

MAREES TERRESTRES

BULLETIN D'INFORMATIONS

102

31 JUILLET 1988

Association Internationale de Geodesie

Commission Permanente des Marees Terrestres

Editeur Prof. Paul MELCHIOR

Observatoire royal de Belgique

Avenue Circulaire 3

1180 Bruxelles

TABLE DES MATIERES

	p.
M.ZURN, J. NEUBERG & D. EMTER Search for the "Nearly Diurnal Free Wobble"-Resonance in strain- induced local tidal tilts.	7107
E.S. ROBINSON, D.A. HOLLAND The tidal gravity anomaly in Southeastern North America.	7118
FU RONGSHAN (Traduction) The Lithosphere's response to surface loads - an elastic spherical shell model.	7130
Y. You BOGDAN (Traduction) Sur l'estimation de l'influence de l'azimut et de la latitude sur les valeurs des constantes harmoniques des ondes des marées terrestres.	7143
S.M. MOLODENSKII (Traduction) Sur une limite supérieure de la viscosité du noyau de la Terre.	7157
A. VENEDIKOV, M.V. IVANOVA, B.P. PERTSEV (Traduction) Les marées océaniques et les déviations de la verticale.	7171
P.S. MATVEYEV, V.G. GOLOUBITSKII, A.L. KRIVONOSS, E.A. SLAVINSKAIA (Traduction) Observations clinométriques dans les sites de "Kirovo" et "Vissitchi".	7177
S.M. MOLODENSKII, M.V. KRAMER (Traduction) Sur les propriétés mécaniques du noyau et de l'enveloppe d'après les nouvelles données astronomiques.	7183

is offered if two tiltmeters recording side by side suffer very different cavity effects. HARRISON (1976) pointed out that these effects of local inhomogeneities can vary dramatically over short distances (this could be enhanced artificially by the way the instruments are mounted to the rocks). In this case the difference signal will still display the resonant behaviour but of course the strength of the resonance will be a more complicated function of probably unknown physical parameters.

THEORY:

----- Assume two tiltmeters recording the same component of earth tides close to each other and suffering strong but different local elastic effects (strain-induced tilts). Tidal analysis results in two different phasors t_{im} , $i=1,2$ for each tidal constituent (-group) m . We know that

$$t_{im} = (1+k-h) \cdot b_m + l_m + A_{ijk} \cdot (\epsilon_{ijkm}^b + \epsilon_{ijkm}^e) \quad (1)$$

where k, h are Love numbers, $b_m, l_m, \epsilon_{ijkm}^b, \epsilon_{ijkm}^e$ are rigid earth tide tilt, ocean load tilt, body tide and ocean load strains (at distance), respectively, where $j, k = 1, 2$ only because of near surface conditions. The A_{ijk} are the linear-coupling factors (site tensor components; KING et al. 1976) between local tilt and strain at distance. We hope here that cavity effects dominate and that the tensors for the two instruments are such that we have "good" signal-to-noise ratio, i.e. a large difference signal (one man's noise is another man's signal). This is not an assumption of the following analysis, however. We normalize the observations by the body tide tilt amplitude to obtain an apparent complex admittance in order to compare the different tidal constituents with each other:

$$p_{im} = t_{im}/b_m = (1+k-h) + l_m/b_m + A_{ijk} (\epsilon_{ijkm}^b/b_m + \epsilon_{ijkm}^e/b_m) \quad (2)$$

Now we form the (complex) phasor differences of the two tiltmeter phasors at each tidal constituent:

$$d_m = p_{1m} - p_{2m} = (A_{1jk} - A_{2jk}) \cdot (\epsilon_{ijkm}^b/b_m + \epsilon_{ijkm}^e/b_m) \quad (3)$$

The body tide tilts and ocean load tilts have cancelled and only the local elastic effects remain. This is, of course, only true if the calibration of both instruments is correct. To bring out the frequency dependence we express the body tide strains as explicit functions of the Love numbers h and l :

$$\epsilon_{ijkm}^b = (a(j,k) \cdot h - c(j,k) \cdot l) \cdot \epsilon_{ijkm}^e \quad (4)$$

The $a(j,k)$ and $c(j,k)$ are constant factors in one tidal band at a given latitude depending on the component of the strain tensor. We obtain:

$$d_m = (A_{1jk} - A_{2jk}) \cdot (\epsilon_{ijkm}^b/b_m [a(j,k) \cdot h - c(j,k) \cdot l] + \epsilon_{ijkm}^e/b_m) \quad (5)$$

We now introduce WAHR's (1981) formulation of the frequency dependence of the Love numbers due to the NDFW with ω_1 as the reference tide ($\omega_1 = \omega(\Omega_1)$; $m=1$):

$$h(\omega) = h(\omega_1) + h_1 \cdot (\omega - \omega_1) / (\omega_0 - \omega + i\gamma/2) \quad (6)$$

Similarly for $l(\omega)$ with l_1 and $l(\omega_1)$ replacing h_1 and $h(\omega_1)$. We get:

$$d_m = (A_{1jk} - A_{2jk}) \cdot \left\{ \tilde{\epsilon}_{ijk}^b / b_m \cdot [a(j,k) \cdot h(\omega_1) - c(j,k) \cdot l(\omega_1) + (\omega_m - \omega_1) \cdot (a(j,k) \cdot h_1 - c(j,k) \cdot l_1) / (\omega_0 - \omega + i\gamma/2)] + \epsilon_{ijk}^e / b \right\} \quad (7)$$

ω_0 is the angular frequency, γ the damping factor of the NDFW. We now isolate the resonance contribution by forming (the $\tilde{\epsilon}_{ijk}^b / b_m$ are independent of m):

$$r_m = d_m - d_1 = (A_{1jk} - A_{2jk}) \cdot \left\{ \tilde{\epsilon}_{ijk}^b / b_m \cdot (\omega_m - \omega_1) \cdot [a(j,k) \cdot h_1 - c(j,k) \cdot l_1] / (\omega_0 - \omega_m + i\gamma/2) + (\epsilon_{ijk}^e / b_m - \epsilon_{ijk}^e / b_1) \right\} \quad (8)$$

r_m vanishes, if there is no strain-induced tilt ($A_{1jk} = 0$) or if both instruments are equally affected ($A_{1jk} = A_{2jk}$). If the ocean tides were equilibrium tides, then $\tilde{\epsilon}_{ijk}^b / b_m = \tilde{\epsilon}_{ijk}^b / b_1$ and the last term in (8) would vanish. Therefore the nonequilibrium ocean tides are the source of systematic errors which has to be considered. In Appendix A we try to estimate the magnitude of these errors. All signals common to both instruments have disappeared: body tide and ocean tide tilts. Since regional and topographic effects are also the same to both meters, these must cancel in the first factor in (8). The coefficients A themselves still contain the corresponding contributions, but their differences do not.

DATA:

----- Strong local elastic effects on earth tide tilts and strains were observed at Schiltach observatory (BFO; $\varphi = 48.33$ deg N, $\lambda = 8.33$ deg E, $h = 589$ m) at different positions with several types of instruments (EMTER & ZURN, 1985). Some of the instruments were actually installed at special sites in order to show the importance of this concept conclusively. Strong significant scatter of the tidal admittances for tilt in a single vault was one of the results and some of the strong systematic effects could be explained qualitatively using finite element models of the local topography and the cavity.

Since the investigation of strain-coupling effects was a major objective for several years, most of the records were too short for the resolution of the $P_A-S_A-K_A$ -group, which is a prerequisite for the analysis of the NDFW resonance. However, three of the tiltmeters were afterwards left in place for a longer period of time. These were the two Hughes TM-3 level bubble tiltmeters (serial numbers 411, 412) set up in a niche about 0.5 m apart from each other and one Askania borehole sensor (BLP 10) mounted to the wall of the vault about 4.3 m away. The observed tidal tilts of the two Hughes sensors were significantly different at the level of one standard deviation but not different enough to be used here. However the results of the Askania were very different from those. Figure 1 shows the relative location of the tiltmeters; for a detailed description of the tiltmeter vault at BFO see MALZER et al. (1979) and EMTER & ZURN (1985). The output of the instruments was recorded on chart-recorders and processed as described by NEUBERG (1987). The record lengths for the Askania and Hughes tiltmeters were 16368 and 16908 hours respectively. Tidal analysis was performed using programs HYCON and HYCON-MC by SCHULLER (1986); local barometric atmospheric pressure was used as an additional input for HYCON-MC.

We chose for the NDFW analysis the results from the EW-components of the Askania and the Hughes 412 for the following reasons:

- 1) TM-3 412 produced a better record than TM-3 411 in terms of gaps and other disturbances.
- 2) The difference of the cavity effects in the EW-components is larger than in the NS-components almost by a factor of two (EMTER & ZURN, 1985). Note: The fact that diurnal body tide NS-tilt is very small at 48 deg N is not the reason for preferring EW-results, since the NS-tilts due to cavity effects are proportional to the amplitudes of strains rather than to NS body tide tilts.

Figure 2 shows a phasor plot of the results for the tides O_A and K_A depicting the huge local effects (see also Fig. 9B of EMTER & ZURN, 1985) and the phasor differences, which have about the same phase as the NN- and EE-strains. Predicted signals for body tides and ocean load tides are also shown for comparison. Table 1 summarizes the results of the tidal analyses for the two tiltmeters.

The regression coefficients between tilts and barometric pressure are also given in Table 1, as resulting from the HYCON-MC multichannel-input analysis. We see that the response of the two tiltmeters has opposite signs. This fact can only be interpreted as another demonstration of cavity effects, this time in a site-dependent reaction to local pressure loading of the earth's surface above the mine observatory (MENZEL, 1987). Since these coefficients were only found to be significant for zero lag or lead, the local loading appears to dominate the tilt responses to pressure. For regional loading tilts there should be appreciable time shifts between pressure and tilt, because when a pressure high or low is located above a tiltmeter there is no tilt, but there is extreme deformation of the crust. Because of the air-lock in the mine, pressure inside lags outside pressure and must therefore also be considered as a less important contribution to pressure correlated tilts at this observatory. These ideas must, however, be considered as preliminary.

NDFW - RESONANCE:

----- Table 1 contains also the phasor (admittance) differences for the different tides. The components x and y are the in-phase and quadrature components of these differences with respect to the local theoretical EW-tilt tides. In contrast the magnitudes m and phases p are given with respect to local tidal potential, because the theoretical E_{11} and E_{22} components of the tidal strain tensor also have this phase (see also Figure 2), while the shear strain E_{21} is 90 degrees out of phase with the potential. Figure 3 shows the magnitudes of the admittance differences as a function of angular frequency. Several observations can be made from Table 1 and Figure 3:

- a) The signal-to-noise ratios (amplitude/one standard deviation) range from almost 100 (for O_A and K_A) to values of 2 (Ψ_A) and < 1 (Φ_A). So the very small tides should not be taken seriously.
- b) With the exception of the tides near the NDFW-resonance the magnitudes of the admittance differences are almost constant (0.42) across the whole diurnal band. This must be the case if these are caused by strain-coupled tilts. Note that the large y -components derive from the phase and not from amplitude of the original tilt tides.
- c) The deviations from a constant value follow the shape of the resonance due to the NDFW as computed for tidal strain (with the exception of P_A from the HYCON-MC analysis). This result (with its shortcomings) is of similar quality as most results reported before the advent of superconducting gravimeters.
- d) One unexpected result is that the P_A -tide from the HYCON-MC analysis does not follow the resonance curve as well as the result from HYCON. The P_A results from the two methods of analysis are the only ones which do not agree with each other within one standard deviation. This points to systematic errors possibly related to barometric pressure or thermo-elastic effects. It could also be caused by the difficulty in reducing the barometrically caused noise at the tidal frequencies by fitting the barometric pressure with a very broad spectrum to the tidal observations. It is quite clear that the constant time- and process-independent model used by Hycon-MC can only be a rather poor approximation to the very complicated physics of pressure-induced tilts, especially if only the local pressure is taken into account. See GROSSE-BRAUCKMANN (1979), SPRATT (1982), MÜLLER and ZÜRN (1983), RABBEL and ZSCHAU (1985), VAN DAM and WAHR (1987) and MENZEL (1987) for examples. Also other physical phenomena related to meteorology might contribute (FRIEDERICH and WILHELM, 1986).

For the two different analyses of the data we also performed the iterative linearized least squares fit to retrieve the eigenfrequency, quality factor Q and complex strength of resonance which was used with success on gravimetric tides from few instruments (NEUBERG et al., 1987). The results obtained for the admittance differences of the two tiltmeters were obviously not physically realistic because the quality factors were not positive numbers and the residuals were large. However, we have to compare these results to the ones found for rather good gravimetric data as given in table 3 of NEUBERG et al. (1987). Of the six high quality records from gravimeters in central Europe used there, only three gave physically realistic results: the two superconducting GWR-meters in Bad Homburg (F.R.G.) and Brussels and the LaCoster-Romberg earth tide meter with electrostatic feedback at Schiltach (BFO). The data from Strasbourg, Berlin and Potsdam all gave negative Q s. A similar analysis was performed for the original tidal parameters of the two tiltmeters, results are presented in NEUBERG and ZÜRN (1986) and NEUBERG (1987). An appreciable correction of poorly known quality for these data sets is the ocean correction, which in contrast to the gravity tides is not especially small in central Europe. The results were also not physically realistic with negative Q .

The results from the cavity-signal do therefore not allow to retrieve NDFW properties, they only demonstrate that, as predicted, the resonance can be seen in them. This is additional evidence, together with the nearly constant admittance across the diurnal band, that the cavity effect model introduced by KING and BILHAM (1973) and HARRISON (1976) satisfies more sophisticated requirements. Actually this "systematic noise" can even be used as a signal to demonstrate the existence of the NDFW resonance with the reservations about signal-to-noise ratio outlined in the appendix.

ACKNOWLEDGEMENTS:

We thank our colleagues Prof.H.Malzer,H.Otto and W.Großmann for continuously providing logistical and technical support.We appreciate the help of F.Menzel with the Hycon-MC analyses.T.Ruhl and especially F.Hauser helped with the data processing;P.Scheil-Illich drew the figures.Professors H.- G.Wenzel and H.Wilhelm critically read the manuscript and the Deutsche Forschungsgemeinschaft provided financial help under grants number Wi 687/1-1 and Ma 561/2.We are indebted to Dr.Duncan C. Agnew for performing the ocean load calculations for the diurnal strain tides for the Schiltach observatory.

REFERENCES:

- EMTER,D.;ZURN,W.,1985: Observations of local elastic effects on earth tide tilts and strains,in "Earth Tides" (Ed.J.C.Harrison),Benchmark papers in Geology series, Van Nostrand-Reinhold, New York, 309 - 327
- FRIEDERICH,W.;WILHELM,H.,1986: Solar Radiational Effects on Earth Tide Measurements.Proc.10th Int.Symp.Earth Tides, Madrid 1985 (Ed. R.Vieira), Cons.Sup.Invest.Cient., Madrid, 865 - 879.
- GOODKIND,J.M.,1983: Q of the nearly diurnal free wobble, Proc.9th Int.Symp. Earth Tides, New York 1981 (Ed.J.T.KUO), Schweizerbart, Stuttgart, 569-575
- GROSSE-BRAUCKMANN,W.,1979: Untersuchung der Bodenunruhe im Periodenbereich von 2 min - 1 h mit dem Askania - Bohrlochneigungsmesser. Dissertation, Techn.Universität Clausthal, 131 pp.
- GWINN,C.R.,HERRING,T.A.,SHAPIRO,I.I.,1986: Geodesy by radio interferometry: Studies of the forced nutation of the Earth, 2. Interpretation J.Geophys.Res., 91, 4755 - 4765.
- HARRISON,J.C.,1976: Cavity and topographic effects in tilt and strain measurements.J.Geophys.Res., 81, 319 - 328
- HARRISON,J.C.,1977: Discussion to the paper by W.TORGE and H.-G.WENZEL, 1979: Comparison of Earth Tide Observations with nine different gravimeters at Hannover, in Proc.8th.Int.Symp.Earth Tides, (Eds.M. BONATZ and P.MELCHIOR), Bonn, 632-641
- HARRISON,J.C.,1985: Earth Tides, Benchmark Papers in Geology Series, Van Nostrand Reinhold, New York, 419 pp.
- KING,G.C.P.,BILHAM,R.G.,1973: Tidal tilt measurements in Europe.Nature, 243, 74 - 75
- KING,G.C.P.,ZURN,W.,EVANS,R.,EMTER,D.,1976: Site Corrections for Long-Period Seismometers, Tilt- and Strainmeters, Geophys.J.R.astr.Soc., 44, 405 - 411
- LEVINE,J.,1978: Strain-tide spectroscopy, Geophys.J.R.astr.Soc., 54, 27-39
- MALZER,H.,KIESEL,H.,ZURN,W.,EMTER,D.,SCHLEMMER,H.,OTTO,H.,1979: Gezeitenneigungsmessungen im Geowissenschaftlichen Gemeinschaftsobservatorium Schiltach, D.Geodat.Komm., B 245, 1 - 41
- MENZEL,F.,1987: Zum Luftdruckeinfluß auf Gezeitenmessungen, Diplomarbeit, Physics, University of Karlsruhe, 160 p.
- MULLER,T.,ZURN,W.,1983: Observation of Gravity Changes During the Passage of Cold Fronts.J.Geophys., 53, 155-162

- NEUBERG, J., 1987: Erdkernresonanz im ganztägigen Gezeitenband, Dissert. University of Karlsruhe, 137p.
- NEUBERG, J., HINDERER, J., ZURN, W., 1987: Stacking gravity tide observations in Central Europe for the retrieval of the complex eigenfrequency of the Nearly Diurnal Free Wobble, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 91, 853 - 868
- NEUBERG, J., ZURN, W., 1986: Investigation of the Nearly Diurnal Resonance using Gravity, Tilt and Strain Data Simultaneously, *Proc. 10th Int. Symp. Earth Tides, Madrid 1985* (Ed. R. Vieira), *Cons. Sup. Invest. Cient.*, Madrid, 305-311
- RABBEL, W., ZSCHAU, J., 1985: Deformations and Gravity Changes at the earth's surface Due to Atmospheric Loading. *J. Geophys.*, 56, 2, 81 - 99
- SCHÖLLER, K., 1986: Simultaneous tidal and multichannel input-analyses as implemented in the Hycon method, *Proc. 10th Int. Symp. Earth Tides, Madrid 1985* (Ed. R. Vieira), *Cons. Sup. Invest. Cient.*, Madrid, 515 - 520
- SCHWIDERSKI, E. W., 1980: On charting global ocean tides. *Rev. Geophys. Space Phys.*, 18, 243 - 268.
- SPRATT, R. S., 1982: Modelling the effect of atmospheric pressure variations on gravity. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 71, 173 - 186
- VAN DAM, T. M., WAHR, J. M., 1987: Displacements of the Earth's Surface Due to Atmospheric Loading: Effects on Gravity and Baseline Measurements. *J. Geophys. Res.*, 92, B2, 1281 - 1286
- WAHR, J. M., 1981: Body tides of an elliptical, rotating, elastic and oceanless earth, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 64, 677 - 703
- ZURN, W., RYDELEK, P. A., RICHTER, B., 1986: The Core-Resonance Effect in the Record from the Superconducting Gravimeter at Bad Homburg, *Proc. 10th Int. Symp. Earth Tides, Madrid 1985* (Ed. R. Vieira), *Cons. Sup. Invest. Cient.*, Madrid, 141-147

APPENDIX

Schwiderski's models for the ocean tides O_1 , P_1 and K_1 were used by AGNEW (personal communication, 1983) to compute the strain components at the site of the Schiltach observatory. His results are given in Table 2. They were used to compute the "systematic noise" terms from the oceans in eq. (8), also given in Table 2. In order to get an idea of the significance of these noise-terms we have to compare them with the "signal" in eq. (8), the contribution from the NDFW-resonance. (i.e., we compare the first and second terms in the second set of parentheses of eq. (8)). For the computation of the signal we adopted a model for the NDFW with a FCN-period of 460 sidereal days and a Q of 3000. The constants h_1 and l_1 are given by WAHR (1981). The resulting normalized strains are given in Table 2 as well. We then define an approximate signal-to-noise ratio by dividing the first term through the second term and we list these ratios also in Table 2.

It is obvious from these signal-to-noise ratios, that these ocean load strains are a very severe source of errors. Actually they show that the probability to find the resonance in our data set is very small and that the apparent demonstration of the resonance in Fig. 3 could be fortuitous. Of course, there is appreciable uncertainty in the ocean models especially for local seas, which have an extreme importance for loading effects in tilt and strain.

Table 1

TIDE:		Q	O	M	P	K	Psi	Fi	J
		1	1	1	1	1	1	1	1
ASKANIA	g	.7263	.7821	.7476	.8318	.8485	.8050	.9236	.8515
BLP 10-EW	s	.0187	.0037	.0690	.0077	.0026	.3253	.1809	.0429
Hycon	p	-20.24	-22.04	-22.72	-22.10	-19.20	-85.02	-34.44	-24.52
	g	.7346	.7835	.8149	.8163	.8432	.7619	.8265	.8159
	s	.0132	.0026	.0488	.0056	.0019	.2300	.1281	.0303
Hycon-MC	p	-22.43	-22.34	-26.71	-23.44	-19.65	-48.49	-11.83	-20.60
- 1.0 nrad/mbar									
HUGHES TM3	g	.7308	.7193	.8118	.7518	.7760	.7976	1.0855	.6005
412-EW	s	.0353	.0069	.0925	.0137	.0048	.5810	.3209	.0817
Hycon	p	12.10	10.45	4.98	8.59	5.13	66.17	-27.62	-.58
	g	.6898	.7235	.7849	.7278	.7648	.5900	1.1195	.7182
	s	.0265	.0052	.0694	.0104	.0036	.4354	.2406	.0615
Hycon-MC	p	11.94	10.60	2.91	11.48	5.75	60.65	-15.89	8.36
+ 1.75 nrad/mbar									
CAVITY	x	.0331	-.0176	.1191	-.0273	-.0284	.2523	.2001	-.1742
HUG-ASK	y	.4045	.4240	.3592	.4252	.3484	1.5316	.0191	.3473
	m	.4059	.4244	.3784	.4261	.3496	1.5522	.2010	.3885
	p	-4.68	2.38	-18.34	3.67	4.66	-9.35	-84.54	26.64
Hycon	s	.0399	.0078	.1154	.0157	.0055	.6659	.3684	.0923
	x	-.0041	-.0135	.0560	-.0357	-.0331	-.2157	.2677	-.0531
	y	.4230	.4309	.4061	.4696	.3602	1.0848	-.1371	.3915
	m	.4230	.4311	.4099	.4710	.3617	1.1060	.3008	.3951
	p	7.56	1.79	-7.85	4.35	5.25	11.25	-117.12	7.72
Hycon-MC	s	.0296	.0058	.0848	.0118	.0041	.4924	.2726	.0686

Table 1: Results of tidal analyses for the two tiltmeters and the resulting difference phasors. In the Hycon-MC analysis the outside local barometric pressure was used as an additional model function, the coefficients for a lag of 0 hrs are also presented. g are diminishing factors, s standard deviations of g, p phase leads in degrees, x in-phase, y quadrature components of difference phasors referred to theoretical EW-tilt, m magnitude, p phase of difference phasors referred to local potential, s standard deviation of difference phasors:
 $s^{**2} = s(\text{HUGHES})^{**2} + s(\text{ASKANIA})^{**2}$

Table 2

	0		P		K	
	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{11}	ϵ_{22}	ϵ_{11}	ϵ_{22}
AGNEW's results	a	0.16	0.23	0.35	0.12	0.09
	p	177.1	58.7	101.2	56.5	18.8
	R	-0.16	0.12	-0.68	0.066	0.085
	I	0.008	0.197	0.34	0.10	0.029
Normal results	R	-0.00034	-0.0083	-0.145	-0.060	-0.026
	I	-0.0068	+0.0051	-0.0029	+0.0091	+0.0078
"noise"	R	-	-	-	-0.0057	0.0057
	I	-	-	-	0.0159	0.0027
"signal"	R	-	-	-	-0.000357	-0.000345
	I	-	-	-	-0.0163	-0.0154
S/N	R	-	-	-	1:15	1:15
	I	-	-	-	1:1	6:1
					1:15	1:15
					1:300	4:1
					1:1.3	1:1.3
					20:1	1:25

Table 2: Results of AGNEW's ocean load strain computations for BFO: a magnitude in $10^{**}(-9)$, p phase lead with respect to potential in degrees, R real part, I imaginary part. Results of normalization by EW-tilt (theoretical rigid earth tide) as dimensionless quantities ($n \in / 10^{**}-9$ rads). "Noise" contribution in eq.(8) by subtraction of results for O_1 -tide. "Signal" contribution in eq.(8) by model described in appendix and signal-to-noise ratios for the different components.

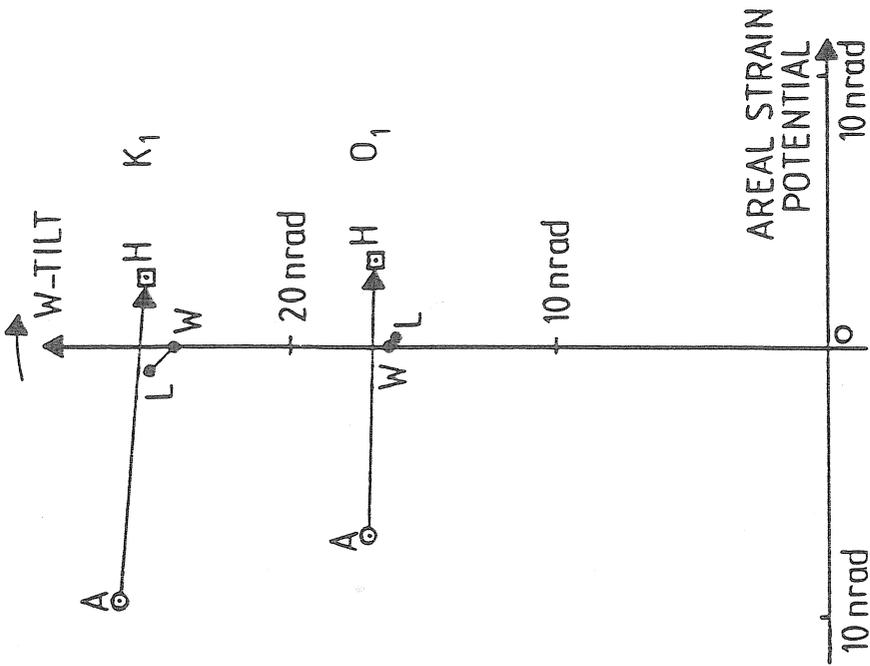


Figure 2

Phasor plot of tidal results for K_1 and O_1 tides for the two tiltmeters. Vectors represent the phasor differences used for analysis. W the body tide phasors using WAHR's (1981) model, L the ocean load tilts added as computed by AGNEW (pers. comm.) from the maps by SCHWIDERSKI (1980), A observation for Askania, H for Hughes tiltmeter.

HUGHES TM 3

411 412

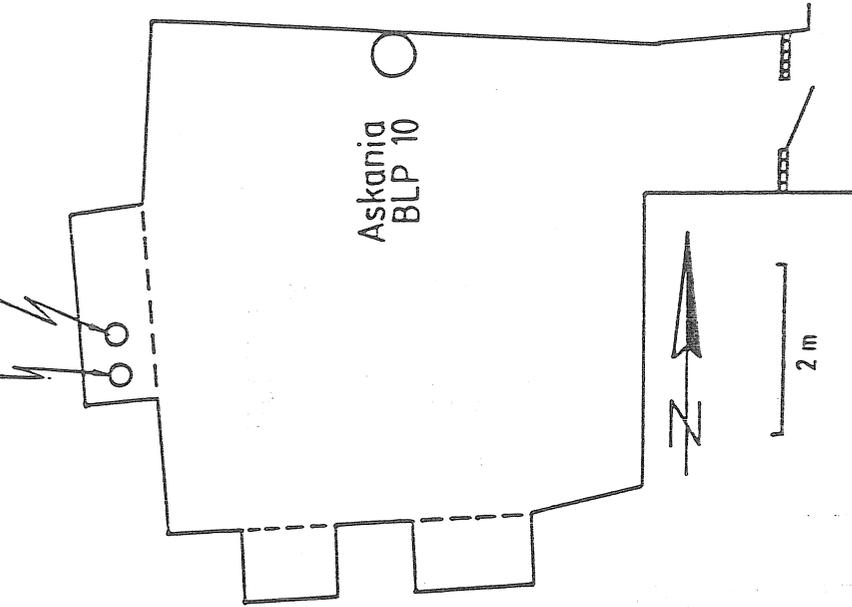


Figure 1

Map of the tiltmeter vault at BFO showing the locations of the tiltmeters.

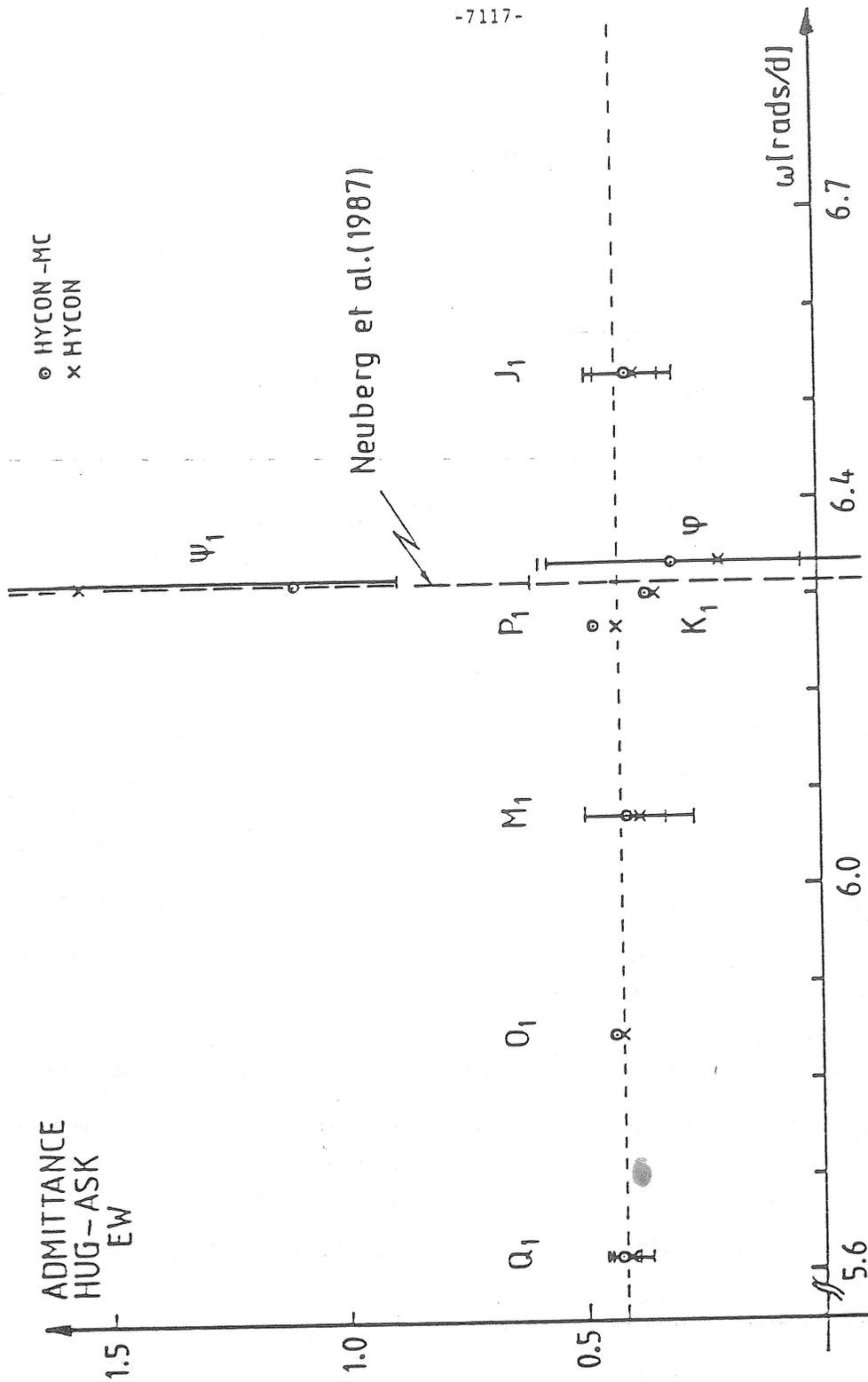


FIGURE 3

Magnitudes of admittance differences as function of frequency. Dashed horizontal line corresponds to the magnitude 0.42. Dashed vertical line corresponds to the eigenfrequency found by GWINN et al. (1986) and NEUBERG et al. (1987). Error bars not connected by solid lines belong to HYCON-MC results.

THE TIDAL GRAVITY ANOMALY IN
SOUTHEASTERN NORTH AMERICA

Edwin S. Robinson and Dwight A. Holland

Department of Geological Sciences

Virginia Polytechnic Institute and State University

Blacksburg, Virginia 24061

Introduction

The goal of recognizing a regional geologic effect on tidal gravity has been elusive. Uncertainty about ocean tidal perturbations, and difficulty in obtaining sub-microgal precision from tidal gravimeters have posed serious problems. However, during the past decade ocean tide models and measuring procedures have improved to the extent that it now appears possible to identify tidal gravity anomalies which correlate with regional differences in the geologic environment.

Evidence that tidal gravity is influenced by thickness of the lithosphere was presented by Melchior and DeBecker (1983). More recently Yanshin, Melchior, Keilis-Borok, DeBecker, Durcarme, and Sadvovsky (1986) proposed a relationship between tidal gravity and asthenosphere/lithosphere mobility. Their very interesting correlations of tidal gravity with heat flow and seismicity confirm this relationship.

These studies are based upon measurements from Eurasia, Africa, Australia, and islands in the western Pacific Ocean. Our purpose is to present results of tidal gravity measurements from five sites in southeastern North America, and to examine the extent to which they are consistent with the conclusions of Yanshin and others (1986). As in their work, we consider only the M2 tidal harmonic

The Tidal Gravity Anomaly

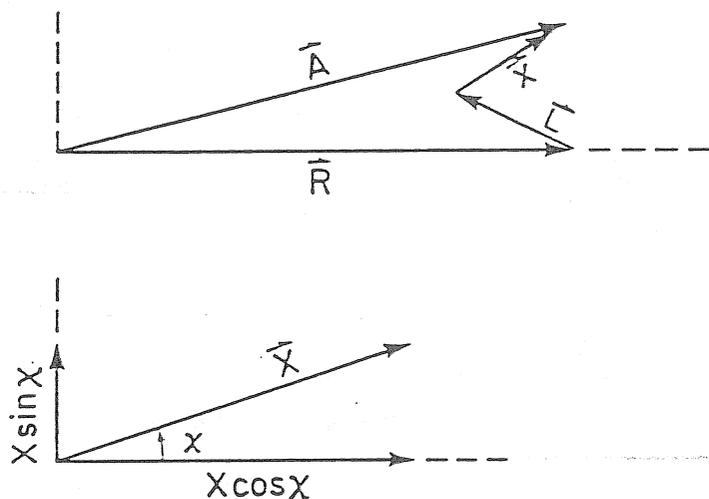
We follow the convention described by Melchior (1983) for defining the tidal gravity anomaly. The quantities involved are shown by the vector diagram (Figure 1). Here the tidal gravity anomaly X is seen to be the vector difference.

$$X = A - R - L$$

where A is measured tidal gravity, R is tidal gravity calculated for a radially symmetrical elastic earth model, and L is the perturbation of gravity caused by the ocean tide.

The angle χ , which indicates the departure of X from the direction of R , can be used to extract the anomaly components $X \cos \chi$ and $X \sin \chi$. Melchior and DeBecker (1983) demonstrated that values of $X \sin \chi$ tend to be indications of the combined error in the determinations of A , R , and L . In contrast the values of $X \cos \chi$ depend, to an important extent, on geologic heterogeneities which are departures of the real earth from ideal radial symmetry.

Fig. 1 Vector diagram in which A is measured tidal gravity, R is tidal gravity on a radially symmetrical elastic earth model, L is the perturbation of gravity caused by the ocean tide, and X is the tidal gravity anomaly.

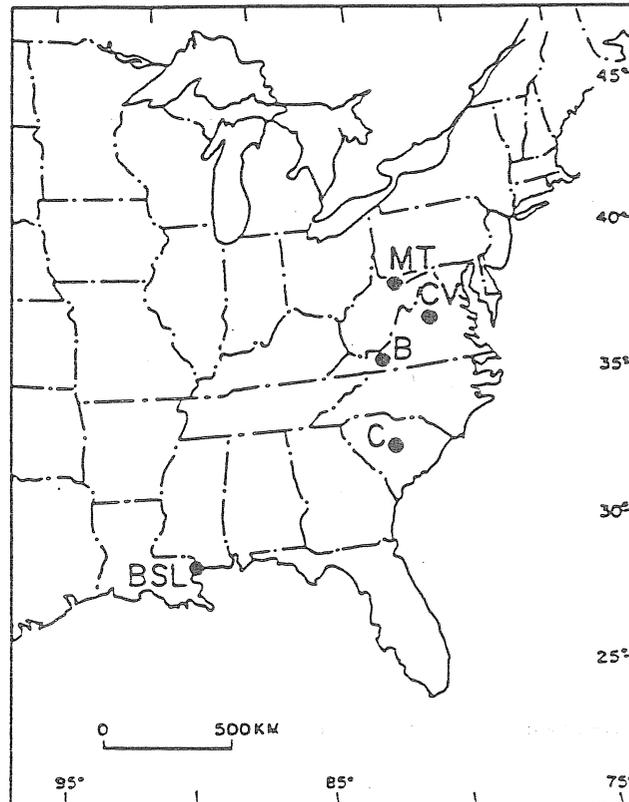


Yanshin and others (1986) established their relationship between tidal gravity and asthenosphere/lithosphere mobility by means of the component $X \cos \chi$. They conclude that values of this component larger than +0.8 microgals tend to be in regions of relatively shallow mobile asthenosphere, and that values more negative than -0.8 microgals tend to be in regions of relatively deep immobile asthenosphere. Small values of $X \cos \chi$ are typical in regions of intermediate asthenosphere depth and mobility.

Measurements

This report presents the results of tidal gravity measurements that have been made since 1977 at five locations in southeastern North America (Figure 2). Two Geodynamics tidal gravimeters, GEO-017 and GEO-735, were used in this survey. For purposes of instrument calibration our site in Blacksburg, Virginia was used as the survey base station.

Fig. 2 Tidal gravity measurement sites in southeastern North America. B-Blacksburg, VA; BSL-Bay St. Louis, MS; CV-Charlottesville, VA; C-Columbia, SC; MT-Morgantown, WV.



The Blacksburg base station has been tied to the Fundamental Tidal Gravity Base Station in Brussels, Belgium (Ducarme, 1975a) by means of tidal gravimeter measurements made prior to 1977. With gravimeter GEO-735 we obtained a 160 day record in Blacksburg, and a 90 day record at the Columbia University base station in New York City, which had been tied to the Brussels station with other instruments (Ducarme, 1975a, and Kuo, Jachens, Melchior, and Ewing, 1972). Further we obtained a 60-day record in Blacksburg with another gravimeter, GEO-761, which was subsequently operated in Brussels by Ducarme (1975a).

Harmonic analysis of these measurements was done by the standard least squares method of Venedikov using the FORTRAN program described by Ducarme (1975b), which includes the

complete Cartwright-Taylor-Edden harmonic series. From these analyses we determined the base station values at Blacksburg for the M2 tidal gravity factor (δ_{M2}) and phase angle (ϕ_{M2}):

$$\delta_{M2} = 1.191$$

$$\phi_{M2} = -0.4^\circ$$

The amplitude conversion constant and the instrument phase shift were determined for GEO-735 from the measurements made in Blacksburg and in New York City. These calibration values for GEO-017 were determined from analysis of 122 days of record obtained in Blacksburg. Results are in Table 1.

Table 1

M2 Calibration Values for Geodynamics Tidal Gravimeters

<u>Instrument</u>	<u>M2 Amplitude Factor Microgals/cal. pulse</u>	<u>M2 Phase Shift, degrees</u>	<u>Calibration Record Length, days</u>
GEO-735	133	-1.8	122
GEO-017	126	-0.7	160

At each of the sites in southeastern North America measurements were recorded on analog strip charts marked by hourly time pulses. Time dependent variations in instrument calibration were controlled by means of relative calibration signals recorded on the charts.

Computations

Harmonic analysis of tidal gravity measurements read at hourly intervals from the analog records was done by the standard least squares method of Venedikov. The FORTRAN program used for this analysis, which includes the complete Cartwright-Taylor-Edden harmonic series, was obtained from the International Center for Earth Tides (ICET) in Brussels, and is described by Ducarme (1975b). M2 tidal gravity amplitudes and phase angles obtained from this harmonic analysis are in Table 2.

The perturbation of gravity caused by the ocean tide was computed by the conventional process of convolving an array of values representing the ocean tide and a gravimetric Green's function. For this purpose the global M2 ocean tide was represented by values on a 1° x 1° latitude-longitude grid which were presented by Schwiderski (1979). The Green's function expressing the gravimetric response to a surface load was obtained by Farrell (1972). For purposes of this study the values of the amplitude and the phase angle (reckoned from the Greenwich Meridian) of the vector L were calculated at the ICET (Melchior, personal communication). These values, which are in Table 2, were obtained by the same procedure used to obtain the results presented by Yanshin and others (1986).

Table 2
Tidal Gravity and Ocean Tidal Perturbation Vectors - M2

Site	Latitude (degrees)	Longitude (degrees)	Record Length (days)	Gravity Meter	Tidal Gravity (A)		Ocean Perturbation (L)	
					Amp. (μ gal)	Phase* (deg.)	Amp. (μ gal)	Phase [√] (deg.)
Blacksburg, VA	37.230	80.423	160	735	56.7	-0.4	2.1	163
Bay St. Louis, MS	30.337	89.635	108	735	65.9	0.0	0.9	138
Charlottesville, VA	38.040	78.520	199	017	55.7	-1.0	2.4	166
Columbia, SC	34.017	81.193	196	017	62.2	-0.8	2.3	165
Morgantown, WV	39.633	79.954	102	017	53.7	-0.4	1.9	163

* Phase angles have been corrected for instrument phase shift

[√] Reckoned from the Greenwich Meridian

We determined the vector R for each site from the product of the tidal gravity factor 1.160 for an idealized elastic earth and the theoretical M2 tidal gravity on a rigid globe. Using these results and the values for A and L from Table 2, we calculated the amplitude, phase angle, and components of the tidal gravity anomaly X for each site. These values are in Table 3.

Table 3

Tidal Gravity Anomaly Components and Heat Flow

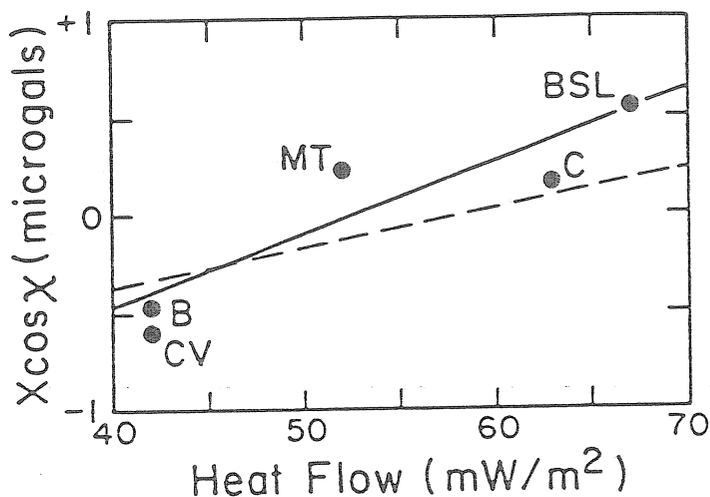
<u>Site</u>	<u>Record Length</u> (days)	<u>Amplitude X</u> (microgals)	<u>Phase χ</u> (degrees)	<u>X sin χ</u> (microgals)	<u>X cos χ</u> (microgals)	<u>Heat Flow</u> (m W/m ²)
Blacksburg, VA	160	0.6	-146	-0.3	-0.5	42
Bay St. Louis, MS	108	0.8	-47	-0.6	+0.6	67
Charlottesville, VA	199	0.9	-134	-0.6	-0.6	42
Columbia, SC	196	0.7	-77	-0.7	+0.2	63
Morgantown, WV	102	0.4	-49	-0.3	+0.2	52

Discussion and Conclusions

Yanshin and others (1986) present evidence of a relationship between tidal gravity and terrestrial heat flow. Their graphs of the apparent dependence of $X \cos \chi$ on heat flow include data from 71 sites in Europe and 41 sites from Africa, Asia, and islands in the western Pacific Ocean. Regression lines fitted to these data suggest a relationship that is close to linear.

To extend this analysis to southeastern North America we use our measurements of $X \cos \chi$, and values of heat flow interpolated from data in Sass, Blackwell, Chapman, Costain, Decker, Lawver, and Swanberg (1981). Estimates of heat flow at our five sites are included in Table 3. The dependence of tidal gravity on heat flow indicated by our data is compared with the regression lines of Yanshin and others (1986) in Figure 3. The regression line based upon data from Africa, Asia, and Pacific islands fits our results more closely than the line based upon data from Europe. Despite the relatively large departures of the phase angles (χ) in Table 3 from 0 degrees or 180 degrees, the results of our survey are clearly consistent with the relationship between tidal gravity and heat flow found by Yanshin and others (1986) for other parts of the world.

Fig. 3 Graph of the $X \cos \chi$ component of tidal gravity and terrestrial heat flow. Regression lines for Europe (dashed line) and Africa, Asia, and Pacific islands (solid line) from Yanshin and others (1986), and values from southeastern North America shown by dots.



Yanshin and others (1986) used thresholds of ± 0.8 microgal to separate tidal gravity anomalies into intervals designated positive, small, and negative. All of the values in Table 3 are in the small anomaly interval, which would be expected where the depth and mobility of the asthenosphere are in intermediate ranges.

Acknowledgments

Support for this study has been provided by the Department of Geological Sciences and the Computing Center of Virginia Polytechnic Institute and State University, the National Oceanic and Atmospheric Administration (Grant 04-7-158-44117), and the National Science Foundation (Grant GA-16118). Dr. Richard T. Williams operated the tidal gravimeter at the Morgantown, West Virginia and Columbia, South Carolina sites, and Mr. David Lasch operated the gravimeter in Charlottesville, Virginia. Values of the gravity perturbation caused by the ocean tide were provided by Professor Paul Melchior of the Observatoire Royal de Belgique.

References

- Ducarme, B., 1975a, A fundamental station for trans-world tidal gravity profiles, Phys. Earth Planet Inter., 11:119-127.
- Ducarme, B., 1975b, Computation procedures at the International Centre for Earth Tides (ICET), Bull. Inf. Mar. Terr., 72:4156-4181.
- Farrell, W.E., 1972, Deformation of the earth by surface loads, Rev. Geophys. Space Phys., 10:761-797.
- Kuo, J.T., R.C. Jachens, P. Melchior, M. Ewing, 1972, A link of the trans U.S. and trans Europe tidal gravity profiles, (EOS) Trans. Amer. Geop. Union, 53(4), p. 343.
- Melchior, P., 1983, The Tides of the Planet Earth, Pergamon, Oxford, 641 p.
- Melchior P., and M. DeBecker, 1983, A discussion of world-wide measurements of tidal gravity with respect to oceanic interactions, lithosphere heterogeneities, earth's flattening and inertial forces, Phys. Earth Planet Inter., 31:27-53.
- Sass, J.H., D.D. Blackwell, D.S. Chapman, J.K. Costain, E.R. Decker, L.A. Lawver, and C.A. Swanberg, 1981, Heat flow from the crust of the United States, in Physical Properties of Rocks and Minerals (Y.S. Touloukian, W.R. Judd, and R.F. Roy, eds.), CINDAS Data Series on Material Properties, V. II-2, McGraw Hill Book Co., Chap. 13, pp. 503-548.
- Schwiderski, E.W., 1979, Global ocean tides, Part II: the semi diurnal principal lunar tide (M_2), atlas of tidal charts and maps, NSWC TR 79-414, Naval Surface Weapons Center, Dalgren, Va. 22448.
- Wilson, D.C., 1978, Ocean tidal loading in southeastern United States, M. S. Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Department of Geological Sciences, 139 p.
- Yanshin, A.L., P. Melchior, V.I. Keilis-Borok, M. DeBecker, B. Ducarme, and A.M. Sadovsky, 1986, Global distribution of tidal anomalies and an attempt of its geotectonic interpretation, Proc. 10th Internat'l Symp. Earth Tides (R. Vieira, ed.), Consejo Superior de Investigaciones Cientificas, Madrid, Spain, pp. 731-755.

1 TIDAL GRAVITY - COLUMBIA, SC

LEXINGTON SITE

URAV GEO 017

LEAST SQUARE ANALYSIS / VEMERIKOV FILTERS ON 48 HOURS / PROGRAMMING P. BUCARNE
 POTENTIAL CARTRIDGE - TAYLER-EIDEN / COMPLETE DEVELOPMENT
 COMPUTING CENTER INTERNATIONAL CENTER FOR EARTH TIDES/FAGS/ BRUSSELS
 INERTIAL CORRECTION PROPORTIONAL TO THE SQUARE OF ANGULAR SPEEDS

0 17 04 721/85 131
 COMPOSANTE 1

TIME INTERVAL	174.0 DAYS	4704 READINGS	1 BLOCKS	EFFICIENCY 1.00
WAVE GROUP	ESTIMATED ANFL.	ANFL.	PHASE	RESIDUE
ARGUMENT	N WAVE	R.M.S.	DIFF.	ANFL. PHASE
		R.M.S.		
320-350	31 01	6.42 0.21	1.1651 0.0372	0.446 1.828 0.06 58.6
333.-136.	31 01	6.42 0.21	1.1651 0.0372	0.446 1.828 0.06 58.6
369-397	29 01	33.25 0.20	1.1552 0.0070	-0.598 0.347 0.37 -108.9
142.-145.	29 01	33.25 0.20	1.1552 0.0070	0.37 -108.9
429-462	34 N01	2.55 0.15	1.1247 0.0645	6.822 3.286 0.32 107.5
151.-155.	34 N01	2.55 0.15	1.1247 0.0645	6.822 3.286 0.32 107.5
487-502	16 F1	15.75 0.22	1.1755 0.0162	4.126 0.789 1.16 77.5
161.-163.	16 F1	15.75 0.22	1.1755 0.0162	4.126 0.789 1.16 77.5
503-550	48 S1K1	45.75 0.20	1.1301 0.0050	-0.253 0.255 0.36 -146.3
164.-169.	48 S1K1	45.75 0.20	1.1301 0.0050	0.36 -146.3
569-605	37 J1	2.32 0.20	1.0241 0.0892	-4.649 4.990 0.37 -149.4
174.-178.	37 J1	2.32 0.20	1.0241 0.0892	-4.649 4.990 0.37 -149.4
624-649	26 001	1.53 0.14	1.2324 0.1140	10.147 5.297 0.28 76.4
184.-187.	26 001	1.53 0.14	1.2324 0.1140	10.147 5.297 0.28 76.4

ECHELLE*10

749-783	35 2N2	1.98 0.17	1.2530 0.1083	1.109 4.939 0.15 14.7
233.-23X.	35 2N2	1.98 0.17	1.2530 0.1083	1.109 4.939 0.15 14.7
784-830	47 N2	11.90 0.21	1.2128 0.0217	0.284 1.021 0.52 6.5
242.-249.	47 N2	11.90 0.21	1.2128 0.0217	0.284 1.021 0.52 6.5
831-885	55 H2	62.24 0.21	1.2062 0.0042	-1.510 0.197 2.87 -34.8
251.-259.	55 H2	62.24 0.21	1.2062 0.0042	-1.510 0.197 2.87 -34.8
902-934	33 L2	1.47 0.27	1.0106 0.1847	11.945 10.442 0.39 129.3
265.-268.	33 L2	1.47 0.27	1.0106 0.1847	11.945 10.442 0.39 129.3
935-948	14 S2	27.00 0.20	1.1248 0.0084	-4.734 0.436 2.42 -112.9
270.-273.	14 S2	27.00 0.20	1.1248 0.0084	-4.734 0.436 2.42 -112.9
949-977	29 K2	7.95 0.18	1.2182 0.0268	-2.858 1.257 0.54 -47.0
274.-278.	29 K2	7.95 0.18	1.2182 0.0268	-2.858 1.257 0.54 -47.0

ECHELLE*10

-*-	60 H3	0.85 0.15	1.0167 0.1731	-2.224 9.664 0.05 -142.4
317.-3X5.	60 H3	0.85 0.15	1.0167 0.1731	-2.224 9.664 0.05 -142.4

STANDARD DEVIATION D 9.54 SD 9.07 TD 6.07MICROGAL

QUALITY FACTORS I Q1= 2.1 Q2= 4.8
 O1/K1 1.0222 I-O1/1-K1 1.1928 H2/O1 1.0441
 CENTRAL EPOCH TJJ= 2445999.0

1 TIDAL GRAVITY - CHARLOTTESVILLE - GEO 017

CAL=126 UGAL PER CAL FULSE.

GRAV GEO 017

LEAST SQUARE ANALYSIS / VENEDIKOV FILTERS ON 48 HOURS / PROGRAMMING R. DUCARME
 POTENTIAL CARTWRIGHT-TAYLER-EDDEN / COMPLETE DEVELOPMENT
 COMPUTING CENTER INTERNATIONAL CENTER FOR EARTH TIDES/FAGS/ BRUSSELS
 INERTIAL CORRECTION PROPORTIONAL TO THE SQUARE OF ANGULAR SPEEDS

0 17 85 7 2/85 912 05 921/86 115
 CONFOSANTE 1

TIME INTERVAL 199.0 DAYS 4608 READINGS 2 BLOKS EFFICIENCY 0.96

WAVE ARGUMENT	GROUP N	ESTIMATED AMPL. R.M.S.	AMPL. FACTOR R.M.S.	PHASE DIFF.	R.M.S.	RESIDUE AMPL. PHASE	ECHELLE*10
320-350	31 01	6.20 0.31	1.0747 0.0538	-1.092	2.861	0.50 -166.5	
133-136	31 01	6.20 0.31	1.0747 0.0538	-1.092	2.861	0.50 -166.5	
369-397	29 01	34.24 0.30	1.1359 0.0099	-0.071	0.500	0.71 -176.6	
142-145	29 01	34.24 0.30	1.1359 0.0099	-0.071	0.500	0.71 -176.6	
429-462	34 N01	2.63 0.25	1.1094 0.1057	-4.278	5.459	0.23 -122.3	
151-155	34 N01	2.63 0.25	1.1094 0.1057	-4.278	5.459	0.23 -122.3	
487-502	16 F1	18.53 0.34	1.3207 0.0240	3.910	1.042	2.62 28.8	
161-163	16 F1	18.53 0.34	1.3207 0.0240	3.910	1.042	2.62 28.8	
503-550	48 S1K1	47.32 0.31	1.1163 0.0073	-2.021	0.374	1.91 -119.3	
164-169	48 S1K1	47.32 0.31	1.1163 0.0073	-2.021	0.374	1.91 -119.3	
569-605	37 J1	3.11 0.31	1.3135 0.1318	3.290	5.746	0.40 26.7	
174-178	37 J1	3.11 0.31	1.3135 0.1318	3.290	5.746	0.40 26.7	
624-649	26 001	1.47 0.21	1.1353 0.1596	-4.839	8.042	0.13 -107.0	
184-187	26 001	1.47 0.21	1.1353 0.1596	-4.839	8.042	0.13 -107.0	

ECHELLE*10

749-783	35 2N2	1.85 0.27	1.2974 0.1896	-26.190	8.342	0.82 -89.6	
233-23X	35 2N2	1.85 0.27	1.2974 0.1896	-26.190	8.342	0.82 -89.6	
784-830	47 N2	10.59 0.34	1.1872 0.0378	-5.229	1.821	0.98 -78.4	
242-249	47 N2	10.59 0.34	1.1872 0.0378	-5.229	1.821	0.98 -78.4	
831-885	55 N2	55.74 0.32	1.1967 0.0069	-1.708	0.327	2.36 -44.7	
251-259	55 N2	55.74 0.32	1.1967 0.0069	-1.708	0.327	2.36 -44.7	
902-934	33 L2	1.23 0.22	0.9338 0.1657	1.930	10.144	0.30 172.1	
265-268	33 L2	1.23 0.22	0.9338 0.1657	1.930	10.144	0.30 172.1	
935-948	14 S2	24.82 0.30	1.1451 0.0139	-4.565	0.708	2.02 -101.6	
270-273	14 S2	24.82 0.30	1.1451 0.0139	-4.565	0.708	2.02 -101.6	
949-977	29 K2	6.84 0.24	1.1597 0.0415	-3.025	2.040	0.36 -91.9	
274-278	29 K2	6.84 0.24	1.1597 0.0415	-3.025	2.040	0.36 -91.9	

ECHELLE*10

- 60 H3 1.04 0.13 1.4441 0.1870 -3.328 7.375 0.28 -12.6
 317-3X5 60 H3 1.04 0.13 1.4441 0.1870 -3.328 7.375 0.28 -12.6

STANDARD DEVIATION D 14.39 SD 13.16 TD 5.43MICROGAL

QUALITY FACTORS I QI= 1.4 Q2= 3.1
 O1/K1 1.0176 I-01/1-K1 1.1691 M2/01 1.0536
 CENTRAL EPOCH T.JJ= 2446347.0

1 TIDAL GRAVITY - MORGANTOWN - GEO 017
 CAL=124 UGAL PER CAL PULSE.

GRAV GEO 017

LEAST SQUARE ANALYSIS / VENEDIKOV FILTERS ON 48 HOURS / PROGRAMMING B. DUCARME
 POTENTIAL CARTWRIGHT-TAYLER-EDDEN / COMPLETE DEVELOPMENT
 COMPUTING CENTER INTERNATIONAL CENTER FOR EARTH TIDES/FAGS/ BRUSSELS
 INERTIAL CORRECTION PROPORTIONAL TO THE SQUARE OF ANGULAR SPEEDS

0 17 02 723/021031
 COMPOSANIE 1

WAVE GROUP ARGUMENT	N	WAVE GROUP	N	ESTIMATED AMPL. R.M.S.	AMPL. FACTOR	R.M.S.	PHASE DIFF.	R.M.S.	EFFICIENCY	1.00	RESIDUE AMPL.	PHASE
TIME INTERVAL 102.0 DAYS 2448 READINGS 1 BLOKS												
320-368	49	01		7.09	0.51	1.2131	0.0878	8.778	4.143	1.11	78.0	
133.-13X.	49	01		7.09	0.51	1.2131	0.0878	8.778	4.143	1.11	78.0	
369-428	60	01		35.27	0.47	1.1559	0.0154	-1.355	0.762	0.84	-97.8	
142.-14X.	60	01		35.27	0.47	1.1559	0.0154	-1.355	0.762	0.84	-97.8	
487-550	64	F15IK1		49.28	0.52	1.1483	0.0120	-2.524	0.599	2.21	-79.3	
161.-169.	64	F15IK1		49.28	0.52	1.1483	0.0120	-2.524	0.599	2.21	-79.3	
EACHELLE*10												
784-830	47	N2		10.39	0.35	1.2179	0.0408	4.750	1.908	0.97	62.0	
242.-249.	47	N2		10.39	0.35	1.2179	0.0408	4.750	1.908	0.97	62.0	
831-885	55	N2		53.73	0.33	1.2062	0.0075	-1.144	0.355	2.31	-27.7	
251.-259.	55	N2		53.73	0.33	1.2062	0.0075	-1.144	0.355	2.31	-27.7	
935-977	43	52K2		24.99	0.29	1.2056	0.0141	-4.120	0.679	2.00	-63.9	
270.-278.	43	52K2		24.99	0.29	1.2056	0.0141	-4.120	0.679	2.00	-63.9	
EACHELLE*10												
-	60	N3		0.53	0.13	0.7822	0.1901	-8.272	13.718	0.21	-159.0	
317.-3X5.	60	N3		0.53	0.13	0.7822	0.1901	-8.272	13.718	0.21	-159.0	
EACHELLE*10												
STANDARD DEVIATION D 14.31 SD 10.42 TD 3.94MICROBAL												

QUALITY FACTORS I Q1= 0.8 Q2= 2.5
 O1/K1 1.0066 1-01/1-K1 1.0510 M2/D1 1.0435
 CENTRAL EPOCH TJJ= 2445223.0

R: T=0.01/0.12 16110159

1 TIDAL GRAVITY - RAY ST. LOUIS

NORDA - NSTL FACILITY

ORAV GEO 735

LEAST SQUARE ANALYSIS / VENEDIKOV FILTERS ON 48 HOURS / PROGRAMMING B. LUCARNE
 POTENTIAL CARTWRIGHT-TAYLER-EEDEN / COMPLETE DEVELOPMENT
 COMPUTING CENTER INTERNATIONAL CENTER FOR EARTH TIDES/FAGS/ BRUSSELS
 INERTIAL CORRECTION PROPORTIONAL TO THE SQUARE OF ANGULAR SPEEDS

6735 77 6 3/77 917
 CONFUSANTE 1

WAVE GROUP	N WAVE	ESTIMATED AMPL. R.M.S.	2592 READINGS	1 BLOKS	EFFICIENCY	1.00	RESIDUE
ARGUMENT			AMPL. FACTOR	R.M.S.	PHASE DIFF.	R.M.S.	AMPL. PHASE
320-368	49 01	5.80 0.28	1.1180	0.0540	0.387	2.763	0.22 169.7
133-13X.	49 01	5.80 0.28	1.1180	0.0540	0.387	2.763	0.22 169.7
369-420	60 01	31.61 0.27	1.1670	0.0099	-2.123	0.484	1.19 -81.0
142-14X.	60 01	31.61 0.27	1.1670	0.0099	-2.123	0.484	1.19 -81.0
487-550	64 F191K1	42.97 0.22	1.1282	0.0059	-2.016	0.293	1.56 -104.3
161.-169.	64 F191K1	42.97 0.22	1.1282	0.0059	-2.016	0.293	1.56 -104.3
EACHELLE*10							
784-830	47 N2	12.43 0.22	1.1620	0.0204	1.430	0.999	0.31 87.0
242.-249.	47 N2	12.43 0.22	1.1620	0.0204	1.430	0.999	0.31 87.0
831-805	55 N2	65.92 0.20	1.1799	0.0036	-1.791	0.173	2.32 -62.5
251.-259.	55 N2	65.92 0.20	1.1799	0.0036	-1.791	0.173	2.32 -62.5
935-977	43 52K2	30.43 0.21	1.1708	0.0082	-2.431	0.407	1.31 -79.0
270.-278.	43 52K2	30.43 0.21	1.1708	0.0082	-2.431	0.407	1.31 -79.0
EACHELLE*10							
-	60 N3	1.05 0.07	1.1073	0.0752	-5.993	3.855	0.11 -73.6
317.-3X5.	60 N3	1.05 0.07	1.1073	0.0752	-5.993	3.855	0.11 -73.6
STANDARD DEVIATION D 7.09 SD 6.59 ID 2.36MICROGAL							

QUALITY FACTORS I OI= 1.5 O2= 4.3
 OI/KI 1.0344 I-OI/I-KI 1.3028 N2/OI 1.0111
 CENTRAL EPOCH I.JJ= 2443350.0

Translation

The Lithosphere's response to surface loads
- an elastic spherical shell model

FU RONGSHAN

(University of Science and Technology of China, Hubei)
Acta Geophysica Sinica vol.30, n°5, pp. 494-503, 1987

ABSTRACT

In this paper an analytical model of the lithosphere's response to surface loads on an elastic spherical shell is established. The lithosphere's responses to two types of loads models (disc load and sine load) are tested. In order to understand the geophysical implication of the earth's geoid anomalies the gravitational anomalies according to these loads are calculated. The results show that: (1) The lithosphere's flexure under a load depends not only on its thickness, but also on the load's width. (2) The earth's lithosphere can support several thousand-bars flexure stress. (3) Because of the thin plate effect it is necessary to estimate some results again which have been made by the flexure rigidity D of the earth's lithosphere. (4) Generally, the global negative gravitational anomalies are not caused by the surface loads and, probably, they are caused by the deep mass distribution under the lithosphere or the lithosphere's flexure associated with horizontal tectonic forces.

Key words: Elastic spherical shell model, Lithosphere, Stress, Load, Response.

1. INTRODUCTION

The study of isostasy and elastic properties of the Earth's upper layer date to Vening Meinesz's work. But the study in this domain has being very active for the last ten years. Lambeck [2] summarized the theory of platform model and discussed the models

of different structures and loadings. Watts et al [3] summarized in detail the bending of the oceanic lithosphere of the different regions under different loadings according to different authors [4-10] and gave the famous relation curve between the efficient elastic thickness and the age of the lithosphere. All the early studies tend to give the following conclusion:

- 1) The lithosphere can sustain kilobars of stress due to the flexure under the long-term loads of sea mounts.
- 2) The flexure rigidity of the thin plate having been estimated ($D = T^3 e/12(1-\sigma^2)$), by comparing the gravity anomaly due to loading flexure and the observed gravity anomaly (or geoid height), the efficient elastic thickness of the lithosphere can be estimated.

The practical studies show that, under long-term loading, the efficient elastic thickness of the lithosphere is about one half of under short-term action such as the seismic waves.

- 3) The efficient thickness of the lithosphere is related to the age, generally, the older is the thicker.

But it is not difficult to see that the thin plate model is not suitable for some cases. While on Watts' curve [5] the efficient elastic thickness of the lithosphere of 60-160 million years old do not vary significantly but between 20-10 km. Due to the appearance of two theoretical thickness curves concerned to the temperature in Watts's figure, some illusion is caused.

In this paper, the states of flexure and stress of the lithosphere under surface loading are discussed using an elastic spherical shell model. The related gravity anomaly is also calculated. The results of various models show that the maximum flexure tends to a fixed value when the loading extent increases. And under fixed loads, when the thickness of the lithosphere increases, the flexure increases first and then decreases, rather than increasing uniformly. This phenomenon, which would affect the interpretation of the observed result, cannot be obtained with a platform model.

2. FUNDAMENTAL EQUATIONS

Under the time scale of ten thousand years to millions years, the loaded lithosphere became as a rigid body while the mantle beneath the lithosphere became like a liquid. As the basis of the global tectonic theory, this assumption is accepted generally. Hence the response of the lithosphere to surface loads can be modelled as the response of an elastic spherical shell filled with fluid.

Without considering the volume force, the basic elastic equations are:

$$\begin{cases} (\lambda + \mu)\nabla\theta + \mu\nabla^2 S = 0, \\ \theta = \nabla \cdot S. \end{cases} \quad (1)$$

where S is the displacement vector; ϵ is the volume strain; and μ are the Lamé parameters.

Love gave three forms of solution u_n, θ_n, ω_n for these equations. Fu Rongshan and Huang Peihua discussed the stress field in the lithosphere produced by the flows in the mantle with satellite gravitational harmonics using these fundamental solutions. The displacement vector is obtained from these fundamental solutions:

$$S = \sum_n A[r^2 \nabla \omega_n + \alpha_n u_n r] + B[r^2 \nabla \bar{\omega}_n + \bar{\alpha}_n \bar{\omega}_n r] + C[\nabla \phi_n] + D[\nabla \bar{\phi}_n] + E[r \times \nabla x_n] + F[r \times \nabla \bar{x}_n]. \quad (2)$$

where A, B, C, D, E, F are coefficients and

$$\alpha_n = -2 \frac{n+2 + (3n+1)\mu}{(n+3)\lambda + (n+5)\mu},$$

$$\bar{\alpha}_n = 2 \frac{(n+1)\lambda + (3n+2)\mu}{(2-n)\lambda + (4-n)\mu}.$$

On the sphere surface with radius r , F can be represented as

$$F = \lambda \frac{r}{r} \Theta + \frac{\mu}{r} \nabla(r \cdot S) + \mu \frac{\partial S}{\partial r} - \mu \frac{S}{r}. \quad (3)$$

Note the radius of the outer surface of the shell by R . Write u_n, θ_n and X_n in the form of surface harmonics S'_n . Then for any n , (3) is written

$$F_n = A \left\{ \left[\mu(2n + \alpha_n) r \nabla \left[\frac{r^n}{R^{n+1}} S'_n \right] + [2n(\lambda + \mu) + \alpha_n[(n+3)\lambda + (n+2)\mu]] \frac{r}{r} \frac{r^n}{R^{n+1}} S'_n \right] + B \left\{ \mu[-2(n+1) + \bar{\alpha}_n] r \nabla \left[\frac{R^n}{r^{n+1}} S'_n \right] + [-2(n+1)(\lambda + \mu) + \bar{\alpha}_n[(2-n)\lambda + (1-n)\mu]] \frac{r}{r} \frac{R^n}{r^{n+1}} S'_n \right\} + C \left\{ 2\mu(n-1) \frac{1}{r} \nabla \left[\frac{r^n}{R^{n+1}} S'_n \right] \right\} + D \left\{ -2\mu(n+2) \frac{1}{r} \nabla \left[\frac{R^n}{r^{n+1}} S'_n \right] \right\} + E \left\{ \mu(n-1) \frac{1}{r} \left[r \times \nabla \left(\frac{r^n}{R^{n+1}} S'_n \right) \right] \right\} + F \left\{ -\mu(n+2) \frac{1}{r} \left[r \times \nabla \left(\frac{R^n}{r^{n+1}} S'_n \right) \right] \right\}. \quad (4)$$

BOUNDARY CONDITIONS. The boundary conditions are different for different kinds of load. According to the definition in the elastic theory, "t" represents the tensile stress along the direction of d outward normal vector at the surface and "-" represents the depression stress. The two kinds of boundary conditions are stated as follows.

1. Without filling (fig. 1a)
 At the upper boundary $r = R$ (Earth's mean radius)

$$F_{r_n} = -g\rho h S_n, \quad F_{\theta_n} = F_{\phi_n} = 0; \quad (5)$$

At the lower boundary $r = a$ (radius of the bottom of the lithosphere)

$$F_{r_n} = g\rho_2 u_{r_n}|_{r=a}, \quad F_{\theta_n} = F_{\phi_n} = 0.$$

where h is the load height; u is the radial displacement after loading and S_n is the n th degree of the harmonic development of unit height load.

2. Loads of oceanic mountain with filling (fig. 1b).
 At the upper limit $r = a$

$$F_{r_n} = -g(\rho - \rho_0)h S_n + g\rho_3 u_{r_n}|_{r=R}, \quad F_{\theta_n} = F_{\phi_n} = 0; \quad (6)$$

At the lower limit $r = Q$

$$F_{r_n} = g\rho_2 u_{r_n}|_{r=Q}, \quad F_{\theta_n} = F_{\phi_n} = 0.$$

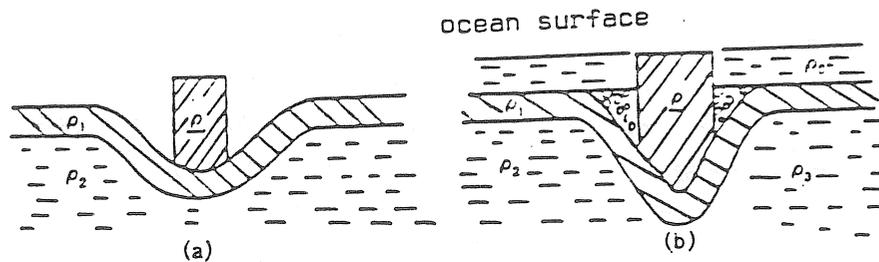


Fig. 1
 Load Models
 (a) without filling; (b) with filling

Practically, because of the complexity of the real Earth, the loading types and the corresponding boundary conditions can not be summarized into the two mentioned kinds. But to make the mathematical analysis possible, these two kinds of loads are in principle feasible.

Substituting (5) and (6) into (4), we obtain $E = F = 0$ and

the following equations.

$$\left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{a}{R}\right)^n z_1 \frac{A}{R} + \left(\frac{R}{a}\right)^{n+1} z_2 \left(\frac{B}{R}\right) + \left(\frac{a}{R}\right)^{n-2} z_3 \left(\frac{C}{R^3}\right) + \left(\frac{R}{a}\right)^{n+3} z_4 \left(\frac{D}{R^3}\right) = 0, \\ & H_1 \frac{A}{R} + H_2 \frac{B}{R} + H_3 \frac{C}{R^3} + H_4 \frac{D}{R^3} = FN, \\ & \left(\frac{a}{R}\right)^n G_1 \left(\frac{A}{R}\right) + \left(\frac{R}{a}\right)^{n+1} G_2 \frac{B}{R} + \left(\frac{a}{R}\right)^{n-2} G_3 \frac{C}{R^3} + \left(\frac{R}{a}\right)^{n+3} G_4 \frac{D}{R^3} = 0, \\ & G_1 \frac{A}{R} + G_2 \frac{B}{R} + G_3 \frac{C}{R^3} + G_4 \frac{D}{R^3} = 0. \end{aligned} \right. \quad (7)$$

where

$$\begin{aligned} H'_1 &= \mu(2n + \alpha_n)n + \{2n(\lambda + \mu) + \alpha_n[(n + 3)\lambda + (n + 2)\mu]\}, \\ H'_2 &= -\mu[-2(n + 1) + \bar{\alpha}_n](n + 1) + \{-2(n + 1)(\lambda + \mu) \\ & \quad + \bar{\alpha}_n[(2 - n)\lambda + (1 - n)\mu]\}, \\ H'_3 &= 2\mu(n - 1)n, & H'_4 &= 2\mu(n + 2)(n + 1), \\ H_1 &= H'_1 - (n + \alpha_n)\rho_3 g R, & H_2 &= H'_2 - [\bar{\alpha}_n - (n + 1)]\rho_3 g R, \\ H_3 &= H'_3 - n\rho_3 g R, & H_4 &= H'_4 + (n + 1)\rho_3 g R, \\ G_1 &= \mu(2n + \alpha_n), & G_2 &= \mu[-2(n + 1) + \bar{\alpha}_n], \\ G_3 &= 2\mu(n - 1), & G_4 &= -2\mu(n + 2), \\ z_1 &= H'_1 - (n + \alpha_n)\rho_2 g a, & z_2 &= H'_2 - [\bar{\alpha}_n - (n + 1)]\rho_2 g a, \\ z_3 &= H'_3 - n\rho_2 g a, & z_4 &= H'_4 + (n + 1)\rho_2 g a, \\ FN &= -gh(\rho - \rho_0). \end{aligned}$$

In these equations, $\alpha_0 = 0$, $\alpha_3 = 0$ corresponds to the first kind of load. If axial symmetrical loads are adopted (circular disk or sinusoidal forms), then the displacement field is

$$\begin{cases} u_r = \sum_n RRN1 S_n, \\ u_\theta = \sum_n HGSN \frac{\partial}{\partial \theta} S_n, \\ u_\phi = 0; \end{cases} \quad (8)$$

the volume strain is

$$\Theta = \nabla \cdot S = \sum_n RRN3 S_n / r;$$

the strain field is

$$\begin{cases} e_{rr} = \sum_n RRN2 S_n / r, \\ e_{\theta\theta} = \sum_n \left\{ \frac{HGSN}{r} \frac{\partial^2 S_n}{\partial \theta^2} + \frac{RRN1}{r} S_n \right\}, \\ e_{\phi\phi} = \sum_n \left\{ \frac{HGSN}{r} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial}{\partial \theta} S_n + \frac{RRN1}{r} S_n \right\}, \\ e_{r\theta} = \sum_n \left\{ HGSN1 \frac{1}{r} - \frac{HGSN}{r} + \frac{RRN1}{r} \right\} \frac{\partial}{\partial \theta} S_n, \\ e_{\theta\phi} = 0, \\ e_{r\phi} = 0; \end{cases} \quad (9)$$

and the stress field is

$$\begin{cases} \sigma_{rr} = \sum_n \left\{ \frac{\lambda}{r} RRN3 + \frac{2\mu}{r} RRN2 \right\} S_n, \\ \sigma_{\theta\theta} = \sum_n \left\{ \left[\frac{\lambda}{r} RRN3 + \frac{2\mu}{r} RRN1 \right] S_n + \frac{2\mu}{r} HGSN \frac{\partial^2 S_n}{\partial \theta^2} \right\}, \\ \sigma_{\phi\phi} = \sum_n \left\{ \left[\frac{\lambda}{r} RRN3 + \frac{2\mu}{r} RRN1 \right] S_n + \frac{2\mu}{r} HGSN \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial S_n}{\partial \theta} \right\}, \\ \sigma_{r\theta} = \sum_n \left\{ \frac{\mu}{r} [HGSN1 - HGSN + RRN1] \frac{\partial}{\partial \theta} S_n \right\}, \\ \sigma_{\theta\phi} = 0, \\ \sigma_{r\phi} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

where

$$\begin{cases} RRN1 = AN(n + \alpha_n) \left(\frac{r}{R}\right)^{n+1} + BN[-(n+1) + \bar{\alpha}_n] \left(\frac{R}{r}\right)^n \\ \quad + CN \cdot n \left(\frac{r}{R}\right)^{n-1} + DN[-(n+1)] \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2}, \\ RRN2 = AN(n + \alpha_n)(n+1) \left(\frac{r}{R}\right)^{n+1} - BN[-(n+1) + \bar{\alpha}_n] n \left(\frac{R}{r}\right)^n \\ \quad + CN(n-1)n \left(\frac{r}{R}\right)^{n-1} + DN(n+1)(n+2) \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2}, \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{aligned} RRN3 &= AN[2n + \alpha_n(3 + n)] \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} + BN[-2(n + 1) \\ &\quad + \bar{\alpha}_n(2 - n)] \left(\frac{R}{r}\right)^n, \\ HGSN &= AN \left(\frac{r}{R}\right)^{n+1} + BN \left(\frac{R}{r}\right)^n + CN \left(\frac{r}{R}\right)^{n-1} + DN \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2}, \\ HGSN1 &= AN(n + 1) \left(\frac{r}{R}\right)^{n+1} - BNn \left(\frac{R}{r}\right)^n + CN(n - 1) \left(\frac{r}{R}\right)^{n-1} \\ &\quad - DN(n + 2) \left(\frac{R}{r}\right)^{n+2}. \end{aligned} \right.$$

$$AN = A, \quad BN = B, \quad CN = C/R^2, \quad DN = D/R^2.$$

3. Calculation of the models and the analysis of the results

For the ease of calculation, we consider here two axially symmetrical loads with the polar axis of the spherical coordinate system being the symmetrical axis.

1. DISK MODEL

$$h = \begin{cases} h_0, & \theta \leq \theta_0; \\ 0, & \theta > \theta_0. \end{cases} \quad (11)$$

2. SINUSOIDAL MODEL

$$h = \begin{cases} h_0 \left(1 - \frac{\sin \theta}{\sin \theta_0}\right), & \theta \leq \theta_0; \\ 0, & \theta > \theta_0. \end{cases} \quad (12)$$

To be in accordance with the properties of the real Earth, the following parameters are adopted: $\rho = 0.945 \times 10^{12}$, $\mu = 0.37 \times 10^{12}$, $R = 6311.0$ km; $\rho_0 = 1.03$ g/cm³, $\rho_1 = 2.84$ g/cm³, $\rho_2 = 2.84$ g/cm³, $\rho_3 = 3.35$ g/cm³; $\rho_4 = 2.84$ g/cm³; $h_0 = 4$ km (the exceptions where the parameters are not the ones given here will be mentioned in the figures. To simplify the calculations, the density of the filling mater ρ_3 is chosen to be the same as that of the lithosphere ρ_1 . This has slight discrepancy with the reality. But the interpretation of the results will not be affected.

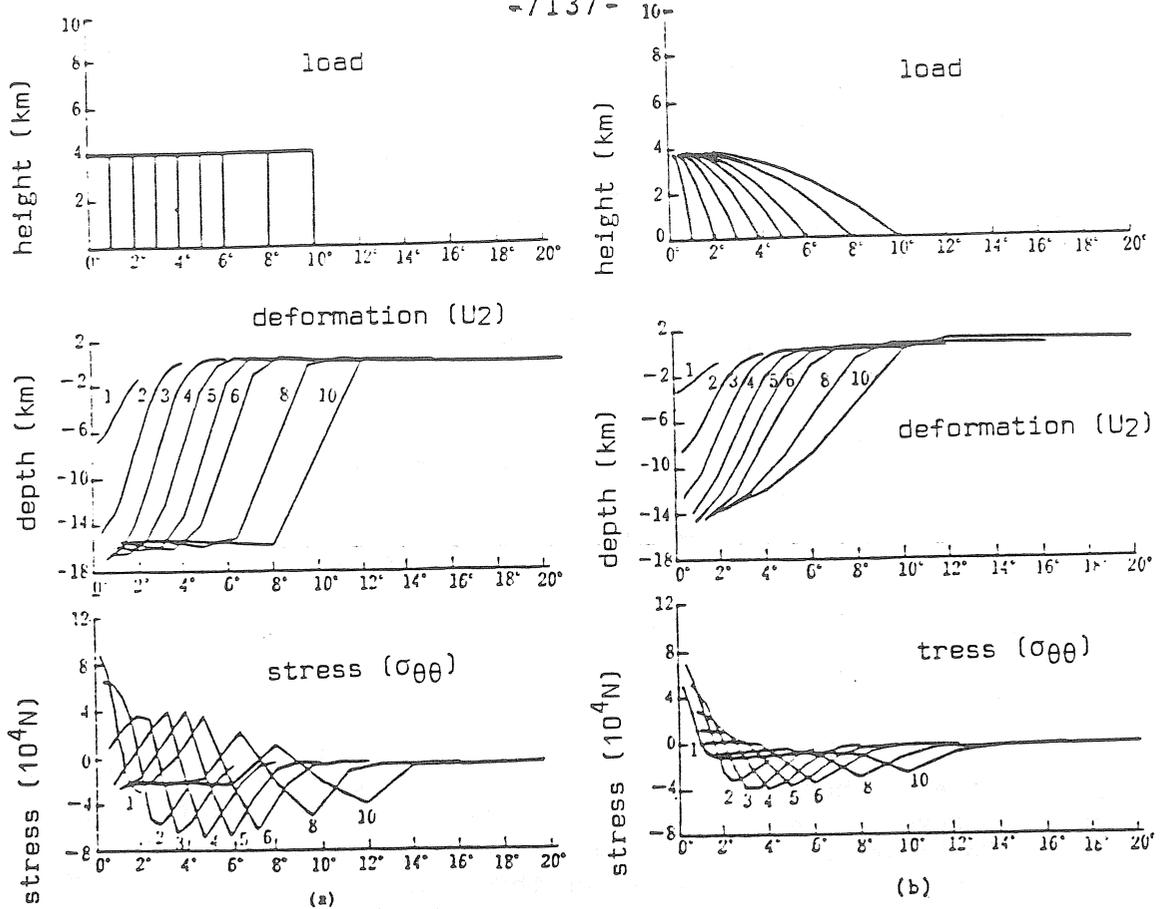


Fig.2. Relation between flexure and load width
 (a) disk load with filling; (b) sinusoidal load with filling
 The parameters are defined in fig. 5.

1. THE FLEXURE OF THE LITHOSPHERE

Figure 2 a,b gives the relationship curve between the load width and the flexure of the lithosphere under disk and sinusoidal loads. The result shows that in all cases (including the case without filling), with the increase of the load width, the flexure of the lithosphere increases and tends to a value which stay fixed in the main. In the case of disk model, when the load width attains a certain dimension, small undulations appear in the bottom of the flexure curve. This is probably the result of thin plate effect when the load width becomes much greater than the thickness of the lithosphere.

Figure 3 shows the relationship between the flexure and the thickness of the lithosphere under disk and sinusoidal loads with filling. With the loads of width of 1° , the flexure decrease as the thickness of the lithosphere increase. But in the case of loads of 4° width, the flexure increases at first when the thickness of the lithosphere increases in both the case of disk and sinusoidal loads. After attaining a limit value, the flexure turn to decrease with the increase of the thickness of the lithosphere. The limit values can be estimated to be 50 km and 25 km for the two kinds of loads from fig. 3. The appearance of these limit values would bring difficulties to the interpretations of gravity anomaly and geoidal heights. This will be discussed later.

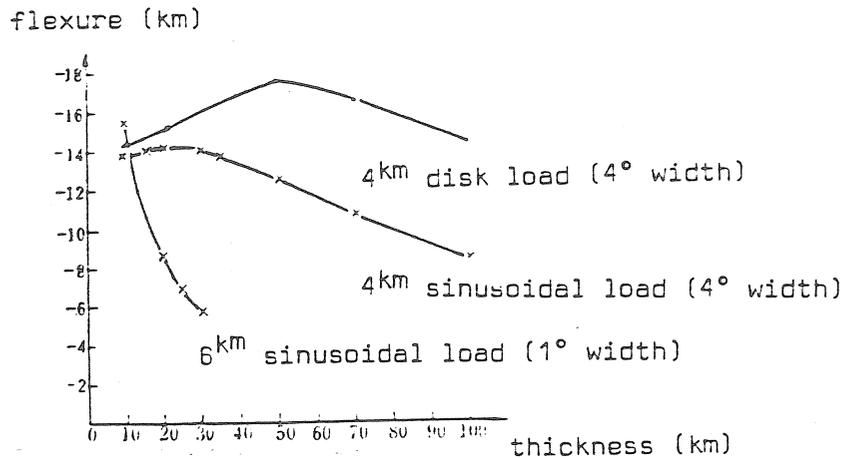


Fig. 3. Relation between flexure and elastic thickness.

2. STRESS STATES

Fig. 4 gives the stress distribution as function of depth inside the lithosphere for the disk load with filling. The results reveal that (1) σ_{rr} varies slightly in the lithosphere (2) to decrease with the increase of depth and attain its minimum value at half the thickness, after then, its direction turns 180° and it begins to increase in magnitude. (3) the shear stress $\sigma_{r\theta}$ vanishes at the top and bottom of the lithosphere and attain its maximum value at the half thickness. $\sigma_{\theta\theta}$ decreases with the depth, then the depress stress becomes tensible stress. (5) the stress distribution doesn't vary greatly with the load width. (6) the magnitude of stress can attain kilobars. (7) the stresses vary with the angular distance from the pole axis. $\sigma_{\theta\theta}$, $\sigma_{\phi\phi}$ and σ have all a turning point being respectively 3.1°, 4.2° and 4.7°.

3. GRAVITY ANOMALY

Any body on the Earth's surface produces at a point P in the outer space a gravity potential

$$\Delta U_p = G \int_r \frac{\rho}{l} d\tau, \quad (13)$$

where $l = \sqrt{R^2 + r'^2 - 2Rr'\cos\theta}$ is the distance from P to the element of matter dr , ρ is the density of the body. The gravity potential produced by a homogeneous circular cone section at a point P is, when $n > 0$:

$$\Delta U = -2\pi G\rho \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(n+3)} \frac{R_2^{n+3} - R_1^{n+3}}{R^{n+1}} \{ [P_{n+1}(\cos\theta_2) - P_{n+1}(\cos\theta_1)] - [P_{n-1}(\cos\theta_2) - P_{n-1}(\cos\theta_1)] \} P_n(\cos\theta). \quad (14)$$

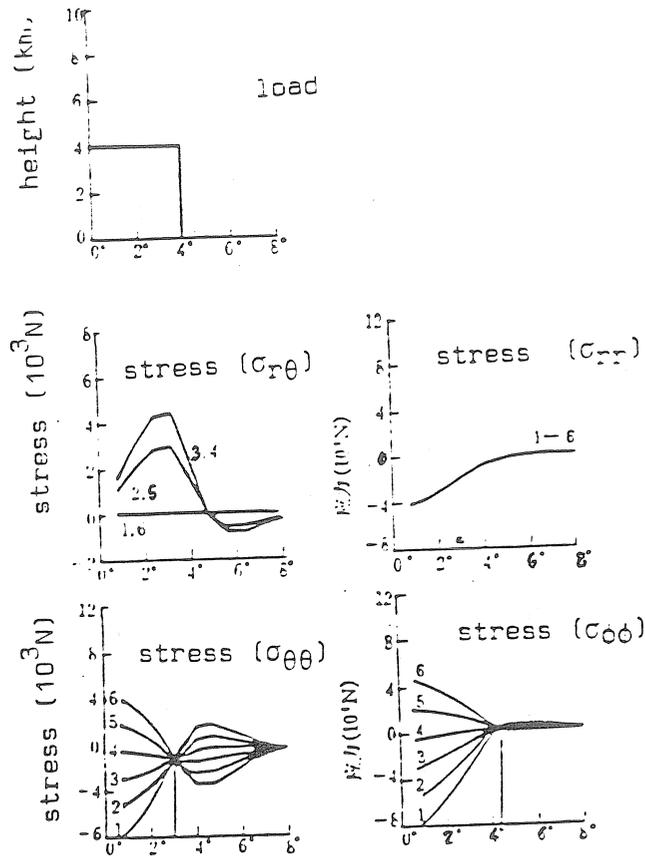


Fig.4. Flexure stress as function of depth 1.0 km; 2.10 km; 3.20 km; 4.30 km; 5.40 km; 6.50 km.

The gravity anomaly is then, when $n > 0$

$$\Delta g = -2\pi G\rho \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{(2n+1)(n+3)} \frac{R_2^{n+3} - R_1^{n+3}}{R^{n+2}} \{ [P_{n+1}(\cos\theta_2') - P_{n-1}(\cos\theta_2')] - [P_{n+1}(\cos\theta_1') - P_{n-1}(\cos\theta_1')] \} P_n(\cos\theta). \quad (15)$$

And when $n = 0$

$$\Delta g = -2\pi G\rho \frac{n+1}{(2n+1)(n+3)} \frac{R_2^{n+3} - R_1^{n+3}}{R^{n+2}} [\cos\theta_2' - \cos\theta_1'], \quad (16)$$

$$\Delta U = -2\pi G\rho \frac{1}{(2n+1)(n+3)} \frac{R_2^{n+3} - R_1^{n+3}}{R^{n+1}}. \quad (17)$$

Where R_2 and R_1 are respectively the distance from the geocentre to the top and bottom surface of the circular cone section. R is the distance from the geocentre to the observing point P . $P_n(\cos(\theta))$ is the n th degree Legendre polynomial and θ_1, θ_2 are respectively the geocentre angle of the inner and outer walls.

The gravity anomaly due to an axisymmetric body can be represented by a sum of the gravity anomalies produced by a series of circular cone sections. In practical calculations, besides the anomaly due to loads, the gravity anomaly due to the flexure of the lithosphere should also be considered. The rela-

tion between gravity anomaly and load width is shown in figure 5. The following results are evident. (1) If all other conditions are fixed, the anomaly due to loads and lithosphere flexure is function of the elastic thickness of the lithosphere. Hence it is workable to estimate the elastic thickness of the lithosphere from the gravity anomaly. But when the load width is very great compared to the thickness of the lithosphere, the thin plate effect appears, the flexure is not directly proportional to the elastic thickness. This effect should be considered when interpreting the observed results (It is estimated that if the thickness is in the range 10-30 km, the gravity anomaly varies about 50 mGal and if the thickness is in the range 30-50 km, the gravity anomaly varies about 40 mGal). (2) When the load width increases, the gravity anomaly near the centre of the load decreases and tends to a fixed value of about 25 mGal. This value can be used to estimate the elastic strength and stress of the lithosphere sustaining large scale loads. (3) The anomaly due to loads never vanishes but according to the classical isostasy theory of Airy-Heiskanen, this anomaly vanishes when the isostatic equilibrium is obtained. So the negative anomaly of global scale is generally not produced by external loads but due to mass deficit beneath the lithosphere or the flexure of the lithosphere due to other kinds of forces.

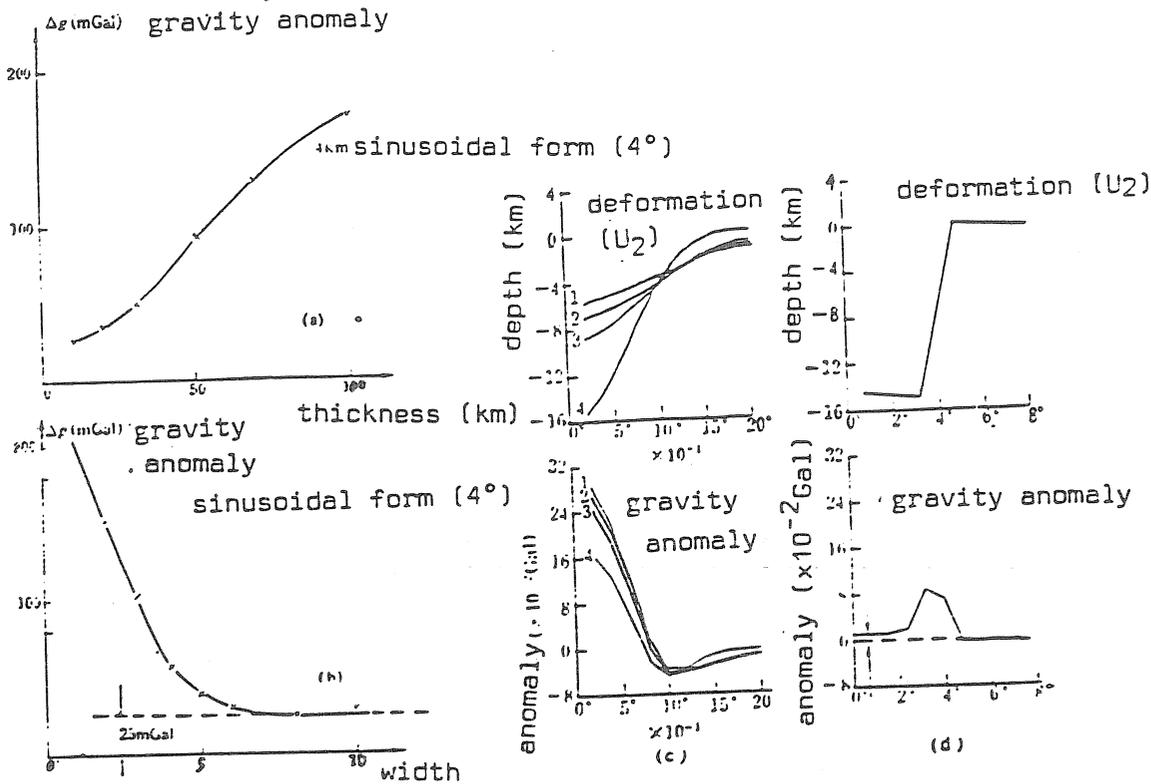


Fig.5. Flexure and gravity anomaly.

(a) relation gravity anomaly-depth; (b) relation gravity anomaly-load width; (c) under 6 km height and 1° wide load, the gravity anomaly distribution with different thicknesses of the lithosphere; (d) gravity anomaly distribution with 4° width disk load.

1.30 km; 2.25 km; 3.20 km; 4.10 km.

4. DISCUSSION OF RESULTS

The study of the flexure of the lithosphere under secular loads can provide with not only the elastic property of the lithosphere (including elastic parameters and elastic thickness) but also the information of stress states inside the lithosphere and near the loads.

Attention should be paid to the following results given by theoretical calculations: 1. Not like the thin plate model, under loads of fixed width, the flexure of the lithosphere is not directly proportional to the thickness but attain the limit value at some thickness. 2. The method provided in this paper can be used directly to the lithosphere of which the thickness is known. This simplify the comparison between the theoretical results and the gravity anomaly or geoidal height. 3. External loads can only cause positive gravity anomaly (isostatic anomaly). This should be taken in mind in studying the relation between the gravity anomaly and ocean floor topography. 4. The lithosphere can sustain kilobars of secular stress due to loads. Near the loads, the stress attains its maximum.

The constant thickness spherical shell model given in this paper is only a rough approximation to the Earth's lithosphere and the load models are also very simple. The more complicated load forms can be solved using spherical harmonic developments. Green function method is also suitable for this kind of problem. As for the lithosphere model in the form of a layer, the problem is not difficult to solve with the fundamental equations and boundary conditions. Generally, by considering the secular loads, the anelasticity (viscosity, plasticity etc.) should be taken into account. This problem wait for further study.

It should be pointed out at least that as discrepancy exists between platform and spherical form models, the results in studying the oceanic lithosphere thickness should be reestimated. And the gravity anomaly of very great scale especially the negative anomaly are originated from beneath the lithosphere or the lower mantle.

REFERENCES

- [1] Vening Meinesz, F.A. Gravity over the Hawaiian archipelago and over the Madeira area, Proc. Kon. Ned. Akad. Wetensch., 44, 1-12, 1941
- [2] Kurt Lambeck and Nakiboglu, S.M., Seamount loading and stress in the ocean lithosphere, J. Geophys. Res., 85, 6403-6418, 1980.
- [3] Watts, A.B., Bodine, J.H. and Steckler, M.S., Observations of flexure and the state of stress in the ocean lithosphere, J. Geophys. Res., 85, 6369-6376, 1980.

- [4] Cochran, J.R., An analysis of isostasy in the world's ocean, 2, midocean ridge crests, *J. Geophys. Res.*, 84, 4713-4729, 1979.
- [5] McNutt, M., Compensation of oceanic topography: An application of the response function technique to the Surveyor area, *J. Geophys. Res.*, 84, 7589-7598, 1979.
- [6] McKenzie, D.P. and Bowin, C., The relationship between bathymetry and gravity in the Atlantic ocean, *J. Geophys. Res.*, 81, 1903-1915, 1976.
- [7] Caldwell, J.G. and Turcotte, D.L., Dependence of the thickness of the elastic oceanic lithosphere on age, *J. Geophys. Res.*, 84, 7572-7576, 1979.
- [8] Watts, A.B., Cochran, J.R. and Selzer, G., Gravity anomalies and flexure of the lithosphere: A three-dimensional study of the Great Meteor Seamount, northeast Atlantic, *J. Geophys. Res.*, 80, 1391-1398, 1975.
- [9] Walcott, R.I., Flexure of the lithosphere at Hawaii, *Tectonophysics*, 9, 435-466, 1979b.
- [10] Cazenave, A., Lago, B., Dominti, K. and Lambeck, K., On the response of the ocean lithosphere to seamount loads from Geos 3 satellite radar altimeter observations, *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 63, 233-252, 1980.
- [11] Love, A.E.H., A treatise on the mathematical theory of elasticity. Dover Publications, New York, 249, 1944.
- [12] Rong-shan Fu and Pei-hau Huang, The global stress field in the lithosphere obtained from the satellite gravitational harmonics, *Phys. Earth Planet. Inter.*, 31, 269-276, 1983.
- [13] Fu Rong-Shan, Huang Pei-Hua, The stress field in the lithosphere in China and the near regions obtained from satellite gravity data, *Acta Geophysica Sinica*, 26, additional, 641-650, 1983.

Translation: Guo Junyi

Traduction

Sur l'estimation de l'influence de l'azimut et de la latitude sur les valeurs des constantes harmoniques des ondes des marées terrestres.

Y. You Bogdan

Rotation et déformations de marées de la Terre N°15, pp.45-53, 1983

Les formules pour le calcul des amplitudes théoriques R_T et des phases théoriques initiales ζ_T des ondes de marées ont la forme [1 à 3]*:

1) pour la déviation de la verticale

$$R_T = 0,0173854 Ck f \quad (\text{sec d'angle}) \quad \zeta_T = -V_0 - u - j\lambda + A$$

2) pour la variation de la pesanteur

$$R_T = 0,0825815 Ck_1 f \quad (\text{microgal}) \quad \zeta_T = -V_0 - u - j\lambda$$

L'azimut astronomique α et la latitude géocentrique ψ sont liés aux valeurs k , A et k_1 des formules (1) et (2) moyennant les simplifications suivantes, mais suffisamment précises pour nos recherches, par les relations

1) pour les ondes diurnes de la déviation de la verticale

$$k \sin A = \sin \psi \sin \alpha, \quad k \cos A = -\cos 2\psi \cos \alpha; \quad (3)$$

2) pour les ondes semi-diurnes de la déviation de la verticale

$$k \sin A = \cos \psi \sin \alpha, \quad k \cos A = \frac{1}{2} \sin 2\psi \cos \alpha \quad (4)$$

3) pour les ondes diurnes de la variation de la pesanteur

$$k_1 = \sin 2\psi ; \quad (5)$$

4) pour les ondes semi-diurnes de la variation de la pesanteur

$$k_1 = \cos^2 \psi . \quad (6)$$

Si, lors de la détermination du facteur d'amplitude γ (ou $\delta = R_M/R_T$) et de l'écart de phases $\Delta\varphi = \zeta_T - \zeta_M$, les valeurs prises α ou ψ diffèrent de celles auxquelles correspond l'installation effective de l'appareil les valeurs γ (ou δ) et $\Delta\vartheta$ présenteront quelques petites erreurs.

On examine ici deux procédés de détermination de la précision exigée pour l'azimut astronomique ou pour la latitude géocentrique de la station en fonction de la précision de la détermination du facteur d'amplitude ou de l'écart de phases des ondes diurnes et semi-diurnes pour la déviation de la verticale et pour les variations de la pesanteur. Les formules donnent la possibilité de trouver les corrections sur γ (ou δ) et $\Delta\vartheta$ dans le cas d'une non concordance des valeurs α et ψ effectives prises lors des calculs.

Les erreurs calculées de l'azimut m_α et de la latitude m_ψ se trouvant dans les tables, pour des erreurs données du facteur d'amplitude et de l'écart de phases pour certaines valeurs des azimuts et des latitudes donnent une représentation générale des dépendances étudiées.

Comme on le constate par les formules (1) et (2), la variation relative R_T (en pourcents) conduit à une variation égale relative k dans la déviation de la verticale ou k_1 dans les variations de la pesanteur. Comme le facteur d'amplitude γ (ou δ) = R_0/R_T , une certaine variation relative R_T provoquera la même variation relative mais de sens opposé du facteur d'amplitude. La variation ζ_T dans la déviation de la verticale égale à la variation A ce qui, étant donné la relation $\Delta\vartheta = \zeta_T - \zeta_M$ conduit à la même variation mais de signe opposé de l'écart des phases $\Delta\vartheta$. La phase théorique τ dans les variations de la pesanteur ne dépend pas de l'azimut et de la latitude. Ainsi, pour obtenir une information sur l'influence de l'azimut et de la latitude sur le facteur d'amplitude γ (ou δ) et l'écart des phases $\Delta\vartheta$ il suffit d'étudier les dépendances entre les petites erreurs d'azimut ou de latitude et les petites erreurs des valeurs k , k_1 et A , ce qui donne la possibilité de simplifier sensiblement la solution du problème puisqu'apparaît la nécessité de calculer les amplitudes théoriques R_T et des phases théoriques ζ_T des ondes de marées terrestres.

Prenant en considération ce qui a été dit et en admettant que l'azimut α et la latitude ψ influencent indépendamment R_T ou ζ_T , nous examinerons dans la suite les dépendances suivantes:

$$k = f(\alpha) \quad A = f(\alpha) \quad k = f(\psi) \quad \text{et} \quad k_1 = f(\psi)$$

Les erreurs de l'azimut m_α et de la latitude m_ψ sont des valeurs déterminées et les erreurs m_k , m_A et m_{k_1} des fonctions respectives de k , A et k_1 sont connues.

On peut déterminer en général l'erreur m_x d'un certain argument x en fonction de l'erreur donnée de la fonction m_f , de la façon suivante (méthode I):

- 1) Déterminer la valeur de la fonction $f(x)$ pour une valeur déterminée de l'argument x , en utilisant l'expression de la fonction;
- 2) remplacer la valeur obtenue de la fonction par la valeur correspondant à l'erreur m_f ;
- 3) déterminer les nouvelles valeurs de l'argument $x_{1,2}$ avec la valeur modifiée de la fonction $f(x) \pm m_f$, en utilisant l'expression pour l'argument;
- 4) comparer les valeurs obtenues de l'argument $x_{1,2}$ avec celles utilisées précédemment lors de la détermination de la valeur de la fonction $f(x)$ et trouver l'erreur de l'argument m_x .

La méthode envisagée donne des résultats précis mais exige beaucoup de travail. En outre on ne réussit pas toujours à obtenir une expression simple pour l'argument.

Dans ce travail nous avons étudié la possibilité d'appliquer encore une méthode pour évaluer la précision de l'argument (méthode 2), basée sur l'utilisation de la formule pour déterminer l'erreur quadratique moyenne de la fonction des valeurs mesurées [4]. Cette formule a la forme:

$$m_f = \frac{\partial f}{\partial x} m_x, \quad (7)$$

où m_f est l'erreur quadratique moyenne de la fonction $f(x)$; m_x est l'erreur quadratique moyenne de l'argument x ; $\partial f / \partial x$ est la dérivée partielle de la fonction suivant l'argument x .

Influence de l'azimut α sur le facteur d'amplitude

Méthode I

$$k = \sqrt{\sin^2 \psi \sin^2 \alpha + \cos^2 2\psi \cos^2 2\alpha}, \quad (8)$$

$$\alpha_{1,2} = \arcsin \sqrt{\frac{(k \pm m_k)^2 - \cos^2 2\psi}{\sin^2 \psi - \cos^2 2\psi}}, \quad (9)$$

$$\pm m_\alpha = \alpha - \alpha_{1,2} \quad (10)$$

Méthode 2

$$\frac{\partial k}{\partial \alpha} = \frac{\sin 2\alpha (\sin^2 \psi - \cos^2 2\psi)}{2\sqrt{\sin^2 \psi \sin^2 \alpha + \cos^2 2\psi \cos^2 \alpha}} \quad (11)$$

$$m_\alpha = \pm \frac{m_k}{\frac{\partial k}{\partial \alpha}} 3438' \quad (12)$$

Ondes semi-diurnes

Méthode 1

$$k = \sqrt{\cos^2 \psi \sin^2 \alpha + \frac{1}{4} \sin^2 2\psi \cos^2 \alpha} \quad (13)$$

$$\alpha_{1,2} = \arcsin \sqrt{\frac{(k \pm m_k)^2}{\cos^4 \psi} - \tan^2 \psi} \quad (14)$$

$$\pm m_\alpha = \alpha - \alpha_{1,2} ; \quad (15)$$

Méthode 2

$$\frac{\partial k}{\partial \alpha} = \frac{\sin 2\alpha \cos^3 \psi}{2\sqrt{1 - \cos^2 \alpha \cos^2 \psi}} \quad (16)$$

$$m_\alpha = \pm \frac{m_k}{\frac{\partial k}{\partial \alpha}} 3438' . \quad (17)$$

La valeur m_k est prise égale à la variation relative de la fonction k correspondant à la variation relative donnée du facteur d'amplitude γ (précision de détermination de γ) c'est pourquoi lors de l'utilisation des deux méthodes pour trouver m_k on calcule d'abord la fonction k . Ce principe de détermination de l'erreur de la fonction est appliqué aussi plus loin lors de l'étude de l'influence de la latitude ψ sur γ et δ .

Les erreurs de l'azimut m_α calculées par la méthode 1, correspondant à la détermination du facteur d'amplitude γ avec une erreur relative de $\pm 1\%$ c'est à dire pour $m_k = \pm 0,01 k$ ou $m_\gamma = \pm 0,01$ pour certaines valeurs des latitudes et des amplitudes sont données dans les tables 1 et 2.

L'assymétrie prédominante de l'erreur m_α correspondant à une variation de la valeur k (et également R_T) de $+1\%$ et -1% attire l'attention.

C'est pourquoi dans les tables 1, 2, si cela est nécessaire, on donne deux valeurs de m_α . Le signe "plus" pour m_α correspond à la variation de R_T (diminution ou augmentation) du côté de l'aug-

mentation de l'azimut. Nous noterons qu'avec l'augmentation de α de 0° (NS) jusqu'à 90° (EW), pour les latitudes $\psi \leq 20^\circ$, R_T des ondes diurnes diminue, pour la latitude $\psi = 30^\circ$ R_T des ondes diurnes est constant et ne dépend pas de l'azimut et dans tous les autres cas avec l'augmentation de l'azimut de 0 à 90° elle augmente. C'est pourquoi nous portons notre attention sur ce que lors de l'installation du clinomètre pour l'enregistrement de la composante NS ($\alpha = 0^\circ$) ou de la composante EW ($\alpha = 90^\circ$) on atteint une certaine erreur m_α alors le facteur d'amplitude γ sera perturbé d'un côté indépendamment du signe et de la valeur de l'erreur, puisque l'amplitude calculée soit plus effective (ondes diurnes: NS pour $\psi \leq 20^\circ$ et EW pour $\psi \geq 40^\circ$; ondes semi-diurnes: EW pour toutes les valeurs de la latitude ψ) soit moins effective (les ondes diurnes: NS pour $\psi > 40^\circ$ et EW pour $\psi \leq 20^\circ$; les ondes semi-diurnes: NS pour toutes les valeurs de la latitude ψ). Par conséquent, lors d'une erreur d'installation du clinomètre dans la direction du méridien ou du premier vertical les valeurs γ_{NS} des ondes diurnes pour $\psi > 40^\circ$ et γ_{NS} des ondes semi-diurnes seront toujours amplifiées, les valeurs γ_{EW} des ondes diurnes pour $\psi > 40^\circ$ et γ_{EW} des ondes semi-diurnes sont diminuées c'est-à-dire la différence $|\gamma_{NS} - \gamma_{EW}|$ sera dans ce cas toujours diminuée.

La détermination de m_α par la méthode 2 a montré qu'elle donne des résultats correspondant à ceux obtenus par la méthode 1 uniquement pour les valeurs $|m_\alpha| < 1^\circ$ ce qui est apparemment lié à la non-linéarité de la fonction k et les valeurs plus grandes m_α en valeur absolue. La méthode 2 ne donne pas la possibilité de déterminer m_α même dans les points où la fonction k est extrémum (par exemple, pour $\alpha = 0^\circ$ et $\alpha = 90^\circ$) puisque la dérivée $\partial k / \partial \alpha$ est dans ce cas égale à zéro.

L'annulation de la dérivée $\partial k / \partial \alpha$ pour tout α à la latitude $\psi = 30^\circ$ (ondes diurnes) montre directement que, comme on l'a remarqué plus haut, à la latitude donnée l'amplitude R_T des ondes diurnes est constante et ne dépend pas de l'azimut.

Influence de l'azimut sur les déphasages θ

Ondes diurnes:

Méthode 1

$$A = \arctan\left(\frac{\sin \psi}{\cos 2\psi} \tan \alpha\right)_1 \quad (18)$$

$$\alpha_{1,2} = \arctan\left(\frac{\tan(A \pm m_A) \cos 2\psi}{\sin 2\psi}\right) \quad (19)$$

$$\pm m_\alpha = \alpha - \alpha_{1,2} \quad (20)$$

Table 1. Erreurs de l'azimut m_α , correspondant à la variation relative du facteur d'amplitude de $\pm 1\%$ (ondes diurnes).

Azimut	Latitude					
	10°	20°	40°	50°	60°	70°
0°	+8°14'	+9°03'	+2°16'	+1°53'	+5°46'	+11°34'
5	+4 36	+5 19	-0,36 +0 34	+0 24	+2 40	+7 36
10	-4 18 +2 56	-5 45 +3 28	+0 22	+0 17	-1 55 +1 40	+5,26
20	-1 42 +1 34	-2 07 +1 55	+0 21	+0 19	-1 05 +1 05	-4 04 +3 32
30	-1 03 +1 01	-1 21 +1 18	+0 27	+0 24	-1 00	-3 02 +2 53
40	-0 44 +0 43	-0 59 +0 58	+0 35	+0 33	+1 04	-2 48 +2 47
50	+0 31	+0 46	-0 46 +0 47	-0 44 +0 45	-1 15 +1 17	-2 30 +3 33
60	+0 22	+0 39	-1 04 +1 07	-1 02 +1 05	-1 37 +1 43	-3 27 +3 49
70	+0 16	+0 39	-1 39 +1 47	-1 36 +1 48	-2 19 +2 37	-4 37 +5 56
80	+0 13	-0 55 +0 58	-3 04 +4 37	-2 59 +4 27	-4 05 +8 34	-7 17
85	-0 17 +0 18	-1 28 +2 09	-4 48	-4 41	-6 03	-9 57
90	-1 32	-4 04	-8 26	-8 20	-9 56	-14 03

Table 2. Erreurs de l'azimut m_α correspondant à la variation relative du facteur d'amplitude de $\pm 1\%$ (ondes semi-diurnes).

Azimut	Latitude						
	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
0°	+1°26'	+2°59'	+4°43'	+6°49'	+9°44'	+14°16'	+23°08'
5	+0 15	-1 01 +0 52	-3 30 +1 55	+3 32	+5 58	+10 15	+18 29
10	+0 12	-0 33 +0 32	-1 43 +1 09	-2 50 +2 14	-7 47 +4 05	+7 33	+15 20
20	+0 16	-0 27	-1 49 +0 48	-1 30 +1 26	-2 55 +1 59	-6 24 +5 03	+11 22
30	+0 22	+0 31	-0 47 +0 46	-1 16 +1 15	-2 15 +2 10	-4 29 +4 11	-11 59 +9 42
40	+0 31	+0 38	+0 52	+1 18	+2 08	-4 00 +3 57	-9 38 +9 17
50	+0 43	-0 50 +0 51	-1 04 +1 05	-1 29 +1 31	-2 19 +2 22	-4 05 +4 17	-9 14 +9 55
60	-1 01 +1 03	-1 09 +1 11	-1 25 +1 28	-1 53 +1 59	-2 47 +2 59	-4 42 +5 19	-10 11 +13 05
70	-1 34 +1 42	-1 44 +1 54	-2 04 +2 18	-2 40 +3 03	-3 48 +4 35	-6 09 +8 36	-12 19
80	-2 56 +4 14	-3 11 +4 53	-3 42 +6 25	-4 36	-6 10	-9 20	-16 39
85	-4 38	-4 58	-5 38	-6 45	-8 18	-12 12	-19 49
90	-8 14	-8 38	-9 22	-10 37	-12 41	-16 22	-24 20

Méthode 2

$$\frac{\partial A}{\partial \alpha} = \frac{\sin \psi}{\cos 2\psi \cos^2 \alpha + \frac{\sin^2 \psi}{\cos 2\psi} \sin^2 \alpha} \quad (21)$$

$$m_\alpha = \pm \frac{m_A}{\frac{\partial A}{\partial \alpha}} \quad (22)$$

Ondes semi-diurnes:

Méthode 1

$$A = \arctan\left(\frac{\tan \alpha}{\sin \psi}\right) \quad (23)$$

$$\alpha_{1,2} = \arctan(\tan(A \pm m_A) \sin \psi) \quad (24)$$

$$\pm m_\alpha = \alpha - \alpha_{1,2} \quad (25)$$

Méthode 2

$$\frac{\partial A}{\partial \alpha} = \frac{\sin \psi}{1 - \cos^2 \psi \cos^2 \alpha} \quad (26)$$

$$m_\alpha = \pm \frac{m_A}{\frac{\partial A}{\partial \alpha}} \quad (27)$$

Les valeurs de l'erreur m_A sont choisies en fonction de la précision donnée de la détermination du déphasage $\Delta \theta$.

Les erreurs calculées m_α pour une valeur donnée de l'erreur $m_A = m_{\Delta \tau} = -m_{\Delta \psi} = \pm 1^\circ$ pour certaines valeurs des latitudes et des azimuts sont donnés dans les tables 3 et 4.

Les calculs ont été faits par la méthode 2, plus simple, qui, dans le cas examiné, donne avec la précision de $\pm 5'$ les mêmes résultats que la méthode 1. Pour les ondes diurnes pour $\psi = 30^\circ$ $m_\alpha = -m_{\Delta \psi} = \text{const.}$

Une approche un peu autre de l'estimation du lien réciproque entre la précision de l'azimut et les précisions de la détermination des amplitudes théoriques et des phases des ondes de marées terrestres se trouve dans le travail [5]. Les résultats que nous obtenons concordent complètement avec les résultats de ce travail.

Table 3. Erreurs de l'azimut m_α correspondant à la variation du déphasage $\Delta\theta$ de $\pm 1^\circ$ (ondes diurnes).

Azimut	Latitude					
	10°	20°	40°	50°	60°	70°
0°	$\pm 25'$	$\pm 14'$	$\pm 16'$	$\pm 14'$	$\pm 35'$	$\pm 49'$
5	± 22	± 14	± 18	± 16	± 35	± 49
10	± 15	± 11	± 22	± 21	± 37	± 50
20	± 48	± 02	± 40	± 43	± 43	± 52
30	± 06	± 47	± 08	± 16	± 52	± 55
40	± 15	± 30	± 41	± 57	± 03	± 59
50	± 21	± 11	± 17	± 41	± 15	± 03
60	± 09	± 54	± 51	± 22	± 27	± 07
70	± 48	± 39	± 18	± 55	± 36	± 11
80	± 21	± 30	± 36	± 17	± 42	± 13
85	± 13	± 28	± 41	± 22	± 43	± 13
90	± 11	± 27	± 42	± 25	± 44	± 14

Table 4. Erreurs de l'azimut m_α correspondant à la variation du déphasage $\Delta\theta$ de $\pm 1^\circ$ (ondes semi-diurnes).

Azimut	Latitude						
	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
0°	$\pm 10'$	$\pm 21'$	$\pm 30'$	$\pm 39'$	$\pm 46'$	$\pm 52'$	$\pm 56'$
5	± 13	± 22	± 31	± 39	± 46	± 52	± 56
10	± 21	± 25	± 33	± 40	± 47	± 52	± 57
20	± 50	± 39	± 41	± 45	± 50	± 54	± 57
30	± 38	± 59	± 52	± 52	± 54	± 56	± 58
40	± 29	± 25	± 07	± 01	± 59	± 59	± 59
50	± 27	± 51	± 23	± 11	± 05	± 00	± 01
60	± 22	± 17	± 38	± 20	± 10	± 05	± 02
70	± 06	± 37	± 49	± 27	± 15	± 07	± 03
80	± 35	± 51	± 57	± 32	± 17	± 09	± 04
85	± 43	± 54	± 59	± 33	± 18	± 09	± 04
90	± 46	± 55	± 00	± 33	± 18	± 09	± 04

Influence de la latitude \varnothing sur le facteur d'amplitude

Ondes diurnes

$$k = \sqrt{\sin^2 \psi \sin^2 \alpha + \cos^2 2\psi \cos^2 \alpha} \quad (28)$$

$$\frac{\partial k}{\partial \psi} = \frac{\sin 2\psi \sin^2 \alpha - 2 \sin 4\psi \cos^2 \alpha}{2\sqrt{\sin^2 \psi \sin^2 \alpha + \cos^2 2\psi \cos^2 \alpha}} \quad (29)$$

$$m_\psi = \pm \frac{m_k}{\frac{\partial k}{\partial \psi}} 3438' \quad (30)$$

Ondes semi-diurnes

$$k = \sqrt{\cos^2 \psi \sin^2 \alpha + \frac{1}{4} \sin^2 2\psi \cos^2 \alpha} \quad (31)$$

$$\frac{\partial k}{\partial \alpha} = \frac{\sin 2\psi \cos \psi \cos^2 \alpha - \sin \psi}{\sqrt{1 - \cos^2 \psi \cos^2 \alpha}} \quad (32)$$

$$m_\psi = \pm \frac{m_k}{\frac{\partial k}{\partial \psi}} 3438' \quad (33)$$

Les erreurs calculées pour la latitude m_ψ correspondant à la détermination du facteur d'amplitude γ avec une erreur relative de $\pm 1\%$ sont données dans les tables 5 et 6. Pour les ondes semi-diurnes, les valeurs $|m_\psi| > 1^\circ$ sont déterminées sans précision. Il faut s'attendre à une augmentation brusque de la précision m_ψ lorsque la valeur de la fonction étudiée k approche un extremum. C'est pourquoi, pour les autres valeurs ψ et α , les erreurs de m_ψ ne sont pas données dans les tables 5, 6. L'extremum de la fonction k aura lieu pour ces valeurs ψ et α , pour lesquelles, les dérivées (29) ou (32) sont égales à zéro.

Influence de la latitude ψ sur le déphasage $\Delta \varnothing$

Ondes diurnes

Méthode 2

$$A = \arctan\left(-\frac{\sin \psi}{\cos 2\psi} \tan \alpha\right) \quad (34)$$

$$\frac{\partial A}{\partial \psi} = - \frac{\cos \psi \tan \alpha (\cos 2\psi + 4 \sin^2 \psi)}{\cos^2 2\psi + \sin^2 \psi \tan^2 \alpha} \quad (35)$$

$$m_\psi = \pm \frac{m_A}{\frac{\partial A}{\partial \psi}} \quad (36)$$

Ondes semi diurnes

Méthode 1

$$A = \arctan\left(\frac{\tan \alpha}{\sin \psi}\right) \quad (37)$$

Table 5 Erreurs de la latitude m_ψ correspondant à la variation relative du facteur d'amplitude γ de $\pm 1\%$ (ondes diurnes).

Azimut	Latitude						
	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
0°	±0°47'	±0°20'	±0°10'	±0°03'	±0°03'	±0°10'	±0°20'
5	±0 48	±0 21	±0 10	±0 03	±0 03	±0 10	±0 21
10	±0 48	±0 21	±0 10	±0 05	±0 05	±0 11	±0 21
20	±0 49	±0 22	±0 12	±0 10	±0 09	±0 13	±0 24
30	±0 53	±0 24	±0 16	±0 33	±0 15	±0 17	±0 28
40	±0 59	±0 30	±0 26	-	±0 22	±0 23	±0 34
50	±1 19	±0 49	±1 22	±1 00	±0 28	±0 30	±0 44
60	-	-	±1 19	±0 38	±0 34	±0 40	±0 57
70	±0 58	±0 35	±0 30	±0 32	±0 38	±0 49	±1 13
80	±0 13	±0 16	±0 22	±0 30	±0 40	±0 56	±1 28
85	±0 08	±0 13	±0 20	±0 29	±0 41	±0 59	±1 33
90	±0 06	±0 12	±0 20	±0 29	±0 41	±1 00	±1 34

$$\psi_{1,2} = \arcsin\left(\frac{\tan \alpha}{\tan(A \pm m_A)}\right) \quad (38)$$

$$\pm m_\psi = \psi - \psi_{1,2} ; \quad (39)$$

Table 6 Erreurs de la latitude m_ψ correspondant à la variation relative du facteur d'amplitude γ de $\pm 1\%$ (ondes semi-diurnes).

Azimut	Latitude						
	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
0°	±0°03'	±0°14'	±0°30'	±1°36'	±1°37'	±0°30'	±0°15'
5	±0°07'	±0°16'	±0°31'	±1°44'	±1°35'	±0°30'	±0°15'
10	±0°13'	±0°19'	±0°36'	±2°07'	±1°27'	±0°29'	±0°14'
20	±0°39'	±0°26'	±1°02'	-	±1°08'	±0°28'	±0°14'
30	±1°57'	±1°38'	±3°28'	±3°11'	±0°52'	±0°26'	±0°14'
45	-	-	-	±1°27'	±0°42'	±0°24'	±0°14'
50	-	±3°42'	±1°48'	±1°00'	±0°36'	±0°22'	±0°13'
60	±1°47'	±2°12'	±1°18'	±0°49'	±0°33'	±0°21'	±0°13'
70	±3°44'	±1°47'	±1°06'	±0°44'	±0°30'	±0°21'	±0°13'
80	±3°31'	±1°37'	±1°01'	±0°42'	±0°29'	±0°20'	±0°13'
85	±3°16'	±1°35'	±1°00'	±0°41'	±0°29'	±0°20'	±0°13'
90	±3°15'	±1°34'	±1°00'	±0°41'	±0°29'	±0°20'	±0°13'

Méthode 2

$$\frac{\partial A}{\partial \psi} = - \frac{\tan \alpha \cos \psi}{\sin^2 \psi + \tan^2 \alpha} \quad (40)$$

$$m_\psi = \pm \frac{m_A}{\frac{\partial A}{\partial \psi}} \quad (41)$$

Les valeurs de l'erreur m_A sont choisies en fonction de la précision exigée de détermination du déphasage $\Delta \theta$. Nous donnons dans les tables 7 et 8 les valeurs m_ψ pour certaines valeurs des latitudes et des azimuts pour $m_A = m_{\Delta \theta} = -m_{\Delta \theta} = \pm 1^\circ$, calculées d'après la méthode 2. Les erreurs $|m_\psi| > 3^\circ$ sont déterminées avec une précision d'environ 0.5°. Pour les ondes semi-diurnes, les erreurs m_ψ sont asymétriques et il est préférable de les calculer d'après la méthode 1.

Influence de la latitude ψ sur le facteur d'amplitude δ

Ondes diurnes

Méthode 1

$$k_1 = \sin 2\psi \quad (42)$$

$$\psi_{1,2} = \frac{1}{2} \arcsin(k_1 \pm m_{k_1}) \quad (43)$$

$$\pm m_{\psi} = \psi - \psi_{1,2} \quad (44)$$

Table 7. Erreurs de la latitude m_{ψ} correspondant à la variation du déphasage $\Delta \theta \pm 1^{\circ}$ (ondes diurnes).

Azimut	Latitude						
	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
10°	±1°48'	±2°53'	±1°08'	±0°12'	±0°12'	±1°14'	±3°41'
20	±2 20	±1 26	±0 36	±0 10	±0 13	±0 46	±2 03
30	±1 29	±0 56	±0 27	±0 12	±0 17	±0 42	±1 05
40	±1 02	±0 41	±0 23	±0 16	±0 23	±0 45	±1 31
50	±0 45	±0 33	±0 23	±0 22	±0 31	±0 53	±1 38
60	±0 32	±0 28	±0 27	±0 31	±0 44	±1 09	±1 58
70	±0 23	±0 28	±0 36	±0 49	±1 10	±1 43	±2 47
80	±0 19	±0 40	±1 08	±1 41	±2 23	±3 26	±5 24

Table 8. Erreurs de la latitude m_{ψ} correspondant à la variation du déphasage $\Delta \theta$ de $\pm 1^{\circ}$ (ondes semi-diurnes).

Azimut	Latitude					
	10°	20°	30°	40°	50°	60°
10°	±0°21'	±0°54'	±1°50'	±3°17'	±5°27'	±8°52'
20	±0 27	±0 44	±1 13	±1 57	±3 04	±4 51
30	±0 38	±0 50	±1 10	±1 41	±2 29	±3 45
40	±0 53	±1 02	±1 19	±1 44	±2 24	±3 28
50	±1 14	±1 22	±1 37	±2 00	±2 37	±3 39
60	±1 47	±1 55	±2 10	±2 34	±3 13	±4 20
70	±2 48	±2 58	±3 17	±3 47	±4 36	±5 02
80	±5 46	±6 03	±6 36	±7 30	±8 59	±15 36

Méthode 2

$$\frac{\partial k_1}{\partial \psi} = \cos 2\psi \quad (45)$$

$$m_{\psi} = \pm \frac{m_{k_1}}{\frac{\partial k_1}{\partial \psi}} 3438' \quad (46)$$

Ondes semi-diurnes

Méthode 1

$$k_1 = \cos^2 \psi \quad (47)$$

$$\psi_{1,2} = \arccos \sqrt{k_1 \pm m_{k_1}} \quad (48)$$

$$\pm m_\psi = \psi - \psi_{1,2} \quad (49)$$

Méthode 2

$$\frac{\partial k_1}{\partial \psi} = -\sin 2\psi \quad (50)$$

$$m_\psi = \pm \frac{m_{k_1}}{\frac{\partial k_1}{\partial \psi}} 3438' \quad (51)$$

Les erreurs calculées de la latitude m_ψ correspondant à la détermination du coefficient δ avec une erreur relative de $\pm 1\%$ sont données pour certaines latitudes et certains azimuts dans la table 9. Pour $\psi = 40^\circ$, $\psi = 45^\circ$ (ondes diurnes) et $\psi = 10^\circ$ (ondes semi-diurnes) les calculs de m_ψ ont été faits selon la méthode 1, dans les autres cas, selon la méthode 2. Le signe "plus" pour m correspond à la variation R_T lors de l'augmentation de la latitude. Nous noterons qu'avec l'augmentation de la latitude de 0 à 45° , l'amplitude R_1 des ondes diurnes augmente, est maximum pour $\psi = 45^\circ$ et diminue ensuite lors de l'augmentation de la latitude de 45 à 90° . L'amplitude R_T des ondes semi-diurnes diminue lorsque la latitude varie de 0° à 90° .

L'étude de la dépendance entre la précision de détermination de l'azimut et de la latitude permet de tirer les conclusions suivantes d'une part par la précision de la détermination des caractéristiques de marées γ (ou δ) et $\Delta \emptyset$ d'autre part.

1. Des exigences plus sévères pour la précision de détermination de l'azimut sont nécessaires pour déterminer le déphasage $\Delta \emptyset$ des ondes diurnes et semi-diurnes en composante NS et pour la détermination du coefficient γ des ondes diurnes aux basses latitudes et dans les azimuts de 40 à 80° et, aux latitudes moyennes dans les azimuts de 5 à 50° et aussi lors de la détermination de γ des ondes semi-diurnes aux basses latitudes dans les azimuts de 5 à 50° .

Table 9. Erreurs de la latitude $m\psi$ correspondant à la variation relative du facteur d'amplitude δ de $\pm 1\%$.

Latitude	Ondes diurnes	Ondes semi-diurnes
10°	$\pm 0'06''$	$-1'36''$ $+1'41''$
20	$\pm 0'14''$	$\pm 0'47''$
30	$\pm 0'30''$	$\pm 0'30''$
40	$-1'26''$ $+2'02''$	$\pm 0'21''$
45	$\pm 4'03''$	$\pm 0'17''$
50	$-2'02''$ $+1'26''$	$\pm 0'14''$
60	$\pm 0'30''$	$\pm 0'10''$
70	$\pm 0'14''$	$\pm 0'06''$
80	$\pm 0'06''$	$\pm 0'03''$

2. Le facteur d'amplitude γ et l'écart de phases $\Delta\theta$ de la composante EW aussi bien pour les ondes diurnes que les semi-diurnes sont beaucoup moins soumis à l'influence de l'imprécision de la détermination de l'azimut.

3. La détermination de haute précision des paramètres γ (ou δ) et $\Delta\theta$ n'ont pas d'exigences exagérées pour la précision de la détermination de la latitude.

4. L'erreur dans l'installation du clinomètre dans le méridien ou le premier vertical provoque une erreur systématique d'un digit dans la détermination du facteur d'amplitude γ indépendamment du signe de l'erreur d'azimut.

5. Pour éviter les erreurs systématiques dans la détermination du facteur d'amplitude γ (ou δ) et de l'écart de phases $\Delta\theta$ des ondes de marées il faut, dans chaque cas concret, en partant de la précision donnée de la détermination des caractéristiques énumérées, estimer l'influence sur celles-ci de l'azimut astronomique de l'installation de l'appareil et de la latitude géocentrique du point d'observation.

BIBLIOGRAPHIE

1. МАТКЕВ П.С. Гармонический анализ месячной серии приливных наблюдений. - Тр. Полт. триангул. обсерватории, 1961, 9, с. 3-47.
2. МАТКЕВ П.С. Гармонический анализ земных приливов (29-суточная серия). - Там же, 1962, II, с. 16-63.
3. МАТКЕВ П.С. Гармонический анализ месячной серии наблюдений земных приливов. - В кн.: Земные приливы. Киев: Изд-во АН УССР, 1956, с. 51-79.
4. БУТАЙ П.Т. Теорія помилки і спосіб найменших квадратів. - Львів: Вид-во Львів. ун-ту, 1960. - 366 с.
5. SCHNEIDER M. Zur Bestimmung des Azimuts bei Lotschwankungsmessungen. - Marées terrest. Bull. intern. Assoc. int. géod. Comité. périm. marées terrest., 1963, X 32, p. 873-879.

Traduction

Sur une limite supérieure de la viscosité du noyau de la Terre

S.M. Molodenskii

Izvestia Académie des Sciences URSS
Physique de la Terre, N°12, pp 3-11, Moscou 1981

On examine l'influence de la viscosité du noyau sur la nutation forcée, l'amortissement du mouvement chandlérien du pôle et les variations de la durée du jour dues aux marées. On montre que l'estimation habituellement utilisée du moment des forces visqueuses agissant entre le noyau et l'enveloppe dans les phénomènes de précession et de nutation est exagérée de $\approx (\omega) |\sigma + \omega|^{1/2}$ fois où ω est la vitesse angulaire de la rotation diurne de la Terre et $|\sigma + \omega|$ est la vitesse angulaire du mouvement de l'axe de rotation dans l'espace. En tenant compte de cette correction on a recalculé la limite supérieure de la viscosité du noyau obtenue d'après les données sur la nutation forcée. On précise la théorie des variations de la vitesse de rotation de la Terre dues aux marées en tenant compte de l'influence conjointe du noyau liquide et de l'océan. On a obtenu les limites supérieures de la viscosité du noyau sur la base des données relatives aux variations de la durée du jour et de l'amortissement du mouvement chandlérien du pôle. On montre qu'on applique la plus grande limitation sur la viscosité du noyau ($\eta \leq 10^7$ poises) les données sur les amplitudes de la nutation forcée de la Terre.

On ne connaissait jusqu'à présent que peu de chose sur la viscosité du noyau de la Terre. D'après une estimation de Ia. I. Frenkel, la viscosité d'un métal en fusion dans les conditions de pression et de température du noyau est de l'ordre de 0,1 poise alors que la viscosité des silicates dans les mêmes conditions peut être de 10^{10} à 10^{13} poises [1]. L'estimation $\eta \approx 0,1$ poise a été confirmée par Gans [2] et est à présent la valeur la plus probable. Les données sur l'amortissement des ondes sismiques longitudinales traversant le noyau, donnent $\eta \leq 10^9$ poise [3]. La viscosité du noyau n'exerce pratiquement pas d'influence sur

l'amortissement des oscillations [4]. Ainsi les estimations de la viscosité basées sur la théorie de la constitution des métaux dans les conditions du noyau terrestre n'ont pas obtenu jusqu'à présent de confirmation expérimentale.

La limitation la plus sévère sur la viscosité du noyau a été obtenue sur la base des données relatives à la phase de la nutation forcée de la Terre dans le travail [5]. Les estimations [5] ont été basées sur l'analyse des solutions analytiques du problème de la précession de l'enveloppe avec un liquide visqueux remplissant une cavité ellipsoïdale obtenues par les travaux [6 à 8].

La forte sensibilité de l'amplitude et de la phase de la nutation à la viscosité du noyau est déterminée par la grande amplitude des oscillations tangentielles quasi diurnes des couches supérieures du noyau par rapport à l'enveloppe (environ 75m pour la précession et 10m pour la nutation principale) et par la faible épaisseur de la couche d'Ekman. Cela conduit à un fort gradient des composantes tangentielles de la vitesse dans le noyau à la frontière avec l'enveloppe. De ce fait le moment transmis du noyau à l'enveloppe peut atteindre une valeur importante même avec une viscosité relativement faible du noyau.

Nous avons obtenu dans notre travail une estimation simple de l'ordre de grandeur du moment des forces de friction visqueuse L_T entre le noyau et l'enveloppe. On a montré ensuite que l'estimation obtenue en [5,9,10] pour L_T est exagérée de $[\omega / |\sigma + \omega|]^2$ fois où ω est la vitesse angulaire de rotation diurne de la Terre et $|\sigma + \omega|$ est la vitesse angulaire du mouvement de l'axe de rotation de la Terre dans l'espace. Pour la nutation principale et la précession le rapport $\omega / (\sigma + \omega)$ est respectivement de 6800 et 10^7 c'est pourquoi la valeur L_T pour la nutation principale est exagérée de deux ordres et pour la précession à peu près de 3000 fois. En tenant compte de cette correction on a calculé la limite supérieure de la viscosité du noyau obtenue d'après les données sur la nutation forcée, et également l'épaisseur ℓ de la couche d'Ekman. On a examiné l'influence de la viscosité du noyau sur l'amortissement du mouvement libre du pôle et les variations de marées de la durée du jour. On a montré que les données actuelles sur les amplitudes de la nutation forcée apportent la limitation la plus sévère sur la viscosité du noyau.

La solution précise du problème de la nutation et de la précession du corps solide ayant une cavité ellipsoïdale remplie de liquide non visqueux homogène non compressible, a été donnée par Poincaré [11]. Avec une erreur relative de l'ordre de la l'aplatissement le champ des vitesses dans le noyau est déterminé par les expressions [11].

$$v = [rx], \quad (1)$$

où r est le rayon vecteur,

$$\chi = \frac{\psi \omega^2}{\sigma + 2\omega} (i \cos \sigma t + j \sin \sigma t), \quad (2)$$

\bar{i} , \bar{j} sont les vecteurs unitaires perpendiculaires à l'axe du moment d'inertie maximum de l'enveloppe tournant avec l'enveloppe, $\omega = |\omega|$, est le vecteur vitesse angulaire de l'enveloppe. σ est la fréquence angulaire de la nutation dans le système mobile de coordonnées,

$$\psi = - \frac{\varepsilon}{e + \frac{\sigma + \omega}{\omega}} \quad (3)$$

le paramètre sans dimension déterminant l'angle entre $\bar{\omega}$ et le vecteur commun pour tout le noyau de la vitesse angulaire instantanée $\omega + \frac{1}{2} \text{rot } V$, en radians, e est l'aplatissement géométrique de l'interface noyau-enveloppe.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \frac{e + \frac{\sigma + \omega}{\omega}}{e + \frac{A - A_1}{A} \cdot \frac{\sigma + \omega}{\omega}} \quad (4)$$

le paramètre sans dimension déterminant le mouvement du vecteur par rapport aux coordonnées mobiles:

$$\omega = \omega (i \varepsilon \cos \sigma t + j \varepsilon \sin \sigma t + k), \quad (5)$$

A_1 et A sont les moments d'inertie du noyau et de la Terre entière,

$$\varepsilon_0 = - \frac{v_e (C - A)}{\alpha^2 [\omega \sigma A - \omega^2 (C - A)]} \quad (6)$$

est l'amplitude de la nutation pour la Terre absolument rigide, a est le rayon moyen de la Terre, V_e est la constante "dimension" du potentiel déterminant le potentiel générateur de marées

$$V_e = v_e \frac{r^3}{a^2} \sin \theta \cos \theta \cos (\sigma t - \varphi), \quad (7)$$

$r = |\mathbf{r}|$ est le rayon, θ est la colatitude, φ est la longitude.

Dans le cas du mouvement de Chandler les formules (1), (2) et (5) restent en vigueur, le paramètre ψ est voisin de l'angle double entre les vecteurs $\bar{\omega}$ et $\bar{\omega} + \frac{1}{2} \text{rot } v$ en radians et le rapport entre ξ et ψ a la forme

$$\frac{\xi}{\psi} = \frac{\omega}{2\sigma}. \quad (8)$$

Avec une viscosité non nulle le mouvement dans le noyau s'écrit

$$\rho \frac{D^2 \mathbf{r}}{Dt^2} = \rho (\dot{v} + 2[\omega v] + [\dot{\omega} r] + [\omega [\omega r]]) = \text{grad}(\rho V_s - p) + \nu \Delta v, \quad (9)$$

où D/Dt est la différenciation par rapport au temps dans le système inertiel de coordonnées, ν est la viscosité, p est la pression. Le champ de vitesses (1) satisfait à l'équation

$$\Delta v = 0, \quad (10)$$

mais ne satisfait pas à la condition aux limites sur la frontière noyau-enveloppe:

$$v|_s = 0. \quad (11)$$

C'est pourquoi il est évident qu'avec une faible mais non nulle viscosité ν la solution de l'équation (9) diffère sensiblement de la solution pour $\nu = 0$ (1) uniquement dans la mince couche d'Ekman d'épaisseur ℓ (en comparaison avec le rayon du noyau b).

Si on néglige l'influence des forces de Coriolis sur le mouvement du liquide dans la couche d'Ekman alors la valeur ℓ se détermine de la façon suivante.

Nous examinerons une plaque plate se trouvant sur la surface d'un liquide visqueux et exécutant de faibles oscillations harmoniques tangentielles.

En orientant l'axe x des coordonnées cartésiennes dans la direction des oscillations, l'axe z suivant la normale à la plaque et en tenant compte de la petitesse de l'amplitude des oscillations nous écrivons l'équation linéarisée de Navier-Stokes

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{v} \right) \approx \rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{v}, \quad (12)$$

où p est la pression. L'équation (12) doit être complétée par des conditions aux limites

$$\begin{aligned} v_y|_{z=0} = v_z|_{z=0} = 0; \\ v_x|_{z=0} = \bar{v}_0 \cos \sigma t; \\ v_x, v_y, v_z|_{z \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (13)$$

et par la condition d'incompressibilité

$$\operatorname{div} \bar{\mathbf{v}} = 0 \quad (14)$$

On se rend facilement compte que la solution élémentaire satisfait aux conditions (12) à (14)

$$v_x = v_0 \cos \left(\sigma t - \frac{z}{l} \right) e^{-\frac{z}{l}}, \quad (15)$$

où

$$\begin{aligned} v_y = v_z = p = 0, \\ l = \sqrt{2\nu / |\sigma| \rho}. \end{aligned} \quad (16)$$

Cette solution a été obtenue dans le travail [4]. La force de frottement visqueux δF agissant sur l'élément de surface de la plaque δ peut être ensuite trouvée soit d'après la valeur de la quantité de mouvement transmise par la plaque à toute la masse du liquide, soit d'après la valeur des tensions visqueuses agissant sur la surface $z = 0$

$$\frac{\delta F_{\tau p}}{\delta S} = - \int_0^{\infty} \rho \frac{\partial v_x}{\partial t} dz = -\nu \frac{\partial v_x}{\partial z} \Big|_{z=0} = v_0 \sqrt{|\sigma| \rho \nu} \cos \left(\sigma t + \frac{\pi}{4} \right). \quad (17)$$

En intégrant (17) pour toute la surface de la limite noyau-enveloppe en tenant compte de la dépendance v_0 des coordonnées angulaires (1) il est facile de trouver le moment des forces de friction visqueuse agissant d'un côté du noyau sur l'enveloppe:

$$L_T = \iint \left[r \frac{\delta F_T}{\delta s} \right] ds = 5A_1 \frac{\psi \omega^2}{\sigma + 2\omega} \frac{1}{b} \times \\ \times \sqrt{\frac{v|\sigma|}{\rho}} \left(i \cos \left(\sigma t + \frac{\pi}{4} \right) + j \sin \left(\sigma t + \frac{\pi}{4} \right) \right). \quad (18)$$

Les courants dans la couche d'Ekman dans le cas de la précession (pour $|\sigma + \omega/\omega| \approx 10^{-7}$) ont été examinées dans le travail [6 à 8] on a obtenu l'expression pour L_T assez proche de (18):

$$L_T = 2.62A_1 \frac{\omega \psi}{b} \sqrt{\frac{v\omega}{\rho}} [(i \cos(\sigma t + 5,7^\circ) + j \sin(\sigma t + 5,7^\circ))]. \quad (19)$$

Cette expression permet d'évaluer la limite supérieure de la viscosité du noyau. Toutefois nous ne pourrions peut être observer l'effet du frottement visqueux que dans le cas où le rapport L_T au moment total des forces agissant:

$$L_0 = \frac{v_r(C-A)}{a^2} (i \sin \sigma t - j \cos \sigma t) \sim A \omega^2 e \psi (i \sin \sigma t - j \cos \sigma t), \quad (20)$$

est du même ordre que la précision relative de la mesure des amplitudes et des phases de la nutation forcée.

On a obtenu en [5], sur la base des données de la phase et de la nutation principale des travaux [12, 13] l'estimation de la viscosité du noyau

$$\checkmark \leq 10^6 \text{ poise}$$

Là aussi on a noté que la plus forte limitation sur \checkmark peut être obtenue par l'examen des données sur les amplitudes de la nutation forcée. En effet, si l'on part de ce que pour une précision actuelle relative de la mesure de l'amplitude de la nutation principale de l'ordre de $5 \cdot 10^{-4}$ les désaccords entre les théories de la nutation de la Terre élastique avec le noyau idéalement liquide et par les observations ne dépassant pas l'erreur des observations ξ c'est à dire si on prend

$$L_T \leq 5 \cdot 10^{-4} L_0, \quad (21)$$

alors la substitution de (19), (20) par (21) donnera

$$\checkmark \leq 2 \cdot 10^3 \text{ poise} \quad (22)$$

Cette limitation pourrait être considérée comme la plus forte de toutes celles obtenues sur la base des données d'observations. Cependant on montrera ensuite que l'estimation (22) est

erronée et en réalité la limite supérieure de la viscosité du noyau est de l'ordre de 10^7 poises.

1. Nous examinerons d'abord le cas particulier où la frontière de l'enveloppe avec le noyau est sphérique, l'enveloppe absolument rigide, le noyau homogène et incompressible mais la viscosité du noyau est si faible que l'épaisseur de la couche d'Ekman \mathcal{L} est beaucoup plus petite que le rayon du noyau b . Dans ce cas la transmission du moment au noyau ne peut se réaliser que par les forces visqueuses c'est pourquoi la masse principale se meut au delà des limites de la couche Ekman avec une vitesse angulaire constante par rapport à l'axe fixe dans l'espace. L'enveloppe accomplit, sous l'effet de la force de marée de potentiel (7), un mouvement de nutation entraînant derrière lui la couche de liquide d'épaisseur \mathcal{L} .

La solution de l'équation (9) peut être trouvée sous forme d'une somme d'oscillations torsionnelles.

$$v = \sum_{n=1}^{\infty} \chi_n(r) \left[e_\theta \frac{\partial Y_n^1}{\sin \theta \partial \varphi} - e_\varphi \frac{\partial Y_n^1}{\partial \theta} \right], \quad (23)$$

où $Y_n^1 = P_n^1(\cos \theta) \sin(\sigma t - \vartheta + a_n(r))$ sont des fonctions sphériques, P_n sont les polynômes associés de Legendre, e_θ, e_φ sont les vecteurs unitaires orientés dans la direction croissante de θ et ϑ respectivement, θ est la colatitude, ϑ est la longitude, $a_n(r)$ sont des fonctions de r tenant compte de la variation de la phase des oscillations avec la profondeur. A cause de la symétrie du problème en ϑ la solution ne peut dépendre que de la combinaison $\sigma t - \vartheta$ c'est pourquoi interviennent en (23) les fonctions sphériques d'ordre $m = 1$ uniquement.

$$\text{Pour } \chi_1(r) = \frac{\psi \omega^2}{3(\sigma + 2\omega)} r, \quad a_1(r) = 0 \text{ et } \chi_2(r) = \chi_3(r) = \dots = \chi_n(r) = 0.$$

l'expression (23) correspond à (1).

La substitution de (23) en (9) donne un système infini d'équations différentielles liées entre elles par $\chi_n(r)$, dont la solution directe présente de grandes difficultés. Cependant la dépendance de $\chi_1(r)$ peut être trouvée de façon autonome. Pour s'en assurer nous multiplierons vectoriellement (23) par \bar{r} et nous intégrerons le résultat suivant les variables angulaires. Nous obtiendrons

$$\iint [r \cdot v] ds = \frac{8\pi}{3} r^2 \chi_1(r) (i \cos(\sigma t + a(r)) + j \sin(\sigma t + a(r))). \quad (24)$$

D'autre part après avoir multiplié (9) vectoriellement par $\bar{r}dr$ et après avoir intégré le résultat en θ , ϕ nous obtiendrons l'équation des moments pour la couche sphérique de rayon r et d'épaisseur δr

$$\frac{\partial \dot{M}}{\partial r} + \left[\omega \frac{\partial M}{\partial r} \right] = \iint v [r \Delta v] ds, \quad (25)$$

où

$$\frac{\partial M}{\partial r} = \iint \rho \{ [rv] + [r[\omega r]] \} ds = \frac{\partial A}{\partial r} \omega + \iint \rho [rv] ds, \quad (26)$$

$$\frac{\partial A}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{8\pi}{15} \rho r^5 \right) = \frac{8\pi}{3} \rho r^4; \quad (27)$$

$A(r)$ et $M(r)$ sont le moment d'inertie et le moment de la quantité de mouvement de la sphère de rayon r .

Si l'épaisseur de la couche d'Ekman $l \ll b$ on a :

$$\begin{aligned} \iint v [r \Delta v] ds &\approx \iint v \left[r \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \right] ds = \\ &= \frac{8\pi}{3} r^3 v \frac{\partial^2}{\partial r^2} [\chi_1(r) ((i \cos \sigma t + a(r)) + j \sin(\sigma t + a(r)))]. \end{aligned} \quad (28)$$

Après avoir substitué (26) (28) en (25) et après avoir noté

nous obtiendrons les équations pour $\chi_1^{(1)}$ et $\chi_1^{(2)}$

$$\frac{\partial}{\partial t} \chi_1^{(1)} - \omega \chi_1^{(2)} - \frac{\nu}{\rho} \frac{\partial^2 \chi_1^{(1)}}{\partial r^2} = \varepsilon \omega \sigma b \sin \sigma t; \quad (29)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \chi_1^{(2)} + \omega \chi_1^{(1)} - \frac{\nu}{\rho} \frac{\partial^2 \chi_1^{(2)}}{\partial r^2} = -\varepsilon \omega \sigma b \cos \sigma t.$$

La solution de ces équations aux conditions aux limites (11) a la forme

$$\chi_1^{(1)} = \frac{\varepsilon \omega \sigma b}{\sigma + \omega} \left[\cos \left(\sigma t + \frac{r-b}{l} \right) e^{\frac{r-b}{l}} - \cos \sigma t \right], \quad (30a)$$

$$\chi_t^{(2)} = \frac{\varepsilon \omega \sigma b}{\sigma + \omega} \left[\sin \left(\sigma t + \frac{r-b}{l} \right) e^{\frac{r-b}{l}} - \sin \sigma t \right], \quad (30b)$$

où

$$l^2 = \frac{2\nu}{\rho|\sigma + \omega|} \quad (31)$$

Puisque le paramètre ψ donne l'angle entre $\bar{\omega}$ et le vecteur fixe dans l'espace $\bar{\omega} + \frac{1}{2} \text{rot } \bar{v}$, le rapport entre ε et \varnothing est déterminé par le théorème de Poisson sur les angles d'ouverture des cônes de polhodie et d'herpolhodie:

$$|\varepsilon| = \left| \psi \frac{\sigma + \omega}{\omega} \right| \quad (32)$$

Après avoir substitué (30), (31) et (32) en (24) et en faisant la différenciation du résultat par rapport à r nous obtiendrons l'expression suivante pour le moment des forces de frottement agissant du côté du noyau sur l'enveloppe

$$\begin{aligned} L_T &= -\nu \iint \left[r \frac{\partial v}{\partial r} \right] ds = \\ &= \frac{5A, \psi \omega}{b} \sqrt{\frac{\nu(\sigma + \omega)}{\rho}} \left[i \cos \left(\sigma t + \frac{\pi}{4} \right) + j \sin \left(\sigma t + \frac{\pi}{4} \right) \right] \end{aligned} \quad (33)$$

A la formule (33) on peut donner une explication un peu plus concrète. Pour cela nous utiliserons d'abord l'expression de L_T par la valeur des tensions visqueuses dans le liquide pour $r = b$.

En supposant dans la couche $b - \varrho \leq r \leq b$

$$\left| \frac{\partial v}{\partial r} \right| \sim \frac{|v|}{l},$$

nous obtiendrons

$$|L_T| = \left| \nu \iint \left[r \frac{\partial v}{\partial r} \right] ds \right| \sim 5A, \frac{\psi \omega \nu}{\rho b l}. \quad (34)$$

D'autre part on peut estimer L_T d'après la valeur du moment de la quantité de mouvement transmis de l'enveloppe à la couche sphérique du liquide d'épaisseur ϱ . En supposant que cette couche se déplace avec l'enveloppe, nous trouverons

$$|L_T| = \left| \frac{DM}{Dt} \right| = |\dot{M} + [\omega M]|, \quad (35)$$

où

$$M \sim \frac{8\pi}{3} \rho b^4 \omega (ie \cos \sigma t + je \sin \sigma t + k) \quad (36)$$

le moment de la quantité de mouvement de la couche sphérique. Après avoir substitué (36) et (35) nous obtiendrons

$$|L_T| \sim 5A_1 \frac{l}{b} \omega^2 \varepsilon. \quad (37)$$

Après avoir substitué (32) et (37) et en assimilant le résultat à (34) nous trouverons

$$\varepsilon \sim \frac{\nu}{\rho |\sigma + \omega|}, \quad (38)$$

ce qui, en ordre de grandeur coïncide avec (31). Après avoir substitué (38) en (34) soit (37) nous obtiendrons une évaluation de L_T coïncidant avec (33) mais différent de (18), (19) d'un facteur d'ordre $[(\sigma + \omega)/\omega]^2$.

Dans le cas d'une interface ellipsoïdale enveloppe-noyau, le rapport (34) reste valable, cependant le lien entre ε et θ se détermine non pas par (32) mais par la formule de Poincaré (3).

Dans le cas de la précession et de la nutation principale $\left| \frac{\sigma + \omega}{\omega} \right| \ll \varepsilon$ c'est pourquoi

$$\varepsilon \approx e |\Psi| \quad (39)$$

Par analogie avec §1 nous examinerons le moment de la quantité de mouvement transmis du noyau à l'enveloppe. En raison de l'"adhérence" de la couche d'épaisseur ℓ à l'enveloppe le moment d'inertie de l'enveloppe augmente d'une quantité d'ordre

$$\frac{8\pi}{3} \rho b^4 \ell.$$

Si ℓ ne dépend pas de θ , la présence de cette couche n'exerce pas d'influence sur l'aplatissement de l'interface enveloppe-noyau et par conséquent la dépendance de ε de ℓ peut être estimée par différenciation de (4) suivant A_1 . Nous désignerons par $\delta\varepsilon$ la correction à ε à cause de l'action de la couche d'épaisseur ℓ , nous obtiendrons

$$\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} = -\frac{5A_1 l}{bA} \frac{\sigma + \omega}{\omega e}. \quad (40)$$

En utilisant l'expression du moment total L_0 (20) nous trouverons

$$|L_r| \sim \left| L_0 \frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon} \right| \sim \omega^2 \psi \frac{5C_1 l}{b} \frac{\sigma + \omega}{\omega}. \quad (41)$$

En comparant (41) et (34) nous avons

$$l^2 \sim \frac{\nu}{\rho(\sigma + \omega)}. \quad (42)$$

Après avoir substitué (42) en (35) soit (41) nous obtiendrons

$$|L_r| \sim 5A_1 \psi \omega \frac{1}{b} \sqrt{\frac{\nu(\sigma + \omega)}{\rho}}, \quad (43)$$

ce qui coïncide avec (31), (33). Après avoir substitué (43) et (20) en (21) et en posant $A_1/A = 0, 1$, $e \approx 1/400$, $b = 3 \cdot 10^8$ cm, $|\sigma + \omega| = \omega/6800$ nous obtiendrons

$$\eta \leq 107 \text{ poise} \quad (44)$$

La limite supérieure (44) diffère effectivement de (22) d'un facteur d'ordre $\left(\frac{\omega}{\sigma + \omega}\right)$. Par ce même facteur les valeurs ℓ^2 déterminées par les formules (42) et (16) diffèrent. Dans le cas de la précession l'estimation de ℓ d'après la formule (16) est diminuée d'un facteur à peu près 3000.

3. Dans le cas de la nutation chandlérienne libre la substitution de (8) en (34) donne

$$|L_r| = 10A_1 \frac{\varepsilon \sigma \nu}{\rho b l}. \quad (45)$$

Après avoir substitué (45) dans l'équation des moments de l'enveloppe, nous obtiendrons

$$\delta\sigma = \frac{10A_1 \sigma \nu}{\rho b l \omega (A - A_1)}, \quad (46)$$

où $\delta\sigma$ est la variation de la fréquence propre due à l'action du moment (45) sur l'enveloppe. D'autre part, de la formule de Poincaré pour la période du mouvement de Chandler d'une Terre absolument rigide avec noyau liquide il résulte que

$$\sigma = \omega \frac{C-A}{A-A_1} \quad \delta\sigma = \frac{\delta A_1}{A-A_1} \sigma = -5 \frac{A_1}{A-A_1} \frac{l}{b} \sigma. \quad (47)$$

En comparant (46) et (47) nous trouverons

$$l \approx \sqrt{\frac{2\nu}{\rho\omega}}; \quad (48)$$

$$|\delta\sigma| = \frac{5A_1\sigma}{(A-A_1)b} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega\rho}}. \quad (49)$$

La formule (49) permet de relier l'amortissement du mouvement chandlérien du pôle à la viscosité du noyau. Pour le paramètre de qualité q nous obtiendrons

$$Q = \frac{\text{Re } \sigma}{2 \text{Im } \sigma} \sim \frac{\sigma}{2|\delta\sigma|} \sim b \sqrt{\frac{\omega\rho}{2\nu}}. \quad (50)$$

Les observations astronomiques donnent $Q \approx 50$ [14]. En substituant cette valeur en (50) nous obtiendrons

$$\nu_0 \sim 2 \cdot 10^{10} \text{ poise} \quad (51)$$

Avec des valeurs inférieures à cette limite, l'influence de la viscosité du noyau sur l'amortissement du mouvement chandlérien du pôle est insignifiante. Cette même déduction a été pratiquement tirée dans le travail [14]. La comparaison des équations (44) et (51) montre que les données sur l'amortissement du mouvement chandlérien du pôle apportent une limitation nettement moins contraignante sur la viscosité du noyau que les données sur la nutation forcée.

4. Une certaine information indépendante sur la viscosité du noyau peut être obtenue par l'analyse des variations de la vitesse de rotation de la Terre dues aux marées [15].

On sait que les composantes à longue période des marées lunaires solaires provoquent des variations du moment d'inertie de la Terre par rapport à l'axe de rotation et conduisent aux variations observées de la vitesse de rotation de la Terre. Si le lien entre le noyau et l'enveloppe est assez fort (lorsque la viscosité du noyau est élevée) la variation de la vitesse angulaire de la rotation de l'enveloppe δ est déterminée par

l'expression

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = -\frac{\delta C}{C} \quad (52)$$

où δC est la variation du moment d'inertie de la Terre entière, y compris l'océan. Si le lien est faible alors les variations de marées de la rotation du noyau peuvent ne pas correspondre aux variations de la vitesse de rotation de l'enveloppe et, au lieu de (52), on aura l'égalité

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = -\frac{\delta C_2}{C_2} \quad (53)$$

où δC est la variation du moment d'inertie du système enveloppe-océan. Pour le modèle de Terre N°508 de Gilbert et Dziewonski [16] le calcul numérique δC et δC_2 donne les résultats suivants [15]

$$\frac{\delta C}{C} = -2,02(k+0,692k) \frac{V_0}{ga}; \quad (54)$$

$$\frac{\delta C_2}{C_2} = -2,02(0,881k+0,846k) \frac{V_0}{\sigma n}; \quad (55)$$

où $k = 0,304$ à $0,308$ est le nombre de Love pour les périodes de 2 semaines et d'un an; $k = 0,05$ est le nombre de Love pour l'océan, $g = 980 \text{ cm/c}^2$ est l'accélération moyenne de la force de pesanteur à la surface de la Terre, V_0 est le potentiel zonal générateur des marées:

$$V = V_0 \frac{r^2}{a^2} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) \cos \sigma t.$$

Comme nous le constatons par (54), (55) les relations $\delta\omega/\omega$ calculées d'après les formules (52) et (53) diffèrent à peu près de 1% [17]. Les rapports $\delta\omega/\omega$ concordent dans les limites des erreurs des mesures avec les résultats déterminés par les formules (53) et (55) [15].

Ainsi, les données sur les variations de marées de la vitesse de rotation de la Terre permettent également d'obtenir une limite supérieure de la viscosité du noyau. Partant de l'estimation de la précision des observations $\delta\omega/\omega$ dans le travail [17] ce qui revient à supposer que la différence des résultats obtenus d'après les formules (53) et (55) ou (52) et (54) est 10 fois plus grande que les erreurs de mesure de $\delta\omega/\omega$, cela signifie que le moment d'inertie de la couche d'Ekman ne dépasse pas $1/10 C_1$ c'est à dire

$$5C_1 \frac{l}{b} \leq \frac{1}{10} C_2 \quad (56)$$

De l'équation des moments de la couche (25) il résulte que pour δ collinéaire avec ω , pour λ estimation est juste (16). La valeur entrant en (16) peut varier de $2 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}$ (pour l'onde annuelle S_{5n}) jusqu'à $5 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (pour l'onde de deux semaines M_f). Les résultats [17] se rapportent à l'onde M_f . Après avoir substitué en (16) $= 5 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ et en comparant le résultat avec (56) nous obtiendrons

$$\eta \leq 10^8 \text{ poise} \quad (57)$$

Cette limitation est un peu moins contraignante que (44).

Il résulte donc de l'analyse des données actuelles sur la rotation de la Terre que la viscosité du noyau ne peut dépasser $\approx 10^7$ poises.

BIBLIOGRAPHIE

1. Френкель Я. И. Введение в теорию металлов. М.—Л.: ГИИТЛ, 1950, с. 285—288.
2. Gans F. Viscosity of the Earth's core.— J. Geophys. Res., 1972, v. 77, № 2, p. 360—366.
3. Жарков В. Н., Трубицын В. П. Физика планетных недр. М., 1980, с. 448.
4. MacDonal'd G. J. F., Ness N. F. A study of the free oscillations of the Earth.— J. Geophys. Res., 1961, v. 66, № 6, p. 1865—1911.
5. Toomre A. On the «nearly diurnal wobble» of the Earth.— Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1974, v. 38, p. 335—348.
6. Stewartson K., Roberts P. H. On the motion of a liquid in a spheroidal cavity of a precessing rigid body.— J. Fluid Mech., 1963, v. 17, № 1, p. 1—20.
7. Roberts P. H., Stewartson K. On the motion of a liquid in a spheroidal cavity of a precessing rigid body, II Proc. Camb. Phil. Soc., 1965, v. 61, p. 279—288.
8. Busse F. H. Steady fluid flow in a precessing spheroidal shell.— J. Fluid Mech., 1968, v. 33, № 4, p. 739—751.
9. Rochester M. G., Jacobs J. A., Smylie D. E., Chong K. F. Can precession power the geomagnetic dynamo? — Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1975, v. 43, p. 661—678.
10. Loper D. E. Torque balance and energy budget for the precessionally driven dynamo.— Phys. Earth. Planet. Inter., 1975, II, p. 43—60.
11. Лэмб Г. Гидродинамика. М.—Л.: Гостехиздат, 1947, с. 913—918.
12. Fedorov E. P. Nutation as derived from latitude observations.— Astron. J., 1959, v. 64, p. 81.
13. Fedorov E. P. Nutation and forced motion of the Earth's pole. N. Y.: Macmillan, 1963.
14. Yatskiv Ya. S., Sasao T. Chandler wobble and viscosity of the Earth's core.— Nature, 1975, v. 255, p. 655.
15. Молоденский С. М. Влияние вязкости ядра на приливные изменения скорости вращения Земли.— В кн.: Вращение и приливные вариации скорости вращения Земли. Киев: Наукова думка, 1981.
16. Gilbert F., Dziewonski A. M. An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanism from seismic spectra.— Philos. Trans. Roy. Soc. Lond., Ser. A, 1975, v. 278, p. 187—269.
17. Пильник Г. П. Астрономические наблюдения земных приливов.— Изв. АН СССР. Физика Земли, 1970, № 3, с. 3—14.

Traduction

Les marées océaniques et les déviations de la verticale

A. Venedikov, M.V. Ivanova, B.P. Pertsev

Physique de la Terre

N°11, pp. 117-121 - 1987

La déformation de la Terre et de son champ gravitationnel par les marées élastiques et océaniques amène à des oscillations périodiques de la verticale par rapport à l'axe du monde qui produisent des variations de la latitude et de la longitude du point. Celles-ci doivent être prises en considération en raison des précisions croissantes actuelles des mesures astronomiques dans les études de l'irrégularité de la rotation de la Terre et du mouvement du Pôle.

L'influence des marées terrestres ou élastiques constitue dans la plupart des cas la partie principale dans le phénomène examiné qui est facile à estimer partant des valeurs globales des nombres de Love et de Shida et aussi des amplitudes et des phases connues avec un haut degré de précision des ondes principales du potentiel luni-solaire générateur de marées. Bien plus difficile et complexe est le calcul de l'influence des marées océaniques sur la déviation de la verticale. Notre communication concerne cette question.

Par rapport à l'axe du monde, la déviation de la verticale dans la direction Sud due aux forces de marées peut être écrite sous la forme:

$$\Delta \zeta = \frac{1+k-l}{g} \frac{\partial W_2}{\partial S} + \sum_n \frac{1+k_n-l_n}{g} \sum_m \frac{\partial \omega_n^m}{\partial S}. \quad (1)$$

Ici W_2 est le potentiel générateur de marées de la Lune et du Soleil, ω_n^m est le terme général dans la décomposition du potentiel de la marée océanique en série de fonctions sphériques, g est l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre, k et l sont les nombres de Love et de Shida k_n et l_n sont les coefficients de surcharge du n^e ordre.

En (1) le premier terme du second membre est déterminé par les marées terrestres et le deuxième par les marées océaniques. Les sommes de la forme

$$\Lambda = 1 + k - l,$$

entrant dans les deux termes indiquent les trois sources provoquant les déviations de la verticale. Le premier terme en est déterminé par les forces gravitationnelles du corps générateur de marées, et les autres par la déformation de marée de la Terre et de son champ gravitationnel.

Pour évaluer l'influence des marées océaniques sur les déviations de la verticale aussi bien que lors du calcul de leur action sur la pesanteur et les inclinaisons de surface, il convient d'appliquer la méthode de sommation des effets de trapèzes sphériques suivant lesquels on partage la sphère terrestre. Dans la méthode que nous avons appliquée [1] les effets des trapèzes sphériques de côtés à peu près égaux aux bases sont remplacés par ceux de segments sphériques de même surface. Le remplacement du trapèze par le segment sphérique est justifié par le fait que le segment est symétrique par rapport à l'axe. Pour cette raison seules les harmoniques sphériques principales interviendront dans la décomposition de la hauteur de la marée sur de petites surfaces en série de fonctions sphériques. En outre, les trapèzes de même surface limités par les parallèles et les méridiens ne sont pas congruents aux différentes latitudes. Comme le montrent les calculs, sur de grandes distances de ≈ 5 rayons depuis le centre du segment on peut négliger la différence entre les effets du segment et du trapèze.

La déviation de la verticale par rapport à l'axe du monde déterminée par l'action d'un segment sphérique de rayon angulaire α couvert d'une couche homogène de hauteur H et de densité ρ à la distance ψ sphérique du centre du segment peut être écrite sous la forme:

$$\Delta \zeta = \frac{2\pi f \rho H}{g} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + k_n - l_n}{2n+1} [P_{n-1}(\alpha) - P_{n+1}(\alpha)] \frac{\partial P_n(\psi)}{\partial \psi}, \quad (2)$$

où P_n est le polynôme de Legendre d'ordre n , f est la constante d'attraction.

Les trois composantes de l'effet des marées océaniques sur la verticale entrent en (2). Puisqu'ici à l'inverse du cas des variations de marées de la force de pesanteur la hauteur du point d'observation au dessus du niveau de la mer n'exerce pas d'influence sensible sur les valeurs de la composante d'attraction même pour les points côtiers, le calcul de l'influence des marées océaniques peut être fait par la formule de sommation (2). Cependant pour illustrer l'apport des composantes distinctes dans l'effet total nous examinerons séparément l'influence des composantes déterminées par l'attraction et les déformations.

Comme on le constate pour (2), pour calculer les valeurs de cette fonction de l'influence d'un segment pour les différentes valeurs de la distance sphérique il faut connaître les coefficients de charge k_n et ℓ_n . Nous avons calculé précédemment les valeurs de ces paramètres jusque $n = 75\ 000$ pour les modèles de Terre de Gutenberg et N°508 de Gilbert et Dziewonski [2, 3]. Ces dernières ont été prises aussi lors du calcul des fonctions de l'influence.

En conformité avec les cartes cotidales utilisées les calculs ont été faits pour les segments sphériques ayant une surface égale à la surface du trapèze équatorial d'un degré

$$S = \frac{\pi a^2}{90} \sin 0,5^\circ.$$

Les valeurs des composantes individuelles, en microsecondes d'arc pour le segment $H = 1\text{cm}$ et $\rho = 1,025\text{ r/cm}^3$ en fonction de la distance sphérique γ sont données sur la figure qui permet de constater, dans un rayon de $\approx 1500\text{ km}$ du point d'observation, que la composante d'attraction dépasse sensiblement la composante de la déformation.

L'évaluation de l'influence des marées océaniques a été faite d'après les cartes cotidales globales de Schwiderski [4] pour les neuf ondes principales. Ces cartes sont établies à une échelle de un degré ce qui permet de les utiliser pour calculer l'effet des marées océaniques en des points éloignés du littoral de plus de 100 à 150 km. Pour les points plus proches du littoral, il faut (dans le cas de la présence de marées océaniques d'une amplitude sensible) tenir compte des zones océaniques proches d'après des cartes cotidales d'échelles plus détaillées de la surface côtière. Ainsi lors de l'estimation de l'influence des marées océaniques des zones proches dans un rayon de $\approx 2^\circ$ de la station on peut se limiter à tenir compte de l'effet uniquement d'une composante de l'attraction. L'apport de la composante de la déformation à ces distances ne dépasse pas quelques pourcents. Comme les trapèzes d'un degré ne sont pas égaux en grandeur à différentes latitudes, les trapèzes petits, étroits, aux latitudes élevées ont été englobés dans des trapèzes composites, voisins en surface des trapèzes équatoriaux d'un degré. Pour les trapèzes composites on a calculé les valeurs moyennes des paramètres cotidaux qu'on a utilisés dans les calculs. Etant donné la présence dans les cartes cotidales de Schwiderski de petites perturbations de la loi de conservation de masse des eaux de marées, on a introduit de petites corrections proportionnelles aux amplitudes des ondes de marées dans chaque trapèze [1].

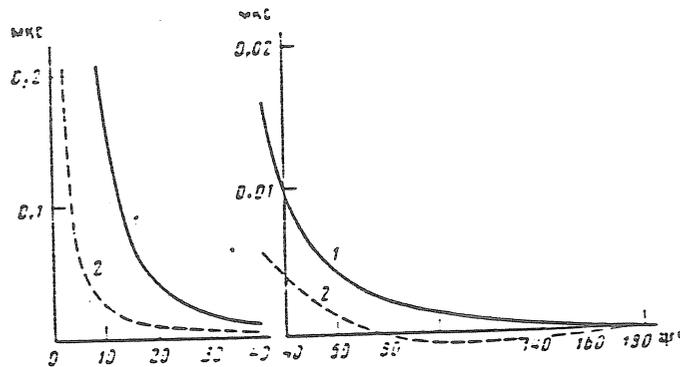


Figure 1. Influence (en milliseconde d'arc) d'une couche d'un centimètre d'eau de mer sur la déviation de la verticale. La surface du segment $1^{\circ} \times 1^{\circ}$. 1 est l'effet d'attraction, 2 est l'effet de la déformation.

Les paramètres cotidaux "compensés" obtenus de cette façon ont servi aussi de données de départ lors du calcul des déviations de la verticale sous l'effet des marées océaniques aux fréquences des ondes principales de la marée luni-solaire. Les résultats des calculs effectués pour six observatoires européens répartis à différentes distances des océans sont donnés dans les tables 1 et 2. Les calculs ont été faits pour les six ondes de marées pour lesquelles Schwiderski a établi des cartes cotidiales globales.

Cependant nous donnons dans les tables les corrections uniquement pour cinq ondes principales donnant le plus grand effet. Comme le montrent les tables, pour les observatoires situés en Europe Orientale et éloignés des mers ayant des marées importantes, l'influence des marées océaniques aux fréquences de ces ondes ne dépasse pas 0,2 milliseconde d'arc. Pour les stations Occidentales situées près de la Mer du Nord, l'effet est d'un ordre plus grand. Comme on le sait les cartes cotidiales globales de Schwiderski n'englobent pas les mers intérieures telles que le mer Méditerranée, la mer d'Irlande et d'autres. L'existence de cartes cotidiales de grande échelle pour ces mers permet de compléter les cartes globales. Ainsi, pour le Mer du Nord, la mer d'Irlande et la Manche qui ont des marées semi-diurnes importantes, il y a une carte plus détaillée de la marée océanique M_2 . Ces marées exercent une influence importante sur les variations des coordonnées des points en Europe Occidentale. C'est pourquoi on a examiné une seconde variante de corrections dans laquelle, pour la carte globale M_2 de Schwiderski, on a éliminé les paramètres cotidaux de la région de la Mer du Nord en les remplaçant par les paramètres relevés pour les mêmes trapèzes sur la carte détaillée. La grande échelle de cette carte a permis de tenir compte plus en détail de l'influence des marées des zones voisines sur les observatoires d'Europe Occidentale.

TABLE 1

Influence des marées océaniques sur les latitudes des observatoires

Point	Onde									
	M ₂		S ₂		N ₂		K ₁		O ₁	
	A	Ø	A	Ø	A	Ø	A	Ø	A	Ø
Poulkovo	104	180	60	147	38	180	121	278	5	186
Moscou	63	204	40	153	20	171	102	274	19	258
Kiev	67	233	41	184	16	200	90	290	16	262
Poltava	55	221	36	171	15	180	90	287	22	268
Kazan	52	183	33	124	17	138	100	261	31	253
Pecni	226	279	102	238	45	285	96	314	12	118
Paris	1416	258	490	232	387	290	120	340	90	79
Uccle	963	308	294	260	184	338	122	274	166	27
Greenwich	3478	18	1150	336	793	62	374	280	230	46

Remarque: A sont les amplitudes en millisecondes d'arc
Ø sont les phases en degrés.

TABLE 2

Influence des marées océaniques sur les longitudes des observatoires

Point	Onde									
	M ₂		S ₂		N ₂		K ₁		O ₁	
	A	Ø	A	Ø	A	Ø	A	Ø	A	Ø
Poulkovo	128	349	53	314	20	23	83	250	12	53
Moscou	108	318	52	287	18	343	48	229	12	161
Kiev	150	306	64	283	29	328	50	241	20	175
Poltava	120	314	57	287	23	337	45	232	22	180
Kazan	91	315	49	276	15	341	29	194	15	156
Pecni	566	309	190	281	116	329	72	285	26	144
Paris	2028	336	671	302	381	349	245	332	165	117
Uccle	1299	356	470	322	213	347	147	336	20	174
Greenwich	4220	306	1181	269	748	341	384	319	276	114

Remarque: A sont les amplitudes en millisecondes d'arc
Ø sont les phases en degrés.

TABLE 3

Influence des marées océaniques sur les coordonnées des observatoires après remplacement des cartes de la région de la Mer du Nord. Onde M₂

Observatoires	Latitude		Longitude	
	A	Ø	A	Ø
Poltava	40	213	124	-45
Pecni	156	268	556	-48
Paris	1721	249	1908	-39
Greenwich	2735	21	4340	-55

Remarque: A: en millisecondes d'arc, Ø en degrés.

En outre, on a tenu compte de l'influence de la Mer Méditerranée d'après la carte cotidale de Chiaruttini [5]. En effet, étant donné les petites amplitudes des marées et l'éloignement relatif des observatoires examinés, l'influence de cette mer était insignifiante. En ce qui concerne l'effet de la Mer du Nord, le remplacement de la carte cotidale de cette région a provoqué une variation sensible des résultats pour les observatoires de l'Europe Occidentale et une faible variation des résultats pour les points éloignés. Les résultats de ces calculs pour quatre observatoires situés à différentes distances de la Mer du Nord sont donnés dans la Table 3.

Comme le montrent les tables on peut s'attendre à une influence quelque peu sensible sur les valeurs des coordonnées uniquement dans les points pas très éloignés de la Mer. Près des côtes, l'influence des marées océaniques peut être comparable à l'effet des marées terrestres mais, aux hautes latitudes, dépasser sensiblement ces dernières. L'exemple de la Mer du Nord montre combien il est important d'avoir des cartes cotidales détaillées des mers avoisinantes si celles-ci présentent des marées océaniques sensibles.

En conclusion, les auteurs expriment une profonde reconnaissance à P. Melchior pour la mise à la disposition d'une bande magnétique contenant des cartes cotidales de Schwiderski et la carte à grande échelle de la région de la Mer du Nord.

BIBLIOGRAPHIE

1. Перцев Б. П. Влияние морских приливов ближних зон на земноприливные наблюдения // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1976. № 1. С. 13-22.
2. Перцев Б. П., Иванова М. В. Расчет нагрузочных чисел Лява для земной модели 508 Гильберта и Дэвионского // Изучение земных приливов. М.: Наука, 1980. С. 42-47.
3. Перцев Б. П., Иванова М. В. Горизонтальные смещения земной поверхности под действием нагрузки морских приливов // Медленные деформации Земли и ее вращения. М.: Радио и связь, 1985. С. 5-10.
4. Schwiderski E. On charting global ocean tides // Rev. Geophys. & Space Physics. 1980. V. 18. № 1. P. 243-268.
5. Chiaruttini C. Tidal loading on the Italian peninsula // J. Geophys. Res. 1976. V. 46. № 3. P. 773-793.

Traduction

Observations clinométriques dans les sites de "Kirovo" et
Vissitchi"

P.S. Matveyev, V.G. Goloubitskii, A.L. Krivonoss,
E.A. Slavinskaia

Rotation et déformations de la Terre n° 15 - 1983 pp.11-20

Abrégé

Au début de 1976 on avait obtenu pour les neuf points clinométriques du profil Soumi-Kherson des déterminations tout à fait satisfaisantes des paramètres quant à la précision des caractéristiques globales de la marée terrestre visant à l'étude des effets indirects en Ukraine [1]. L'étape suivante a consisté à faire des observations dans la région d'intersection avec la zone de fracture du bord sud du Dniepr - Donetz. Ces nouvelles données expérimentales devaient servir de base pour déterminer la nature et le mécanisme des effets de marées terrestres d'origine tectonique, utiles pour la solution du problème de la présence ou l'absence d'une influence perturbatrice d'une fracture ancienne et profonde recouverte de roches sédimentaires d'une épaisseur d'environ 1 km. Ces données devaient être obtenues à la station clinométrique de Peregonovka déjà en fonction en 1973 - 1974 mais les mesures en cette station, en 1974 - 1975, étaient de qualité insuffisante.

La cause provenait principalement de fortes perturbations au cours des périodes d'été et d'hiver se traduisant par la présence d'une onde diurne S_1 . Pour cette raison environ 50 % des données observés ne convient pas pour l'analyse harmonique. Il a donc fallu en complément au programme initial des recherches prolonger les observations à Peregonovka et installer dans cette région deux nouvelles stations clinométriques temporaires de part et d'autre de la zone de la fracture mentionnées : Kirovo et Vissitchi. La station clinométrique de Kirovo a été installée en 1976 - 1977, à la limite est de Kirovo Kobeliakskii (région de Poltava) à peu près à 7 km au nord ouest de Peregonovka. Ses coordonnées géographiques approximatives sont $\varphi = 49.1^\circ N$, $\lambda = 34.1^\circ E$. Le relief y est vallonné. Comme dans le plupart des autres points du profil les observations se font dans une galerie de section circulaire dont la profondeur est de 10 m, le diamètre de 1,3 m. Sur le fond à une profondeur d'un mètre, est enfoui un socle en béton, destiné à l'installation des clinomètres. Les observations à Kirovo ont commencé en novembre 1977 et, sans interruptions importantes, ont duré de quatre années avec une paire de clinomètres photoélectriques Ostrovskii (appareils H00-

49 et H00-62 et un enregistreur PH37) [3]. L'appareil 49 enregistre la composante voisine du NS ($\alpha = 179,542^\circ$) et l'appareil 62, dans la direction voisine de l'EW ($\alpha = 89,542^\circ$). L'étalonnage des appareils a été fait sur des plateformes de contrôle à l'Institut de Physique de la Terre à Moscou, à l'Observatoire Séismologique Central d'Obninsk et à l'Observatoire Gravimétrique de Poltava. La variation de la sensibilité des appareils est de 400 à 900 mw/sec angle. La qualité des premiers enregistrements photographiques obtenus à Kirovo n'a pas justifié les espoirs des auteurs. Bien qu'elles ne contiennent pas l'onde perturbatrice S_1 diurne, les courbes sont fortement troublées par une perturbation caractéristique représentée à la figure 2 dont la source est un petit château d'eau situé à 150 m au Sud Sud-est de la galerie. Le mécanisme de la perturbation observée est schématiquement très simple : le volume d'eau provenant de la couche aquifère et amené dans le château provoque une diminution de la pression et l'apparition d'une charge concentrée sur la base du château. Il en résulte une flexion anormale de la surface qui se marque sur les courbes enregistrées dans la direction du château c'est à dire vers sud-sud-est de la galerie. On constate par l'exemple donné (fig.2a) que la composante méridienne de la perturbation dépasse à peu près de deux fois la composante correspondante dans la direction E-W.

Il nous est apparu que sans l'élaboration d'un algorithme spécial d'analyse ou ne réussira à obtenir des valeurs plus ou moins sûres des paramètres χ et $\Delta\psi$ et que la détermination de l'inclinaison lente constituera l'unique résultat, cette détermination qui sera fait dans l'avenir le plus proche.

Toutefois, considérant la constance des moments d'apparition de la perturbation en fonction du temps solaire, nous avons décidé de réaliser tout de même la réduction des données. La sélection des données d'observation a inclu les intervalles d'enregistrement continu d'une durée de 30 jours et plus. Pour les observations de novembre 1977 à avril 1981 on a composé 32 séries mensuelles en composante N.S. et 38 séries, en composante E.W. L'analyse harmonique a été faite d'après un programme composé par B.S. Doubik.

Pour donner une représentation concrète de la dispersion des résultats nous donnons à la figure 3 les graphiques de variation des valeurs des paramètres χ et $\Delta\psi$ pour l'onde M_2 .

La dispersion des valeurs χ et $\Delta\psi$ pour la direction N.S. est presque deux fois plus grande que pour la direction E.W. Deux ou trois résultats pour chacune des composantes apparaissent grossièrement erronés. On aurait pu les éliminer complètement mais nous nous abstenons de cette approche de jusqu'à la réalisation du programme complet des observations en ce site où la qualité de toutes les données d'observations pourra alors être estimée de façon critique. Les valeurs des paramètres et ont été soumises à une moyennisation vectorielle effectuée selon deux variantes [6,7] :

1) avec attribution de poids égaux à tous les résultats, 2) avec des poids individuels P_i calculés selon la formule :

$$P_i = 1/(\varepsilon_D)^2_i$$

où ε_D est l'erreur quadratique moyenne d'une ordonnée de la série analysée, calculée d'après le procédé proposé par B.S. Doubik [7]. Les résultats sont donnés dans la table I. Ce qui attire d'abord l'attention c'est la précision excessivement basse obtenue pour les ondes diurnes O_1 et K_1 dans la direction N.S. La cause se trouve non seulement dans les perturbations des données mais aussi dans la petitesse des amplitudes des valeurs théoriques de ces ondes dans la direction NS à Kirovo. La perturbation directement liée au cycle du temps solaire moyen, perturbe surtout l'onde semi diurne solaire S_2 comme en témoignent les erreurs très grandes des valeurs γ et $\Delta\varphi$ comportant en plus un caractère systématique. Il ne semble par conséquent pas possible d'obtenir des valeurs sûres des paramètres de marées des ondes S_2 , O_1 et K_1 pour la direction N.S à Kirovo. Il en va autrement pour les ondes semi diurnes lunaires. Les valeurs des paramètres de l'onde M_2 sont obtenues avec une erreur relative de moins de 6 % pour la composante NS et environ 2,5 % pour la composante EW. La présence d'une dépendance inversement proportionnelle entre les amplitudes et les erreurs des résultats obtenus pour les ondes N_2 et M_2 témoigne du caractère fortuit de l'influence du lien décrit plus haut dans les enregistrements des inclinaisons sur les paramètres des ondes semi diurnes. Cette conclusion peut apparemment s'étendre sans restriction aussi aux ondes diurnes O_1 et K_1 , seulement si l'azimut de l'enregistrement de l'inclinaison garantit des conditions favorables pour leur détermination. La table I montre en effet que, en précision, les valeurs des paramètres pour la direction EW sont acceptables.

Point clinométrique Vissitchi : Ce site est situé à la limite ouest du village de Vissitchi dans la région de Poltava - à peu près à 30km au Sud Sud-Ouest de Poltava. Ses coordonnées géographiques approximatives sont $\varphi = 49,4^\circ N$, $\lambda = 34,3^\circ E$. Comme dans la plupart des autres points du profil Soumi-Kherson les observations sont faites à l'aide de clinomètres photoélectriques Ostrovskii [3] installés dans une galerie construite en 1977-1978. La profondeur est de 10m, le diamètre est de 1,05m. Les appareils H 00-08 et H00-09 sont en enregistrement réciproquement perpendiculaires : l'appareil H00-08 enregistre la composante N.S. et l'appareil H00-09 la composante EW. Les derniers étalonnages des appareils H00-08 et H00-09 faits sur la plate forme clinométrique de contrôle de l'Observatoire Gravimétrique de Poltava en 1977 et 1979 ont montré que leurs constantes électrodynamiques pour la période de 1974 à 1979 n'ont subi aucune variation dépassant 0,5 %. Cela permet d'espérer que les observations à Kissitchi seront affranchies de toute erreur systématique d'origine instrumentale. Malheureusement, en été, les in-

clinaisons sont perturbés par une onde diurne irrégulière S_1 , (fig.5) d'amplitude importante. Comme cause probable on peut admettre l'influence exercée par le réchauffement solaire intense de la pente nord-ouest du fossé profond passant à peu près à 300m au sud est de la galerie dans la direction sud-ouest. Il est possible également que se fait sentir là, une asymétrie des déformations thermo-élastiques de la couche près de la surface du sol dont la cause peuvent être liée aux plantations. On a rassemblé pour l'analyse harmonique cinq séries mensuelle pour la composante EW. Les résultats sont donnés à la table 2. Dans la seconde colonne nous donnons les erreurs quadratiques moyennes ε_D d'une ordonnée. Les valeurs élevées de ε_D propres aux séries d'été, témoignant de la perturbabilité élevée des observations par l'onde diurne S_1 . La moyenne vectorielle a été faite dans les deux variantes : avec poids égal et avec poids calculés selon sur la base des valeurs individuelles $(\varepsilon_D)_i$ symbole de l'onde K_1 indique la perturbation par l'onde S_1 . Les résultats obtenus par pondération sont les plus sûrs. La précision des résultats obtenus à Vissitchi (table 3) est à peu près au niveau de la précision correspondante à Kirovo (table 1). Ainsi l'erreur quadratique moyenne relative de la détermination de paramètre γ pour l'onde O_1 dans la direction EW à Kirovo; était égale à 12 % et à Vissitchi d'environ 10 %. Des coefficients analogues pour l'onde N_2 sont exprimés pour la composante NS par des valeurs de 15 % et 11 % et pour la composante EW de 8,5 et 8,0 % respectivement. Pour l'onde M_2 la plus grande en amplitude la précision obtenues pour le paramètre γ dans la direction EW à Kirovo était environ de 2 % et à Vissitchi à peine de plus de 1,5 %.

1. Уточнение значений параметров земного прилива для дуглов наклономерного профиля Сумы - Херсон / П.С.МАТЕЕВ, В.Г.ГОЛУБИЦКИЙ, И.Д.БОГДАН и др. - Времене и прилив. деформации Земли, 1977, вып. 9, с. 16-32.

2. БОГДАН И.Д., ГОЛУБИЦКИЙ В.Г., МАТЕЕВ П.С. Наклономерные наблюдения на ст. "Переоговке". - Там же, с.12-16.

3. ОСТРОВСКИЙ А.Е. Наклономер с фотоэлектрической регистрацией. - Изуч. зем. приливов, 1961, № 2, с. 41-75.

4. Наклономерные наблюдения в Хрестофоровке / П.С.МАТЕЕВ, В.Г.ГОЛУБИЦКИЙ, И.Д.БОГДАН, Е.А.СЛАВЯНСКАЯ. - Времене и прилив. деформации Земли, 1976, вып. 8, с. 33-35.

5. МАТЕЕВ П.С. Гармонический анализ месячной серии наблюдений земных приливов. - В кн.: Земные приливы. Киев: Наук. дум, 1966, с. 51-79.

6. МАТЕЕВ П.С. Замечания к осреднению результатов гармонического анализа земных приливов. - Тр. Полт. госуниверсит. наблюдений, 1963, 12, с. 115-124.

7. ДУБИК Б.С. Оценка средней квадратической ошибки одной ориентации аналитической приливной кривой и осреднение результатов гармонического анализа. - Времене и прилив. деформации Земли, 1975, вып. 7, с. 62-65.

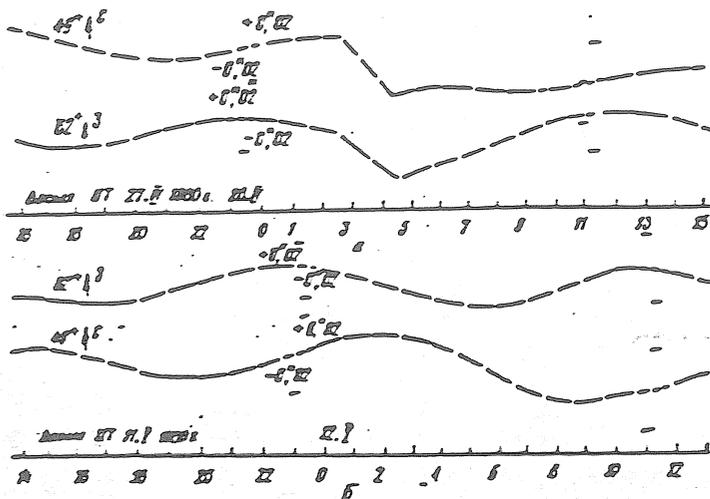


Fig. 2. Fragments d'enregistrement à Kirovo.
(a: enregistrement perturbé,
b: enregistrement non perturbé.)

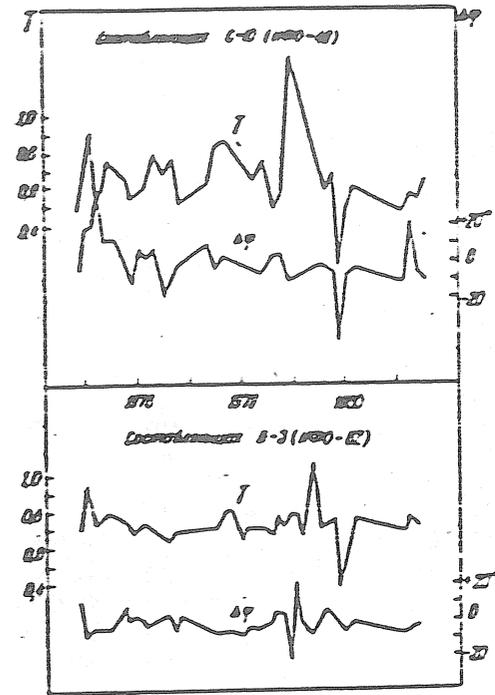


Fig. 3. Variations des paramètres γ et $\Delta\phi$ de l'onde M_2 à Kirovo d'après les données de 1977 à 1981.

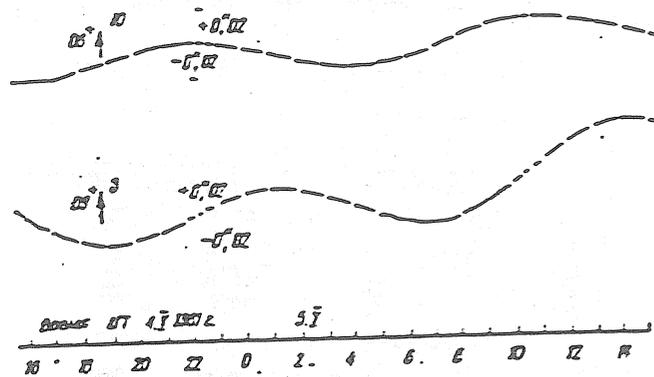


Fig. 4. Fragment d'enregistrement non perturbé à Vissitchi.

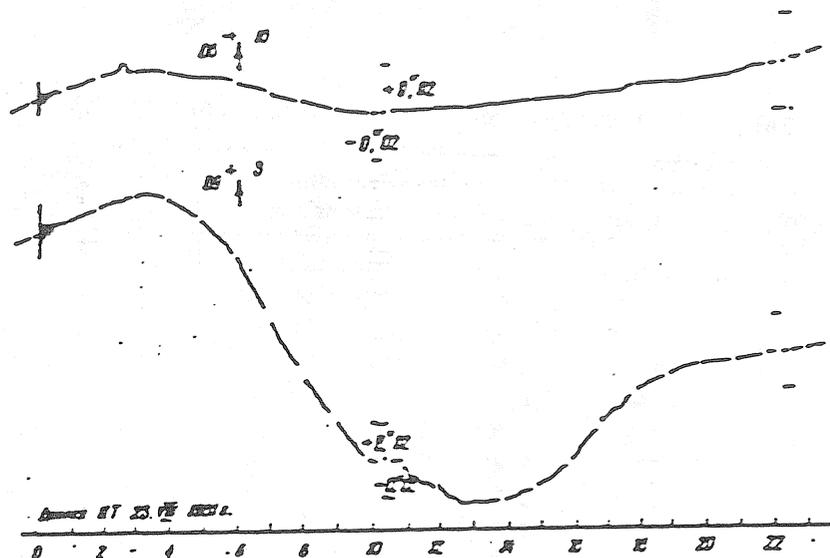


Fig. 5. Fragment d'enregistrement perturbé par l'onde S_1 .

Table I moyennes vectorielles des paramètres γ et $\Delta\varphi$ à Kirovo (d'après les données de 1977 à 1981)

Onde	H _T angle µsec	Composante NS(n=32)		Composante EN (n= 38)		
		moyenne équilibrée	moyenne pondérée	H _T angle µsec	moyenne équilibrée	moyenne pondérée
4	0,911	3,0145 -13,18° ± 4860 ± 8,93	2,7789 -12,68° ± 4546 ± 9,59	4,923	0,7505 +5,20° ± 1048 ± 4,91	0,6451 +2,35° ± 782 ± 4,99
4	1,282	4,1149 -10,97 ± 4870 ± 13,68	3,9505 -10,29 ± 4649 ± 13,40	6,925	0,8316 +3,91 ± 857 ± 8,49	0,8388 -5,01 ± 780 ± 7,20
4	1,497	0,9455 + 0,32 ± 1435 ± 7,09	0,8792 - 3,12 ± 1333 ± 7,07	1,980	0,8622 +3,04 ± 859 ± 5,53	0,7867 +2,39 ± 672 ± 5,52
4	7,819	0,6375 - 2,18 ± 373 ± 2,07	0,6119 - 0,98 ± 330 ± 2,09	10,343	0,7179 -1,00 ± 169 ± 1,25	0,7084 -3,63 ± 146 ± 1,00
5	3,638	0,8805 +31,69 ± 1245 ± 11,14	0,8598 +29,49 ± 1066 ± 10,00	4,812	0,9783 +1,47 ± 1016 ± 3,25	0,8425 +1,00 ± 737 ± 3,35

Table 2 Valeurs de γ et $\Delta\varphi$ obtenus d'après les premières observations à Vissitchi.

début de série	S ₁ UTL. msec	4		4		5		4		5	
		γ	$\Delta\varphi$								
Composante NS (appareil H00-08)											
810 407	1,136	1,5823	-18,56°	1,3256	-52,97°	0,7282	+ 3,02°	0,7207	+0,22°	0,6108	- 3,33°
810 427	1,191	1,3655	+11,21	1,9232	-30,14	0,8264	- 4,21	0,7196	+0,23	0,7522	- 4,64
810 530	1,274	1,6107	-38,84	1,7935	- 2,59	0,8814	- 5,93	0,7032	-3,95	0,9545	+ 0,85
810 715	1,959	2,4325	+14,14	10,3435	+99,80	0,4254	-48,15	0,7752	-0,99	0,8353	+23,05
810 812	2,003	3,0360	-56,47	13,4817	+76,63	0,9792	-16,87	0,6810	-1,50	0,7678	+77,89
Composante EW (appareil H00-09)											
801 115	1,800	0,7949	+ 2,42	1,0247	+ 3,89	0,7068	+ 2,69	0,7889	+0,05	0,7782	+ 2,27
801 222	1,338	0,5711	+ 1,97	0,9675	- 1,35	0,9537	- 9,79	0,7491	-5,14	0,6848	- 3,73
810 131	1,264	0,7155	+27,61	0,6924	- 6,81	1,0844	- 7,46	0,6951	-3,83	0,8264	- 8,78
810 211	1,242	0,9022	+54,58	0,6907	+12,53	1,1358	- 8,62	0,7016	-0,15	0,7889	- 5,52
810 411	1,263	0,8555	+13,51	0,5039	+23,64	0,8371	+ 1,74	0,7162	-3,87	0,9251	- 4,28
810 427	1,488	0,8817	+ 9,78	0,8408	+31,43	0,7364	- 6,17	0,7179	-2,41	0,9108	- 6,62
810 530	2,447	1,1536	- 7,98	0,5774	-70,46	0,5098	+19,07	0,7630	-3,93	0,5931	-19,62

Table 3 Moyennes vectorielles pour Vissitchi (observations de 1980 à 1981)

Onde	angle µsec	Composante NS (n = 5)				Composante EW (n = 7)				
		Moyenne 'équilibrée'		Moyenne pondérée		H _T UTL. msec	Равновесное осред- нение		Верховое осреднение	
		γ	$\Delta\varphi$	γ	$\Delta\varphi$		γ	$\Delta\varphi$	γ	$\Delta\varphi$
4	0,976	1,7463	-21,39°	1,5823	-18,40°	4,944	0,7889	+13,71°	0,7551	+19,93°
		± 2721	± 17,00	± 2009	± 14,83		± 823	± 7,78	± 729	± 7,86
4	1,373	4,3531	+75,59	2,0195	+54,42	6,955	0,6754	+ 2,56	0,7046	+ 6,94
		± 2,9873	± 14,48	± 2,0565	± 13,44		± 1076	± 9,77	± 863	± 7,17
4	1,495	0,7436	-11,08	0,7693	- 6,37	1,969	0,8448	- 3,19	0,9144	- 5,03
		± 1153	± 5,43	± 868	± 4,42		± 852	± 3,25	± 729	± 2,53
4	7,807	0,7195	- 1,75	0,7175	- 1,30	10,283	0,7329	- 2,74	0,7239	- 2,81
		± 159	± 0,98	± 116	± 0,97		± 130	± 0,77	± 116	± 0,77
5	3,632	0,5977	+30,08	0,6510	+11,62	4,784	0,7831	- 6,17	0,8078	- 5,61
		± 1767	± 18,51	± 1419	± 14,31		± 476	± 2,00	± 397	± 1,47

Traduction

SUR LES PROPRIETES MECANIQUES DU NOYAU ET DE L'ENVELOPPE D'APRES
LES NOUVELLES DONNEES ASTRONOMIQUES.

S. Molodenskii, M.V. Kramer

Izvestia de l'Académie des Sciences d'URSS

Physique de la Terre - Moscou 1987 - II pp 3 - 11

On a effectué des calculs numériques des constantes de nutations pour une grande quantité de modèles de Terre avec une enveloppe non idéalement élastique et avec un océan, différent de l'enveloppe par les propriétés rhéologiques, les moments d'inertie et par l'aplatissement du noyau liquide. Comparant les résultats des calculs aux observations on a délimité les domaines des valeurs possible des paramètres caractérisant la structure du noyau et de l'enveloppe. En [1], par la réduction des observations radio-inter férométriques faites dans 235 stations au cours de quatre années on a déterminé les amplitudes et les phases des nutations forcées de périodes d'un an et plus courtes. Les erreurs sur la détermination des amplitudes des nutations de périodes de moins d'un an et d'un an étaient respectivement de $1,5 \cdot 10^{-4}$ et $1,8 \cdot 10^{-4}$ seconde d'arc soit 20 à 40 fois moins que les erreurs des observations astronomiques optiques traditionnelles. En outre, on a découvert une nutation libre quasi diurne dont la période du mouvement conique dans l'espace est de 433,2 jours solaires et l'amplitude est de $(5,1 \pm 1,8) \cdot 10^{-4}$ seconde d'arc. La comparaison des valeurs observées des amplitudes des nutations avec leurs valeurs théoriques a indiqué des désaccords dépassant sensiblement les erreurs d'observations pour les composantes retrogrades annuelle et semi annuelle et également pour la composante directe de deux semaines.

Comme les propriétés mécaniques de la Terre aux fréquences des oscillations propres et des ondes sismiques sont à présent connues avec suffisamment de précision, ces désaccords peuvent s'expliquer par les causes suivantes : 1) par une différence d'aplatissement du noyau liquide par rapport à la valeur prévue par la théorie de l'équilibre hydrostatique; 2) par une influence de la non élasticité de l'enveloppe apparaissant dans le fait que les valeurs du modèle d'élasticité du manteau peuvent un peu différer de leurs valeurs dans la gamme des oscillations propres et des ondes sismiques; 3) par une petite différence du moment d'inertie du noyau liquide vis à vis des valeurs prévues par les modèles actuels de la Terre; 4) par l'influence de la viscosité du noyau. En [2] on a examiné la première possibilité et il a été montré que les contradictions découvertes peuvent être sensiblement

diminuées si, au lieu de la théorie hydrostatique de la valeur de l'aplatissement dynamique du noyau liquide $e = (2,53 - 2,56) \cdot 10^{-3}$, on prend $e = 2,67 \cdot 10^{-3}$.

En [3] on a examiné le problème de savoir si les désaccords peuvent être entièrement déterminés par les effets de non élasticité du manteau et on a obtenu une réponse négative. Il est évident que pour tirer des conclusions sur le fait de savoir quels modèles de Terre satisfont aux nouvelles données, il faut faire le calcul des désaccords pour toutes les combinaisons possibles des valeurs des paramètres énumérés plus haut. Dans ce but nous avons calculé les amplitudes de la nutation forcée et les périodes de la nutation libre pour une grande quantité (≈ 10.000) de modèles de Terre avec un noyau liquide, enveloppe non idéalement élastique et un océan, différant par l'aplatissement, par les moments d'inertie du noyau liquide et les propriétés rhéologiques de l'enveloppe. La comparaison du résultat des calculs avec les observations a permis de circonscrire les domaines des valeurs acceptables pour les paramètres étudiés.

1. Relations initiales.

Pour calculer les amplitudes des nutations d'une Terre avec un noyau liquide, une enveloppe non idéalement élastique et un océan, nous avons utilisé le système d'équations (34), (36) de [5] :

$$\begin{aligned} \frac{\sigma + \omega}{\omega} \left(A\varepsilon + I_1 + I_2 + C_1 \left(\frac{\omega^2 \psi}{\sigma(\sigma + 2\omega)} - \varepsilon \right) \right) - \varepsilon C + \frac{C - A}{a^2 \omega^2} v_e &= 0; \\ \psi \cdot \left[\frac{\omega(\sigma + \omega)}{\sigma(\sigma + 2\omega)} - \varepsilon \right] - \varepsilon + \frac{\sigma}{\omega} \frac{I_1}{C_1} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

où ε , σ sont l'amplitude et la fréquence angulaire de la nutation dans le système mobile de coordonnées lié à l'enveloppe, ω est la vitesse angulaire de la rotation diurne de la Terre, A , C , A_1 , C_1 , A_2 , C_2 sont les moments principaux d'inertie respectivement, de toute la Terre, du noyau liquide et de l'enveloppe, e est l'aplatissement du noyau liquide, a est le rayon moyen de la Terre, v_e est l'amplitude du potentiel générateur de marées, ψ est le paramètre sans dimension déterminant le potentiel des vitesses dans le noyau liquide et la pression hydrodynamique agissant du côté du noyau sur l'enveloppe, I_1 , I_2 sont respectivement les amplitudes des composantes non diagonales du tenseur d'inertie du noyau et du système enveloppe-océan.

Les valeurs I_1, I_2 sont liées aux paramètres λ_1, λ_2 , v_e par les relations (43) tirées de [5]:

$$I_1 = C_1 \left(\lambda_1 \psi + \lambda_2 \frac{v_e}{ga} \right); \quad I_1 + I_2 = C \left(\lambda_3 \psi + \lambda_4 \frac{v_e}{ga} \right), \quad (2)$$

où g est l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre, λ_1 sont les paramètres sans dimension de rigidité réelle de l'enveloppe déterminant la réaction de la Terre réelle à l'effet des forces de volume génératrices de marées et des forces de pression hydrodynamique agissant du côté du noyau liquide sur le système de enveloppe-océan.

La substitution de (2) en (1) donne un système provenant des deux équations algébriques à deux inconnues ε et ψ . On peut

représenter sa solution avec une précision suffisante pour les calculs pratiques sous la forme

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\frac{C_1}{C} (1 + \alpha \lambda_2) + \frac{\sigma + \omega}{\omega} \alpha \left(\lambda_1 - \frac{C_1}{C} \lambda_2 \right)}{(e + \lambda_1) \frac{\omega}{\sigma + \omega} + \frac{A_2}{A}} \right) \quad (3)$$

où

$$\alpha = \frac{C}{C-A} \frac{a\omega^2}{g} = 1,057; \quad (4)$$

$$\varepsilon_0 = -\frac{v_e}{a^2} \frac{C-A}{\omega\sigma A + \omega^2(A-C)}$$

est l'amplitude de la nutation pour la Terre absolument rigide sans noyau liquide. Pour $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$ la formule (3) correspond à la relation de Poincaré [6, § 384] déterminant l'amplitude de la nutation pour le modèle de Terre avec noyau liquide elliptique et enveloppe absolument rigide; le cas des λ_1 réels correspond au modèle d'une enveloppe idéalement élastique et sans océan; l'influence de l'océan et de la viscosité de l'enveloppe sur les nutations forcée et libre est déterminée par des corrections complexes $\delta\lambda_1$, tenant compte de la variation des paramètres λ_1 à cause de l'effet des marées océaniques sur les marées terrestres élastiques et de l'influence du manteau sur les amplitudes et les phases des déformations de marées.

Les valeurs numériques des paramètres λ_1 et $\delta\lambda_1$ pour le modèle de Terre idéalement élastique n°508 de Gilbert et Dziewonski avec un océan sont, égales à [5] d'après [5] :

$$\lambda_1 = -0,61 \cdot 10^{-2}; \quad \delta\lambda_1 = 0,24\lambda_1 \tilde{k};$$

$$\lambda_2 = -0,57; \quad \delta\lambda_2 = 0,61 \tilde{k}; \quad (5)$$

$$\lambda_3 = -\frac{a^2 g}{3GC} k = -1,01k = -0,302; \quad \delta\lambda_3 = -1,01 \tilde{k},$$

ou \tilde{k} est la correction complexe du nombre Love k tenant compte de l'influence de l'océan réel sur le potentiel gravitationnel extérieur. A l'aide de la relation (3) et des expressions (5) pour λ_i , $\delta\lambda_i$ il est facile de trouver les corrections à ε pour l'influence de l'océan.

$$\delta\varepsilon = \sum_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial \lambda_i} \delta \lambda_i \quad (6)$$

Les valeurs numériques $\delta\varepsilon$ pour les ondes principales avec pour valeurs numériques des paramètres $e = 2,56 \cdot 10^{-3}$ et $C_1/C = 0,106$ ont été calculées en [5]:

Nous avons calculé les corrections aux valeurs λ_1 tenant compte de la non élasticité de l'enveloppe par la méthode des perturbations des petits paramètres $\delta\mu/\mu$, $\delta K/K$, où μ , K sont les modules de cisaillement et de compressibilité pour le modèle de Terre initial idéalement élastique, $\delta\mu$, δk sont les petits compléments

complexes [7, 8]. La substitution des valeurs complexes λ_i dans (3) détermine les valeurs complexes des amplitudes des nutations $E(\sigma)$; ainsi $|E|$ détermine l'amplitude et $\text{Arg } E$ la phase de la composante circulaire correspondante. La condition de réduction à zéro du dénominateur (3) détermine la période de décrement de l'amortissement de la nutation libre quasi diurne pour le modèle de Terre avec noyau liquide, enveloppe non idéalement élastique et océan [5].

2. Valeurs numériques des corrections dues à l'océan

Les calculs numériques de l'influence de l'océan sur les nutations libre et forcée ont été faits en [5, 9]. En [5] les calculs ont été effectués d'après les formules (1) à (6). On a utilisé la valeur approximative de \tilde{k} trouvée par B.P. Pertsev d'après la carte cotidale de K.T. Bogdanov et V.A. Magarik pour l'onde K_1 [10] :

$$\text{Re } \tilde{k} \approx -0,02 \quad \text{Im } \tilde{k} \approx 7.10^{-3}$$

Les valeurs plus précises de \tilde{k} calculées par B.P. Pertsev d'après les cartes cotidales [10] et les cartes de Schwiderski [11] sont données dans la table

1. Nous y constatons que $\text{Re } \tilde{k}$, à l'inverse de $\text{Im } \tilde{k}$, pour toutes les ondes quasi diurnes est à peu près deux fois moindre que la valeur statique $k \approx 0,038$ [12] et a le signe opposé. Les cartes cotidales n'ont été élaborées jusqu'à présent que pour quatre ondes de périodes quasi diurnes alors que les observations de la nutation forcée ont été faite pour 14 composantes différentes. C'est pourquoi, pour calculer l'effet de l'océan sur la nutation, il apparaît nécessaire d'extrapoler les valeurs \tilde{k} aux mêmes fréquences. La Table montre que la dépendance $\tilde{k}(\sigma)$ est assez complexe. C'est pourquoi il ne faut pas effectuer cette extrapolation qui, jusqu'à présent, n'est pas assez sûre. Puisque les fréquences des ondes perturbant la nutation fondamentale de 9 ans sont très voisines de la fréquence de K_1 , nous avons utilisé, pour le calcul \tilde{k} pour $\omega/\sigma + \omega = \pm 3900$ et ± 6800 , les valeurs k pour K_1 ; pour les ondes O_1, P_1, Q_1 éloignées en fréquence de K_1 on a utilisé la moyenne de toutes celles données dans la table 1. la valeur $\text{Re } \tilde{k} = -0,02$, correspondant à celle prise en [5]. Les valeurs e et C_1/C ont été prises respectivement égales à $2,56.10^{-3}$ et $0,1146$. Cette dernière diffère un peu de la valeur prise en [5] $C_1/C = 0,106$ et est apparemment plus réaliste. Nous donnons dans la table 2 les corrections aux amplitudes des nutations en millisecondes d'arc, calculées d'après les formules (1) à (6) avec ces valeurs des paramètres. A titre de comparaison on a donné les corrections calculées dans le travail [9]. Pour simplifier les notations nous considérerons plus loin, à l'inverse de [1 à 2], les amplitudes de toutes les nutations comme positives. Ainsi, aux valeurs positives des corrections, correspond dans la table 2 une augmentation de la valeur absolue de l'amplitude et aux valeurs négatives, une diminution.

3. Effets de la non élasticité du manteau.

Comme on l'a noté plus haut les corrections aux amplitudes des nutations se déterminent par les valeurs des parties réelles $\text{Re } \delta\lambda_i$, où $\delta\lambda_i$ sont les variations des paramètres λ_i lors du passage du modèle idéalement élastique du manteau au modèle non

élastique avec des μ complexes. Comme la nutation forcée s'accompagne de déformations élastiques de l'enveloppe avec des périodes quasi diurnes, les variations $\delta\lambda_i$ se déterminent effectivement par les valeurs de μ dans le manteau pour une fréquence unique $\sigma = 2\pi/T_i$ où T_i est la durée du jour. La variation de la partie réelle du module de déplacement lors du passage des fréquences des oscillations propres soit des fréquences des ondes séismiques de volume (d'après lesquelles on a construit le modèle initial de la Terre) à la fréquence σ se détermine en général par l'expression [13,14]

$$\frac{\operatorname{Re} \mu(\sigma)}{\operatorname{Re} \mu(\sigma_0)} = 1 - \frac{f(\sigma, \sigma_0)}{Q_\mu(\sigma_0, l)}, \quad (7)$$

où Q_μ sont les facteurs de qualité mécanique, l est la profondeur de la couche sphérique, σ_0 est la fréquence initiale, $f(\sigma, \sigma_0)$ est le coefficient dépendant du modèle rhéologique du milieu.

Ainsi pour le modèle de Lomnitz avec une fonction logarithmique de Creep [14];

$$f(\sigma, \sigma_0) = \frac{2}{\pi} \ln \frac{\sigma_0}{\sigma} \quad (8)$$

pour le modèle décrit par la fonction de degré de Creep $\Psi(t) = ct^n$, la dépendance $f(\sigma, \sigma_0)$ a la forme [13]

$$f(\sigma, \sigma_0) = \operatorname{ctg} \frac{n\pi}{2} \left[\left(\frac{\sigma_0}{\sigma} \right)^n - 1 \right]. \quad (9)$$

Sans concrétiser la forme de la fonction de Creep on peut envisager les valeurs des amplitudes des nutations comme des fonctions du paramètre unique f , en considérant ainsi que f ne dépend pas de la profondeur mais que la répartition $Q_\mu(\sigma_0, l)$ est connue et est fixée. A côté des modèles du type (8) et (9) nous examinerons aussi les modèles avec des valeurs négatives f (correspondant au cas des modules de déplacement croissant avec la diminution de la fréquence).

4. Effets de viscosité du noyau

Pour évaluer l'influence de la viscosité du noyau sur la nutation forcée nous utiliserons l'expression du moment des forces de friction visqueuse (33) tirée du travail [15] que nous écrirons ici sous la forme

$$|L_d| \approx \frac{5A_1}{A\omega^2 b \left(e + \frac{\sigma + \omega}{\omega} \right)} \sqrt{\frac{\nu|\sigma + \omega|}{\rho\omega}} |L_0|,$$

où L_0 est la valeur absolue déterminée par la formule (20) de [15] du moment des forces extérieures génératrices de marées,

ν est la viscosité, ρ est la densité du noyau. Après avoir substitué dans ce rapport $\rho \sim 10\text{g/cm}^3$, $b \sim 3.10^8\text{cm}$ nous aurons

$$\left| \frac{\delta\epsilon_v}{\epsilon} \right| = \left| \frac{L_d}{L_e} \right| \sim \frac{2.5 \cdot 10^{-8}}{e + \frac{\sigma + \omega}{\omega}} \sqrt{\frac{\nu(\sigma + \omega)}{\omega}}, \quad (10)$$

où $\delta\epsilon_v$ est la correction à l'amplitude de nutation déterminée par la viscosité du noyau, ν est la viscosité dans le système CGS en poises.

5. Résultats des calculs de modèles

On a utilisé dans les résultats des calculs numériques donnés plus bas la répartition $Q_w(\xi)$ pour le modèle tiré du travail [16]. Des corrections du module dynamique de déplacement aux valeurs des nombres de Love et à la période chandlérienne pour ce modèle ont été calculées en [8, 17]; les corrections aux paramètres λ_i ont été déterminées par la méthode des perturbations de façon analogue à [7] où on a déterminé les corrections aux nombres de Love; les variations des amplitudes des nutations ϵ pour une variation de λ_i ont été calculées d'après les formules (6). Nous présentons sur la figure les résultats de la comparaison avec les observations, des calculs faits pour une grande quantité (environ 10.000) de modèles de Terre donnés par les différentes valeurs des paramètres C_1/C , e , f . Le processus s'est ramené à ce qui suit : 1) pour chaque modèle on a recalculé d'après les formules (1) à (7) les valeurs des amplitudes des 14 composantes ($\omega/\sigma + \omega = \pm 365; \pm 183; \pm 121.7; \pm 31.8; \pm 27.6; \pm 13.7; \pm 9.1$) pour lesquelles on avait fait des observations radio-interférométriques de haute précision; 2) par la table 2 on a introduit des corrections qui tiennent compte de l'influence des marées océaniques; 3) on a recalculé les valeurs des écarts quadratiques moyens des amplitudes calculées des nutations forcées à partir des amplitudes observées

$$S = \left[\frac{1}{14} \sum_{j=1}^{14} (\epsilon_j^{\text{calc}} - \epsilon_j^{\text{obs}})^2 \right]^{1/2}; \quad (11)$$

4) vu la grande quantité des différents modèles de Terre on a construit des lignes d'égales valeurs de S . L'analyse des résultats permet de tirer les conclusions suivantes :

1. Il paraît possible de séparer les régions des valeurs des paramètres e , C_1/C , f , dans lesquelles les valeurs déterminées par les formules (1) - (6) des amplitudes des nutations concordent dans les limites des erreurs avec les résultats des observations radio-interférométriques [1].
2. A la suite de l'introduction des corrections qui tiennent compte des marées océaniques, les régions des valeurs possibles des paramètres se déplacent sensiblement, cependant les valeurs minimales des écarts quadratiques moyens S dans ces régions restent presque invariables.

3. Sur les valeurs possibles des paramètres e , C_1/C , f on peut affirmer ce qui suit : a) $C_1/C = 0,11; 0,115$ et $0,12$ les valeurs minimales S sont à peu près les mêmes. Il s'ensuit qu'il est douteux que les données actuelles sur la nutation forcée puissent permettre de mieux préciser la valeur du rapport du moment d'inertie du noyau au moment d'inertie de toute la Terre, égal, d'après les données actuelles à $0,115 \pm 0,005$; b) pour $C_1/C = 0,115$ les régions des valeurs admises e et f (pour $S \leq \Delta = 0,15$ ms d'arc) sont respectivement

$$2,63 \cdot 10^{-3} \leq e \leq 2,68 \cdot 10^{-3}; \quad (12)$$

$$-3,0 \leq f \leq 9,5. \quad (13)$$

ce qui correspond à une gamme de variation des paramètres λ_1 :

$$-0,6 \cdot 10^{-2} = \frac{\delta \lambda_1}{\lambda_1} \leq 1,8 \cdot 10^{-2}.$$

Le dessin montre que l'estimation (12) a un caractère tout à fait stable (lors des grandes variations des paramètres f , C_1/C le point du minimum de S se déplace suivant l'axe e dans un intervalle étroit $2,65 \cdot 10^{-3} \leq e \leq 2,66 \cdot 10^{-3}$). L'évaluation du paramètre f (13) n'est pas tellement sûre et dépend sensiblement du rapport de C_1/C adopté. Ainsi, pour $C_1/C = 0,12$ au lieu de (13) nous aurons $13,5 \leq f \leq 24$, et pour $C_1/C = 0,11$: $-18 \leq f \leq -4,5$. Si on prend $C_1/C = 0,115 \pm 0,005$ alors

$$-18 \leq f \leq 24.$$

Pour comparer cette estimation avec les valeurs de f pour les différents modèles rhéologiques, nous prenons les valeurs de cette fonction déterminées par les rapports (8) (9). Si le schéma de départ de la structure de la Terre est construit d'après les données séismiques ($T_0 = 2\pi/\sigma_0 = 1$ s) et la rhéologie du manteau est déterminée par la fonction logarithmique de Creep de Lomnitz, alors $f = 7,24$; pour cette même fonction de Creep, pour différents T_0 , n valeurs de f , voir dans la table 3. Pour $n \rightarrow 0$, les valeurs de f déterminées par les formules (8) et (9) correspondent. En comparant les valeurs de f de la table avec les bornes (14) on peut tirer la conclusion que pour $T_0 = 1$ s avec les nouvelles données sur la nutation de la Terre, les modèles rhéologiques du manteau avec fonction exponentielle de Creep et un coefficient de degré $n \geq 0,2$ ne sont pas satisfaisants; pour $T_0 = 100$ s à l'inverse des observations on a des modèles avec $n \geq 0,5$. Ces restrictions sont un peu plus sévères que celles obtenues précédemment d'après les données de marées [8]. Elles complètent les données obtenues par l'analyse du mouvement Chandlerien du pôle [17 à 20] puisqu'elles se rapportent à une gamme de périodes plus courtes (voisines d'un jour). Nous donnons dans la table 4 les valeurs des amplitudes des nutations pour ces valeurs des paramètres du noyau et de l'enveloppe, pour lesquels l'écart quadratique moyen des amplitudes théoriques des nutations en fonction des amplitudes observées atteint les minima :

$$e = 2,655 \cdot 10^{-3}; \quad C_1/C = 0,1146; \quad f = 3,0. \quad (15.1)$$

Pour ces valeurs des paramètres les coefficients de rigidité réelle de l'enveloppe sans océan sont

$$\lambda_1 = -0,614 \cdot 10^{-3}; \quad \lambda_2 = -0,574; \quad \lambda_3 = -0,304; \quad (15.2)$$

l'écart quadratique moyen S calculé sans les corrections dues aux marées océaniques est de 0,14 milliseconde d'arc et, avec les corrections, de 0,11 milliseconde d'arc. La condition d'annulation du dénominateur dans la formule (3) détermine la fréquence et le décrétement d'amortissement de la nutation libre quasi diurne. Pour les valeurs numériques (15) la période du mouvement conique du vecteur rotations angulaire dans l'espace est de

$$\tau = \frac{2\pi}{\sigma + \omega} = \frac{2\pi A_2}{A\omega(e + \lambda_1)} = 432,6 \text{ jours solaires}$$

En introduisant la correction due aux marées océaniques

$$\delta\lambda_1 = 0,24\lambda_1 \quad k = 2,9 \cdot 10^{-6},$$

nous obtiendrons $\tau = 432,0$ jours solaires. Dans les cas $C_1/C = 0,11$ et $0,12$ les valeurs de τ corrigées de l'océan donnent aux points des minima S , respectivement 431,6 et 432,75 jours solaires. En comparant ces valeurs avec la période observé $\tau_{\text{obs}} = 433,2$ jours solaires [1] nous constatons que le modèle avec $C_1/C = 0,12$ satisfait mieux aux données sur la période de la nutation libre quasi diurne que les modèles avec $C_1/C = 0,11$ ou $0,115$.

Cependant, jusqu'à présent la précision réelle de la valeur de τ_{obs} n'est pas établie, la valeur de cette déduction est douteuse. Dans les régions des valeurs possibles des paramètres, les amplitudes corrigées de l'océan pour les composantes circulaires de la nutation principale doivent se trouver dans l'intervalle

$$1180,22 \text{ ms} \leq \varepsilon \leq 1180,46 \text{ ms} \quad \omega/(\sigma + \omega) = 6800$$

ou

$$8022,1 \text{ ms} \leq \varepsilon \leq 8024,0 \text{ ms} \quad \omega/(\sigma + \omega) = -6800.$$

Ces valeurs ne contredisent pas les résultats des observations astrométriques dans la gamme optique, on n'a jusqu'à présent pas réalisé de déterminations radio-interférométrique de haute précision des amplitudes de la nutation principale car la durée des le quart de la période totale. En conclusion nous donnerons quelques remarques sur les effets possibles de la viscosité du noyau.

1. En effectuant des calculs numériques semblables il n'est pas difficile de montrer que la différence découverte en [1] entre les amplitudes observées et théoriques de la nutation pour un aplatissement hydrostatique du noyau ne peut s'expliquer par l'influence de la viscosité du noyau. Avec l'accroissement de la

viscosité, les amplitudes des composantes annuelle rétrograde et semi annuelle directe doivent décroître (en tendant vers les valeurs $\epsilon = 24,9$ ms et $\epsilon = 530,8$ ms pour le modèle de Terre sans noyau liquide) : les amplitudes des autres nutations déterminées en [1] ne varieront presque pas. Puisque l'amplitude observée de la composante annuelle rétrograde est plus grande que la valeur théorique, les amplitudes de la composante directe semi annuelle concordent à peu près, les valeurs de l'écart quadratique moyen S doivent croître avec l'accroissement de la viscosité ν .

2. En se servant de (10) nous évaluerons pour quelles valeurs de ν , les effets de la viscosité du noyau peuvent être décelés. En prenant en (10) $\delta\epsilon_\nu = \Delta = 0,15$ ms, nous obtiendrons

$$\text{ou } \begin{aligned} \nu &\sim 3 \cdot 10^2 \text{ П} & \omega/\sigma + \omega &= -6800 \\ \nu &\sim (1-2) \cdot 10^4 \text{ П} & \omega/\sigma + \omega &= +6800; -365 \text{ и } \pm 182; \end{aligned}$$

pour les autres composantes de ν de l'ordre 10^6 poise et plus. La valeur de $\nu \approx 10^4$ est à peu près de trois ordre plus petite que la limite supérieure de la viscosité déterminée d'après les données astronomiques dans la gamme optique [15]. Ceci témoigne des grandes possibilités de l'utilisation des observations radio-interférométriques actuelles pour l'étude de la viscosité du noyau.

Les auteurs remercient B.P. Pertsev qui a mis à leur disposition la table 1.

1. Herring T. A., Gwinn C. R., Shapiro J. J. Geodesy by radio interferometry: Studies of the forced nutation of the Earth. I. Data analysis // J. Geophys. Res. 1986. V. 91. № B5. P. 4745-4754.
2. Gwinn C. R., Herring T. A., Shapiro J. J. Geodesy by radio interferometry: Studies of the forced nutation of the Earth. II. Interpretation // J. Geophys. Res. 1986. V. 91. № B5. P. 4755-4765.
3. Wahr J. M., Bergen Z. The effects of mantle anelasticity on nutation, Earth tides and tidal variations in rotation rate // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1986. V. 87. № 2. P. 633-668.
4. Wahr J. M. The forced nutation of an elliptical, rotating, elastic and oceanless Earth // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1981. V. 64. P. 705-725.
5. Молоденский С. М. Влияние океана и вязкости оболочки на нутацию Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1981. № 6. С. 3-17.
6. Ламб Г. Гидродинамика. М.: Л.: ОГИЗ - ГОСТЕХИЗДАТ. 1947. 928 с.
7. Молоденский С. М. Изменение чисел Лява при варьировании схемы строения Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1976. № 2. С. 3-14.
8. Жарков В. Н., Молоденский С. М. О поправках за динамический модуль сдвига для чисел Лява // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1977. № 5. С. 17-19.
9. Wahr J. M., Sasao T. A diurnal resonance in the ocean tide and in the Earth's load response due to the resonant «free core nutation» // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1981. V. 64. P. 635-650.
10. Богданов К. Т., Магарик В. А. Численное решение задачи о распространении приливных волн в мировом океане // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1969. Т. 5. № 12. С. 1309-1317.
11. Schwiderski E. W. On Charting Global ocean tides // Rev. Geophys. and Space Phys. 1980. V. 18. № 1. P. 243-268.
12. Dahlen F. A. The passive influence of the ocean upon the rotation of the Earth // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1976. V. 46. P. 363-406.
13. Акопян С. Д., Жарков В. Н., Любимов В. М. Теория затухания крутильных колебаний Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1977. № 8. С. 3-11.
14. Жарков В. Н., Трубицын В. Д. Физика планетных недр. М.: Наука, 1980.
15. Молоденский С. М. О верхней границе вязкости земного ядра // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1981. № 12. С. 3-11.
16. Дорофеев В. М., Жарков В. Н. Об определении механической добротности Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1978. № 9. С. 55-73.
17. Жарков В. Н., Молоденский С. М. Поправки за динамический модуль сдвига для чисел Лява и чандлеровского периода // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1979. № 6. С. 88-89.
18. Anderson D. L., Minster J. B. The frequency dependence of Q in the Earth and implications for mantle rheology and Chandler wobble // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1979. V. 58. P. 431-440.
19. Smith M. L., Dahlen F. A. The period and Q of the Chandler wobble // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1981. V. 64. P. 223-284.
20. Молоденский С. М., Жарков В. Н. О чандлеровском колебании и частотной зависимости параметров Q_n мантии Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1982. № 4. С. 3-16.

Table 1

Valeurs des corrections de la marée océanique au nombre de Love k . S est calculé à partir des cartes cotidales [11] B.M d'après les cartes cotidales [10]

Onde	$\frac{\omega}{\sigma+\omega}$	$Re \tilde{k}$		$Im \tilde{k}$	
		S	B - M	S	B - M
K_1	∞	-0.0236	-0.0171	0.0237	0.0078
O_1	+13.7	-0.0292	-0.0239	0.0267	0.0055
P_1	+183	-0.0158	-	0.0152	-
Q_1	+9.15	-0.0338	-	0.0323	-

table 2

Influence des marées océaniques sur les amplitudes des composantes observées de la nutation forcée en millisecondes d'arc.

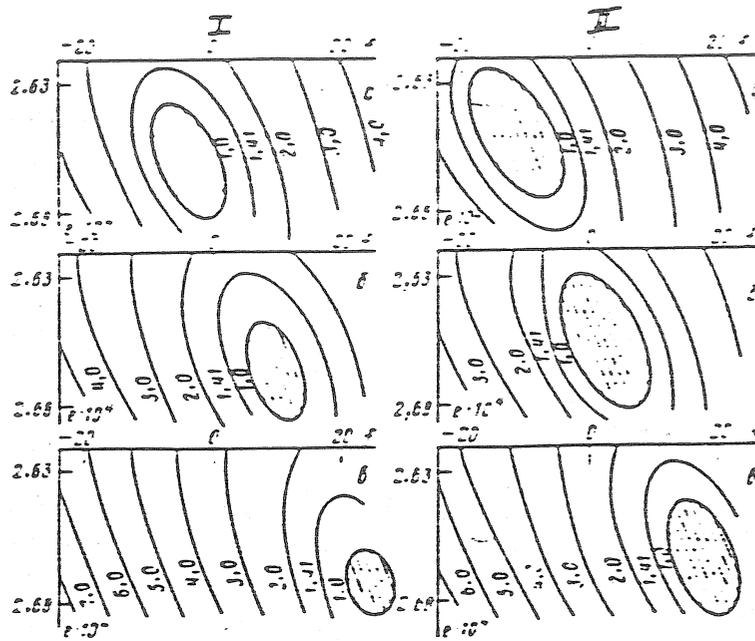
T	I		II	
	1	2	1	2
6798.37	1.16 *	1.00-1.25	-0.147 *	-0.12 - -0.16
	0.84 **		-0.106 **	
3399.19	0.01 *		-0.009 *	
365.26	-0.173	-0.15 - -0.19	-0.022	
355.22	-0.002		-0.008	
182.62	-0.064		-0.453 *	-0.54 - -0.72
177.84	-0.002		-0.006	
121.75	-0.001		-0.024	
31.81	-0.007		-0.003	
27.55	-0.031		-0.012	
27.09	-0.004		-0.004	
13.66	-0.011		-0.016 *	-0.02 - -0.025
13.63	-0.007		-0.003 *	
9.13	-0.002		0.014 *	

* a été calculé par les valeurs $Re \tilde{k}$ tiré de la table 1 pour le modèle 5.

** Pour le modèle B.M.; les autres corrections sont calculées pour $Re \tilde{k} = -0,02$; T sont les périodes des composantes circulaires dans l'espace en jours solaire; I sont les composantes inverses (rétrograde), II sont les composantes directes (prograde); 1- a été calculé d'après les formules(1) à (5), 2- sont les résultats de Wahr et Sasao de [9]

Table 3

T_0	n			
	0.1	0.2	0.3	0.5
1 - S	13.36	26.8	57.4	293
100 S	6.10	8.82	13.0	28.4
1 - ω	2.36	2.73	3.1	3.9



Isolignes des écarts quadratiques moyens des amplitudes théoriques des nutations en fonctions des valeurs observées, rapportées à l'erreur moyenne des observations $\Delta = 0,15$ milliseconde d'arc. I : sans correction pour l'océan, II avec corrections pour l'océan. Sont hachurées les régions dans lesquelles $S \leq \Delta$, (a) $C_1/C = 0,11$, (b) $C_1/C = 0,1146$, (B) $C_1/C = 0,12$.

table 4

Amplitudes des nutations en millisecondes d'arc pour le modèle de Terre concordant de la meilleure façon avec les observations (1- est le modèle de Terre absolument rigide, 2- avec enveloppe visco-élastique et noyau liquide, 3- avec enveloppe visco-élastique, noyau liquide et océan; 4- amplitudes observées : publication [1]. On a pris $e = 2,655 \cdot 10^{-3}$; $C_1/C = 0,1146$; $f = 3,0$; $\lambda_1 = 0,614 \cdot 10^{-3}$; $\lambda_2 = 0,574$; $\lambda_4 = -0,304$)

$\frac{m}{\sigma + m}$	modèles de Terre				$\frac{m}{\sigma + m}$	modèles de Terre			
	1	2	3	4		1	2	3	4
+6800	1170.75	1180.34	1180.19	-	-121.7	0.88	0.94	0.94	0.91
-6800	8051.05	8023.11	8024.27	-	+31.8	3.08	3.20	3.20	3.16
+3400	3.70	3.72	3.71	-	-31.8	2.88	3.07	3.06	3.06
-3400	86.40	85.75	85.75	-	+27.6	13.93	14.51	14.50	14.57
+365.3	25.01	25.69	25.66	25.69	-27.6	12.98	13.83	13.80	13.82
-365.3	24.91	33.06	22.89	32.90	+13.7	91.50	94.17	94.15	94.39
+182.6	530.80	549.23	548.77	548.65	-13.7	3.40	3.65	3.64	3.47
-182.6	22.60	24.65	24.59	24.63	+9.1	12.19	12.43	12.44	12.56
+121.7	20.72	21.51	21.49	21.62	-9.1	0.41	0.44	0.44	0.43

