractal dimension is 0.0000545998. This means that the mean value of the time series has a very small drift of 0.0001 microgal/year. This drift probably arises from linear combinations of other waves that produce long period waves or from the waves with nodal period. However the model has a very good behaviour as it was hoped.

The results for BFD403F.DIF data file show that the fractal dimension is 0.002085547, meaning a very small drift of 0.004 microgal/year. It must be taken in account that only seven years have been analysed and that only less than a half period of the nodal waves is considered. In addition this can be due to the direct use of DE403 ephemeris onto Legendre polynomials. For these theoretical series, and because the very good agreement with the first data the result is the same with 0.0020855742 of value for the fractal dimension. However the fractal dimension of the residuals is out of understanding. This means that this residuals has not organised movements within, or in other words, the theoretical time series reproduce so well the real one that all the waves have been removed efficiently.

In real data sets, the value of the fractal dimension must be higher. For the data of the fundamental station of Brussels, the fractal dimension is 0.0001637040. This implies a very small drift of the mean value of about 0.0003 microgal/year, and a high stability in the station, with good instrumental characteristics and maintenance. So, the denomination or classification of fundamental station has been well gained.

The fractal dimension and fractal properties lead to methods for classification in function of the geometrical characteristics of the records. For instance, the denomination of *fundamental station* is given to such places that the harmonic constant are well determined, that the harmonic constants can be reproduce from any subset of data of the station and the instrumental and maintenance characteristics are optimum. The rest of stations without these characteristics will be called in otherwise.

From this results, the author propose the following classification for Earth tides stations onto four classes detailed in Table 2. The *Master Station* must be an extremely good station, very well determined and with an extremely small or no drift, with no instrumental or maintenance problems and very well located. Of course the harmonic constants must be stables and reproducible with any segment of enough length data. Probably the *Master Stations* will be with the next generation of gravimeters. The *Fundamental Station* is a very well determined station with a very small drift where the harmonic constants must be very stables. The *Reference Station* means for the installation with good instrumental and maintenance conditions with a small drift in its mean value. The rest of stations can be called *Slave Stations* since they need for the other kind of stations to be referenced continuously.

7 Conclusions

In this work the computation of the fractal dimension on theoretical series and Earth tides records is carried out. This tool has direct applications to wave pattern recognition in time series of tidal residuals. In addition a classification of the tidal station is possible in function of the value of the

fractal dimension of the tidal record. The denomination of each kind of station is also proposed as: *Master, Fundamental, Reference* and *Slave Stations*, each one with their own characteristics and depending on the value of the fractal measures.

Acknowledgements

All the computation for the data from Brussels has been carried out during the stay of the author at the Royal Observatory of Belgium (ROB) in August of 1997. The author is grateful to Prof. P. Paquet for the invitation to stay at ROB and for all the facilities to work. The data from the superconducting gravimeter GWR/T003 at the fundamental station of Brussels were gently provided by Dr. O. Francis (ROB) and the series of BFDE403.DIF file from Dr. B. Ducarme (ROB). The rest of the series from BF files have been taken from the electronic sheet of the Earth Tide Commission by indication of Dr H.G. Wenzel.

The author is also grateful to Mr Marc Heindrickx (ROB) for his valuable aid when computer problems and to Prof. E. Gallardo Gutiérrez from the Dpt of Mathematics of the University of Cádiz for the reading of the manuscript and her valuable comments.

References

- Alonso, J.J., 1996, "Desarrollo Semianalítico del Potencial Generador de Marea y Variabilidad de las Estimaciones Armónicas de las Componentes de Marea Teórica". Ph.D. Thesis. University of Cádiz.
- Alonso, J.J., Bruno, M. & Mañanes, R., 1996 "Semianalytical Ephemeris and The Tide Generating Potential TIPAB-95". Bulletin de Information de Mareés Terrestres 124, March 1996. pp 9417-9424.
- Broomhead, D.S., and King, G.P., 1985, "Extracting Qualitative Dynamics from Experimental Data", *Physica* 20D, 217-236.
- Crossley, D.J. and Jensen, O.G., "Fractal Velocity Models in Refraction Seismology", in *Fractals in Geophysics*, Eds C.H. Scholz & B.B. Mandelbrot, pp 61-76.
- Grassberger, P. and Procaccia, I., 1984, "Dimensions and Entropies of Strange Attractors from a Fluctuating Dynamics Approach", *Physica* 13D, 34.
- Guzmán, M., Martín, M.A., Morán, M. & Reyes, M., 1993, "Estructuras fractales y sus aplicaciones", Ed Labor.
- Hartmann & Wenzel, 1994, "Catalogue of the Earth Tide Generating Potential due to the Planets", *Bull. Inf. Mareés Terrestres*, 119, pp 8847-8880.
- Mandelbrot, B.B., 1989, "Multifractal Measures, Especially for Geophysicist", in *Fractals in Geophysics*, Eds C.H. Scholz & B.B. Mandelbrot, pp 5-42.
- Roosbeek, F., 1995, "A Tide Generating Potential at Nanogal Level", *Bull. Inf. Mareés Terrestres*, 121, pp 9032-9035.
- Roosbeek, F., 1995, RATGP95 catalogue versions a,b and c by ftp address.
- Takens, F., 1981, "Detecting Strange Attractors in Turbulence", *Lecture Notes in Mathematics*, D.A. Rand and L.S. Young eds. Springer Verlag.
- Todoeschuck, J.P. & Jensen, O.G., 1989, "Scaling Geology and Seismic Deconvolution", in *Fractals in Geophysics*, Eds C.H. Scholz & B.B. Mandelbrot, pp 273-288.
- Turcotte, D.L., "Fractals in Geology and Geophysics", in *Fractals in Geophysics*, Eds C.H. Scholz & B.B. Mandelbrot, pp 171-198.
- Wenzel, H.G., 1997. Earth Tide Commission service on Internet.

Annex 1: Takens' Embedding Theorem

Theorem: Let M be a compact, manifold of dimension m . For pairs (ϕ, f) , $\phi: M \rightarrow M$, denoting smooth diffeomorphism, and $f: M \rightarrow \mathcal{R}$, denoting a smooth function, it is generic property that the map $\Phi(\phi, f): M \rightarrow \mathcal{R}^{2m+1}$ defined by:

$$\Phi(\phi, f)(x) = (f(x), f(\phi(x)), \dots, f(\phi^{2m}(x))) \equiv (y(0), y(1), \dots, y(2m))$$

is an embedding; here 'smooth' means that at least twice differentiable and continuous and $y(k) = f(\phi^k(x))$.

The generic property implies the following two tasks:

- If x is a point with period k of ϕ with $k \leq 2m+1$, then the trajectory is not duplicated even in a small region around the point x .

Any two different fixed points of ϕ are not in the same level y . So the map is guaranteed to be injective.

Table 1: Fractal dimension of the studied time series.

<i>STATION</i>	<i>D₀</i>
RATAB	0.0000545998
BFO	0.0020855747
BFOT	0.0020855742
RBFO	435.43220000
BRUSSELS	0.0001637040

Table 2: Classification of tidal stations and their fractal dimension.

<i>Denomination</i>	<i>Interval for D₀</i>
MASTER STATION	0 - 0.00005
FUNDAMENTAL STATION	0.00005 - 0.005
REFERENCE STATION	0.005 - 0.05
SLAVE STATION	> 0.05

Plot for fractal dimension estimation

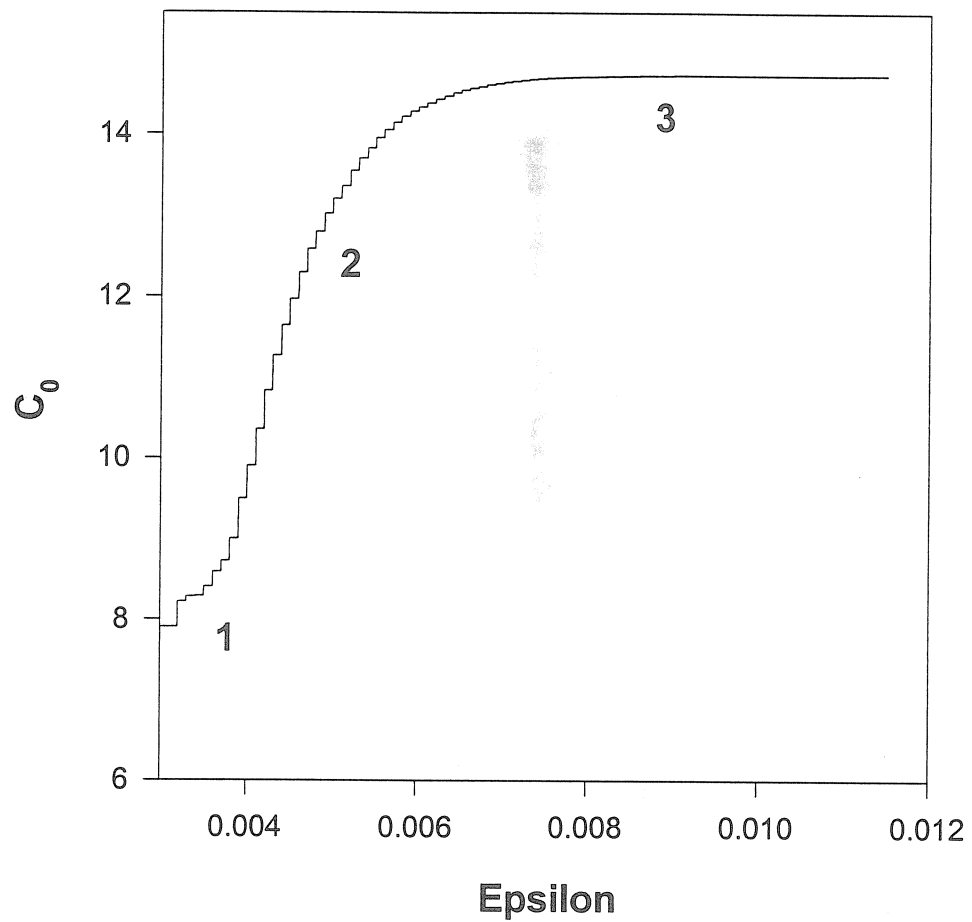


Figure 1: Plot for Fractal Dimension computation.

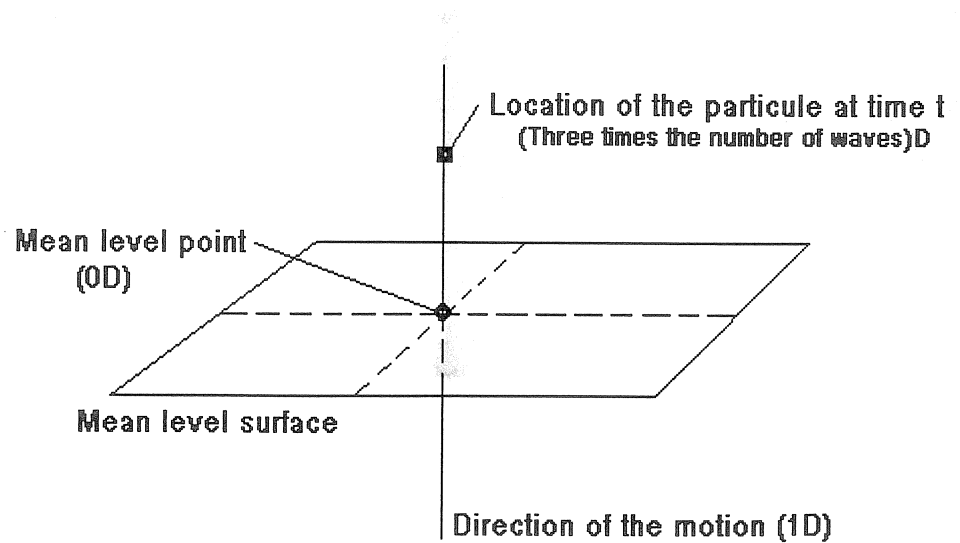


Figure 2: Dimensions involved in tidal analysis.

On the possibility of detecting a signal of the earth rotation with gravimetry

Chengli Huang¹, Bernard Ducarme², and Wenjing Jin¹

¹ Shanghai Observatory, Academia Sinica, Shanghai 200030, P.R.China

² Royal Observatory of Belgium, Avenue Circulaire 3, B-1180 Brussels, Belgium

Abstract. The strict formula of the gravity variation caused by the movement of instantaneous rotation axis is presented. The gravity effect of the variation of angular velocity and that of polar motion are separated, these practical effects are also estimated numerically. The possibility and the difficulty in detecting the signal of earth rotation with superconducting gravimeters(SG) are discussed from theoretical and practical points of view and various error sources in SG data are described. Additionally, it is pointed out as a conclusion that the gravity variation of both polar motion (even the forced diurnal part) and the variation of angular velocity of the earth rotation must be considered in theory and in the practical data reduction of SG or absolute gravimetry. Nevertheless, it is necessary to correct various large error sources to become able to solve m_1 , m_2 , m_3 from gravimetry data.

Introduction

Solving the Earth Orientation Parameters (EOP) is one major task of astrometrists by using various space techniques such as very long baseline interferometry, satellite laser ranging, lunar laser ranging and global positioning system. With the improvement of the accuracy of gravimetry, especially the Superconducting Gravimetry (SG), this geophysical technique provides astrometrists with another possible means to get EOP and makes it possible for geophysicist to develop the application of SG in astronomy.

The Sun, the Moon and the Planets exert tidal forces on the Earth, and there is also an inertial centrifugal force at observing site due to Earth rotation. It is well known that the time-varying part of the gravity results from the both forces. However, because of the elasticity of the Earth, these two forces cause deformation on the Earth which creates an additional indirect gravity effect.

Celestial Ephemeris Pole (CEP) is adopted as reference axis in the IAU(1980) nutation theory [Seidelmann, 1982] and tidal theory, but the actual gravity involves the position of the instantaneous rotation axis, which rotates around CEP with a quasi-diurnal period. It makes a non-negligible difference between the measuring value and theoretical calculation in gravimetry if these effects are not effectively taken into account. If the motion of the instantaneous earth rotation (diurnal polar motion) axis is due to the luni-solar (and eventually planetary) attraction only, the effect on gravity

can be easily considered in the Earth's transfer functions (it can be included in the Love numbers). This is the case in Wahr[1981] theory or in Dehant and Ducarme[1987] theory. But if the motion of the instantaneous rotation axis is excited by something else, it must be taken into account separately. This is the case for the long period polar motion.

In addition, the variation of the angular velocity of earth rotation will produce perturbation on gravity but, if it is not related to the luni-solar attraction like the zonal tide effects, it is usually ignored because its effect is small and the accuracy of gravimetry was poor before. With the improvement of gravimetry such as SG, many problems, which were ignored or could not be dealt with before, can be investigated carefully now. They are, for example, the effect of atmosphere, underground water table, soil moisture content and precipitation phenomena, as well as the effects induced by the non-tidal variation of angular velocity of Earth rotation and the non-diurnal polar motion. These effects will be discussed in the following sections. Unexpected phenomena such as earthquakes or volcanic eruptions can also affect gravity but in an unpredictable way.

The strict formula of the gravity effect caused by the movement of instantaneous rotation axis is presented, and their practical effects are also estimated numerically in the following section. Next, the possibility and the difficulty in detecting the signal of earth rotation with SG are discussed from theoretical and practical points of view, and various error sources in the measuring value of SG are discussed and listed in Table 1. Finally, the main conclusion is given.

The influence of earth rotation on gravimetry

Let the geocentric vector of site A on the Earth $\vec{\rho} = \vec{r} + \vec{b}$, where, $\vec{r}$ is the mean geocentric vector of A, and $\vec{b}$ is its instantaneous additional displacement.

The Earth rotates actually with a small perturbation relative to the uniform rotation. The instantaneous angular velocity of rotation vector can be written as

$$\vec{\omega} = \vec{\Omega} + \Omega \vec{m} = \Omega(m_1, m_2, 1 + m_3)'$$

where, $\Omega = 7.292115 * 10^{-5}$ radian/second is the mean angular velocity, m_1 and m_2 are the two components of the polar motion, their order of magnitude are about 10^{-6} radian; and $m_3 = \Delta\text{LOD} / \text{LOD}$ (length of day)/LOD, its order is about 10^{-8} , they are all high order minterms.

Then, the absolute inertial acceleration at site A can be written as

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \vec{a}_{\text{relative}} + \vec{a}_{\text{transportation}} + \vec{a}_{\text{Coriolis}}' \\ &= \ddot{\vec{b}} + [\dot{\vec{\omega}} \times \vec{\rho} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{\rho})] + [2\vec{\omega} \times \dot{\vec{b}}] \\ &= \ddot{\vec{b}} + [\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{b})] + [2\vec{\omega} \times \dot{\vec{b}}] + \\ &\quad + [\dot{\vec{\omega}} \times \vec{\rho} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})] \end{aligned}$$

In the above formula the tidal vertical accelerations $\ddot{\vec{b}}$ are included in the modelisation of the earth tidal response [Wahr, 1981]. At the equator the maximum change of gravity

due to these inertial accelerations reaches the microgal level. Other variations of gravity with time will enter through the time variations of $\vec{b}$, first bracket, or $\vec{\omega}$, second bracket. The Coriolis and centrifugal forces generated by the tidal displacements are directly included in the earth tidal response. They are not negligible at all as the variation of gravity due to a change of distance to the earth rotation axis of 40cm is of the order of $0.2 \mu\text{gal}$ at the equator. The vertical Coriolis forces associated to the horizontal tidal displacements are of a similar order of magnitude while the horizontal ones are one order of magnitude larger. The local radial displacements of tectonic origin are long term phenomena which are included in the constant part of the gravity vector. Thus, the term in the last square brackets is the only one discussed below. When projected on the opposite direction of $\vec{\rho}$, this term becomes the gravity variation. As an approximation of the projection, it can be put on the opposite direction of $\hat{r}$, which is unit vector of $\vec{r}$. Ignoring the minterm of higher order and time-independent constant term $\cos^2\phi$, and considering the elastic response of the Earth, then the effect on gravity induced by the movement of the instantaneous rotation axis becomes

$$\Delta g = \delta\Omega^2 r [-(m_1 \cos\lambda + m_2 \sin\lambda) \sin 2\phi + 2m_3 \cos^2\phi] \quad (1)$$

where, (λ, ϕ) indicate the longitude and latitude of site A, δ is the gravimetric factor. The two terms in Eq.(1) are discussed separately as follows.

From Eq. (1), one can easily separate the two effects induced by the polar motion (m_1, m_2) and by the variation of angular velocity (m_3) . The gravity effect of the part of polar motion is

$$\Delta g = -\delta\Omega^2 r (m_1 \cos\lambda + m_2 \sin\lambda) \sin 2\phi \quad (2)$$

while that of the variation of angular velocity m_3 is

$$\Delta g = 2m_3 \delta\Omega^2 r \cos^2\phi \quad (3)$$

Theoretically, if the length of day varies 1 ms, m_3 is about 1.16×10^{-8} , adopting the gravity factor $\delta = 1.16$, then it can make gravity change $0.09 \mu\text{gal}$ for mid-latitude station ($\phi = 45^\circ$).

As a practical example, the IERS polar motion, low pass filtered in order to keep only the Chandler and annual parts, and UT1-UTC data of EOP(IERS)C04 during Jan. 1, 1986 - Dec. 31, 1996 were used. Their effects on the gravity of Brussels ($\phi = 50^\circ 47' 55'' N$) are then calculated from Eq.(2) and (3) and plotted in Fig. 1.

As shown in Fig 1, the gravity variation due to the Chandler and annual polar motion can reach about $10 \mu\text{gal}$ (peak-to-peak), it is correspondent to the work of Wahr[1985] and Loyer *et al.*[1995]. Schwahn[1995] discussed the gravity effect due to the diurnal polar motion, he pointed out that the effect of K1 wave at mid-latitude could reach $0.17 \mu\text{gal}$, which should not be ignored. It is included in the Love numbers or the tidal gravimetric factor given by Wahr[1981].

One can also find from Fig. 1 that the gravity effect at Brussels station due to m_3 can exceed $0.1 \mu\text{gal}$ (peak-to-peak). And because there is a secular deceleration

of earth rotation, it makes absolute gravity increase with a mean value of 66 nanogal, which should be considered in absolute gravimetry.

Discussion

From the analysis above, the contributions to the gravity variation induced by the variation of rotation angular velocity (m_3) as well as by either total polar motion or the forced diurnal part of polar motion are all larger than $0.1 \mu\text{gal}$, which is the same order as the uncertainty of SG. From this point of view, Dehant[1995] stated that it was time to consider the effect of the variation of earth rotation in addition to the effects induced by the luni-solar attraction, and that the signal of the variation of earth rotation should be detectable with SG. This concerns the variation of the Earth rotation corrected for the zonal tidal effects and the polar motion except the retrograde diurnal polar motion (zonal tide effects on Earth rotation and diurnal polar motion being accounted in Wahr's [1981] theory).

However, there are many uncertain factors in the data processing (see Table 1):

(1) The drift of superconducting gravimeter (GWR-T003) at Brussels is about $5 \mu\text{gal/yr}$ [De Meyer and Ducarme, 1991], only fifty percent of which can be interpreted by the variation of groundwater table [Francis *et al.*, 1995; Delcourt, 1991], while the others remain unknown;

(2) Theoretically, tidal harmonic development of the luni-solar tidal potential can be extended to several thousands constituents at periods of annual (S_a), semi-annual (S_{sa}), monthly (M_m), fortnightly (M_f), diurnal, semi-diurnal, ter-diurnal and so on, their frequencies are strictly known, so their amplitudes and phases can be obtained very accurately by harmonic analysis. For example, Melchior *et al.*[1995] obtained amplitudes of tidal waves (diurnal, semi-diurnal and ter-diurnal) with an internal precision of 2 or 3 nanogal by analysis of 12 years' observations with the superconducting gravimeter GWR-T003 at Brussels.

In fact, due to the limitation in the calibration accuracy, the gravity tide deduced from the observations is at most accurate within 0.1% - 0.5% [Dehant and Ducarme, 1987; Goodkind, 1995]. Taking K1 wave as an example, its discrepancy by different authors may be up to about $0.2 \mu\text{gal}$, while the total discrepancy of solid earth tide can be up to about $1 \mu\text{gal}$;

(3) An alternative way is to modelize theoretical tides using realistic Earth models which are now accurate within 0.1% level [Dehant *et al.*, 1997] and tidal loading models. The oceanic effects may contribute to 2%-10% of the total gravity tide signal, depending on location of site. The oceanic loading potential are of the same frequencies as that of solid earth tides, so it is impossible to separate them from records, it must be calculated from the global cotidal maps with Farrell's convolution and spherical harmonics methods. Because the current global cotidal maps are not sufficiently accurate, the discrepancy caused by different oceanic models can reach up to 10% - 15%, and

the difference induced by the consideration of mass conservation is about 10% for tidal loading corrections [Francis and Mazzega, 1990; Sun, 1992]. Fortunately, this condition can be expected to get improved with the new models deduced from the Topex/Posidon altimeter satellite data [Mechior and Francis, 1996];

(4) Another uncertainty comes from the atmospheric perturbation. The atmospheric pressure and loading potential fluctuate in the interannual band (quasi-biennial), at seasonal periods (annual) and at intraseasonal time-scale. Solar heating causes a large direct gravity effect of the annual redistribution of atmospheric mass. The discrepancy among various atmospheric physical models (such as dry atmosphere and water-vapour-saturated atmosphere) and the discrepancy among models presented by different authors can reach up to 10% [Sun *et al.*, 1995; Merriam, 1992]. In other words, if the atmosphere pressure varies 50 mbar, taking the admittance as $-0.35 \mu\text{gal}/\text{mbar}$, the discrepancy may be up to $-1.8 \mu\text{gal}$;

(5) The gravity effect of one site caused by groundwater table and soil moisture content is different from that of another site. It varies mainly at secular and annual periods. The uncertainty of modeling and monitoring this effect is about $1 \mu\text{gal}$ [Delcourt, 1991; Maekinen and Tattari, 1991; Peter *et al.*, 1995];

(6) The gravity effects due to precipitation, evapotranspiration and snow, mainly of annual period, must be taken into account at some observatories [Maekinen and Tattari, 1991]. But due to lack of related data and the complexity of their models, it is difficult to study these perturbations completely;

The main periods of polar motion are 1.2 year (Chandler Wobble) and annual, while that of m_3 is 1 year. So most of these factors above are of the same annual period, and the amount of all these factors (see Table 1) are greater than or as same as the order of the effects of m_1 , m_2 and m_3 .

Conclusion

Therefore, the gravity effects of both polar motion (even the forced diurnal parts) and the variation of angular velocity of earth rotation must be considered; in practical data reduction of SG or absolute gravimetry, one should correct for these effects from the observed value of polar motion and UT1 as deduced from space techniques. Before treating SG data or absolute gravimetry data in order to solve or to subtract the influences of m_1 , m_2 and m_3 from gravimetry data, it is necessary to correct for the various large error sources we have mentioned in the previous sections.

Acknowledgments: This work and the 3 month residence in the Royal Observatory of Belgium (ROB) of Chengli Huang (Huang C.L.) were supported by the Services Fédéraux des Affaires Scientifiques, Techniques et Culturelles. We are indebted to Prof. Paul Paquet, director of ROB, for his kind helps and fruitful discussions. We would also like to thank Prof. V. Dehant, Dr. O. Francis for their judicious remarks.

Reference

- De Meyer F. and Ducarme B., 1991, Modelisation of the non tidal gravity variations at Brussels, In [1], 145-162.
- Dehant, V. and Ducarme B., 1987, Comparison between the theoretical and observed tidal gravimetric factors, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 49, 192-212
- Dehant V., 1995, It is possible to detect precession and nutations by using SG data (abstract), report on IUGG XXI general assembly, 1995
- Dehant V., Defraigne P. and Wahr J.M., 1997, Tides for a convective earth. *Proc. 13th Int. Symp. on Earth Tides*, Brussels, July 22-25, 1997 (under press)
- Delcourt-H M., 1991, Tidal effect of groundwater and internal fluid pressure variations on gravity, In [1], 207-234.
- Francis O. and Mazzega P., 1990, Global charts of ocean tide loading effects, *J.G.R.*, 95, C7, 11411
- Francis O., Ducarme B., De Meyer F. and Maekinen J., 1995, Present state of absolute gravity measurement in Brussels and comparison with the superconducting gravimeter drift, In [2], 117-124.
- Goodkind, J.M., 1995, Test for constancy of calibration of gravimeters by fitting to theoretical tides, In [2], 181-186.
- Loyer S., Bizouard Ch. and Dehant V., 1995, gravimetric perturbation due to the variation of angular velocity of the earth (draft)
- Maekinen J. and Tattari S., 1991, Subsurface water and gravity, In [1], 235-240.
- Melchior P., Ducarme B. and Francis O., 1995, The response of the Earth to tidal body forces described by second- and third-degree spherical harmonics as derived from a 12 year series of measurements with the superconducting gravimeter GWR/T3 in Brussels, *Phys. Earth Planet. Inter.*, (in print) 1995.
- Melchior P. and Francis O., 1996, Comparison of recent ocean tide models using ground-based tidal gravity measurements. *Marine Geodesy*, 19, 291-330
- Merriam, J.B., 1992, Atmospheric pressure and gravity, *Geophys. J. Int.*, 109, 448-450
- Peter G., Klopping F.J. and Berstis K.A., 1995, Observing and modeling gravity changes caused by soil moisture and groundwater table variations with superconducting gravimeters in Richmond, Florida, U.S.A., In [2], 147-160.

- Richter B., 1990, The long period elastic behaviour of the Earth, Variations in earth rotation, IGU-IUGG Publ., eds. D.D.McCarthy and W.E.Carter, Geophys. Mono., 59, IUGG 9, 21-26
- Schwahn W., 1995, Effects of inertial forces due to the forced nutation on the gravimeter factor in the diurnal range, Bull. Inf. Marees Terrestres, 117, 9036-9047
- Seidelmann P K., 1982, Celest, Mech., 27, 79
- Sun H.P., 1992, Comprehensive researches for the effect of the ocean loading on gravity observations in the western Pacific area, Bull. Inf. Marees Terrestres, 113, 8271-8292
- Sun H.P., Ducarme B. and Dehant V., 1995, Theoretical calculation of atmospheric gravity Green's functions, In [2], 223-238.
- Wahr J.M., 1981, Body tides on an elliptical rotating elastic and oceanless earth, Geophys. J. R. Astro. Soc., 64, 677-703.
- Wahr J.M., 1985, Deformation induced by polar motion, J.G.R., 90, B11, 9363-9368.

^[1]Proceedings of the second workshop: Non tidal gravity changes, intercomparison between absolute and superconducting gravimeters, Sept. 5-7, 1990, Walferdange. Cahiers Centre Eur. Geod. Seism., Luxembourg, vol3, 1991.

^[2]Proceedings of the second workshop: Non tidal gravity changes intercomparison between absolute and superconducting gravimeters, Sept. 6-8, 1994, Walferdange. Cahiers Centre Eur. Geod Seism., Luxembourg, vol11, 1995

Table 1: A budget of various error sources in SG data reduction

Item	Main periods	Value or uncertainty	Notes
instrument drift of SG (Brussels)		5 $\mu\text{gal}/\text{yr}$	50% can be interpreted by the groundwater table variation, others remain unknown
uncertainty in solid earth tide models	annual, semi-annual, monthly, fortnightly, diurnal, semi-diurnal, ter-diurnal...	$\pm 1 \mu\text{gal}$	accurate within 0.1%-0.5%
uncertainty in model of oceanic effect	same as above	$\pm 2 \mu\text{gal}$	vary up to 2%-10%
uncertainty in model of atmospheric effect	interannual(quasi-biannual), seasonal(annual), intraseasonal	$\pm 1.8 \mu\text{gal}$	vary up to 2%-10%
uncertainty in model of groundwater table and soil moisture content	secular, annual	$\pm 1 \mu\text{gal}$	vary with local condition
uncertainty in model of precipitation and snow	annual	$\pm 1 \mu\text{gal}$	vary with local condition
effect of polar motion (diurnal part)	Chandler, annual, diurnal	10 μgal (0.1 μgal)	see this paper
effect of variation of LOD	annual	0.1 μgal	

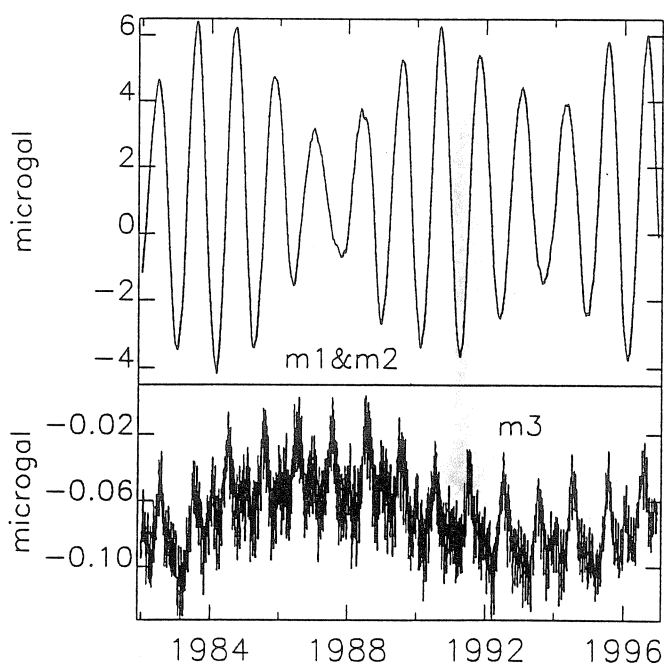


Fig.1 Gravity effects of m1&m2 and m3

INCLINAISONS DE MAREE DE LA TERRE A TBILISI

V.K. Balavadze et K.Z. Karvelichvili.

Bulletin of the Academy of Sciences of Georgia,
vol 80, n° 2, pp 349 - 352, 1975.

Les études des inclinaisons de marée de la surface de la Terre donnent la possibilité de déterminer les constantes élastiques globales de la Terre γ et κ . Le facteur γ représente le rapport de l'amplitude observée A_{obs} à l'amplitude théorique calculée A_T de l'inclinaison et s'exprime par la combinaison des nombres de Love $\gamma = 1 + k - h$. La valeur $\kappa = \phi_{\text{ob}} - \phi_{\text{théor.}}$ représentant la différence de phase entre la marée observée et théorique peut être utilisée pour l'étude de la viscosité de la Terre.

Les déterminations expérimentales des paramètres γ et κ sont effectuées en beaucoup de points du globe terrestre; cependant le problème de la détermination des constantes élastiques globales de notre planète est encore loin d'être résolu en raison de la très grande divergence dans ces valeurs obtenues en différents points.

De plus il y a une inégalité appelée azimutale dans les valeurs de γ déterminées en un même point.

A l'Observatoire gravimétrique souterrain de Tbilisi de l'Institut Géophysique de l'Académie des Sciences on a fait depuis mars 1967 des observations des inclinaisons de marée à l'aide de quatre clinomètres Ostrovski. La salle clinométrique se trouve à 100 mètres de l'entrée d'une galerie, à la profondeur de 60 mètres sous la surface. Les clinomètres sont placés sur un socle massif en basalte ($1.5 \times 1 \times 0.8 \text{ m}^3$) qui est fixé avec du ciment.

Les pendules enregistrent dans les azimuts NS et EW. La variation diurne de la température dans la salle ne dépasse pas 0.005°C .

Les conditions favorables des observations et leur longue durée donnent la possibilité de déterminer γ et κ avec une haute précision.

Les résultats préliminaires des observations faites dans cette salle sur deux socles en basalte à l'aide de huit clinomètres sont publiés en [1]. En octobre 1967 quatre clinomètres ont été transportés dans la région de construction du barrage d'Inguri où a été organisée une station clinométrique pour l'étude des déformations tectoniques actuelles de l'écorce terrestre.

Dans le présent travail on n'a utilisé que les données des quatre clinomètres restants.

Pour la réduction par la méthode d'analyse harmonique on disposait d'observations d'une durée totale de 5827 jours. La réduction a été faite par la méthode mensuelle de Matveev [2].

Cela a donné 228 analyses mensuelles parmi lesquelles 194 séries étaient indépendantes et 34 séries avec un recouvrement partiel.

Bien que le schéma que nous avons employé donne la possibilité d'isoler huit ondes de marée, pour obtenir des valeurs les plus sûres des paramètres γ , κ on n'a examiné que les ondes qui ont une amplitude théorique maximale (Table 1).

Table 1

Amplitudes théoriques (msec) des ondes principales calculées pour Tbilisi.

	M_2	S_2	N_2	O_1	K_1
EW	11,754	5,487	2,258	4,336	6,099
NS	7,850	3,652	1,513	0,770	1,084

Dans la Table 2 nous donnons les valeurs du facteur γ pour les cinq ondes principales de marée M_2 , S_2 , N_2 , O_1 et K_1 , dans l'azimut EW et pour M_2 , S_2 , N_2 dans l'azimut NS car dans cette direction les ondes diurnes ont des amplitudes très faibles et ne se séparent pas avec la précision exigée.

Table 2

Valeurs de γ pour les différentes ondes.

		M_2	S_2	N_2	O_1	K_1
31.3.1967—19.10.1967 $l=1657$ суток, 66 серий	EW №33	0,7119 $\pm 0,0085$	0,7474 $\pm 0,0202$	0,7661 $\pm 0,0442$	0,6475 $\pm 0,0385$	0,6802 $\pm 0,0178$
31.3.1967—12.8.1973 $l=1068$ суток, 46 серий	EW №85	0,7059 $\pm 0,0138$	0,7127 $\pm 0,0170$	0,7051 $\pm 0,0522$	0,6841 $\pm 0,0144$	0,7261 $\pm 0,0196$
$\gamma_{n-3} = \frac{\sum \frac{\gamma_i l_i}{l_i^2}}{\sum \frac{l_i}{l_i^2}}$		0,7107 $\pm 0,0066$	0,7307 $\pm 0,0187$	0,7466 $\pm 0,0468$	0,6774 $\pm 0,0186$	0,6963 $\pm 0,0184$
31.3.1967—8.12.1973 $l=1832$ суток, 74 серий	NS №45	0,7234 $\pm 0,0059$	0,7024 $\pm 0,0358$	0,6395 $\pm 0,0268$		
5.4.1967—5.7.1973 $l=1270$ суток, 42 серии	NS №87	0,6315 $\pm 0,0146$	0,6762 $\pm 0,0357$	1,2139 $\pm 1,4386$		
$\gamma_{c-10} = \frac{\sum \frac{\gamma_i l_i}{l_i^2}}{\sum \frac{l_i}{l_i^2}}$		0,7140 $\pm 0,0068$	0,6916 $\pm 0,0358$	0,6410 $\pm 0,0279$		

Comme le montre la Table 2, pour la composante EW la valeur de γ d'après les ondes diurnes O_1 et K_1 est systématiquement plus petite que pour les ondes semi-diurnes M_2 , S_2 , N_2 .

L'inégalité du facteur d'amplitude pour l'onde M_2 dans les directions NS et EW ne se révèle pas dans les limites des erreurs de mesure:

$$\gamma_{NS} - \gamma_{EW} = - 0.0033$$

D'après les résultats de la détermination de γ pour les ondes diurnes O_1 et K_1 on a obtenu également les valeurs moyennes de γ (O_1) - γ (K_1) caractérisant

l'effet au noyau liquide

$$\gamma(O_1) - \gamma(K_1) = -0.033 \pm 0.028 \text{ (N}^\circ 33, \text{ EW)}$$

$$\gamma(O_1) - \gamma(K_1) = -0.042 \pm 0.017 \text{ (N}^\circ 85, \text{ EW)}$$

qui se trouvent en bonne concordance avec les calculs de M.S. Molodensky [3] qui, pour deux modèles de Terre, avait obtenu

$$\gamma(O_1) - \gamma(K_1) = -0.046 \text{ (modèle I)}$$

$$\gamma(O_1) - \gamma(K_1) = -0.044 \text{ (modèle II)}$$

Nous donnons ci-après, dans la Table 3 les valeurs du déphasage κ . Le signe moins correspond à un retard de la marée observée par rapport à la marée calculée théoriquement.

Pour la direction NS on a obtenu pour l'onde M_2 :

$$\kappa = +3.790^\circ \pm 0.750^\circ \text{ (clinomètre n}^\circ 45)$$

$$\kappa = +5.675^\circ \pm 1.490^\circ \text{ (clinomètre n}^\circ 87)$$

$$\kappa_{c-10} = \frac{\sum_i \frac{\kappa_i l_i}{\varepsilon_i^2}}{\sum_i \frac{l_i}{\varepsilon_i^2}} = +4.071 \pm 0.860.$$

La valeur de κ pour les ondes diurnes et semi-diurnes est négative et, pour l'onde principale M_2 dans la direction NS elle est positive.

Table 3

Valeurs du déphasage $\kappa = \phi_{obs} - \phi_{th}$
époque d'observation identique à la Table 2.

	M_2	S_2	O_1	K_1
N ^o 33 EW	$-2^\circ.992$ $\pm 1^\circ.104$	$-2^\circ.173$ $\pm 1^\circ.589$	$+0^\circ.695$ $\pm 1^\circ.550$	$+1^\circ.254$ $\pm 1^\circ.733$
N ^o 85 EW	$-5^\circ.388$ $\pm 2^\circ.032$	$-7^\circ.194$ $\pm 2^\circ.707$	$-5^\circ.402$ $\pm 3^\circ.149$	$-3^\circ.603$ $\pm 1^\circ.313$
$\kappa_{c-3} = \frac{\sum_i \frac{\kappa_i l_i}{\varepsilon_i^2}}{\sum_i \frac{l_i}{\varepsilon_i^2}}$	$-1^\circ.226$ $\pm 1^\circ.764$	$-1^\circ.302$ $\pm 1^\circ.512$	$-3^\circ.371$ $\pm 1^\circ.251$	$-3^\circ.081$ $\pm 1^\circ.791$

Cela s'explique probablement par le fait que le massif rocheux dans lequel est creusée la galerie s'étend de l'Est à l'Ouest et subit des transformations thermiques qui peuvent perturber les clinomètres enregistrant dans l'azimut NS.

Références.

1. Б. К. Балавадзе и К. З. Картвелишвили. Наблюдения земных приливов Тбилиси. Тбилиси, 1972.
2. П. С. Матвеев. Сб. «Земные приливы». Киев, 1966.
3. М. С. Молоденский, М. В. Крамер. Земные приливы и путаница Земли. М., 1961.

PREMIERS RESULTATS DES OBSERVATIONS AVEC
L'EXTENSOMETRE VERTICAL EN QUARTZ A TBILISI

V.K. Balavadze (Académicien),
K.Z. Karvelichvili et R.M. Uruchadze.

Bulletin of the Academy of Sciences of Georgia,
vol 129, n° 3, pp 541 - 544, 1988.

On sait que la composante de la déformation de marée élastique e_{rr} dans la direction radiale est déterminée par l'équation [1]:

$$e_{rr} = \left[a \frac{dH(a)}{dr} + 2h \right] \frac{W_2}{ag},$$

où a est le rayon moyen de la Terre; r la distance du centre de la Terre au point d'observation; g l'accélération de la force de pesanteur au point d'observation, W_2 l'harmonique d'ordre 2 du potentiel des forces génératrices de marée constituant l'apport principal dans la déformation de marée. Pour $r = a$, $H(a) = h$, où h est le nombre de Love.

Pour étudier la variation de la distance entre deux points du corps de la Terre on utilise un extensomètre dont la composante verticale mesure le déplacement différentiel vertical $\delta\zeta$ entre deux points le long du rayon terrestre, rapporté à la distance δa . Puisque la composante radiale du déplacement ζ est déterminée par la formule

$$\zeta = h(r) W_2/g$$

alors on peut écrire, à la surface de la Terre, l'équation ci-après

$$\delta\zeta = \frac{\partial\zeta}{\partial r} \delta a = \frac{W_2}{g} \left[a \frac{dH(a)}{dr} + 2h \right] \frac{\delta a}{a}.$$

Dans le laboratoire souterrain du service des marées terrestres de l'Institut Géophysique de l'Académie des Sciences de Géorgie, à côté d'un extensomètre horizontal à quartz à deux composantes (bases 42 mètres et 14,5 mètres) on a installé aussi une composante verticale d'une longueur effective de 6,50 mètres.

L'extrémité supérieure de l'extensomètre est fixée dans la roche par un mécanisme d'ancrage cimenté.

Les déplacements de tige verticale en quartz sont mesurés à l'aide d'un émetteur capacitif pour petits déplacements KD - 1 [2] modifié pour l'extensomètre vertical.

La sensibilité de cet émetteur par rapport au déplacement est de 100 m V/micron. Pour la protection vis-à-vis des variations de température et du mouvement des masses d'air tout le système est placé dans un cylindre en plastique.

Les observations systématiques ont débuté en mars 1984. Les données portant sur une durée de 506 jours obtenues pendant la période 13.3.1984 - 21.3.1986 sont soumises à l'analyse harmonique.

La réduction a été faite par une méthode de séparation des harmoniques élaborée au Service de l'Institut. Les amplitudes sont déterminées pour quatre ondes semi-diurnes K_2 , S_2 , M_2 , N_2 et cinq ondes diurnes (K_1 , S_1 , P_1 , M_1 , O_1). L'échelle d'enregistrement pour les différentes séries a variée dans les limites $0.57 \cdot 10^{-9} \text{ mm}^{-1}$ à $1.72 \cdot 10^{-9} \text{ mm}^{-1}$.

Pour toutes les ondes déterminées la valeur totale de W_2/ag était, pour la latitude de Tbilisi, de $8,523 \cdot 10^{-8}$ et la déformation verticale de marée était donc $W_2/g = 54,3 \text{ cm}$.

Dans la Table les premières lignes donnent, pour chaque série, les amplitudes des ondes de marée et dans les deuxièmes lignes leurs erreurs quadratiques moyennes. Nous donnons également la moyenne de la sensibilité s avec indication des poids statistiques p pour chaque série d'observations. Le poids p est pris proportionnel à la durée de la série d'observations et inversement proportionnel à l'erreur quadratique moyenne de la mesure unitaire pour chaque série.

Table 1

Valeurs des amplitudes des ondes de marée principales pour la composante verticale de la déformation (en 10^{-8})

		K_2	S_2	M_2	N_2	K_1	S_1	P_1	M_1	O_1
1	13.3.84—6.6.84 $L=2040 \text{ q. } P=1,03$ $S=0,57 \cdot 10^{-9} \text{ mm}^{-1}$	3,90 $\pm 2,27$	3,08 1,53	2,32 4,12	0,64 0,53	3,29 2,23	3,29 3,90	3,95 2,00	1,30 0,30	0,63 2,56
2	5.10.84—4.3.85 $L=3600 \text{ q. } P=4,35$ $S=1,24 \cdot 10^{-9} \text{ mm}^{-1}$	1,45 $\pm 0,18$	4,29 0,32	7,28 0,84	0,88 0,29	5,46 0,06	7,41 0,22	5,85 0,10	2,14 0,54	3,36 0,19
3	19.6.85—19.10.85 $L=2916 \text{ q. } P=4,31$ $S=1,53 \cdot 10^{-9} \text{ mm}^{-1}$	3,03 $\pm 1,40$	7,62 3,01	6,31 0,13	1,80 0,63	3,47 2,05	3,00 4,19	2,23 3,72	1,07 0,53	3,80 0,61
4	22.10.85—21.3.86 $L=3600 \text{ q. } P=7,35$ $S=1,72 \cdot 10^{-9} \text{ mm}^{-1}$	0,60 $\pm 1,03$	3,24 1,37	6,59 0,15	1,19 0,02	7,07 1,55	10,1 2,88	8,46 2,51	1,63 0,03	3,08 0,11

Nous donnons là également la durée de la série L en heures.

Avec les données de la Table 1 on a calculé les valeurs du facteur de déformation verticale

$$\eta = a \frac{dH(a)}{dr} + 2h.$$

Si l'on tient compte de ce que, d'après les données des composantes extensométriques horizontales à Tbilisi, on a obtenu

$$h = 0.536 \pm 0.016 \quad [2]$$

on peut établir la valeur

$$ah' = \eta - 2h$$

pour la composante verticale.

Partant de là, dans la Table 2 nous donnons η et ah' pour neuf ondes principales.

Table 2

Valeurs de $\eta = ah' + 2h$ et ah'

	K_2	S_2	M_2	N_2	K_1	S_1	P_1	M_1	O_1
$-\eta$	0,599 $\pm 0,361$	0,461 0,153	0,300 0,026	0,285 0,067	0,264 0,064	42,29 15,27	0,857 0,313	1,360 0,257	0,215 0,027
$-ah'$	1,671 $\pm 0,393$	1,533 0,185	1,372 0,058	1,357 0,099	1,336 0,096	43,40 15,30	1,929 0,345	2,432 0,289	1,287 0,059

Pour les cinq ondes principales (S_2, M_2, N_2, K_1, O_1) on a obtenu

$$\begin{array}{lll} \eta & \text{moyenne pondérée} & - 0.262 \pm 0.034 \\ \eta & \text{moyenne arithmétique} & - 0.305 \pm 0.067 \\ ah' & \text{moyenne pondérée} & - 1.342 \pm 0.073 \\ ah' & \text{moyenne arithmétique} & - 1.377 \pm 0.099 \end{array} \quad \left(P = \frac{1}{e^2} \right)$$

Etant donné que les déformations de marée de la Terre réelle s'accompagnent de variations de volume, la connaissance des valeurs numériques des paramètres η , h et ℓ permet d'obtenir un paramètre caractérisant la dilatation cubique $D(r)$ via le quatrième nombre de Love f :

$$D(r) = D(r) = F(r) \frac{W_2}{ag} = [\eta + 2h - 6\ell] \frac{W_2}{ag},$$

où, pour $r = a$, $F(a) = f$.

Si l'on utilise les valeurs des nombres de Love et de Shida $h = 0.536 \pm 0.016$ et $\ell = 0.079 \pm 0.0023$, obtenues par les extensomètres horizontaux pour une longue période d'observations à Tbilisi [2] et également la valeur moyenne pondérée de η donnée ci-dessus $\eta = -0.262 \pm 0.034$, on obtient pour Tbilisi la dilatation cubique $D(a)$ et le paramètre f :

$$f = 0.316 \pm 0.08 \quad D(a) = 2.69 \cdot 10^{-8}$$

Si l'on exprime le coefficient de Poisson σ à l'aide du facteur η et des nombres h et ℓ on peut écrire [4]

$$\sigma = \eta / (\eta + 6\ell - 2h)$$

En y substituant les valeurs numériques ci-dessus on obtient

$$\sigma = 0.305 \pm 0.034.$$

Cette valeur est assez voisine de sa valeur moyenne pour les roches non fracturées ($\sigma \approx 0.25$)

En conclusion on notera

- 1) les moyennes pondérées η et ah' sont en bonne concordance avec leurs valeurs théoriques;
- 2) les très grandes amplitudes observées pour l'onde S_1 et les amplitudes relativement grandes des ondes K_2 , S_2 , P_1 et M_1 s'expliquent par la présence d'un effet thermique;
- 3) les valeurs des facteurs η obtenues pour les ondes M_2 , N_2 , K_1 et O_1 concordent suffisamment bien entre elles.

Références.

1. I. Ozawa. Disaster prevention research Institute. Kyoto Univ. Bull. № 46, 1961.
2. Б. К. Балавадзе, К. З. Картвелишвили. Приливы в твердом теле Земли. Тбилиси, 1984.
3. К. З. Картвелишвили. Исследования земных приливов по наблюдениям в Тбилиси. Тбилиси, 1978.
4. P. Melchior. The Tides of the Planet Earth. Pergamon Press, 1978.

Corrigenda

In march 1998 we received from the Institute of Geophysics of Georgia, Tbilisi a reprint of this paper published in the Bulletin of the Academy of Sciences of Georgia vol 129, 1988, by B.K. Balavadze, K.Z. Kartvelichvili and R.M. Urachadze, entitled «*Preliminary Results of Observations with a Vertical Strain Gauge in Tbilisi*».

We were not aware of this publication when we presented our paper entitled «*Proper Usage of the ICET Data Bank*» at the Brussels Symposium on Earth Tides. The Walferdange extensometer is thus not the only one giving significant results.

March 18, 1998

P. MELCHIOR,
O. FRANCIS.

LES FORCES DE MAREE ET LES VARIATIONS DES COORDONNEES ASTRONOMIQUES DES POINTS A LA SURFACE DE LA TERRE.

B.P. Pertsev.

Fisika Zemli n° 7 pp 39-41, 1997.

Nous avons calculé en cinq points situés à différentes latitudes et à des distances différentes des océans les variations des coordonnées astronomiques sous l'effet des marées terrestres et océaniques.

On montre que les oscillations périodiques des latitudes et des longitudes peuvent atteindre respectivement 0.05 à 0.08 seconde d'arc.

Les marées terrestres et océaniques, en déformant la Terre et son champ gravitationnel provoquent en tout point des oscillations périodiques de la direction de la verticale par rapport à l'axe du monde.

Il faut tenir compte des variations périodiques qui en résultent dans les valeurs des coordonnées astronomiques des points d'observation vu la haute précision actuelle des observations astrométriques.

L'effet perturbateur des marées terrestres élastiques, qui comme de juste, a un apport fondamental dans les variations des coordonnées astronomiques peut être facilement calculé en partant des valeurs globales des nombres de Love et de Shida des deuxième et troisième ordre pour tout modèle terrestre actuel, des amplitudes et des phases des ondes principales du potentiel de marée luni-solaire connues avec une haute précision.

Le calcul de l'influence des marées océaniques sur les variations des coordonnées astronomiques demande plus de travail car il requiert l'existence de cartes cotidales de l'océan mondial pour les ondes principales de la marée luni-solaire et la connaissance de la réaction de la Terre et de son champ gravitationnel aux charges gravitantes situées en surface.

La déviation de la verticale dans la direction Est par rapport à l'axe du monde, déterminée par l'effet des forces de marée, s'écrit sous la forme

$$\Delta\eta = \frac{1+k-l}{g} \frac{\delta W}{\delta S} + \sum_n \frac{1+\bar{k}_n-l_n}{g} \sum_m \frac{\delta w_n^m}{\delta S}. \quad (1)$$

W est le potentiel générateur de marée luni-solaire

w_n^m est le terme général dans la décomposition du potentiel de la marée océanique en série de fonctions sphériques

g est l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre

k et l sont les nombres de Love et de Shida des deuxième et troisième ordre

k_n et l_n sont les coefficients de charge d'ordre n .

Dans la formule (1) le premier terme du second membre est déterminé par l'influence des marées terrestres, le deuxième terme par l'influence des marées océaniques. Les sommes de la forme

$$\Lambda = 1 + k - \ell,$$

entrant dans les deux composantes renferment trois termes provenant de trois sources.

Le premier terme en Λ est déterminé par les forces gravitationnelles du corps générateur de marée, le deuxième et le troisième sont la déformation de la Terre et de son champ gravitationnel.

Le potentiel W entrant dans la première composante du second membre de (1) a été calculé suivant la décomposition du potentiel de marée luni-solaire obtenu par Tamura [1] et comprenant 1200 ondes de marée parmi lesquelles nous n'avons cependant utilisé que les 555 ondes les plus importantes. Cet ensemble d'ondes est suffisant pour garantir la précision des résultats.

Nous avons calculé les facteurs Λ entrant dans le premier terme et dépendant de la structure de la Terre sur la base du modèle N 508, de Gilbert et Dziewonski [2].

Pour les ordres $n = 2$ et 3 nous avons obtenu

$$\Lambda_2 = 1.2189 \quad \text{et} \quad \Lambda_3 = 1.0788$$

Etant donné que le modèle de Terre adopté est un modèle élastique nous avons pris zéro pour le déphasage $\Delta\phi$.

Pour le calcul de l'influence des marées terrestres sur les déviations de la verticale comme lors du calcul de l'effet des marées océaniques sur la force de pesanteur, les inclinaisons et déformations de la surface de la Terre il convient d'utiliser la méthode de sommation des effets de trapèzes sphériques séparés selon lesquels on doit subdiviser l'océan mondial.

Comme on l'a montré en [3] le remplacement des trapèzes par des segments sphériques simplifie sensiblement les calculs sans diminuer la précision des résultats. Mais l'effet d'un segment sphérique de rayon angulaire α , couvert d'une couche homogène d'eau de l'océan de densité ρ et de hauteur h , sur la déviation de la verticale par rapport à l'axe du monde peut s'écrire comme suit

$$\Delta\eta = \frac{2\pi f \rho H}{g} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \bar{k}_n - \bar{\ell}_n}{2n+1} [P_{n-1}(\alpha) - P_{n+1}(\alpha)] \frac{\delta P_n(\psi)}{\delta \psi}. \quad (2)$$

où P_n est le polynôme de Legendre d'ordre n , f est la constante d'attraction, et ψ est la distance sphérique depuis le centre du segment jusqu'au point d'observation. Il résulte de (2) que, pour le calcul de $\Delta\eta(\alpha, \psi)$, il faut connaître les coefficients de charge k_n et ℓ_n pour n'importe quel modèle de Terre.

Pour le calcul de l'effet des zones océaniques proches il faut effectuer la sommation de la série (2) jusqu'à un ordre très élevé.

Nous avons fait le calcul des valeurs des nombres de charge de Love et Shida pour le modèle de Terre N 508 de Gilbert et Dziewonski jusqu'à $n = 75000$ [2]. Les valeurs ainsi obtenues pour ces paramètres ont été adoptées pour le calcul des fonctions de l'influence $\Delta\eta$ pour des segments de surface $1^\circ \times 1^\circ$.

L'influence des marées océaniques sur la déviation de la verticale a été calculée d'après les cartes cotidales globales de Schwiderski [4] pour les neuf ondes de marée principales sur un réseau de 1° . Ces cartes englobent tous les océans et seulement certaines mers adjacentes. C'est pourquoi, pour le calcul des effets des marées dans la plupart des points littoraux il faut tenir compte de l'influence des zones océaniques proches d'après des cartes cotidales détaillées des surfaces voisines.

En outre les cartes cotidales de Schwiderski présentent une perturbation peu importante de la loi de conservation de la masse. De ce fait de petites corrections proportionnelles aux amplitudes ont été introduites aux valeurs des paramètres de marée que nous avons utilisées dans chaque trapèze de 1° [3].

Pour évaluer l'influence des marées terrestres et océaniques sur les coordonnées astronomiques on a choisi 5 points à différentes latitudes et différentes distances des océans (Table 1).

Comme les marées sont très faibles dans la mer Baltique et ne sont pas comprises dans les cartes cotidales de Schwiderski, dans la Table pour Poulkovo la distance est prise jusqu'à la mer de Barentz. Pour Greenwich la distance à la mer est également conventionnelle car les marées dans l'estuaire de la Tamise ne sont pas prises en considération, elles ont des amplitudes importantes. Pour ces points on a calculé les déviations de la verticale aussi bien pour les marées terrestres qu'océaniques. Dans ce but on a créé un ensemble spécial de programmes permettant le calcul avec un intervalle horaire, pour n'importe quel laps de temps et n'importe quel point.

Les déviations de la verticale ont été calculées pour les points indiqués pour chaque heure de 180 jours successifs à partir du 1 janvier 1993.

Les calculs ont été faits pour des intervalles de 90 jours dont chacun a donné pratiquement les mêmes résultats. Pour les 5 stations l'amplitude des variations de marée atteint 40 msec en composante NS et de 60 msec à Poulkovo et 72 msec à Hyderabad en longitude.

Pour chaque point on a ensuite calculé les influences des marées océaniques pour les 9 ondes principales (M_2 , S_2 , N_2 , K_2 , O_1 , K_1 , P_1 , Q_1 , M_f).

Avec les valeurs obtenues de Λ et des déphasages $\Delta\phi$ par rapport à l'effet de marée terrestre on a également calculé les variations de latitude et de longitude en ces 5 points.

Les valeurs obtenues de Λ et $\Delta\phi$ se propagent naturellement sur toutes les ondes de fréquence voisine à l'onde considérée.

C'est la procédure habituelle appliquée dans tous les calculs de marée terrestre, et également de l'effet indirect des marées océaniques. Evidemment l'effet des marées océaniques se fait le plus fortement sentir aux points situés le long des océans où leur influence atteignait 20% et plus de l'effet des marées terrestres. Dans la Table 2, on indique pour chaque site les variations maximales d'amplitude dues aux marées océaniques pour les latitudes et longitudes. Il convient de noter que l'effet des marées océaniques dans les déviations de la verticale consiste non seulement dans la variation des amplitudes de la marée totale mais aussi dans les déphasages des ondes de marée. Si les amplitudes dans les variations de la verticale déterminées par l'effet des marées océaniques s'amortissent rapidement à mesure de l'éloignement du site à la rive de l'océan, les phases, pour les ondes de fréquences différentes, peuvent prendre des valeurs tout à fait différentes aux différents sites.

De ceci résulte que la déviation totale de la verticale peut différer sensiblement de la marée terrestre statique.

A titre d'exemple nous donnons sur la figure ci-jointe les déviations de la verticale dans la direction NS à Greenwich pendant 3 jours depuis le 9 mars 1993.

L'influence des marées océaniques est indiquée par la courbe en pointillé, celle des marées terrestres par la ligne continue.

Comme il résulte de la Table 2, les déviations de la verticale dues aux marées terrestres dépendent peu de la latitude. Une faible dépendance en latitude s'observe dans la direction EW.

A Uccle où l'océan s'étend du Nord à l'Ouest du site à une distance d'environ 100 km, l'effet des marées océaniques atteint 6 à 9 % de l'effet des marées terrestres dans les deux composantes. Mais à Hyderabad les marées océaniques agissent principalement sur la longitude, conformément à la situation de ce point par rapport à la mer. En ce qui concerne Greenwich, la proximité de la mer fait que l'influence des marées océaniques atteint 30% dans les deux composantes. Il faut cependant noter que le calcul de cartes cotidiales plus détaillées des zones proches peut changer sensiblement les résultats [5].

Ainsi comme l'ont montré nos calculs les déviations de marée de la verticale sont tout à fait sensibles à la précision actuelle des observations astronomiques et par conséquent il faut absolument introduire les corrections de l'influence des marées terrestres et des marées océaniques pour les stations côtières lors de l'étude du mouvement du pôle et des irrégularités de la vitesse de rotation de la Terre.

Notre travail a été réalisé grâce à l'aide appréciée du Fonds Scientifique International (subside NFE - 300) et du subside de la République de Russie 95-05-14231.

Bibliographie

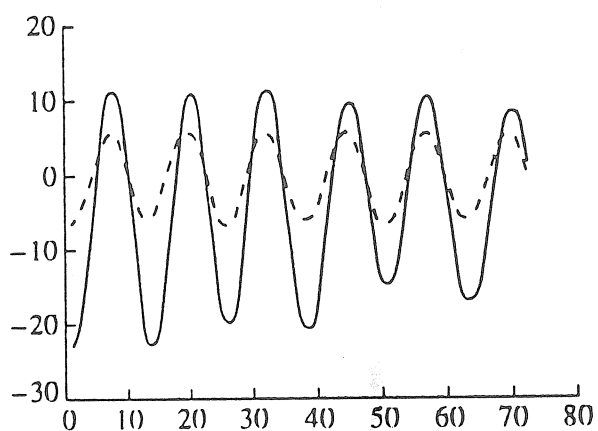
1. *Tamura Y.* A harmonic development of the tide-generating potential // Bull. Inf. Marees Terrestres. 1987. № 99. P. 6813-6855.
2. *Перцев Б.П., Иванова М.В.* Расчет нагрузочных чисел Лява для земной модели 508 Гильберта и Дзивонского // Изучение земных приливов. М.: Наука, 1980, С. 42-47.
3. *Перцев Б.П.* Влияние морских приливов ближних зон на земно-приливные наблюдения // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1976. № 1. С. 13-22.
4. *Schwiderski E.* On charting global ocean tides // Rev. Geophys. & Space Physics. 1980. V. 18. № 1. P. 243-268.
5. *Венедиков А., Иванова М.В., Перцев Б.П.* Морские приливы и отклонения отвесной линии // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1987. С. 117-121.

Table 1

Stations	latitude	longitude	Distance, à l'océan
1. Talgar	43°24	77°23	2200 km
2. Poulkovo	59.77	30.32	1000
3. Hyderabad	17.42	78.55	270
4. Uccle	50.80	4.36	90
5. Greenwich	51.48	0.00	50

Table 2
Variations des latitudes et longitudes dues aux marées
(en millisecondes d'arc).

	Marée terrestre		Marée océanique	
	C-10	B-3	C-10	B-3
Talgar	40.8	67.7	0.8	0.3
Poulkovo	41.3	60.9	0.7	0.6
Hyderabad	41.8	72.4	1.1	6.9
Uccle	40.6	65.4	3.5	4.6
Greenwich	40.9	65.0	13.1	17.5



Inclinaison de la verticale en milliseconde d'arc

Heures à partir de 0h du 9-03-1993

Variation de la latitude de Greenwich

MODELE STOCHASTIQUE DE L'EVOLUTION DU SYSTEME
TERRE-LUNE DUE AUX MAREES

B.A. Kagan, N.B. Mazlova.

Rapports de l'Académie des Sciences d'URSS
Tome 276, 1 - pp 88-91, 1984

(présenté par l'académicien L.M. Brechovski, 11 X 1983)

Nous rappellerons quelques faits récemment établis. En premier lieu, la partie prédominante de l'énergie de marée se dissipe dans l'océan alors que dans le corps solide de la Terre quelques pourcents de toute l'énergie seulement sont dissipés [1] [2].

En deuxième lieu les marées océaniques ont la résonance pour origine [3] [4] de telle sorte que l'époque récente se caractérise par une valeur non habituellement haute de la perte d'énergie de marée.

En troisième lieu si la valeur actuelle de la dissipation est considérée comme typique pour toute l'histoire de la Terre alors le rapprochement le plus grand entre la Terre et la Lune a dû se produire il y a 1 à 2 milliard d'années [5].

En quatrième lieu les données paléontologiques [6] ainsi que les estimations de la croissance absolue des masses terrestres et lunaire [7] rejettent la possibilité de l'existence de cette échelle courte de l'évolution de marée du système Terre-Lune; son accroissement supporte fortement l'hypothèse d'une diminution de la dissipation de l'énergie de marée dans le passé.

En sommant ces valeurs nous arriverons à la conclusion: l'époque récente avec la perturbation de résonance des marées océaniques qui lui est propre est exceptionnelle dans l'histoire de la Terre. De cela témoignent les résultats des calculs de l'évolution des marées effectués en [5] [8] applicables aux différentes positions (mais fixées) de l'océan par rapport à l'axe de rotation de la Terre.

Comme on le sait [7] les configurations de l'océan subissent de rapides fluctuations (vis-à-vis de la durée de l'histoire du système Terre-Lune) liées à la dérive des continents. Ces fluctuations ayant une période de l'ordre de 0.1 milliard d'années conduisent à une restructuration du spectre de l'oscillation propre de l'océan à une variation correspondante des paramètres du système Terre-Lune au cours de l'échelle de temps géologique. Ainsi la théorie achevée de l'évolution de marée de ce système doit décrire non seulement son comportement moyen mais aussi les effets fluctuants de la dérive des continents.

Cette considération a servi de point de départ pour l'élaboration d'un modèle stochastique de l'évolution de marée du système Terre-Lune basé sur l'hypothèse du caractère accidentel des fluctuations de la fréquence de résonance dans l'océan.

Nous examinerons la situation simple où la Lune tourne autour de la Terre suivant une orbite circulaire équatoriale et où les marées dans l'océan sont décrites par une approximation d'un seul mode. Dans ce cas le système d'équations de départ a l'aspect

$$\dot{\xi} = \epsilon(\kappa\sigma)^{-1} \frac{-\dot{E}}{-\dot{E}_0}; \quad (1)$$

$$\omega = 1 + \kappa - \kappa\xi; \quad n_{\zeta} = \xi^{-3}; \quad \sigma = (1 - \alpha)^{-1}(\omega - \alpha n_{\zeta}); \quad (2)$$

$$\ddot{\zeta} + r\dot{\zeta} + \sigma_s^2\zeta = \text{Re } \sigma_s^2\zeta^+ \exp(i\sigma t), \quad (3)$$

où $\xi = c^{1/2}$, c , ω et n_{ζ} sont respectivement la distance Terre-Lune, la vitesse angulaire de rotation de la Terre et la vitesse moyenne du mouvement orbital de la Lune. Tout ceci se rapporte à leurs valeurs actuelles; σ et σ_s sont les fréquences sans dimension de la force perturbatrice et des oscillations propres de l'océan (facteur normalisé - σ_0); ζ , ζ^+ et r le déplacement de marée du niveau de l'océan, la hauteur de la marée statique et le coefficient de résistance sont rapportés respectivement à $\gamma_2 \zeta_0$, ζ_0^+ et σ_0 ; γ_2 est le facteur de réduction de Love; $\alpha = n_{\zeta 0} / \omega_0$; $\epsilon = L_0 / C\omega\sigma_0$ et

$$\kappa = (\mu_{\zeta} \mu_0 (\mu_{\zeta} + \mu_0) \times (n_{\zeta 0} c_0^2 / C\omega_0))$$

sont des paramètres numériques; L_0 est le moment des forces de marée, C est le moment d'inertie de la Terre, μ_{ζ} et μ_0 sont les masses de la Lune et de la Terre; avec l'indice 0 elles se rapportent aux époques de temps récent et sans indice au passé; le dot désigne la différenciation par rapport au temps t (normalisé sur σ_0). Nous déterminerons σ_s^2 sous la forme $q^2 + p\eta(t)$; où q^2 est la valeur moyenne du carré de la fréquence des oscillations propres de l'océan; $\eta(t)$ est le bruit blanc d'intensité unitaire; p est un paramètre positif caractérisant l'intensité du bruit; nous conviendrons de désigner par μf la valeur moyenne de la fonction f (d'après l'ensemble des réalisations). Conformément à (3) la dissipation relative $-E/E_0$ de l'énergie de marée sera égale à

$$\langle \mu \dot{\zeta}^2 \rangle / \langle \mu \zeta^2 \rangle \big|_{t=0}$$

où les crochets angulaires désignent la moyenne pour un cycle de marée. Nous introduirons les nouvelles variables

$$X_1 = \zeta, \quad X_2 = \dot{\zeta}$$

et nous transformerons l'équation (3) comme suit

$$\dot{X}_1 = X_2, \quad \dot{X}_2 = -rX_2 - \sigma_s^2 X_1 + \sigma_s^2 F, \quad (4)$$

où $F = \text{Re } \zeta^+ \exp(i\sigma t)$.

En utilisant maintenant la formule de Ito [9], l'expression ci-dessus pour σ_s^2 et la propriété du bruit blanc conformément à laquelle

$$\mu \eta(t) f = 0$$

pour la fonction arbitraire $f(t, X_1(t), \dots, X_n(t))$

où les $X_i(t)$ sont déterminés par le système (4), nous trouverons

$$\frac{d}{dt} \mu X_2^2 = -2r\mu X_2^2 - 2q^2\mu X_1 X_2 + 2q^2 F\mu X_2 + p^2\mu X_1^2 + p^2(F^2 - 2F\mu X_1). \quad (5)$$

Dans cette équation, à part μX_2^2 , interviennent les moments μX_1 , μX_2 , μX_1^2 et $\mu X_1 X_2$.

Pour les déterminer on se servira encore de la formule de Ito et de la propriété rappelée du bruit blanc.

Il en résulte

$$\frac{d}{dt} \mu X_1 = \mu X_2, \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} \mu X_2 = -r\mu X_2 - q^2\mu X_1 + q^2 F, \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \mu X_1 X_2 = -q^2\mu X_1^2 - r\mu X_1 X_2 + \mu X_2^2 + q^2 F\mu X_1, \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \mu X_1^2 = 2\mu X_1 X_2. \quad (9)$$

Les équations (5) à (9) forment un système fermé par rapport aux fonctions inconnues $\mu X_1 X_2$, μX_j , μX_j^2 ($j = 1, 2$).

Nous introduirons un temps "lent" τ , lié à t par la relation $\tau = \epsilon t$, et en supposant la limitation de la fonction F , nous écrirons la solution asymptotique du système (6), (7).

Pour $q < 1$ et $r \ll 1$ il aura la forme

$$\mu X_1 = \operatorname{Re}(\Lambda \mathcal{F}) + O(e^{-r\tau/\epsilon}) + O(\epsilon), \quad (10)$$

$$\mu X_2 = \operatorname{Re}(i\psi \Lambda \mathcal{F}) + O(e^{-r\tau/\epsilon}) + O(\epsilon),$$

$$\text{où } \mathcal{F} = q^2 \zeta^* \exp\{i\sigma\tau\epsilon^{-1}\}, \quad \Lambda = (q^2 - \psi^2)^{-1} + O(r), \quad \psi = \sigma + \tau\sigma',$$

La prime désigne la différenciation par rapport à τ .

Nous déterminerons

$$y_1 = \mu X_1^2 - (\mu X_1)^2, \quad y_2 = \mu X_1 X_2 - \mu X_1 \mu X_2, \quad y_3 = \mu X_2^2 - (\mu X_2)^2$$

et nous retranscrirons le système (5), (8), (9) sous la forme matricielle

$$\epsilon Y' = BY + G, \quad (11)$$

où

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -q^2 & -r & 1 \\ p^2 & -2q^2 & -2r \end{pmatrix},$$

$$G = p^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} (F - \mu X_1)^2 = p^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \operatorname{Re}[g_1 \exp(2i\sigma\tau/\epsilon) + g_2],$$

$$g_1 = \frac{1}{2}(\zeta^*)^2(\Lambda - 1)^2, \quad g_2 = g_1 + O(r).$$

Nous remarquerons que les valeurs propres λ de la matrice B satisfont à la condition $\operatorname{Re} \lambda < 0$ si la condition $p^2 < 2rq^2$ est réalisée. Cette même condition garantit l'existence et la stabilité de la solution de l'équation (11) sous la forme

$$Y = \operatorname{Re}[K(\tau, \epsilon)e^{2i\sigma\tau/\epsilon} + L(\tau, \epsilon)],$$

où K et L sont les fonctions limites déterminées par les équations

$$\begin{aligned} \epsilon K' + 2i\psi K &= BK + p^2 g_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \\ \epsilon L' &= BL + p^2 g_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (12)$$

Nous noterons (k_1, k_2, k_3) et (l_1, l_2, l_3) les composantes des fonctions vectorielles K et L. Alors

$$y_3 = \operatorname{Re} l_3 + \operatorname{Re} k_3 e^{2i\sigma\tau/\epsilon} + O(\epsilon), \quad (13)$$

ainsi, puisque la fonction y_3 a le sens de la dispersion elle ne peut être négative. Cette condition limite le domaine des valeurs admises des paramètres l_3 et k_3 ; ces dernières doivent être soumises aux conditions $\operatorname{Re} l_3 \geq 0$, $|k_3| \leq \operatorname{Re} l_3$.

En substituant en (13) l'expression pour μX_2 provenant de (10) et également les expressions pour l_3 et k_3 découlant de (12) après le rejet des termes d'ordre ϵ et par la moyenne sur un cycle de marée nous obtenons pour $p^2 < 2rq^2$

$$\langle \mu \dot{\xi}^2 \rangle = \frac{1}{2} (\xi^+)^2 (\psi^2 - q^2)^{-2} [\psi^2 + p_0^2 q^2 (1 - q^2 + \psi^2)^2],$$

où

$$p_0^2 = p^2 (2rq^2 - p^2)^{-1}.$$

Par conséquent

$$\mathcal{D} \equiv \frac{-\dot{E}}{-\dot{E}_0} = (\xi^+)^2 \frac{(1 - q^2)^2 [\psi^2 + p_0^2 q^2 (1 - q^2 + \psi^2)^2]}{(\psi^2 - q^2)^2 [1 + p_0^2 q^2 (2 - q^2)^2]}. \quad (14)$$

Il n'est maintenant pas difficile de montrer que

$$\mathcal{D}(\sigma, \psi, p_0) > \mathcal{D}(\sigma, \psi, 0) \quad \frac{\partial}{\partial \psi} \mathcal{D}(\sigma, \psi, p_0) < 0,$$

c'est-à-dire que la dissipation relative de l'énergie de marée est amplifiée en tenant compte des perturbations accidentelles de la fréquence des oscillations propres de l'océan et diminue en tenant compte des variations temporelles de la fréquence de la force perturbatrice.

La première circonstance contribue à l'accélération de l'évolution de marée du système Terre - Lune, la seconde à son ralentissement.

L'effet des perturbations accidentelles de la fréquence des oscillations propres de l'océan nous intéresse. Tenant compte de ce que les données paléontologiques qui peuvent être employées pour vérifier la solution se rapportent principalement à la période phanérozoïque se limitant au cas des faibles valeurs négatives de τ (plus précisément - $\tau < \sigma/\sigma'$; ici le prime désigne la différenciation suivant - τ).

Alors $\psi \approx \sigma$ mais $\sigma \approx 1 + \kappa = \kappa\xi$

En utilisant ces relations après intégration de l'équation (1), en tenant compte des égalités (14) et $\xi^+ = \xi^{-6}$ nous obtenons

$$-\tau = C_1 \int_{\xi} \frac{z^{1/2}(1 + \kappa - \kappa z)[(1 + \kappa - \kappa z)^2 - q^2]}{(1 + \kappa - \kappa z)^2 + p_0^2 q^2 [(1 - q^2) + (1 - \kappa + \kappa z)^2]^2} dz, \quad (15)$$

où

$$C_1 = (1 - q^2)^{-2} \kappa [1 + p_0^2 q^2 (2 - q^2)^2].$$

La relation trouvée entre ξ et $-\tau$ avec (2) permet de calculer la variation de l'ensemble des paramètres du système Terre-Lune dans le temps.

Les résultats des calculs du nombre annuel N_1 de jours solaires moyens pour $q = 0,5$ et des deux valeurs du paramètre p^2 répondent à la présence ($p^2 = rq^2$) et à l'absence ($p^2 = 0$) des perturbations accidentelles de la fréquence de résonance de l'océan représentées sur la figure 1. Ici donc sont représentées les données expérimentales obtenues par le calcul de la quantité de couches diurnes de croissance des coraux fossiles, des mollusques bivalves et stromatolites. Comme nous le constatons le calcul des perturbations accidentelles conduit à une amélioration de la concordance des valeurs calculées de N_1 avec les données d'observation.

Les auteurs sont reconnaissants au membre correspondant de l'Académie d'URSS A.S. Monin pour l'attention qu'il a porté à ce travail.

Bibliographie

1. *Lambeck K.* - Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., 1977, vol. A287, № 1347, p. 545.
2. *Марчук Г.И., Казан Б.А.* Динамика океанских приливов. Л.: Гидрометеониздат, 1983.
3. *Platzman G. et al.* - J. Phys. Oceanogr., 1981, vol. 11, № 5, p. 579.
4. *Готлиб В.Ю., Казан Б.А.* - ДАН, 1980, т. 252, № 3, с. 725.
5. *Hansen K.S.* - Rev. Geophys. Space Phys., 1982, vol. 20, № 3, p. 457.
6. *Lambeck K.* The Earth's variable rotation. Cambridge, Univ. Press, 1980.
7. *Монин А.С., Шишкоев Ю.А.* История климата Л.: Гидрометеониздат, 1979.
8. *Webb D.J.* - Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1982, vol. 70, № 2, p. 261.
9. *Хасминский Р.З.* Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров. М.: Наука, 1969.

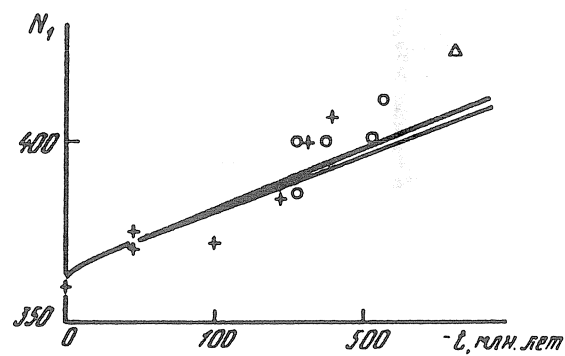


Figure 1

Variation dans le temps du nombre de jours solaires moyens dans l'année. Les points sont les estimations expérimentales selon les différents auteurs en [6], les courbes supérieure et inférieure sont les résultats du calcul obtenues respectivement en tenant compte et sans tenir compte des perturbations accidentelles de la fréquence de l'océan.

RECONSTRUCTION DE LA STRUCTURE SPATIALE DES MAREES DIURNES
DANS L'OCEAN MONDIAL EN UTILISANT
LES FONCTIONS PROPRES DE L'OPERATEUR
DE MAREE DE LAPLACE.

V. You Gotlib, B.A. Kagan.

Académie des Sciences d'URSS
Océanologie - Tome XXIII, 4 - Moscou 1983 pp 538-542

Les fonctions propres de l'opérateur de marée de Laplace obtenues en [2] sont utilisées pour la reconstruction de la structure spatiale des champs d'oscillations de marées du niveau répondant aux harmoniques K_1 et O_1 des forces génératrices de marées. Les champs reconstitués ne concordent pas mal avec les cartes de marées empiriques et avec les données des mesures en eaux profondes.

Il a été montré en [1, 2, 11] que dans le spectre des oscillations propres de l'océan mondial participent des modes de résonances avec des fréquences voisines des fréquences des harmoniques diurnes des forces génératrices de marées. Dans leur forme ces modes rappellent fortement les oscillations forcées de marées. Il s'ensuit que des oscillations de résonance sont un apport fondamental dans la formation des marées diurnes. Cependant s'il en est ainsi les oscillations de résonance provenant de la bande diurne des fréquences peuvent être utilisées en tant que base convenant pour l'établissement de la structure spatiale des marées diurnes dans l'océan mondial. La présente communication est consacrée à la confirmation de cette conclusion.

Nous représenterons les oscillations de marées du niveau $\bar{\zeta}(\theta, \Lambda)$ sous forme d'une partie de la série selon les fonctions propres $\bar{\zeta}_i(\theta, \Lambda)$ de l'opérateur de marée de Laplace:

$$\bar{\zeta}(\theta, \lambda) = \sum_{i=1}^I \bar{c}_i \bar{\zeta}_i(\theta, \lambda), \quad (1)$$

où I est le nombre de fonctions propres utilisées; θ est la colatitute; Λ est la longitude, le trait supérieur caractérise des amplitudes complexes.

Nous déterminerons par la méthode des moindres carrés les coefficients de décomposition $\bar{c}_i$ figurant en (1) d'après les données des observations. A la suite de quoi nous obtenons le système d'égalité

$$(\partial/\partial \bar{c}_i) \left[\sum_{j=1}^J \left| \left(\bar{\zeta}_j - \sum_{i=1}^I \bar{c}_i \bar{\zeta}_i(\theta_j, \lambda_j) \right) \right|^2 R_j \right] = 0, \quad i = 1, I, \quad (2)$$

où $\bar{\zeta}_j$ est l'amplitude complexe des oscillations de marées du niveau au jème point d'observations; j est le nombre total de ces points; R_j est le facteur de poids pris égal à $1/N_j$ pour les points côtiers se trouvant à proximité du bord des points insulaires et $2/N_j$ pour les points insulaires des observations dans l'océan ouvert; N_j est le nombre de points dans un carré de 10 degrés contenant j points d'observations. Le choix des différentes valeurs des facteurs de pondération s'explique par l'extrême irrégularité de la répartition des données d'observations sur la surface de l'océan mondial et l'insuffisante représentativité de certains de celles-ci (en particulier, obtenues dans les stations côtières et insulaires de la zone littorale) pour la description de la carte des marées dans l'océan ouvert. Cette dernière circonstance est liée à l'influence perturbante du shelf continental.

Lors du calcul des coefficients de la décomposition de c_1 et suite au rétablissement de la structure spatiale des ondes de marées diurnes K_1 et O_1 on a utilisé 639 valeurs des constantes harmoniques du niveau dans les stations côtières et insulaires réunies en [12, 13] et huit fonctions propres provenant de l'intervalle des périodes de 17 à 30h. Les résultats des calculs sont représentés par les cartes des figures 1 et 2.

La comparaison de ces cartes avec les cartes de marées les plus récentes publiées en [5, 7 à 10] témoigne de leur conformité en qualité. En particulier sur les figures 1 et 2 sont reproduites exactement les zones nodales de situation locale et d'orientation coupant la partie centrale des océans Indien et Pacifique et également le nombre et la direction de rotation des amphidromes dans l'Atlantique Nord et l'océan Pacifique. D'autre part, il faut noter l'absence sur les cartes présentées de l'amphidrome de rotation antihorlogique au Sud du Sri Lanka dont l'existence a été confirmée par les données d'observations [8] et des deux amphidromes dans les secteurs Indien et de l'océan Pacifique de l'océan austral découverts en [6, 12 à 14] d'après les résultats de l'intégration numérique des équations dynamiques des marées. Cet accord est avant tout lié à l'utilisation d'un petit nombre de fonctions propres dans la décomposition (1) renforcé par la faible quantité et la non fiabilité des données d'observations dans les îles de l'océan austral et sur les parties de côtes contiguës à celui-ci. Cependant cela ne mérite pas de réestimer aussi la précision des cartes de marées établies d'après les résultats de l'intégration numérique. Il suffit de dire que sur ces cartes les coordonnées des centres des deux amphidromes mentionnés plus haut dans l'océan austral varient dans les limites de 25° .

On peut juger de la précision des cartes de marées données sur les figures 1 et 2 sur la base de la table dans laquelle les valeurs calculées des amplitudes et des phases se comparent avec les données des mesures des eaux profondes empruntées à [4]. Comme nous le constatons, à part une station dans l'océan austral, les plus grandes divergences ont lieu soit dans les zones nodales soit dans les régions d'influence des amphidromes même du petit déplacement dont il suffit que cela ait entraîné des variations importantes des constantes harmoniques du niveau. Etant donné une telle situation nous heurterons par exemple dans la partie Est de l'Atlantique Nord (stations 1.1.30 à 1.1.34) où les erreurs de rétablissement du champ des oscillations de marées du niveau sont liées au déplacement du centre de l'amphidrome Nord-Atlantique de rotation antihorlogique donc sur une distance relativement petite.

1. Ces données n'ont naturellement pas été utilisées lors de la détermination des coefficients de la décomposition de c_1

Cependant même ici les divergences ne sortent pas des limites admissibles. Dans la plupart des stations même (table) elles ne dépassent pas 5 cm pour les amplitudes et 3h (45°) pour les phases des marées.

Nous utiliserons les champs d'oscillations de marées du niveau pour évaluer la dissipation de l'énergie de marée dans l'océan mondial. La dissipation de l'énergie de marée est égale au travail accompli par les forces génératrices de marées après déduction du transfert d'énergie aux marées terrestres. Le calcul de cette donnée revient à l'addition dans l'expression du travail des forces génératrices de marées du facteur de réduction de Love [3]. En ayant recours à l'expression modifiée de cette façon pour le travail des forces génératrices de marées nous trouverons que la dissipation moyenne pour un cycle de marée est égale à $2.50 \cdot 10^{11}$ watt pour l'onde K_1 et $1.16 \cdot 10^{11}$ watt pour l'onde O_1 . L'énergie potentielle pour un cycle de marée de ces ondes était égale respectivement à $10,53 \cdot 10^{15}$ et $4,84 \cdot 10^{15}$ joule contre $9,3 \cdot 10^{15}$ et $4,7 \cdot 10^{15}$ joule dans l'approximation statique.

Bibliographie.

1. Готлиб В. Ю., Каган Б. А. Резонансные периоды Мирового океана.— Докл. АН СССР, 1980, т. 252, № 3, с. 725—728.
2. Готлиб В. Ю., Каган Б. А. Спектр собственных колебаний Мирового океана.— Докл. АН СССР, 1982, т. 262, № 4, с. 974—977.
3. Каган Б. А. Новые проблемы теории океанских приливов.— Итоги науки и техники. Океанология, 1979, т. 5, с. 78—116.
4. Cartwright D. E., Zeller B. D., Hamon B. V. Pelagic tidal constants — IAPSO Publ. Sci., 1979, N 30, p. 65.
5. Cartwright D. E., Edden A. C., Spencer R., Vassie J. M. The tides of the north-east Atlantic ocean.— Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1980, v. 293, N 1436, p. 87—139.
6. Estes R. H. A computer software system for the generation of global ocean tides including selfgravitation and crustal loading effects.— Final report. Business and Technol. Systems, Inc., Seabrook, Maryland, 1977, p. 60.
7. Luther D. S., Wunsch C. Tidal charts of the Central Pacific Ocean.— J. Phys. Oceanogr., 1975, v. 5, N 2, p. 222—230.
8. McCammon C., Wunsch C. Tidal charts of the Indian Ocean north of 15° S.— J. Geophys. Res., 1977, v. 82, N 37, p. 5993—5998.
9. Nishida H. Improved tidal charts for the western part of the North Pacific ocean.— Report of Hydrogr. Res., 1980, N 15, p. 55—70.
10. Pino G. Sobre la configuración cotidal a lo largo de la costa del Pacífico de México.— Geofis. Intern., 1970, v. 10, N 1, p. 17—35.
11. Platzman G. W., Curtis G. A., Hansen K. S., Slater R. D. Normal modes of the World Ocean. Part II. Description of modes in the period range 8 to 80 hours.— J. Phys. Oceanogr., 1981, v. 11, N 5, p. 579—603.
12. Schwiderski E. W. Global ocean tides. Part IV. The diurnal luni-solar declination tide (K_1), Atlas of tidal charts and maps.— Report, Naval Surface Weapons Center. Dahlgren, 1981, p. 12.
13. Schwiderski E. W. Global ocean tides. Part V. The diurnal principal lunar tide (O_1), Atlas of tidal charts and maps.— Report, Naval Surface Weapons Center. Dahlgren, 1981, p. 11.
14. Zahel W. The influence of solid Earth deformation on semidiurnal and diurnal oceanic tides.— In: Tidal friction and the Earth's rotation/Eds Brosche P., Sundermann J. Berlin: Springer-Verlage, 1978, p. 98—124.

Table

Comparaison des valeurs calculées des amplitudes et des phases des ondes de marées diurnes K_1 et O_1 avec les données de mesures en eaux profondes.

N° de la station selon [4]	Coordonnées		Onde K_1				Onde O_1			
	latitude	longitude	amplitude cm		phase h		amplitude cm		phase h	
			calc.	obs.	calc.	obs.	calc.	obs.	calc.	obs.
1.1.30	60°12' N	28°46' W	12,9	10,6	6,2	9,1	6,7	5,2	4,4	4,4
1.1.31	57°01'	29°58'	10,5	10,3	6,0	9,3	5,5	4,6	4,2	4,4
1.1.32	53°39'	30°10'	8,5	8,6	5,8	9,1	4,5	3,3	3,8	3,8
1.1.33	53°31'	25°06'	8,9	6,4	5,6	10,0	4,4	4,2	3,2	1,3
1.1.34	53°39'	20°00'	9,4	7,9	5,2	9,7	4,5	5,2	2,6	0,6
1.1.38	48°45'	28°11'	6,9	6,0	5,2	7,9	3,5	2,6	2,6	1,7
1.1.39	45°21'	28°09'	6,1	5,3	4,8	7,1	3,1	2,2	2,0	0,7
1.1.40	41°25'	27°57'	5,2	4,4	4,2	6,3	2,8	2,1	0,6	22,8
1.1.41	37°09'	20°05'	5,4	5,0	3,0	4,5	3,5	3,9	22,4	21,2
1.2.4	28°08'	69°45'	4,0	7,9	11,6	13,0	1,9	6,3	11,0	13,2
1.2.5	28°14'	67°32'	3,6	7,6	11,8	12,9	1,7	6,2	11,0	13,1
1.2.7	27°58'	69°40'	4,2	7,9	11,6	13,0	4,0	6,3	10,8	13,1
1.2.8	27°59'	69°40'	4,2	7,6	11,6	12,9	4,0	7,0	10,8	13,4
1.2.9	26°27'	69°19'	4,3	8,2	11,8	13,3	4,0	6,2	10,8	13,3
1.2.10	26°28'	69°20'	4,3	8,0	11,8	13,1	4,0	6,3	10,8	13,3
2.1.9	34°00'	145°00'	23,3	25,9	15,6	14,9	—	—	—	—
2.1.10	24°46'	129°01'	25,8	26,7	14,4	14,7	17,4	14,5	13,2	14,0
2.1.11	31°02'	119°48'	32,8	33,1	14,2	13,9	21,0	20,4	13,2	13,0
2.1.12	32°14'	120°51'	32,7	33,3	14,2	14,5	22,6	22,3	13,0	13,1
2.1.13	27°45'	124°26'	29,3	30,4	14,3	14,2	19,7	17,7	13,0	13,3
4.1.1	37°01' S	132°01' E	22,0	17,8	15,6	15,4	15,8	13,6	14,4	14,5
4.1.2	50°02'	132°09'	12,0	12,9	16,4	15,5	9,4	11,9	14,8	14,7
4.1.3	60°01'	132°07'	8,4	17,7	16,8	14,9	7,9	15,5	14,2	14,3

Remarques

On n'a pas inclus dans la table les stations situées au voisinage de la limite de la région étudiée ou derrière ses limites et également les stations où les profondeurs sont de moins de 100 m.

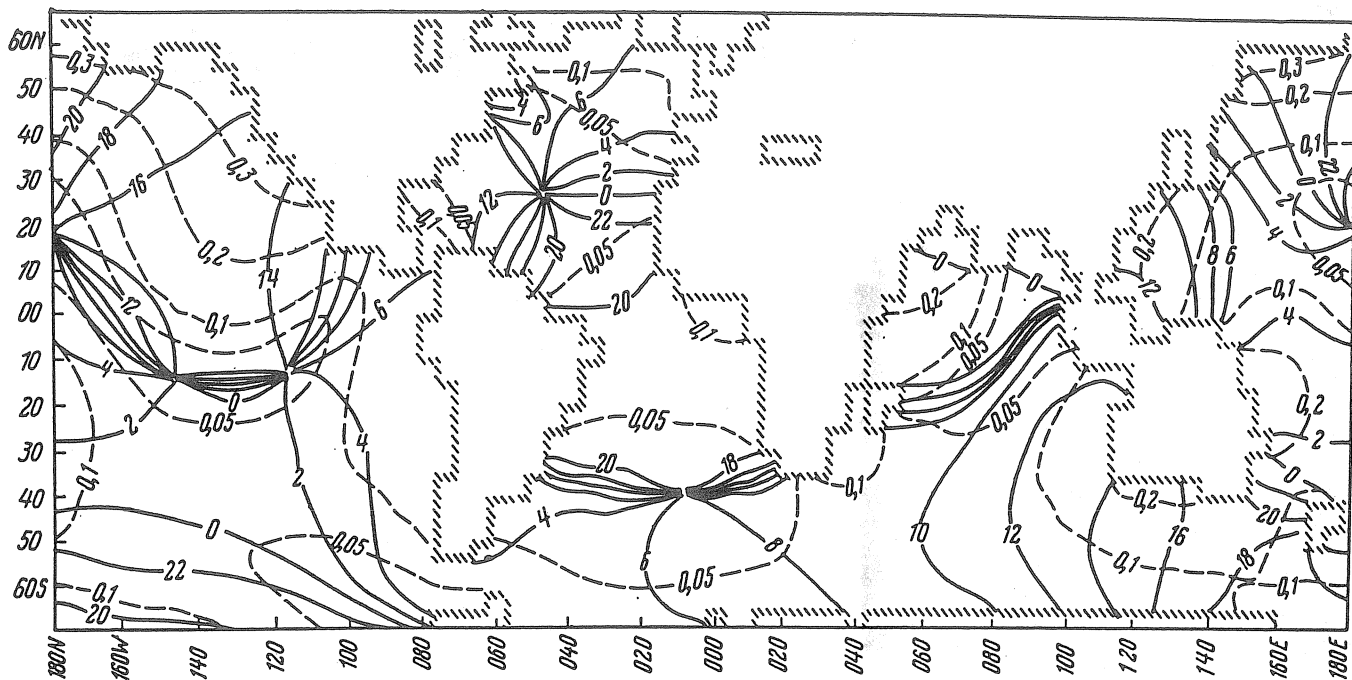


Figure 1

Carte de marée de l'onde K_1 . Les lignes continues correspondent à la marée haute (en heures moyennes) par rapport à l'époque de culmination du corps perturbateur au méridien de Greenwich: les pointillés sont les amplitudes de la marée (M).

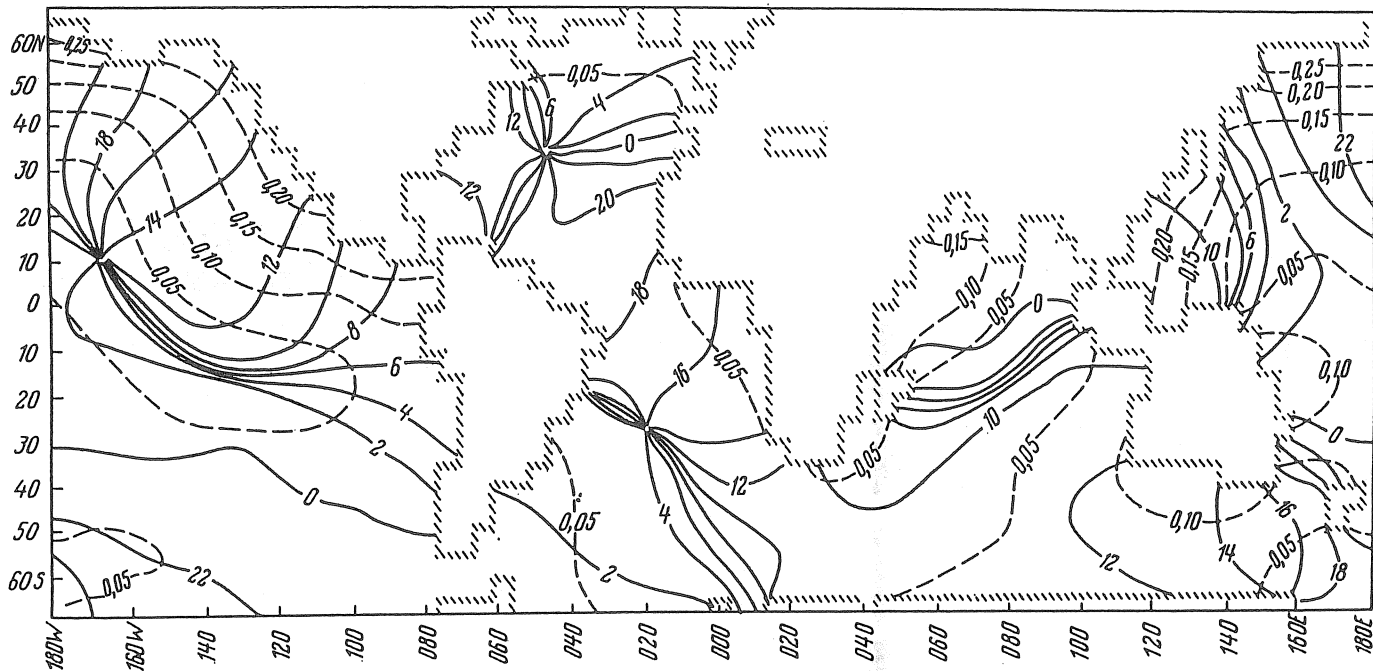


Figure 2

Même figure que la figure 1 mais pour l'onde O_1 .

MODELE STOCHASTIQUE DE L'EVOLUTION DE LA MAREE
DU SYSTEME TERRE-LUNE LORS DE LA VARIATION CYCLIQUE
DE LA FREQUENCE DE RESONANCE DE L'OCEAN.

B.A. Kagan, N.B. Mazlova.

Rapports de l'Académie des Sciences d'URSS
Tome 285, n° 5 - pp 1082-1086, 1985

(présenté par l'académicien L.M. Brechovski, 21 II 1985)

On a discuté en [1], pour la première fois, de la durée de l'évolution du système Terre-Lune due aux marées, déterminée par les propriétés de résonance de l'océan et leur variation due à la dérive des continents. Ceci est confirmé en [2] à [4].

Dans ces deux derniers travaux la variation des propriétés de résonance a été décrite soit en moyennant la réaction de l'océan pour toutes ses positions à la surface de la Terre [3] soit par perturbation accidentelle de la fréquence de résonance de l'océan modulée par un bruit blanc [4].

Aussi bien dans l'un et l'autre cas on n'a cependant pas tenu compte de la possibilité du rétablissement cyclique des propriétés de résonance de l'océan.

Cependant si on accepte [5] [6] que la dérive des continents est créée par des courants de convection dans le manteau terrestre et que les déplacements des structures convectives (par une maille sur deux et inversement) provoque une alternance des périodes de jonction et de séparation des continents et par conséquent un déplacement du pôle de rotation de la Terre, alors une restructuration cyclique du spectre des oscillations propres de l'océan devient inévitable.

Comme on l'a montré en [7] cette restructuration doit s'accompagner d'un affaiblissement des oscillations propres semi-diurnes et d'un renforcement des oscillations diurnes lors d'une jonction et s'accompagne d'un effet opposé lors d'une séparation des continents. Cela à son tour doit conduire à une variation de la dissipation d'énergie des marées dans le paléo-océan avec toutes les circonstances qui en découlent pour l'évolution du système Terre-Lune due aux marées.

Notre communication est consacrée à l'estimation de ces conséquences.

Nous nous limiterons à l'étude du cas où la Lune tourne autour de la Terre suivant une orbite circulaire équatoriale et où les marées océaniques sont décrites par l'approximation d'un seul mode.

Ensuite nous utiliserons le fait que la jonction des continents en un super continent du type Pangée post paléozoïque et leur retour ultérieur à la position de départ se produit endéans environ 600 à 800 millions d'années [5] [6] c'est-à-dire une durée du cycle de jonction-dislocation des continents plus courte que la durée de l'histoire de la Terre mais beaucoup plus longue

que la période maximale des oscillations propres de l'océan. Dans ce cas on peut déterminer la fréquence propre σ_s de l'océan sous la forme

$$\sigma_s^2 = q^2 (\delta t) + p \eta(t)$$

et aussi représenter le système initial d'équations sous la forme

$$\dot{\xi} = \epsilon (\kappa \sigma)^{-1} \mathcal{D}; \quad (1)$$

$$\sigma = (1 - \alpha)^{-1} (\omega - \alpha n_\zeta), \quad \omega = 1 + \kappa - \kappa \xi, \quad n_\zeta = \xi^{-3}; \quad (2)$$

$$\mathcal{D} = \langle \mu \dot{\xi}^2 \rangle / \langle \mu \dot{\xi}^2 \rangle |_{t=0}; \quad (3)$$

$$\ddot{\xi} + r \dot{\xi} + \sigma_s^2 \xi = \text{Re } \sigma_s^2 \xi^* \exp(i\Theta), \quad (4)$$

où $\xi = c_\zeta^{1/2}$; et c_ζ , ω et n_ζ sont respectivement la distance Terre-Lune, la vitesse angulaire de la rotation de la Terre et la vitesse moyenne du mouvement orbital de la Lune rapportées à leurs valeurs actuelles; Θ est la phase de la force perturbatrice en relation avec la fréquence σ de cette force, normalisée sur σ_0 par la relation

$$\Theta = \sigma; \quad \zeta, \zeta^+ = \xi^{-6} \text{ et } r$$

étant le déplacement de marée du niveau de l'océan, la hauteur de la marée statique et le coefficient de résistance se rapportant respectivement à $\gamma_2 \zeta_0^+$; ζ_0^+ et σ_0 ; $\mathcal{D}$ est la dissipation relative de l'énergie des marées dans l'océan; t est un temps sans dimension obtenu par la multiplication du temps mesuré par σ_0 ; q est la valeur moyenne σ_s d'après l'ensemble des réalisations du bruit blanc; δ^{-1} est l'échelle de temps de la variation q satisfaisant aux conditions

$$r\delta^{-1} \gg 1, \quad \epsilon\delta^{-1} \leq 1;$$

$\eta(t)$ est le bruit blanc d'intensité unitaire; p est un paramètre positif caractérisant l'intensité du bruit; γ_2 est le facteur de réduction de Love; $\alpha = n_\zeta / \omega_0$, $\epsilon = L_0 / C\omega_0 \sigma_0$ et

$$\chi = \mathcal{M}_\zeta \dot{\mathcal{M}}_\oplus (\mathcal{M}_\zeta + \mathcal{M}_\oplus)^{-1} (n_\zeta c_\zeta^2 / C\omega_0)$$

sont des paramètres sans dimension; L_0 est la valeur actuelle du moment des forces de marée; C est le moment d'inertie de la Terre; $\mathcal{M}_\zeta$ et $\mathcal{M}_\oplus$ sont les masses de la Lune et de la Terre; les caractéristiques avec indice 0 se rapportent à l'époque actuelle ($t = 0$), sans indice aux époques de temps passé; le symbole μ , qui se trouvent avant la fonction, désigne sa valeur moyenne (d'après l'ensemble des réalisations du bruit) et le dot représente la différenciation par rapport à t , les crochets angulaires représentent la moyenne sur un cycle de marée.

D'après [4] nous écrirons l'équation (4) en termes de $\mu \dot{\xi}^2$ et l'expression obtenue sera jointe aux équations aux moments $\mu \dot{\xi}$, $\mu \dot{\xi}^2$ et $\mu \dot{\xi}^3$. A la suite de quoi nous parviendrons au système des deux équations

$$\ddot{X} + r\dot{X} + q^2 X = q^2 F, \quad (5)$$

$$\dot{Y} = B Y + G, \quad (6)$$

où la première décrit la variation temporelle de la réaction moyenne (d'après l'ensemble des réalisations du bruit) de l'océan sur la perturbation externe. La seconde équation décrit les écarts quadratiques moyens de la réaction de l'océan. Ici $X = \mu \zeta$, $F = \operatorname{Re} \zeta^+ \exp(i\Theta)$.

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -q^2 & -r & 1 \\ p^2 & -2q^2 & -2r \end{pmatrix};$$

$$G = p^2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} (F - X)^2; \quad y_1 = \mu \dot{\zeta}^2 - (\mu \dot{\zeta})^2;$$

$$y_2 = \mu \dot{\zeta} \ddot{\zeta} - \mu \dot{\zeta} \cdot \mu \ddot{\zeta}; \quad y_3 = \mu \ddot{\zeta}^2 - (\mu \ddot{\zeta})^2.$$

La solution asymptotique de l'équation (5) pour une variation lente temporelle de σ a la forme

$$X = \operatorname{Re} A(s) \exp(i\Theta) \{1 + O(e^{-rt}) + o(1)\}, \quad \delta/r \rightarrow 0, \quad (7)$$

où

$$A(s) = q^2 \zeta^+ \Lambda; \quad \Lambda = (q^2 - \sigma^2 + ir\sigma)^{-1}; \quad s = \delta t.$$

D'une façon analogue, pour une intensité suffisamment faible du bruit blanc, quand $p^2 \ll 2rq^2$ la solution asymptotique de l'équation (6) s'écrit sous la forme

$$Y = [\operatorname{Re} K(s) \exp(2i\Theta) + \operatorname{Re} L(s)] \{1 + O(e^{-rt}) + o(1)\}, \quad \delta/r \rightarrow 0. \quad (8)$$

Ici les fonctions K et L s'obtiennent par la solution des systèmes d'équations algébriques

$$2i\sigma K = BK + p^2 g_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$0 = BL + p^2 g_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

où

$$\text{где } g_1 = \frac{1}{2} \zeta^{+2} (1 - q^2 \Lambda), \quad g_2 = \frac{1}{2} \zeta^{+2} |1 - q^2 \Lambda|.$$

Conformément avec les déterminations de y_3 et X

$$\langle \mu \dot{\zeta}^2 \rangle = (\langle \dot{X}^2 \rangle + \langle y_3 \rangle)$$

où, après substitution de $\bar{X}$ et y_3 tirés de (7), (8) et rejet des termes d'ordre $(r/\sigma)^2$

$$\langle \mu \dot{\zeta}^2 \rangle = \frac{1}{2} \zeta^{+2} q^2 \sigma^2 (q^2 + p_0^2 \sigma^2) |\Lambda|^2,$$

où

$$p_0^2 = p^2 (2rq^2 - p^2)^{-1}.$$

Nous considérerons qu'à l'époque actuelle (pour $t = 0$) les marées océaniques se trouvent dans un régime quasi périodique et que la valeur actuelle de q

répond aux conditions de résonance [8, 9] c'est-à-dire $q_0 = \sigma_0 = 1$.

Alors

$$\langle \mu \dot{\xi}^2 \rangle|_{t=0} = \frac{1}{2} r^{-2} (1 + p_0^2)$$

et, par conséquent

$$\mathcal{D} = r^2 \xi^{+2} (1 + p_0^2)^{-1} \sigma^2 q^2 (q^2 + p_0^2 \sigma^2) [(q^2 - \sigma^2)^2 + r^2 \sigma^2]^{-1}. \quad (9)$$

Nous concrétiserons maintenant la forme de la dépendance de q en fonction du temps en posant $q^2 = \sigma^2 (1 + \phi(s))$ où $\phi(s) - 2\pi$ est la fonction périodique 2π de son argument, ainsi $\phi(0) = 0$. Autrement dit nous admettrons que dans l'échelle d'évolution des marées du système Terre-Lune la dissipation relative $\mathcal{D}$ a subi des variations rapides dans le temps et dans le processus de ces variations δ/ϵ prenait une fois la valeur maximale $\mathcal{D}_{\max} = \xi^{+2} \sigma^4$, répondant à la condition de résonance $q = \sigma$. Alors conformément au principe de la moyennisation [10], l'équation (1) sera équivalente à

$$\xi' = (\kappa \sigma)^{-1} \bar{\mathcal{D}}, \quad (10)$$

où la prime désigne la différenciation par rapport au temps lent $\tau = \epsilon t$, $\bar{\mathcal{D}}$ est la valeur moyenne de $\mathcal{D}$ dans l'échelle intermédiaire de temps $s = \delta t$.

La substitution des équations pour q^2 et ξ^+ dans (9) avec $\phi(s + \pi) = -\phi(s)$; $\phi(s + \pi/2) = \phi(s)$ donne

$$\bar{\mathcal{D}} = r^2 (1 + p_0^2)^{-1} \xi^{-1/2} \sigma^4 Z(\sigma), \quad (11)$$

où

$$Z(\sigma) = \sigma^{-2} + \left(1 + p_0^2 - \frac{r^2}{\sigma^2}\right) \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{ds}{\sigma^2 \phi^2 + r^2}. \quad (12)$$

D'où résultent quelques déductions importantes: en premier lieu, $\mathcal{D}$ pour n'importe quel ϕ et $r < \sigma$ est toujours plus petit que $\mathcal{D}_{\max}$; en second lieu $\mathcal{D}$ diminue avec l'augmentation de l'amplitude des oscillations $\phi(s)$ et, en troisième lieu $\mathcal{D}$ dépend de l'asymptotique $\phi(s)$ dans les environs du point de résonance $s = 0$. Soit par exemple

$$\varphi_m(s) = \begin{cases} c(\sin s)^{m/2} & \text{при } s \in [0, \pi], \\ -c|\sin s|^{m/2} & \text{при } s \in [\pi, 2\pi], \end{cases} \quad (13)$$

où les valeurs $m > 1$ correspondent à une sortie lente, $m < 1$ pour une sortie rapide hors de la résonance. Alors pour les petites valeurs de r ($r \ll 1$)

$$\bar{\mathcal{D}} = \xi^{-1/2} \sigma^4 Z_m(\sigma), \quad (14)$$

où

où

$$Z_m(\sigma) = \begin{cases} \frac{r^2}{\sigma^2} \left[(1+p_0^2)^{-1} + \frac{c^{-2}}{2^m \pi} B\left(\frac{1-m}{2}, \frac{1-m}{2}\right) \right] & \text{при } m < 1, \\ \left(\frac{r}{\sigma}\right)^{2/m} \frac{2c^{-2/m}}{\pi m} B\left(\frac{1}{m}, \frac{m-1}{m}\right) & \text{при } m > 1, \end{cases} \quad (15)$$

$$B\left(\frac{1-m}{z}, \frac{1-m}{z}\right), B\left(\frac{1}{m}, \frac{m-1}{m}\right) - \beta\text{-функции.}$$

Ainsi l'approximation $\phi(s)$ dans la forme (13) ramène le problème à la solution du système (2), (10), (14), (15), satisfaisant à la condition $\xi = 1$ pour $r = 0$. Les résultats de la solution numérique de ce système donnés pour $r = 10^{-2}$, $c = 1$ et des différentes valeurs du paramètre m sont représentés à la figure 1.

La figure 1 illustre la forte dépendance de la distance Terre-Lune en fonction de la vitesse d'apparition des marées océaniques à partir de la résonance: elle varie d'autant plus lentement que l'apparition est plus rapide en fonction de la résonance c'est-à-dire d'autant que m est plus petit.

En particulier pour $m = 0, 5, 2, 4$ et 6 la distance Terre-Lune pendant la durée de toute l'histoire géologique de la Terre est un peu différente de sa valeur actuelle. Par contre pour $m = 8$ et 10 il apparaît qu'il y a environ 4,6 milliard d'années dans le premier cas et 3,6 milliard d'années dans le second cas la Terre et la Lune doivent se rapprocher de la distance minimale possible (correspondant à la limite de Roche), pour laquelle la Lune est disloquée par les forces de marée.

Puisque ceci ne se produisit pas en réalité [11] cela signifie que les marées océaniques se caractérisent par une apparition rapide de la résonance. Quoiqu'il en soit seuls les résultats du calcul des paléo-marées aux différentes époques de l'histoire de la Terre peuvent répondre à cette question.

Les auteurs sont très reconnaissants à A.S. Monin pour l'attention qu'il a portée à ce travail.

Bibliographie

1. Webb D.J. - Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1980, vol. 61, № 3, p. 573.
2. Казан Б.А. - ДАН, 1983, т. 271, № 3, с. 594.
3. Webb D.J. - Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1982, vol. 70, № 2, p. 261.
4. Казан Б.А., Маслова Н.Б. - ДАН, 1984, т. 276, № 1, с. 88.
5. Монин А.С., Сорохтин О.Г. - ДАН, 1977, т. 234, № 2, с. 413.
6. Монин А.С., Сорохтин О.Г. В кн.: Геофизика океана. Геодинамика. М.: Наука, 1979, с. 119.
7. Готлиб В.Ю., Казан Б.А. - ДАН, 1984, т. 279, № 5.
8. Готлиб В.Ю., Казан Б.А. - ДАН, 1980, т. 252, № 3, с. 725.
9. Platzman G. et al. - J. Phys. Oceanogr., 1981, vol. 11, № 5, p. 579.
10. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Физматгиз, 1983.
11. Монин А.С. Вращение Земли и климат. Л.: Гидрометеиздат, 1972.

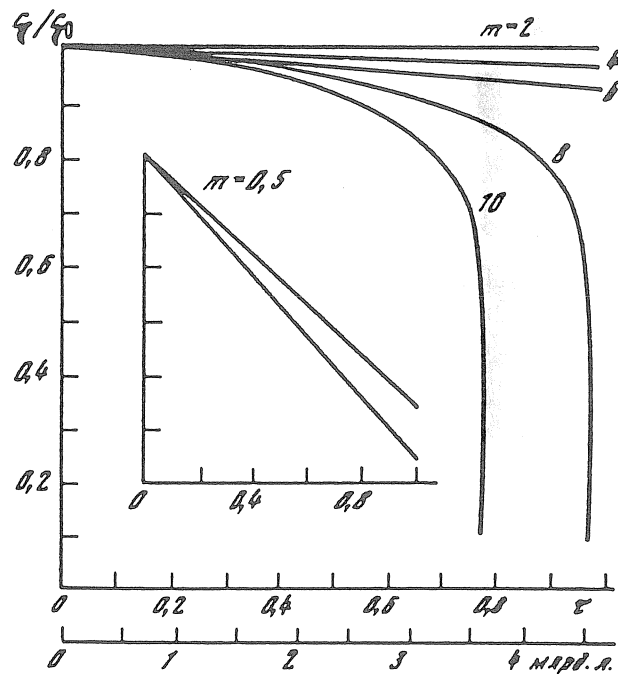


Figure 1

Variation temporelle de la distance Terre-Lune. La famille des cinq courbes correspond à l'apparition lente, deux courbes à l'apparition rapide des marées océaniques provenant de la résonance.

La courbe supérieure d'apparition rapide est obtenue en tenant compte des perturbations accidentelles de la fréquence de résonance de l'océan ($p_0^2 = 1$), la courbe inférieure est obtenue sans en tenir compte ($p_0^2 = 0$).

La valeur maximum de c_e/c_0 sur la courbe amplifiée atteint 1,0; la valeur d'une division étant $2 \cdot 10^{-5}$.

PARAMETRISATION DES EFFETS D'INTERACTION
D'UNE ONDE DE MAREES PAR UNE ILE ISOLEE.

Gotlib V. You, Kagan B.A., Kivman G.A.

Izvestia de l'Académie des Sciences d'URSS
Physique Atmosphérique et Océanique
Tome 24, n° 2 - pp 170 - 177, 1988

Résumé

Le procédé proposé de paramétrisation des effets des îles consiste à remplacer l'île et le shelf qui la borde par un banc sous marin. Les dimensions transversales de ce dernier sont considérées comme égales à une cellule du réseau comprenant les îles tandis que la profondeur et le coefficient de friction attribué sont tels qu'ils ont garanti l'égalité des transferts totaux en présence de l'île et avec le banc sous marin.

Pour déterminer la profondeur équivalente et le coefficient équivalent de friction attribué on a recours à une solution asymptotique du problème de diffraction. On discute les possibilités de description des effets des îles.

On considère actuellement comme très sûr que les îles n'exercent pas d'influence sensible sur les marées océaniques globales. Cette hypothèse trouvait sa justification dans les premiers temps lorsqu'on avait une explication principale de l'espèce de marée océanique et des régularités de leur répartition.

Actuellement cependant quand la question se pose de la création d'une carte détaillée et sûre sous tous les rapports pour les marées océaniques globales, l'exclusion des îles et des effets qui leur sont apparentés ne doit pas être considérée comme fondée.

Nous rappellerons à ce propos que les modèles de marées globaux même ceux qui utilisent une information empirique, ne reproduisent a priori pas le déplacement de phase dans la direction transversale par rapport à la chaîne des îles liée à la diffraction de l'onde de marée.

Ils ne tiennent également pas compte des variations des amplitudes et des phases des oscillations de marée du niveau autour d'îles isolées provoquées par l'envahissement des ondes de marée [2] et des possibilités de l'existence d'une résonance locale sur le shelf de l'île [3] s'accompagnant d'un brusque renforcement de l'énergie interne de marée. Cette dernière circonstance peut avoir une relation directe avec le problème jusqu'ici non résolu de la dissipation de l'énergie de marée.

On a montré en [4] que les divergences entre les estimations de la dissipation de l'énergie de marée dans l'ensemble de l'océan mondial d'une part et dans la zone du shelf continental d'autre part ne peuvent être expliquées ni par le transfert de marée dans une onde interne ni par sa décharge dans l'atmosphère.

Il y a apparemment certaines décharges complémentaires de l'énergie de marée. L'une d'elles peut être une dispersion de l'énergie sur les shelves des îles. Il n'y a pas de doute que le shelf de l'île constitue un candidat réel dans le rôle du dissipateur de l'énergie de marée.

Le problème est seulement de voir quel est son apport dans le budget énergétique global.

Bien entendu une réponse définitive à cette question, comme d'ailleurs le problème de la possibilité de l'établissement d'une carte détaillée des marées océaniques globales, ne peut être donnée qu'après que seront dûment décrits les effets des îles.

Il convient de rappeler ici que les dimensions horizontales typiques des îles (sauf les plus importantes) et la largeur d'échelle caractéristique des shelves des îles sont beaucoup plus petits que le pas du réseau pris dans les modèles globaux.

Cela naturellement prédétermine le choix du procédé de description des effets des îles en forçant à se limiter à leur représentation en termes des variables à grandes échelles ou, autrement dit, de la paramétrisation des effets des îles. Tel est le but de notre travail.

Nous examinerons le cas d'une île unique entourée d'un shelf. Admettons que l'île a une forme cylindrique et que son rayon, la distance du centre de l'île jusqu'au bord du shelf, la profondeur du shelf et la profondeur de l'océan ouvert sont respectivement R_1 , R_2 , h et h_0 . Nous approximerons la friction appliquée par une loi linéaire de résistance et nous utiliserons la dépendance harmonique des caractéristiques de marée en fonction du temps. Alors les équations pour les mouvements de marée non perturbés par l'île s'écrivent sous la forme

$$\begin{aligned} (i\sigma + r_0) u_0 + f k \times u_0 &= -g \nabla \zeta_0 + F_0, \\ i\sigma \zeta_0 + h_0 \nabla \cdot u_0 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

où u_0 et ζ_0 sont les amplitudes complexes des oscillations de marée de la vitesse et du niveau, F_0 est l'amplitude complexe de la composante horizontale de la force génératrice de marée, σ est la fréquence de l'onde de marée, r_0 est le coefficient de friction appliqué dans l'océan ouvert, f est le paramètre de Coriolis, k est le vecteur unitaire orienté verticalement vers le haut, ∇ est l'opérateur gradient dans le système de coordonnées polaires ayant pour axes ρ et θ et dont l'origine est située au centre de l'île.

De façon analogue les équations pour les amplitudes de la vitesse u_1 perturbée par l'île et par son shelf et du niveau ζ_1 auront la forme

$$\begin{aligned} (i\sigma + r) u_1 + f k \times u_1 &= -g \nabla \zeta_1 + (r_0 - r) u_0, \\ i\sigma \zeta_1 + h \nabla \cdot u_1 &= (h_0 - h) \nabla \cdot u_0 \end{aligned} \quad (2)$$

dans la zone de shelf ($R_1 < \rho < R_2$) et

$$(i\sigma + r_0)u_1 + f k \times u_1 = -g \nabla \zeta_1, \quad i\sigma \zeta_1 + h_0 \nabla \cdot u_1 = 0 \quad (3)$$

dans l'océan ouvert ($\rho > R_2$). Ici r est le coefficient de friction appliquée dans la zone de shelf.

Sur le bord du shelf (pour $\rho = R_2$) il faut appliquer les conditions de continuité du niveau et de la composante normale de transport total, sur le littoral de l'île (pour $\rho = R_1$) les conditions de non écoulement.

Les deux dernières conditions s'écrivent sous la forme

$$\begin{aligned} h u_1 \cdot n|_{\rho=R_2-0} - h_0 u_1 \cdot n|_{\rho=R_2+0} &= (h_0 - h) u_0 \cdot n|_{\rho=R_2}, \\ u_1 \cdot n|_{\rho=R_1} &= -u_0 \cdot n|_{\rho=R_1}, \end{aligned} \quad (4)$$

où n est la normale au rivage et au bord du shelf.

Nous réécrivons le système (2) à (4) en termes de la fonction ζ_1 et nous introduisons des variables sans dimension en utilisant en qualité d'échelle caractéristique de la profondeur h_0 , d'échelle caractéristique de la longueur des mouvements perturbé et non perturbé R_2 et $(gh_0)^{1/2}/\sigma$, d'échelle caractéristique des perturbations du niveau $|\zeta_0(0)|$, d'échelle caractéristique de la vitesse non perturbée: $(g/h_0)^{1/2}|\zeta_0(0)|$ et d'échelles caractéristiques de la friction appliquée et du paramètre de Coriolis: σ .

En conservant comme variables sans dimension une notation précédente nous aurons

$$\begin{aligned} \nabla^2 \zeta_1 + \varepsilon^2 \frac{(1-ir)^2 - f^2}{(1-ir)h} \zeta_1 &= \varepsilon^2 F_1, \quad \rho \in [\rho_0, 1], \\ \nabla^2 \zeta_1 + \varepsilon^2 \frac{(1-ir_0)^2 - f^2}{1-ir_0} \zeta_1 &= 0, \quad \rho > 1, \\ \left[(i+r) \frac{\partial \zeta_1}{\partial \rho} - f \frac{\partial \zeta_1}{\rho \partial \theta} \right]_{\rho=\rho_0} &= \\ = -\varepsilon \{ (r_0 - r) [(i+r) u_0 - f v_0] + [(i+r)^2 + f^2] u_0 \}_{\rho=\rho_0}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} &\frac{h}{(i+r)^2 + f^2} \left[-(i+r) \frac{\partial \zeta_1}{\partial \rho} + f \frac{\partial \zeta_1}{\rho \partial \theta} \right]_{\rho=1-0} + \\ &+ \frac{1}{(i+r_0)^2 + f^2} \left[(i+r_0) \frac{\partial \zeta_1}{\partial \rho} - f \frac{\partial \zeta_1}{\rho \partial \theta} \right]_{\rho=1+0} = \\ &= \varepsilon \left\{ (1-h) u_0 + \frac{h(r-r_0)}{(i+r)^2 + f^2} [(i+r) u_0 - f v_0] \right\}_{\rho=1}, \end{aligned}$$

où u_0, v_0 sont les amplitudes complexes sans dimension des composantes de la vitesse non perturbée u_0 dans la direction des axes ρ et θ

$$F_1 = - \left[\frac{1-h}{h} \frac{(i+r)^2 + f^2}{(i+r)} + (r-r_0) \right] \nabla \cdot u_0 + f \frac{r-r_0}{(1+r)} \nabla \times u_0;$$

$\epsilon = \sigma R_2 / (gh_0)^{1/2}$ est un paramètre petit, caractérisant le rapport de la distance depuis le centre de l'île jusqu'au bord du shelf à la longueur d'onde de la marée dans l'océan ouvert, $\rho_0 = R_1/R_2$ est le rayon sans dimension de l'île.

Nous chercherons la solution du problème (5) sous forme d'une série asymptotique en utilisant dans la zone la plus proche ($\rho = 0$ (1)) le développement [5]

$$\zeta_1 = \sum_{n=1}^{\infty} e^{n\zeta_1^{(n)}}(\rho, \theta, \ln \epsilon). \quad (6)$$

L'utilisation de (6) dans la zone de shelf suppose que $\epsilon^2/h = o(1)$, c'est-à-dire que la largeur du shelf de l'île est sensiblement plus petite que résonante.

La solution asymptotique du problème (5) dans la zone lointaine $\rho = 0$ (ϵ^{-1}) et la procédure qu'elle demande avec (6) seront considérées en détail dans [5].

C'est pourquoi pour éviter des répétitions nous écrirons la décomposition des fonctions figurant en (5) u_{01} v_0 en série suivant les puissances du paramètre ϵ . Ils auront la forme

$$\begin{aligned} u_0 &= u_{0x}(0) \cos \theta + v_{0y}(0) \sin \theta + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l+n=k} \frac{\epsilon^k}{k!} \rho^k \cos^l \theta \sin^n \theta \cdot \left[\cos \theta \frac{\partial^k u_{0x}}{\partial x^l \partial y^n} \Big|_{x=0, y=0} + \sin \theta \frac{\partial^k v_{0y}}{\partial x^l \partial y^n} \Big|_{x=0, y=0} \right], \\ v_0 &= v_{0y}(0) \cos \theta - u_{0x}(0) \sin \theta + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l+n=k} \frac{\epsilon^k}{k!} \rho^k \cos^l \theta \sin^n \theta \cdot \\ &\cdot \left[\cos \theta \frac{\partial^k v_{0y}}{\partial x^l \partial y^n} \Big|_{x=0, y=0} - \sin \theta \frac{\partial^k u_{0x}}{\partial x^l \partial y^n} \Big|_{x=0, y=0} \right], \end{aligned}$$

où $u_{0x}(0)$, $v_{0y}(0)$ sont les amplitudes complexes des composantes de la vitesse non perturbée au centre du système de coordonnées cartésien local (x , y):
 $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$

En tenant compte de (5) le premier terme $\zeta_1^{(1)}$ de la décomposition (6) se détermine par la solution du problème aux limites suivant

$$\begin{aligned} \nabla^2 \zeta_1^{(1)} &= 0, \\ \left[(i+r) \frac{\partial \zeta_1^{(1)}}{\partial \rho} - f \frac{\partial \zeta_1^{(1)}}{\rho \partial \theta} \right]_{\rho=\rho_0} &= \\ &= [(su_{0x}(0) - fv_{0y}(0)) \cos \theta + (sv_{0y}(0) + fu_{0x}(0)) \sin \theta], \\ &+ \frac{h}{(i+r)^2 + f^2} \left[-(i+r) \frac{\partial \zeta_1^{(1)}}{\partial \rho} + f \frac{\partial \zeta_1^{(1)}}{\rho \partial \theta} \right]_{\rho=1-0} + \\ &+ \frac{1}{(i+r_0)^2 + f^2} \left[(i+r_0) \frac{\partial \zeta_1^{(1)}}{\partial \rho} - f \frac{\partial \zeta_1^{(1)}}{\rho \partial \theta} \right]_{\rho=1+0} = \\ &= \left\{ \left[\left(1 - \frac{sh}{(i+r)^2 + f^2} \right) u_{0x}(0) - \frac{fh(r-r_0)}{(i+r)^2 + f^2} v_{0y}(0) \right] \cos \theta + \right. \\ &\left. + \left[\left(1 - \frac{sh}{(i+r)^2 + f^2} \right) v_{0y}(0) + \frac{fh(r-r_0)}{(i+r)^2 + f^2} u_{0x}(0) \right] \sin \theta \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$s = [(i+r)^2 + f^2 - (i+r)(r-r_0)].$$

d'où nous obtenons que l'intégrale

$$\int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial \zeta_1^{(1)}}{\partial \rho} \right|_{\rho=1+0} d\theta,$$

caractérisant la perturbation du transport total sera égale à

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial \zeta_1^{(1)}}{\partial \rho} \right|_{\rho=1+0} d\theta &= h \frac{(i+r)}{(i+r_0)} \frac{(i+r_0)^2 + f^2}{(i+r)^2 + f^2} \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial \zeta_1^{(1)}}{\partial \rho} \right|_{\rho=1-0} d\theta = \\ &= h \frac{(i+r)}{(i+r_0)} \frac{(i+r_0)^2 + f^2}{(i+r)^2 + f^2} \left[\int_0^{2\pi} d\theta \int_{\rho_0}^1 \rho \nabla^2 \zeta_1^{(1)} d\rho - \int_0^{2\pi} \left. \frac{\partial \zeta_1^{(1)}}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_0} d\theta \right] = 0. \end{aligned}$$

Le second terme $\zeta^{(2)}_1$ dans la décomposition (6) se détermine par la solution du problème

$$\nabla^2 \zeta_1^{(2)} = \frac{i}{h} \left\{ \frac{hf(r_0-r)}{(i+r)(i+r_0)} + \frac{1-h}{i+r} [(i+r)^2 + f^2] - h(r_0-r) \right\} \zeta_0(0), \rho \in [\rho_0, 1],$$

$$\nabla^2 \zeta_1^{(2)} = 0, \rho > 1,$$

$$\left[(i+r) \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\partial \rho} - f \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\rho \partial \theta} \right]_{\rho=\rho_0} = (su_0^{(2)} - f(r_0-r)v_0^{(2)})_{\rho=\rho_0},$$

$$\begin{aligned} & \frac{h}{(i+r)^2 + f^2} \left[-(i+r) \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\partial \rho} + f \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\rho \partial \theta} \right]_{\rho=1-0} + \\ & + \frac{1}{(i+r_0)^2 + f^2} \left[(i+r_0) \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\partial \rho} - f \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\rho \partial \theta} \right]_{\rho=1+0} = \\ & = - \left[\left(1 - \frac{hs}{(i+r)^2 + f^2} \right) u_0^{(2)} + \frac{hf(r_0-r)}{(i+r)^2 + f^2} v_0^{(2)} \right]_{\rho=1}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} u_0^{(2)} &= \frac{\rho}{2} \left[\left(\cos \theta \frac{\partial u_{0x}}{\partial x} \right) \Big|_{x=0, y=0} + \sin \theta \frac{\partial u_{0x}}{\partial y} \Big|_{x=0, y=0} \right] \cos \theta + \\ & + \left(\sin \theta \frac{\partial v_{0y}}{\partial y} \Big|_{x=0, y=0} + \cos \theta \frac{\partial v_{0y}}{\partial x} \Big|_{x=0, y=0} \right) \sin \theta, \\ v_0^{(2)} &= \frac{\rho}{2} \left[\left(\cos \theta \frac{\partial v_{0y}}{\partial x} \right) \Big|_{x=0, y=0} + \sin \theta \frac{\partial v_{0y}}{\partial y} \Big|_{x=0, y=0} \right] \cos \theta - \\ & - \left(\sin \theta \frac{\partial u_{0x}}{\partial y} \Big|_{x=0, y=0} + \cos \theta \frac{\partial u_{0x}}{\partial x} \Big|_{x=0, y=0} \right) \sin \theta, \end{aligned}$$

$\zeta_0(0)$ est l'amplitude sans dimension des oscillations non perturbées du niveau au centre du système de coordonnées cartésien local.

Conformément à ce terme, la décomposition des intégrales est égale à

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1+0} d\theta = \frac{\gamma_0}{2(i+r_0)} \left\{ \frac{\rho_0^2 h}{\gamma} \left[s \left(\frac{\partial u_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial v_{0y}}{\partial y} \right) \right]_{x=0, y=0} - \right. \\ \left. - f(r_0 - r) \left(\frac{\partial v_{0y}}{\partial x} - \frac{\partial u_{0x}}{\partial y} \right) \right]_{x=0, y=0} + \\ + \left[\frac{h}{\gamma} (i+r)(i+r_0) - 1 + h - \frac{hf^2(r_0-r)}{\gamma(i+r_0)} \right] \times \\ \times \left(\frac{\partial u_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial v_{0y}}{\partial y} \right)_{x=0, y=0} (1 - \rho_0^2) + \left(1 - \frac{hs}{\gamma} \right) \left(\frac{\partial u_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial v_{0y}}{\partial y} \right)_{x=0, y=0} + \\ \left. + \frac{hf}{\gamma} (r_0 - r) \left(\frac{\partial v_{0y}}{\partial x} - \frac{\partial u_{0x}}{\partial y} \right)_{x=0, y=0} \right\},$$

où

$$\gamma_0 = [(i+r_0)^2 + f^2], \quad \gamma = [(i+r)^2 + f^2].$$

Cependant, conformément aux équations de la dynamique des marées pour le mouvement non perturbé

$$\left(\frac{\partial u_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial v_{0y}}{\partial y} \right)_{x=0, y=0} = -i\zeta_0(0), \\ \left(\frac{\partial v_{0y}}{\partial x} - \frac{\partial u_{0x}}{\partial y} \right)_{x=0, y=0} = \frac{f}{i+r_0} \left(\frac{\partial u_{0x}}{\partial x} + \frac{\partial v_{0y}}{\partial y} \right)_{x=0, y=0} = -\frac{if}{i+r_0} \zeta_0(0).$$

Par conséquent

$$\int_0^{2\pi} \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1+0} d\theta = -\frac{i\gamma_0}{2(i+r_0)} \left\{ \frac{\rho_0^2 h}{\gamma} \left(s - \frac{f^2}{i+r_0} (r_0 - r) \right) + \right. \\ + \left[\frac{h}{\gamma} (i+r)(r_0-r) - (1-h) - \frac{hf^2(r_0-r)}{\gamma(i+r_0)} \right] (1 - \rho_0^2) + \\ \left. + \left(1 - \frac{hs}{\gamma} \right) + \frac{hf^2(r_0-r)}{\gamma(i+r_0)} \right\} \zeta_0(0).$$

Ainsi la perturbation du transport total sans dimension $Q^{(2)}_{1n}$ engendré par l'effet réciproque de l'onde de marée avec l'île aura la forme

$$Q^{(2)}_{1n} = -\frac{\varepsilon(i+r_0)}{\gamma} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1+0} d\theta = i\varepsilon A \zeta_0(0),$$

où A est l'expression figurant entre crochet dans la dernière égalité.

Nous rappellerons maintenant que les perturbations du transfert total sans dimension $Q_{1n}^{(2)}$ et dimensionné $Q_1^{(2)}$ sont liées par l'équation

$$Q_1^{(2)} = R_2 h_0 |\zeta_0(0)| (g/h_0)^{1/2} Q_{1n}^{(2)},$$

de sorte que

$$Q_1^{(2)} = i\sigma A R_2^2 \zeta_0(0), \quad (9)$$

où $\zeta_0(0)$ est l'amplitude dimensionnée des oscillations de marée du niveau. Puisque cependant

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_1 > 1} d\theta &= \int_0^{2\pi} \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1+0} d\theta + \\ + \int_0^{2\pi} \int_{\rho=1+0}^{\rho_1} \nabla^2 \zeta_1^{(2)} \rho d\rho d\theta &= \int_0^{2\pi} \frac{\partial \zeta_1^{(2)}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1+0} d\theta, \end{aligned}$$

il s'ensuit que la perturbation du transport total à travers n'importe quelle courbe entourant l'île et le shelf doit rester invariable. Nous expliquerons maintenant la nature du procédé proposé de paramétrisation des effets des îles.

Elle se rapporte aux remplacements de l'île et du shelf par un banc sous eau dont les dimensions transversales sont considérées comme égales aux dimensions comprenant l'île dans la cellule du réseau, mais la profondeur et le coefficient de friction sont tels qu'ils ont garanti l'égalité du transport total dans les deux cas examinés (avec la présence de l'île avec shelf et du banc sous eau). Ainsi il faut trouver la profondeur équivalente h_e et le coefficient équivalent de friction r_e .

Nous recouvrons l'océan d'un réseau standard et nous mettrons à part la cellule renfermant l'île.

En remplaçant l'île par un banc sous eau, en discrétisant les équations de la dynamique des marées aux environs du banc avec i, j pour coordonnées du centre nous avons

$$\begin{aligned} (i\sigma + r_e) u_{i-1,j} + \frac{1}{4} f (v_{i,j+1} + v_{i,j-1} + v_{i-2,j-1} + v_{i-2,j+1}) &= \\ &= -g (\zeta_{i,j} - \zeta_{i-2,j}) / \Delta x, \\ (i\sigma + r_e) u_{i+1,j} + \frac{1}{4} f (v_{i,j+1} + v_{i,j-1} + v_{i+2,j-1} + v_{i+2,j+1}) &= \\ &= -g (\zeta_{i+2,j} - \zeta_{i,j}) / \Delta x, \\ (i\sigma + r_e) v_{i,j+1} - \frac{1}{4} f (u_{i+1,j} + u_{i+1,j+2} + u_{i-1,j} + u_{i-1,j+2}) &= \\ &= -g (\zeta_{i,j+2} - \zeta_{i,j}) / \Delta y, \\ (i\sigma + r_e) v_{i,j-1} - \frac{1}{4} f (u_{i-1,j} + u_{i-1,j-2} + u_{i+1,j} + u_{i+1,j-2}) &= \\ &= -g (\zeta_{i,j} - \zeta_{i,j-2}) / \Delta y, \\ i\sigma \zeta_{i,j} + h_e [(u_{i+1,j} - u_{i-1,j}) / \Delta x + (v_{i,j+1} - v_{i,j-1}) / \Delta y] &= 0, \end{aligned} \quad (10)$$

où les pas du réseau dans la direction des axes du système cartésien local sont désignés respectivement par $\Delta x, \Delta y$; en outre on suppose que l'action directe de la force génératrice de marée n'occasionne pas d'influence sensible sur la formation des marées dans les environs de l'île.

Nous déduirons de la seconde équation du système (10), la première et de la troisième la quatrième, ensuite nous additionnerons les expressions obtenues

après avoir préalablement multiplié la première de celles-ci par $h_0 \Delta y$ et la seconde par $h_0 \Delta x$. On obtient

$$(i\sigma + r_e) Q_0 + \frac{f h_e}{4} [(v_{l+2, j+1} + v_{l+2, j-1} - v_{l-2, j+1} - v_{l-2, j-1}) \Delta y + (u_{l-1, j-2} + u_{l+1, j-2} - u_{l-1, j+2} - u_{l+1, j+2}) \Delta x] = -g h_e \left[(\zeta_{l+2, j} - 2\zeta_{l, j} + \zeta_{l-2, j}) \frac{\Delta y}{\Delta x} + (\zeta_{l, j+2} - 2\zeta_{l, j} + \zeta_{l, j-2}) \frac{\Delta x}{\Delta y} \right].$$

or en tenant compte de ce que les valeurs perturbées et non perturbées du niveau concordent l'une avec l'autre avec une précision atteignant les termes du second ordre en ϵ

$$\begin{aligned} (i\sigma + r_e) Q_0 + \frac{f h_e}{4} [(v_{l+2, j+1} + v_{l+2, j-1} - v_{l-2, j+1} - v_{l-2, j-1}) \Delta y + \\ + (u_{l-1, j-2} + u_{l+1, j-2} - u_{l-1, j+2} - u_{l+1, j+2}) \Delta x] = \\ = (i\sigma + r_e) Q_0^{(0)} + \frac{f h_e}{4} [(v_{l+2, j+1}^{(0)} + v_{l+2, j-1}^{(0)} - v_{l-2, j+1}^{(0)} - v_{l-2, j-1}^{(0)}) \Delta y + \\ + (u_{l-1, j-2}^{(0)} + u_{l+1, j-2}^{(0)} - u_{l-1, j+2}^{(0)} - u_{l+1, j+2}^{(0)}) \Delta x], \end{aligned} \quad (11)$$

où Q_0 est le transfert total au travers de la cellule du réseau ayant i, j pour coordonnées du centre; l'indice supérieur (0) indique l'appartenance au mouvement non perturbé.

Nous remplacerons les composantes de la vitesse dans les crochets carrés de cette égalité par les expressions déterminées par les équations de différence du mouvement.

Alors, au lieu de (11) nous aurons

$$\begin{aligned} \left(i\sigma + r_e + \frac{f^2}{8(i\sigma + r_e)} \right) Q_0 + \frac{f^2 h_e}{16 h_0 (i\sigma + r_e)} (Q_1 + Q_2) = \\ = \frac{h_e}{h_0} \left[\left(i\sigma + r_e + \frac{f^2}{8(i\sigma + r_e)} \right) Q_0^{(0)} + \frac{f^2}{16 (i\sigma + r_e)} (Q_1^{(0)} + Q_2^{(0)}) \right], \end{aligned} \quad (12)$$

où Q_1 et Q_2 sont les transferts totaux respectivement à travers quatre et neuf cellules du réseau dans les environs du point nodal i, j .

Nous avons établi plus haut que l'action réciproque de l'onde de marée avec l'île provoque les perturbations habituelles dans le champ du transfert total à n'importe quelle distance de l'île c'est-à-dire $Q'_1 = Q'_2 = Q'_{1,2}$, où le trait désigne la correction "de diffraction".

Nous avons utilisé cette circonstance et également le fait que les perturbations du transfert total par la cellule considérée et les cellules qui lui sont voisines dans le réseau sont reliées par la relation

$$Q'_0 - Q'_{1,2} = (1 - h_e/h_0) Q^{(0)}_0,$$

et nous avons introduit les définitions

$$Q_0 = Q_0^{(0)} + Q'_0$$

$$Q_1 = Q_1^{(0)} + Q'_{1,2}$$

$$Q_2 = Q_2^{(0)} + Q'_{1,2}.$$

Leur substitution dans l'équation (12) donne

$$Q_0' = \frac{8(i\sigma + r_0) \left[\frac{h_e}{h_0} (i\sigma + r_0) - (i\sigma + r_e) \right] - f^2 \left(2 - \frac{h_e}{h_0} \right)}{8(i\sigma + r_0)(i\sigma + r_e) + f^2 \left(1 + \frac{h_e}{h_0} \right)} Q_0^{(0)}.$$

En comparant cette expression avec (8) et en tenant compte de ce que d'après la définition

$$Q_0^{(0)} = i\sigma \zeta_0(0) \Delta x \Delta y,$$

nous avons

$$AR_2^2 = \frac{8(i\sigma + r_0) \left[\frac{h_e}{h_0} (i\sigma + r_0) - (i\sigma + r_e) \right] - f^2 \left(2 - \frac{h_e}{h_0} \right)}{8(i\sigma + r_0)(i\sigma + r_e) + f^2 \left(1 + \frac{h_e}{h_0} \right)} \Delta x \Delta y.$$

où avec une précision jusqu'au terme du second ordre en r , r_0 et r_e .

$$\begin{aligned} AR_2^2 = & \frac{8\sigma^2 \left(1 - \frac{h_e}{h_0} \right) - f^2 \left(2 - \frac{h_e}{h_0} \right)}{f^2 \left(1 + \frac{h_e}{h_0} \right) - 8\sigma^2} - \\ & - \frac{8i\sigma}{\left[f^2 \left(1 + \frac{h_e}{h_0} \right) - 8\sigma^2 \right]^2} \left\{ \left[r_0 \left(1 - \frac{h_e}{h_0} \right) + \left(r_e - r_0 \frac{h_e}{h_0} \right) \right] \times \right. \\ & \times \left. \left[f^2 \left(1 + \frac{h_e}{h_0} \right) - 8\sigma^2 \right] + (r_e + r_0) \left[8\sigma^2 \left(1 - \frac{h_e}{h_0} \right) - f^2 \left(2 - \frac{h_e}{h_0} \right) \right] \right\}, \quad (13) \end{aligned}$$

d'où, après séparation des parties réelles et imaginaires, suivent deux relations servant à la recherche des valeurs initiales de la profondeur équivalente h_e et du coefficient équivalent de friction appliquée r_e .

Pour vérifier la possibilité d'utiliser le procédé proposé de paramétrisation des effets insulaires on a réalisé l'expérience numérique suivante.

Les équations linéarisées de la dynamique des marées ont été intégrées à l'aide du schéma de différence centralement évident dans un canal zonal symétrique par rapport à l'équateur enveloppant la Terre entière.

On a supposé qu'une île de dimensions $1^\circ \times 1^\circ$ est disposée sur l'équateur et que son shelf la borde d'une largeur de 2° .

La profondeur du shelf de l'île est prise égale à 200 mètres, la profondeur de l'océan est de 4000 mètres, son étendue dans la direction méridionale étant de 130° , le coefficient de friction appliquée sur le shelf et dans l'océan ouvert est inversement proportionnel à la profondeur avec le facteur de proportionnalité $3.10^{-5} \text{ m s}^{-1}$, le pas du réseau est de 5° .

Après construction de la solution dans le domaine considéré un effet semblable a été séparé de l'influence de l'île. Dans celle-ci les équations de la dynamique des marées ont été intégrées par itération dans un réseau avec une résolution angulaire de 1° pour des valeurs des oscillations de marée fixées (comme par la solution dans le domaine développé) du niveau sur la limite.

Ensuite cette solution a été moyennée avec une échelle de moyennisation de 5° en latitude et en longitude et elle a déjà servi d'étalon pour la solution avec la description paramétrique des effets des îles.

Cette dernière a été trouvée par intégration des équations de départ de la dynamique des marées en utilisant une résolution angulaire de 5° et les autres conditions similaires, mais lors de l'approximation de l'île par le banc sous eau avec la détermination relative de ses paramètres.

La comparaison des solutions obtenues de cette façon, répondant à l'onde de marée M_2 , montre (fig. 1, 2) qu'en ce qui concerne la qualité, elles sont proches l'une de l'autre. L'accord quantitatif (divergences maximales atteignant 1,8 cm pour les amplitudes et 12° pour les phases) paraît également satisfaisant.

On peut en tirer une conclusion analogue aussi dans le rapport des caractéristiques énergétiques des mouvements de marée (cf. Table).

Tout cela permet d'espérer que le procédé de paramétrisation proposé ici peut être employé pour la description des effets des îles dans le cadre des modèles de marée globale.

Caractéristiques énergétiques des mouvements de marées dans le domaine d'influence d'une île.

Caractéristiques	Description des effets insulaires	
	Directs	Paramétrisés
Energie potentielle 10^{15} joule	5.03	5.56
Energie cinétique 10^{15} joule	5.88	5.79
Energie dissipée 10^{10} watt par les marées	4.45	4.36
Qualité	35.7	37.9

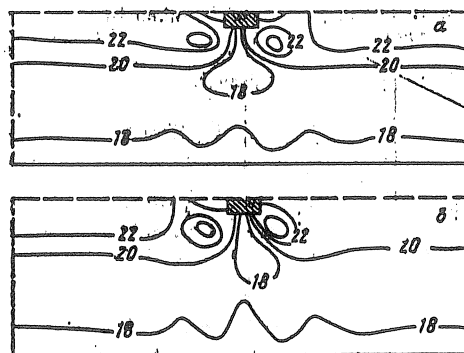


Рис. 1.

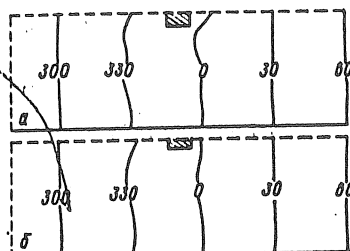


Рис. 2.

DEPLACEMENTS PERIODIQUES DU CENTRE DE MASSE DE LA TERRE SOUS
L'EFFET DES OSCILLATIONS DE MAREES DU NIVEAU DE L'OCEAN MONDIAL.

B.P. Pertsev.

Fisika Zemli n° 9 pp 55-56, 1997.

Les déplacements des eaux dus aux marées dans l'Océan Mondial provoquent de petits déplacements du centre de masse de la Terre qui, à présent, peuvent être observés à l'aide de l'altimétrie par satellite.

En effet les déplacements ainsi observés sont provoqués non seulement par les marées océaniques mais également par la circulation de l'atmosphère terrestre et jusqu'à un certain degré par les oscillations du niveau des eaux souterraines.

Cependant, étant données les différences de densité des enveloppes océanique et atmosphérique terrestres, il faut admettre que l'effet des marées océaniques sera dominant.

Nous avons évalué cet effet sur la base des cartes cotidales globales de Schwiderski (1980). On a ainsi tenu compte de neuf ondes principales de la marée luni-solaire: M_2 , S_2 , N_2 , K_2 , K_1 , O_1 , P_1 , Q_1 et Mf . La somme de ces ondes constitue la partie principale de la marée luni-solaire et c'est pourquoi elle suffit pour faire une estimation du phénomène considéré.

Les amplitudes H et les déphasages ϕ sont donnés dans les cartes cotidales de Schwiderski par rapport à la phase de l'onde au méridien de Greenwich, pour chaque degré carré de la surface de la Terre depuis le pôle Nord jusqu'à l'Antarctique.

Ces cartes ne couvrent pas les mers intérieures et périphériques. Cependant dans la plupart de ces mers les marées ont une faible amplitude et par conséquent leur apport dans l'effet total n'est pas important.

Etant donné que dans les cartes cotidales de Schwiderski il y a une petite violation de la loi de conservation de la masse d'eau, on a effectué une correction des cartes de départ pour l'éliminer en introduisant de petites corrections aux amplitudes et phases proportionnelles aux amplitudes de la marée dans chaque trapèze sphérique [Pertsev 1976].

Comme dans le cas du calcul des corrections dues aux marées océaniques dans les observations de marée terrestre, dans les moyennes et hautes latitudes, on a relié quelques surfaces de 1° le long du parallèle de telle sorte que la surface totale soit approximativement égale à la surface d'un trapèze équatorial $1^\circ \times 1^\circ$.

Une telle procédure utilisée pour le calcul des corrections d'effet indirect des marées océaniques dans les observations de marée terrestre permet de diminuer sensiblement le nombre de surfaces utilisées dans les calculs.

En outre, ce qui est plus important, cela permet de répartir de manière régulière la masse des eaux de marée autour du centre géométrique de la surface.

Cela est très important car, dans les calculs, on a admis que toute la masse des eaux de marée est concentrée en ce centre. Ainsi, à tout instant, pour chaque trapèze sphérique la masse additionnelle à la fréquence d'une onde choisie est égale à

$$HS \rho \cos (V - \phi)$$

où S est la surface du trapèze sphérique considéré

ρ est la densité de l'eau de mer

V est la phase de l'onde de marée au méridien zéro à l'époque donnée.

Il est alors facile de calculer le déplacement du centre de masse de la Terre à tout instant dans la direction du centre du trapèze sphérique considéré. Après avoir décomposé ce déplacement suivant trois directions réciproquement perpendiculaire (z axe de rotation de la Terre, x et y axes dans le plan équatorial, respectivement $\lambda = 0^\circ$, $\lambda = 90^\circ$) et en sommant pour toutes les surfaces océaniques nous obtiendrons l'effet total c'est-à-dire le déplacement à tout instant du centre de masse déterminé par la marée océanique pour la fréquence de l'onde considérée.

Ce calcul a été fait pour chacune des neuf ondes principales pour lesquelles on dispose de cartes cotidales globales.

Nous donnons dans la Table I les amplitudes et les déphasages pour chaque composante du déplacement et pour toutes ces ondes. Il en résulte par exemple que les déplacements du centre de masse à la fréquence de l'onde M_2 suivant l'axe de rotation peut être calculé à n'importe quel instant conformément à l'équation

$$1.03 \cos (V - 67.26^\circ) \text{ mm.}$$

Sur la base des données de cette table nous avons composé un programme de calcul des composantes séparées et du déplacement total du centre de masse provoqué par les neuf ondes principales, pour chaque heure de n'importe quel laps de temps.

Les éléments astronomiques entrant dans les phases V des ondes utilisées ont été calculés par les formules données par Tamura [1987]. Le calcul des déplacements effectué pour chaque heure de 1991 à 2000 a montré que les amplitudes oscillent entre les limites de 0.15 à 14.4 mm. Ainsi pour ces dix années les valeurs maximales annuelles des amplitudes varient dans les limites de 13.6 à 14.4 mm et les minimales de 0.15 à 0.5 mm.

A titre d'exemple nous donnons à la Table 2, pour chaque six heures successives du 10 mars 1997 les amplitudes et directions du déplacement c'est-à-dire les distances polaire θ et en longitude λ des points de la surface de la Terre vers lesquels sont dirigés les vecteurs déplacement du centre de masse. Nous donnons dans la Table 3 les apports des ondes individuelles dans l'effet total à 0h UT le 10 mars 1997.

On a montré ainsi que les marées océaniques provoquent des déplacements périodiques au centre de masse dans les différentes directions d'une amplitude de l'ordre de 2 cm. On n'a pas tenu compte dans ce calcul d'un grand nombre de petites ondes ne pouvant modifier les résultats donnés.

Table 1: Composantes du déplacement du centre de masse terrestre provoquées par les marées océaniques.

Composante. Ondes	Amplitudes (mm)			Phases (degrés)		
	z	x	y	z	x	y
M_2	1.03	4.16	3.39	67.26	10.03	149.50
S_2	.41	1.93	1.29	51.57	81.65	191.52
N_2	.32	.44	1.16	- .27	-10.11	144.80
K_2	.14	.58	.37	47.15	101.42	204.65
K_1	4.27	2.07	2.49	-77.34	15.16	55.47
O_1	2.48	1.00	1.53	-78.11	-2.23	48.68
P_1	1.28	.72	.57	-73.04	13.47	60.36
Q_1	.54	.09	.33	-78.28	.59	6.17
Mf	.31	.09	.11	66.98	-63.00	-13.44

Table 2: Vecteurs déplacement du centre de masse le 10/03/1997.

Epoque UT	0	1	2	3	4	5
Amplitudes (mm)	13.4	14.3	13.8	12.2	10.1	8.8
θ (degré)	51.5	47.3	42.4	36.6	34.4	46.1
λ (degré)	-75.8	-58.4	-41.0	-17.7	20.7	63.5

Table 3: Apport des ondes individuelles.

Ondes	Amplitudes (mm)	θ (degré)	λ (degré)
M_2	4.83	90.22	-44.23
S_2	1.32	78.87	-77.51
N_2	1.15	80.67	-73.97
K_2	.42	84.01	215.32
K_1	4.61	32.80	247.51
O_1	2.64	30.41	263.11
P_1	1.34	18.40	267.98
Q_1	.41	38.57	256.08
Mf	.16	44.56	68.62

Bibliographie

1. Перцев Б.И. Влияние морских приливов ближних зон на земноприливные наблюдения // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1976. № 1. С. 13-22.
2. Schwiderski E. On charting global ocean tides // Rev. Geophys. and Space Phys. 1980. V. 18. № 1. P. 243-268.
3. Tamura Y. A harmonic development of the tide-generating potential // Marees Terrestres Bulletin d'Informations. 1987. № 99. P. 6813-6855.

SUR LE DEGRE DE RESONANCE DE L'AMPLIFICATION
DES MAREES ATMOSPHERIQUES.

V. You Gotlib, B.A. Kagan, N.V. Chkoutova.

Rapports de l'Académie des Sciences d'URSS
1985 - Tome 282 n° 6 pp. 1327-1329

(présenté par l'Académicien L.M. Brekhovski, 5, VII - 1984)

Quelques problèmes scientifiques très intrigants persistent et si longtemps discutés comme le problème de l'origine des marées atmosphériques. L'existence des variations de marées de la pression atmosphérique était déjà connue au XVIII^e siècle. On ne savait cependant pas pourquoi les marées atmosphériques sont perturbées principalement par le Soleil alors qu'à cette époque les marées océaniques l'étaient principalement par la Lune. Laplace [1] a expliqué cela par le fait que les marées atmosphériques contiennent des marées thermiques aussi bien qu'océaniques d'origine gravitationnelle. Il y a un demi siècle on a établi [2] que la composante diurne des marées atmosphériques est un peu plus faible que la composante semi-diurne ce qui contredit l'hypothèse de Laplace conformément à laquelle le rapport entre les composantes diurne et semi-diurne de la marée atmosphérique doit être inverse. Comme alternative Kelvin [2] a supposé que la période des oscillations propres de l'atmosphère est plus proche de 12 que de 24 heures, après avoir indiqué par ce fait même la possibilité d'une perturbation de résonance des marées atmosphériques. Les deux hypothèses - l'hypothèse thermique de Laplace et l'hypothèse de résonance de Kelvin coexistaient par discrédit alternatif de l'une, pour l'autre jusqu'à présent il n'est pas encore apparu de données de sondages par fusées permettant d'établir un profil vertical de la température dans la stratosphère, mésosphère et thermosphère.

L'utilisation de ce profil pour la solution du problème spectral pour l'atmosphère a révélé [3] que la différence des fréquences des oscillations propres et forcées de l'atmosphère est suffisamment grande et que, par conséquent, l'hypothèse de la résonance ne donne pas une explication complète à l'amplification observée de la marée atmosphérique semi-diurne. Dans la suite on a montré [4] que l'accord entre les valeurs calculées et observées des amplitudes et des phases des oscillations semi-diurnes de la pression atmosphérique ne peut être obtenue que par le calcul des effets d'absorption de la radiation solaire par l'ozone et des transitionss de phases de l'humidité.

Cela signifie-t-il que les phénomènes de résonance jouent un certain rôle dans la formation de la marée atmosphérique solaire semi-diurne ? Si l'en est ainsi alors comment expliquer l'importante augmentation de l'amplitude de la marée atmosphérique lunaire semi-diurne en comparaison avec sa valeur statique ? Sinon alors quel est le degré d'amplification de résonance des marées atmosphériques solaire et lunaire et pourquoi la marée lunaire dans l'atmosphère, à l'inverse de son analogue dans l'océan, ne renferme-t-elle pas d'harmoniques diurnes importantes ? Nous nous efforcerons de répondre à ces problèmes.

Nous examinerons le problème spectral pour l'atmosphère. Son analyse a été faite par de nombreux chercheurs dans l'hypothèse d'une variation harmonique des fonctions cherchées dans le temps et selon la longitude et sur l'absence d'inégalité de la surface de la Terre. Nous refuserons ces restrictions et, au lieu du système initial des équations de marées tridimensionnelles de Laplace et de la répartition des variables, nous nous tournerons vers la solution du problème bidimensionnel. Ainsi nous nous servirons du fait que l'atmosphère de la Terre se présente comme une pellicule relativement mince qui, en première approximation, peut être considérée comme bidimensionnelle. En moyennant ses caractéristiques suivant l'épaisseur, nous arriverons à l'équation opérationnelle suivante:

$$(1) \quad \partial w / \partial t = \mathcal{L} w \quad (1)$$

où w est la fonction vecteur de composante $(u, p_s/p_{os})$ u est la moyenne pondérée (suivant la masse de l'atmosphère) de la vitesse du vent, p_s et p_{os} sont les valeurs perturbée et moyenne de la pression atmosphérique sur la surface sous jacente

$$\mathcal{L} = - \begin{pmatrix} f k x & g / p_{os}^{-\kappa} \nabla p_{os}^{\kappa} \\ p_{os}^{-1} \nabla(\cdot) p_{os} & 0 \end{pmatrix}$$

est l'opérateur de marée bidimensionnel de Laplace,

$$I = \int_{\xi_s}^{\infty} \exp \left(- \frac{1}{n} \int_{\xi_s}^z \frac{dz}{H_0(z)} \right) dz,$$

ξ_s est la hauteur de l'irrégularité de la surface sous jacente par rapport au niveau moyen de la mer, H_0 est la hauteur équivalente de l'atmosphère homogène, f est le paramètre de Coriolis, κ est une constante numérique liée au coefficient n du polytrophe par le rapport $\kappa = (n - 1)/n$ (dans l'approximation adiabatique $\kappa = 1,4$) g est l'accélération de la pesanteur, t est le temps, k est le vecteur unitaire, orienté verticalement vers le haut, ∇ est l'opérateur gradient sur la surface de la sphère; par le symbole ∞ on désigne comme d'habitude la hauteur z assez grande dans les limites de la faible épaisseur de l'atmosphère.

L'équation (1) avec pour condition initiale:

$$w = w(0) \text{ pour } t = 0 \quad (2)$$

décrit les oscillations propres de l'atmosphère perturbées par la perturbation arbitraire initiale $w(0)$.

Nous résoudrons le système (1), (2) numériquement en utilisant le schéma de différence de faible dissipation proposé en [5] au quatrième ordre de précision dans le temps et au deuxième ordre suivant les coordonnées horizontales. Préliminairement nous couvrirons la Terre d'un réseau standard modifié de Richardson avec une résolution angulaire de 5 degrés et nous ferons l'approximation des produits spatiaux par les différences centrales et les termes renfermant f par leurs valeurs obtenues par moyenne sur les quatre points conventionnels voisins avec un poids $(p_{os}^{k+1}/gI) \sin \theta$, où θ est la colatitude.

Cette moyenne garantit la conservation de la propriété d'antisymétrie de l'opérateur analogue de différence; nous déterminerons la perturbation initiale $w(0)$ comme $(0, p_s(0)/p_{os})$ et nous attribuerons $p_s(0)/p_{os}$ à l'harmonique correspondante M_2 de la marée océanique. Nous trouverons la répartition verticale H_0 d'après la température de l'atmosphère standard NOAA/NASA - 1976). Le relief de la surface de la Terre sera remplacé par les quatre points arbitraires voisins lissés par le champ des hauteurs.

Les valeurs initiales sont empruntées de [6]. Nous prendrons un pas de 372 s en temps. Nous soumettrons la succession des valeurs discrètes analogue à l'énergie totale $\langle w(t) w(0) \rangle$ obtenue par la solution (les crochets angulaires désignent le produit scalaire) à la transformation en cosinus de Fourier. Pour la régression des maxima accessoires nous appliquerons le filtre de Gauss. Le spectre des oscillations propres de l'atmosphère calculé de cette façon est représenté sur la fig. 1.

Nous attirerons l'attention sur les deux particularités suivantes du spectre : 1) la présence de plusieurs oscillations propres énergétiquement importantes dans la bande semi-diurne (et outre cela de l'oscillation relativement faible) et une seulement dans la bande diurne du spectre;

2) la proximité des fréquences des oscillations propres et forcées dans l'une des bandes indiquées et plus grandes que leur différence dans la seconde. Les données de la table 1 peuvent en servir d'illustration. Ces données témoignent de la possibilité d'une amplification de résonance pour les composantes semi-diurnes et les éliminent pour les composantes diurnes de la marée atmosphérique.

En disposant des indications sur les périodes des oscillations propres de l'atmosphère on peut évaluer le degré d'amplification de résonance des composantes individuelles de la marée atmosphérique semi-diurne. Comme nous le savons l'approche d'un seul mode d'amplification des oscillations forcées est proportionnelle à $(1 - T_f^2/T^2)^{-1}$ où T et T_f sont les périodes des oscillations forcées et propres. Les périodes des harmoniques S_2 et M_2 de la force génératrice de marée sont égales à 12.00 h et 12.42 h et la période de l'oscillation propre voisine énergétiquement importante, en phase avec l'onde forcée de 11.12 h. Par conséquent, on doit répondre au cas examiné par une amplification d'à peu près un multiple 7 de la composante solaire et d'un multiple 5 des composantes semi-diurnes lunaires de la marée atmosphérique. En réalité l'amplification de résonance des deux composantes (particulièrement la dernière) doit être plus faible à cause de l'intervention du mode de période 13.56 h qui se trouve en opposition de phase avec la force de contrainte.

Les auteurs sont sincèrement reconnaissants au membre corr. de l'Académie des Sciences d'URSS A.S. Monin pour son aide et son intérêt pour ce travail.

Bibliographie

1. Laplace P.S. Mécanique céleste. Paris, 1823, vol. 5.
2. Kelvin (Thomson W.). - Proc. Roy. Soc. Edinb., 1882, vol. 11, p. 396.
3. Ченмен С., Линдзен Р. Атмосферные приливы. М.: Мир, 1972.
4. Lindzen R.S. - Ann. Rev. Earth Planet. Sci., 1979, vol. 7, p. 199.
5. Готлиб В.Ю., Казан Б.А. - ДАН, 1982, т. 262, № 4, с. 974.
6. Gates W.L., Nelson A.B. A new (revised) tabulation of the Scripps topography on a 1° global grid. Part 1. Terrain heights. Report R-1276-1-ARPA. The Rand Corporation. Santa Monica, 1975.

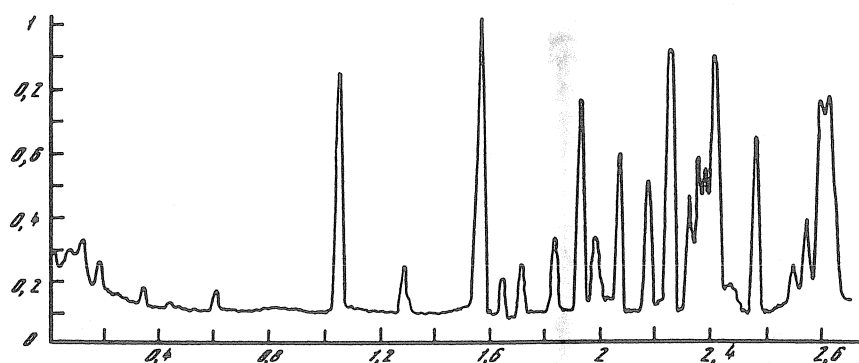


Figure 1

Spectre des oscillations propres de l'atmosphère. En ordonnées sont reportées les amplitudes relatives (le facteur de normalisation est pris égal à l'amplitude maximale) en abscisses - les fréquences des oscillations (10^{-4}s^{-1}).

Table 1

Caractéristiques des oscillations propres énergétiquement importantes appartenant aux bandes semi-diurne et diurne du spectre.

zone	période en heures	amplitude rel.
semi-diurne	10,14	0,25
	10,58	0,21
	11,12	1,00
	13,56	0,25
diurne	28,39	0,16

Comments to the paper:

“Tidal gravity measurements with the MOTIVE project”,

H.J. Dittfeld, B. Engen, G. Jentsch, F. Madsen, P. Knudsen, M. Ramatschi, K. Roting
and P. Schwitzer

Bulletin d'Informations des Marées Terrestres, 127, 9843-9850, 1997.

by

O. Francis and P. Melchior
Observatoire Royal de Belgique
Avenue Circulaire, 3
B-1180 Bruxelles
Belgium
E-mail: francis@oma.be

In the paper of Jentsch et al. (BIM 127, page 9848), the computed gravity loading effects (Table 3.3) were provided by O. Francis. Unfortunately, the authors gave the values of N_2 instead of O_1 and of K_2 instead of M_2 . The correct table is given hereafter:

	O_1		M_2	
	Amplitude (microGal)	Phase (degree)	Amplitude (microGal)	Phase (degree)
Tromsoe - obs	0.574 ± 0.097	138.24 ± 8.49	4.449 ± 0.026	125.35 ± 0.41
Schwiderski	0.344	122.4	2.563	129.1
CSR3.0	0.336	120.5	2.835	153.6
FES952	0.344	123.4	2.588	145.5
ORI	0.401	116.5	2.886	135.7
ORI96	0.459	119.9	3.327	150.1
Stavanger - obs	0.490 ± 0.027	112.42 ± 3.18	0.194 ± 0.011	-175.66 ± 3.37
Schwiderski	0.374	140.7	0.165	15.2
CSR3.0	0.369	132.8	0.149	218.7
FES952	0.399	141.1	0.037	207.0
ORI	0.442	132.1	0.254	87.4
ORI96	0.396	139.0	0.133	62.2

