

MAREES TERRESTRES
BULLETIN D'INFORMATIONS

N° 101

15 MARS 1988

Association Internationale de Geodesie

Commission Permanente des Marees Terrestres

*Editeur Prof. Paul MELCHIOR
Observatoire royal de Belgique
Avenue Circulaire 3
1180 Bruxelles*

TABLE DES MATIERES

	p.
K.T. BOGDANOV (Traduction). Propagation des ondes de marées et des variations de marées du niveau du golfe Persique.	7004
O. FRANCIS On the accuracy of the Platzman's charting for loading estimations.	7010
ZHANG ZHAO-DONG, ZHENG JIN-HAN (Traduction) The ocean tide effect of O_1 and K_2 diurnal components on ground tilt Earth Tide.	7019
FANG TSUN (Traduction) Effect of solid Earth Tides on precise levelling measurements.	7030
GU MENGLIN, LUO MINGJIN, SUI JIANSHE (Traduction) Harmonic analysis of strain tidal data observed by a borehole strainmeter of capacitive displacement type at the Sheshan station Shanghai city.	7034
S.M. MOLODENSKII (Traduction) Influence du relief des régions de plaines sur les inclinaisons de marées et les déformations. Second ordre de la théorie des perturbations.	7050
V.G. BALENKO, B.P. PERTSEV (Traduction) Détermination des nombres de Love d'après les résultats des observations de marées terrestres dans la région du fossé Dniepr-Donetz.	7068
BRIMICH L., HVOZDARA M. Long-period thermoelastic deformations and their influences on the extensometric and tidal measurements.	7075
D.G. GRIDNIEV, You. K. SARITCHEVA, V. You. TIMOFEYEV (Traduction). Observations des variations de la force de pesanteur au moment de l'éclipse solaire du 31 juillet 1981.	7088
B. DUCARME 25 Years of experience with crapaudine at the Interna- tional Centre for Earth Tides.	7098

Traduction

Propagation des ondes de marées et des variations de marées du
niveau du golfe Persique

K.T. Bogdanov

Académie des Sciences d'URSS. Océanologie, Tome XXXI, Moscou 1987

Nous donnons les cartes de marées des principales composantes des ondes M_2 , S_2 , K_1 , O_1 d'après la méthode des isohypses et examinons le caractère des marées dans le Golfe Persique.

Ces dernières dix années, en liaison avec l'accroissement du rôle du Golfe Persique en tant qu'artère des plus importantes reliant les régions des industries pétrolières avec beaucoup de pays du monde, les différents aspects des conditions océanologiques du Golfe allaient acquérir une particulière actualité, aspects dont dépendent dans une certaine mesure les conditions et la sécurité de la navigation.

Parmi les quelques facteurs dominants déterminant les conditions océanologiques de cette région figurent les phénomènes de marées. Il faut en tenir compte aussi bien à proximité des côtes que dans la partie ouverte du Golfe. Ainsi, il faut tenir à l'esprit que, à cause des petites dimensions du bassin et des faibles profondeurs, les mouvements propres de marées déterminées par l'effet direct des forces génératrices sont très faibles. Les mouvements nettement marqués qui sont observés dans le Golfe sont induits par une onde de marée venant de l'océan Indien par le détroit d'Ormuz. Un travail consacré aux marées de cette région a été publié en 1919, par Defant (4) qui y donne les cartes cotidiales de la marée semi-diurne. Ces cartes ont été faites par un procédé, théorique avec l'application de données extrêmement faibles d'observations effectives. Les seules cartes semi-diurnes

du détroit ne caractérisent pas les phénomènes en entier et le travail de Defant a un caractère plus méthodique que la recherche océanologique des phénomènes de marées dans la région donnée.

Pour étudier les marées du Golfe Persique nous avons choisi la méthode des isohypses appliquée à maintes reprises par beaucoup de chercheurs (1, 2). Cette méthode d'analyse cinématique des marées se présente comme un instrument expérimental pour l'étude des marées dans les bassins différents en grandeur en commençant par l'Océan Pacifique et en terminant par la Mer Jaune (2). A présent son objectivité et sa précision ne font aucun doute. L'essence et les bases de la méthode sont proposées dans une série de travaux et pour cette raison ils sont omis ici. Il convient de noter que l'application des méthodes numériques de la solution du système des équations hydrodynamiques des marées (méthode de Hansen et ses modifications) pour l'étude des marées est rendue sérieusement plus difficile car les parallèles 28° et 30° coupant la surface du Golfe (latitudes critiques) sont des zones de résonance pour les composantes diurnes O_1 et K_1 .

Le Golfe Persique est un objectif idéal pour l'application de la méthode des isohypses car ses dimensions géographiques sont petites et on a une quantité suffisante de points où sont connues les constantes harmoniques des marées, en tout 27 dont 15 sur les côtes et 12 sur les îles. Les valeurs de ces constantes nous ont servi de données de départ (3).

On a construit ainsi, par la méthode des isohypses, les cartes de marées des composantes principales M_2 , S_2 , K_1 et O_1 qui caractérisent toutes les particularités de la propagation des ondes de marée dans le Golfe Persique.

Sur toutes les cartes de marées les lignes d'isophases (lignes continues) sont données en heures en temps de Greenwich et les lignes des isoamplitudes (lignes pointillées) sont données en centimètres.

La figure 1 a montré que l'onde M_2 a en général le caractère prédominant des variations verticales. La condensation des lignes isophases en témoigne ainsi que la présence du système amphidromique dans la partie Est du Golfe près du détroit d'Ormuz. La diminution brusque des amplitudes de 70 à 30 cm et moins dans cette partie du Golfe montre qu'on dispose là d'une zone de croisement des variations verticales. Quant à l'augmentation de l'amplitude de la marée atteignant 80 cm dans la partie moyenne du Golfe et sa diminution successive dans la partie Nord-Est jusqu'à 50 à 40 cm témoignent de la présence d'un ventre au milieu du Golfe et d'une seconde zone de croisement pas très clairement exprimée plus loin vers le Nord-Est. Près du sommet du Golfe il y a aussi une augmentation de l'amplitude atteignant plus de 80 cm.

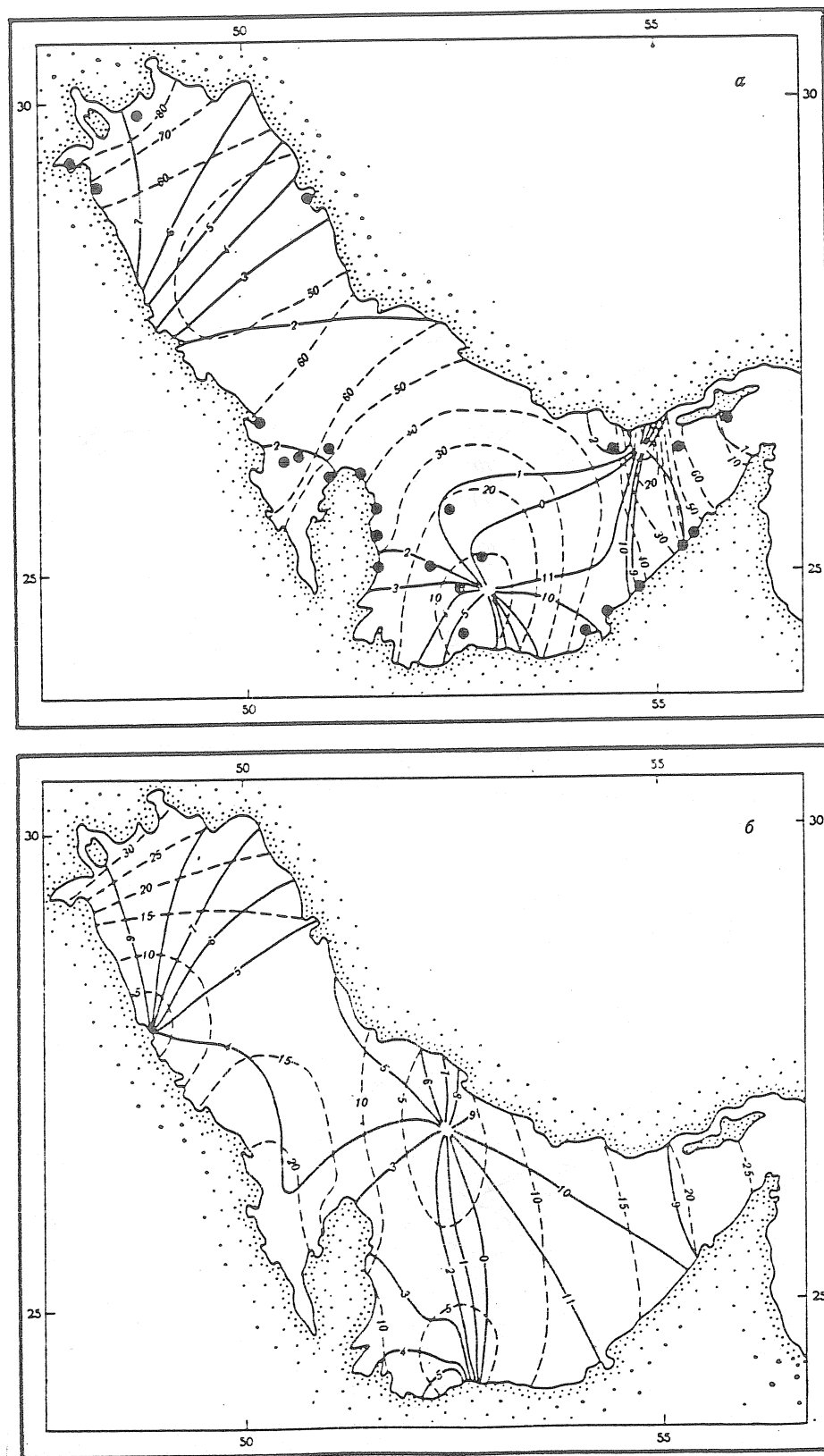


Figure 1. Carte de marées semi-diurnes.

- a - onde M_2 (les points avec les constantes harmoniques des marées sont indiqués par des petits points);
- b - Onde S_2

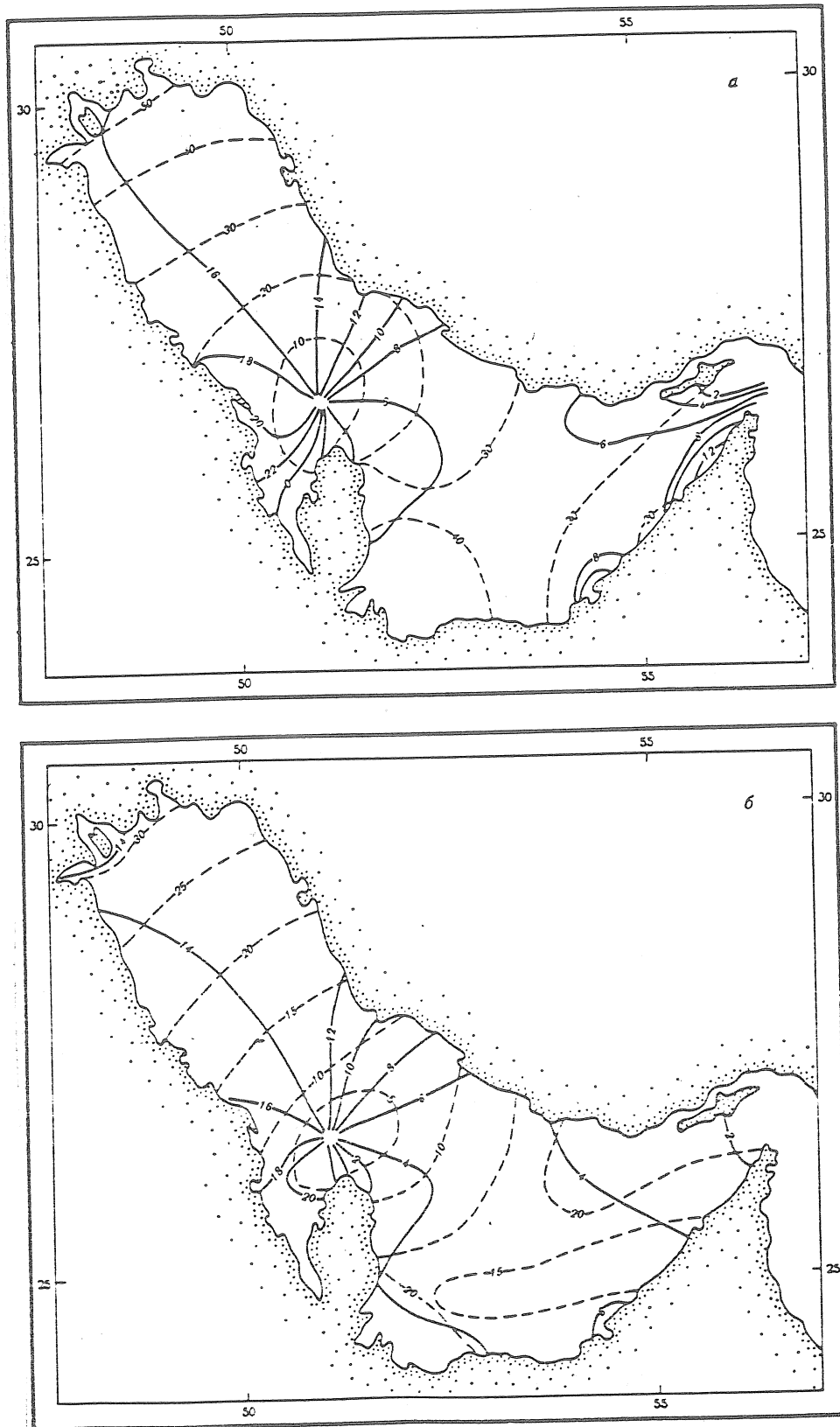


Figure 2. Cartes des marées diurnes.

a - onde K_1
b - onde O_1

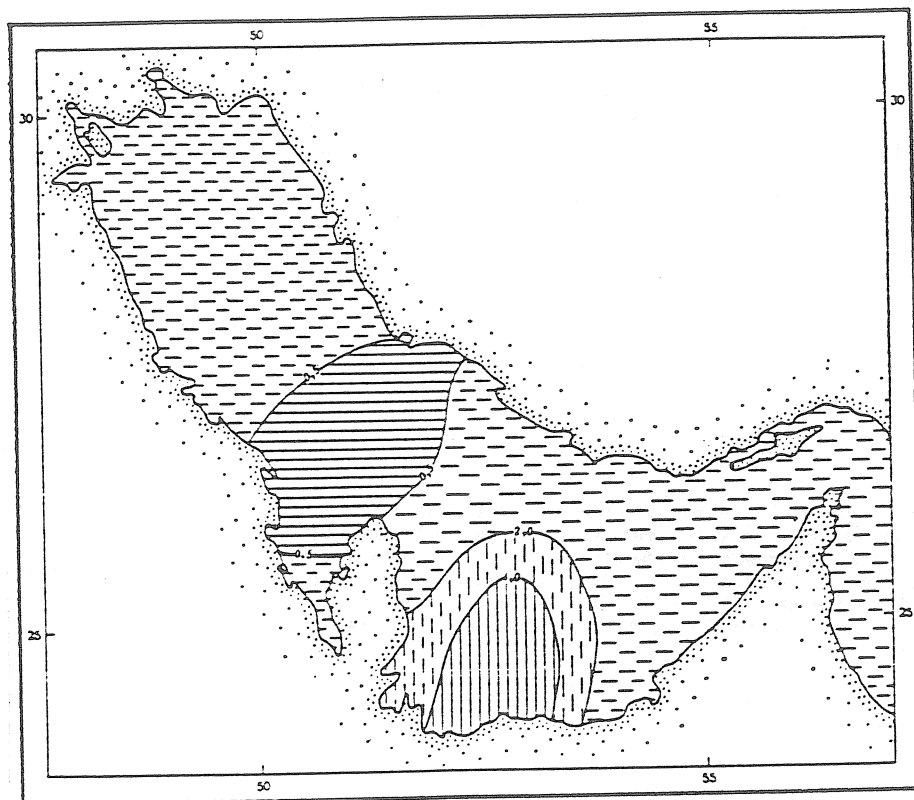


Figure 3. Carte du caractère de la marée.

L'onde S_2 diffère un peu de l'onde M_2 . Sur la figure 1, b la zone de croisement est nettement exprimée dans la partie centrale du Golfe avec des amplitudes de moins de 10 cm et la deuxième zone de croisement est moins exprimée de 28' à 29' de latitude Nord. Deux systèmes amphidromiques leur correspondent.

Au fond du Golfe l'amplitude de la marée provoquée par l'onde S_2 atteint 30 cm. Près du détroit d'Ormuz - 25 cm et entre les deux zones de croisement indiquées plus haut 12 à 20 cm.

Les marées diurnes K_1 et O_1 s'accordent bien l'une avec l'autre. Sur les cartes de marées diurnes on a des systèmes amphidromiques dans la partie centrale du Golfe et les amplitudes n'y dépassent pas 5 cm. Au fond du Golfe, l'amplitude de l'onde K_1 dépasse 50cm et dans la région du détroit d'Ormuz elle croît également jusqu'à 30cm. Au fond du Golfe l'onde O_1 a une amplitude de plus de 30cm et dans le détroit d'Ormuz elle dépasse 20cm (voir figure 2).

Le caractère de la marée (figure 3) calculé pour chaque carré d'un demi degré d'après la formule $(H_{K1} + H_{O1})/H_{M2}$, dans la plus grande partie de la surface du Golfe est quasi semi-diurne et semi-diurne. Ce n'est que dans la partie Sud du Golfe là où est situé le système amphidromique de l'onde semi-diurne M_2 et la zone de croisement de l'onde semi-diurne S_2 que les variations de marées ont un caractère diurne net et un caractère quadi diurne. La valeur la plus probable des variations de marées du niveau atteint 4m et s'observe au fond du Golfe Persique.

1. Богданов К. Т. Приливы Мирового океана. М.: Наука, 1975.
2. Тимонов В. В. О кинематическом анализе приливов//Тр. ГОИН. 1959. Вып. 37.
3. Таблицы приливов. Зарубежные воды. Л.: Гидрометеониздат, 1956.
4. Defant A. Untersuchungen über die Gezeitenerscheinungen in Mittel— und Randmeeren. in Buchen und Kanalen. Teil 3. Die Gezeiten des Persischen Golfes und der Meerenge von Hormus//Denkschriften d. Wiener Akademie, 1919. B. 96.

On the accuracy of the Platzman's charting for loading estimations

Olivier FRANCIS
Observatoire Royal de Belgique
3, Avenue Circulaire
B - 1180 Bruxelles
Belgique

Abstract:

The Platzman M_2 tidal map synthesized from normal modes of the world ocean is used to compute the gravimetric ocean loading and attraction effects. The calculations are made at several continental stations and are compared with results obtained by using the Schwiderski map and with observations. These comparisons show that the Platzman maps are not appropriate to estimate indirect effects.

Plan

Introduction

1. Description of the Platzman maps.
2. Gravity load computation.
3. Numerical results.

Conclusion.

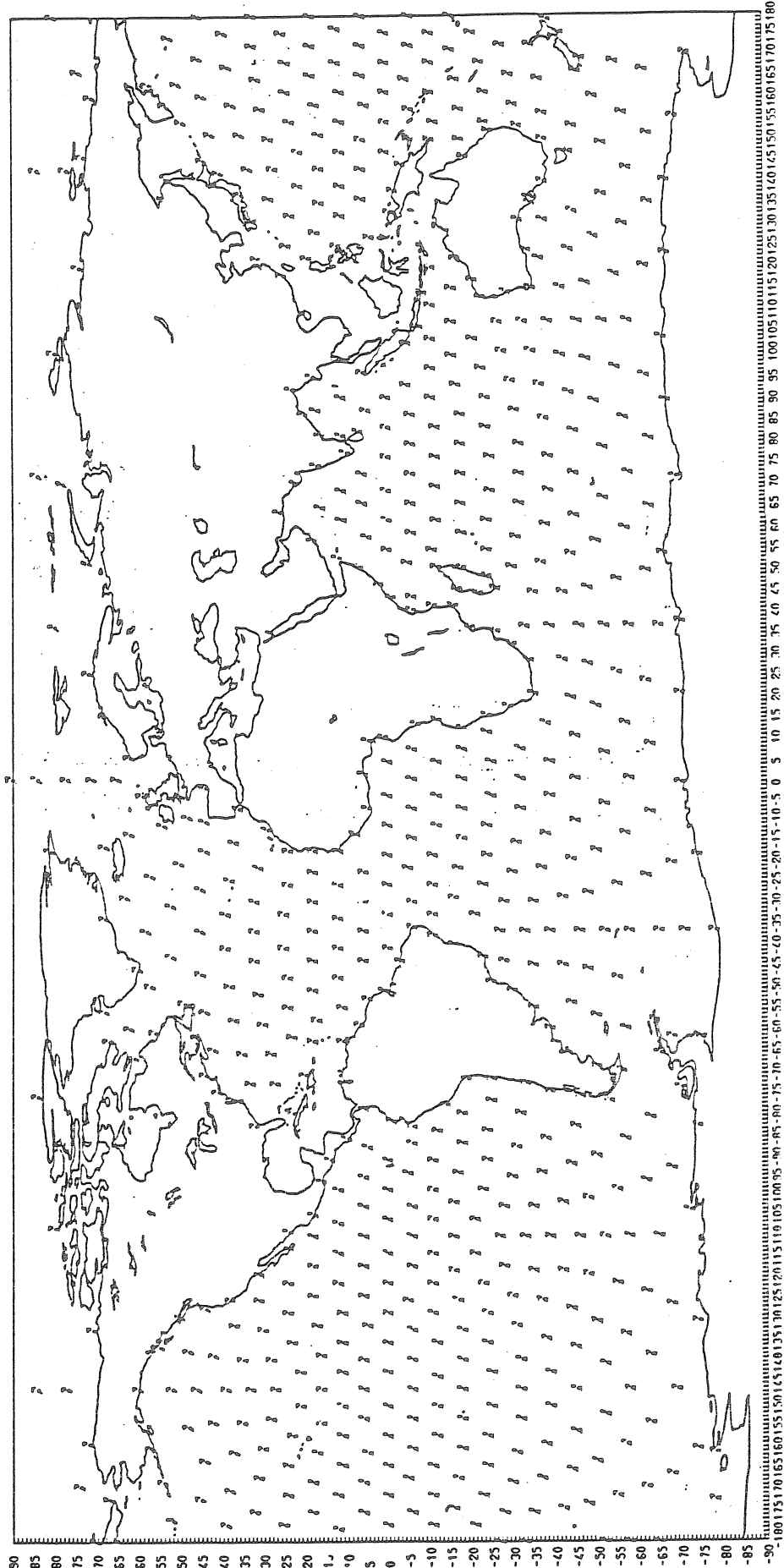


Figure 1 : Platzman map. Localisation of the 743 nodes.

Introduction

At the International Center for Earth Tides (ICET), the Schwiderski cotidal and corange maps for Q_1 , O_1 , P_1 , K_1 , N_2 , M_2 , S_2 , K_2 and M_4 are used to compute the ocean loading effects. They are at the present day the best global maps because they provide, world wide, the closest results to the observations (Melchior, 1981).

In a series of papers (Platzman 1978, 1983, 1985, Platzman and al. 1981) Platzman has described the development of a finite element barotropic model of the normal modes of the world ocean and, from these normal modes, he has synthesized the tides for the world ocean for O_1 , K_1 , M_2 , S_2 , M_1 , S_1 , N_2 and L_2 components. This procedure to construct the cotidal maps is quite different from the usual method which consists to solve the Laplace's tidal equation using tide-gage data as constraints.

The goal of our paper is to compare the gravity load vectors computed from the M_2 cotidal maps of Schwiderski and Platzman with the observed residues and so to check the validity of the Platzman maps for loading estimations. Indeed, if the results for the M_2 map are satisfactory ones could hope that the M_1 , S_1 and L_2 Platzman maps which are not computed by Schwiderski should have the same accuracy.

1. Description of the Platzman maps

The maps contain 743 nodes (figure 1) where elevation amplitude and phase for the tidal constituents are given. From these nodes, I covered the world ocean by a triangular grid of 1299 elements. Except near the coasts, the triangles are approximatively equilateral and have an average side length of 6.9 degrees. They cover an area of 3.29×10^6 km² and have an average area equal to that of a 4.5° equatorial square. The maps do not cover the North Sea, Baffin Bay, the Gulf of Mexico and Caribbean Sea, the Bering Sea, and all of the marginal seas on the east Asian coasts (Platzman and al., 1981).

2. Gravity load computation

In the first step, the surface and the barycentre are computed for each spherical triangle. In the second one, the values of the amplitude and the phase converted to two components in quadrature of the tidal M_2 constituent are interpolated at the barycenter using the data at the three vertices. Two different methods of interpolation were applied. The first method was a simple linear interpolation (as Platzman advised in a personal communication to Melchior in 1986): the plane which contains the three vertices is constructed and then the values of the phase and the amplitude are evaluated at the barycenter.

The second method was a cubic spline interpolation (Inoue, 1986). This last method was rejected because instability appeared for some triangles.

In the third and last step, the response of the Earth to ocean loading effects at a given station is computed by a convolution of the Green's functions derived by Farrell (1972) for the Gutenberg-Bullen A model with the mass (surface x amplitude) of each spherical element from the Platzman map. To obtain the total response, the direct or newtonian attraction of each mass is added. For this last effect, the altitude of the stations is taken into account (Melchior and al., 1980).

3. Numerical results.

The gravity load vectors have been computed for several continental stations over the five continents (table 1). They were not computed for coastal stations because the results will be certainly not reliable due to the low resolution of the Platzman map. Indeed, the side of the triangles have a length of about 700 km and it is not physically realistic therefore to calculate the loading effects at a station close to the ocean.

In the table 1, the results of computation performed with a mass correction (Melchior and al., 1980) in order to conserve the total mass of the world ocean are also presented. All the results computed with the Platzman map are compared with those obtained by using the Schwiderski map. Obviously the observed tidal residues are fitting better to the load vectors obtained from the Schwiderski map. In order to try to understand the difference between the two maps, they are compared for an area of $30^\circ \times 30^\circ$ in the North Pacific (figure 2).

There is no similarity between the both maps and then it is not surprising that the results are quite different.

If one makes a comparison continent by continent, one can conclude that the gravity load vectors obtained from the Platzman map disagree very much in phase with the observed residues except in Africa and in amplitude except in North-West America. In general, phases and amplitudes always disagree and when seldom one of them is in agreement the other disagrees.

Conclusion

The computation of the gravimetric ocean loading and attraction effects shows that the Platzman maps are not appropriate for estimation of indirect effects. The reasons are that the resolution of these maps are too low and that Platzman did not take account of ocean loading and self attraction as well as tide-gage data to compute his maps (Platzman personal communications to Melchior 1986 and 1987).

Caption to the figure 2

The Schwiderski and the Platzman maps are compared in this figure.

xxx

yyy xxx = phase (in deg.)

zzz yyy = amplitude (in cm)

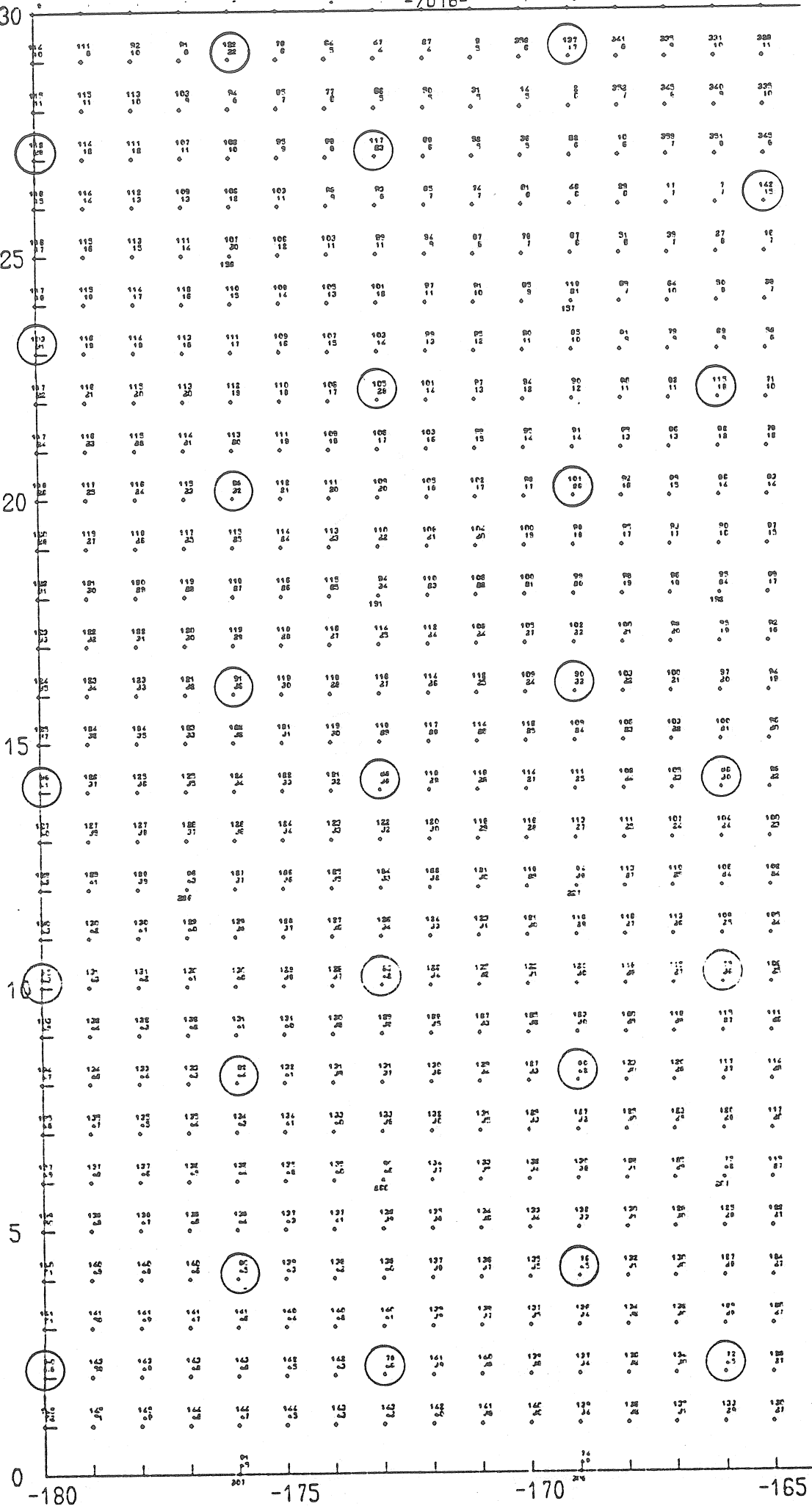
zzz = if zzz exists, it represents the number of the nodes from the Platzman map.



= it represents a point interpolated from the Platzman maps.

Note: The longitude and latitude of the points are not the same as those of the different maps. For example, all points of the Schwiderski map must move from 0.5° in latitude and longitude. But, for our purpose, there is not inconvenient.

LATITUDE



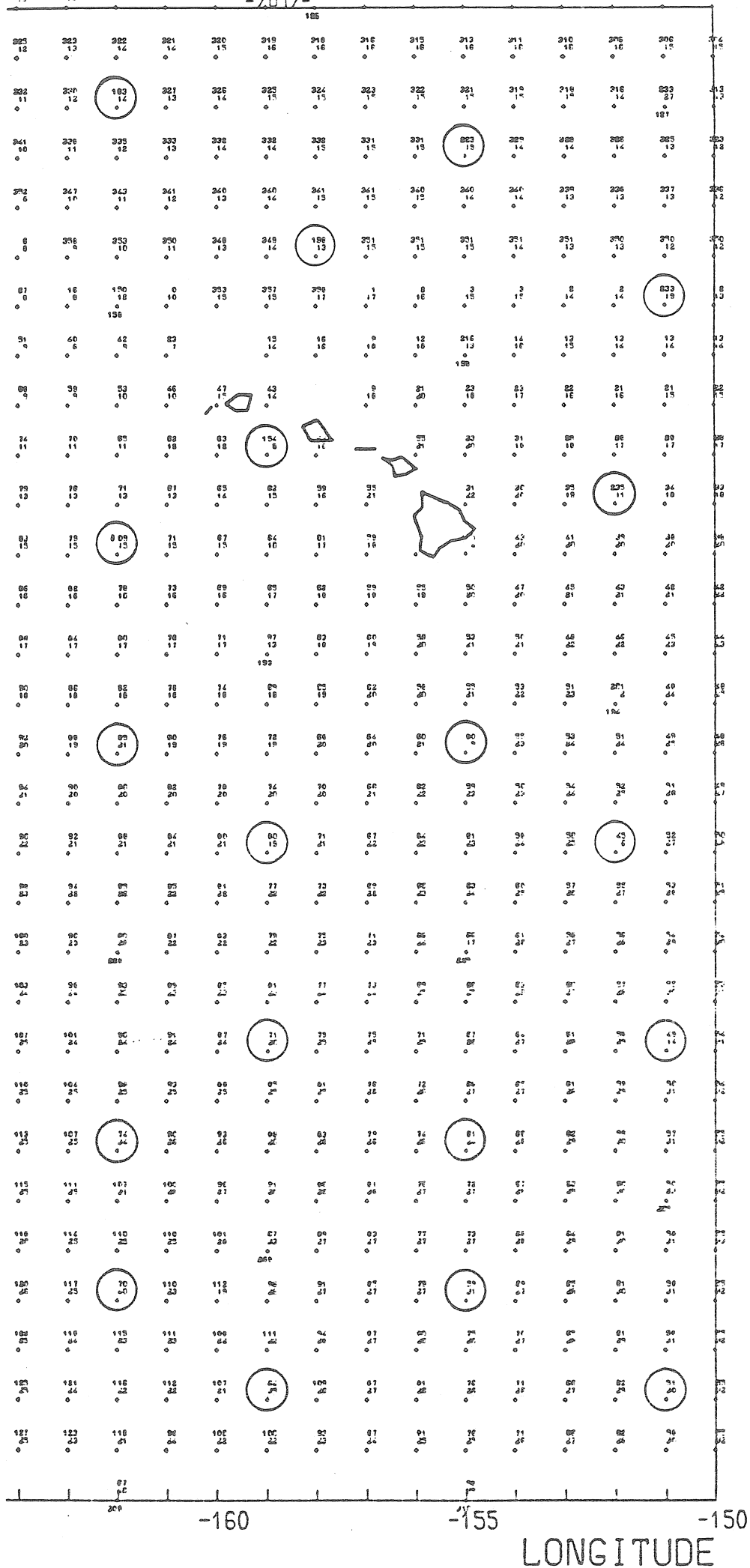


FIGURE 2

Acknowledgments

I wish to thank B. Ducarme for reading my manuscript and for many valuable discussions. Prof. P. Melchior is greatly acknowledged for supporting my work and reading my manuscript. Thanks are also due to C. Poitevin and to R. Verbeiren for providing the drawing and spline subroutines.

REFERENCES

- Farrell, W.E., 1972: "Deformation of the Earth by Surface Loads" Reviews of geophysics and Space Physics, vol. 10, N°3, 761-797.
- Inoue, I., 1986: "A least-squares smooth fitting for irregular spaced data: Finite-element approach using the cubic B-Spline basis". Geophysics, 51, pp. 2051-2066.
- Melchior, P., Moens, M. and Ducarme, B., 1980: "Computations of tidal gravity loading and attraction effects". Bull. Obs. Mar. Terr., Obs.R.belg., 4 (fasc.5), 95-113.
- Melchior, P., 1981: "Les interactions des marées terrestres et des marées océaniques". Ann. Géophys., T.3t, fasc. 1, pp 189-198.
- Melchior, P., 1983: "The Tides of the Planet Earth" 2nd ed., Pergamon Press, Oxford, 641 pp.
- Platzman, G.W., 1978: "Normal Modes of the World Ocean, Part 1: Design of a Finite-Element Barotropic Model J. Phys. Oceanogr., 8, 323-343.
- Platzman, G.W., Curtis, G.A., Hansen, K.S. and Slater, R.D., 1981: "Normal modes of the World Ocean, Part 2: description of modes in the Period Range 8 to 80 hours". J. Phys. Oceanogr., 11, 579-603.
- Platzman, G. W., 1983: "World Ocean tides synthesised from normal modes" Science, 220, 602-604.
- Platzman, G.W., 1984: "Normal modes of the World Ocean, parts 3 and 4: tidal synthesis" J. Phys. Oceanogr., 14, 1521-1550.
- Schwiderski, E.W., 1980: "On Charting Global Ocean Tides" Rev. Geophys. Space Physics, 18, pp. 243-268.

Translation

THE OCEAN TIDE EFFECT OF O_1 AND K_2 DIURNAL
COMPONENTS ON GROUND TILT EARTH TIDE

Zhang Zhao-Dong

(Seismological Bureau of Shandong Province, Beijing)

Zheng Jin-Han

(Institute of Geophysics, State Seismological Bureau, Beijing)

Acta Geophysica Sinica vol.30, n°4, pp 363-370, 1987

ABSTRACT

In this paper, based on oceanic tide charts composed by Shen Yujiang et al., and using ground tilt Green's functions suggested by Farrell the convolution integration is made. Calculation is undertaken to learn the ocean tide effect of O_1 and K_1 diurnal components on ground tilt earth tide at 12 observatories located in Beijing and other places. Oceanic tide correction is made for the earth tide observation data registered at Taian and else where.

Key words: Tilt earth tide, Conservation of oceanic water mass, Oceanic tide correction, Green's function.

1. INTRODUCTION

Both the solid Earth tides and ocean tides are caused by lunar and solar attraction. Because the frequencies of both these tides are the same, it is not possible to separate them by ordinary filter methods. Several authors have contributed to the study of the effects of ocean tides on the solid tides. Takeuchi calculated the tidal deformation of the Earth in 1950. Munk and Mac Donald introduced the three parameters - the loading Love numbers - in 1960. Longman calculated the Earth's deformation under a unit loading on the surface in 1962. Kuo calculated the response of a layered Earth model to the surface loading in 1969. Farrell reviewed the deformation regime of the Earth due to surface loading and prepared the tables of Green functions for different Earth models in 1972. It then becomes possible to calculate the response of tilt tides to oceanic tides by a convolution integration between the tidal chart and the Green functions.

In this paper, we calculate the ocean tides effects of the tidal waves O_1 and K_1 on tilt tides for 12 stations using the ocean tides chart prepared by Shen Yujiang and the Green functions given by Farrell. Two sets of results are given according to whether the ocean water conservation correction is added or not. The ocean tide effect on the tilt tides observation at the station Tai'an is also calculated. To use the result of this paper in practice, the ocean tide effects on tilt tides are calculated for 12 stations in our country using the wave M_2 calculated by 4 kinds of ocean tides.

2. CALCULATION METHOD

The ocean tides are very complex phenomena. Their effects on solid Earth tides are even more complex. Normally, these effects are separated in two parts, i.e. the effects of attraction of displaced masses of ocean water and the crustal deformation caused by the mass transportation. The reference [3] gave the Green function of a unit point mass loading for tilt

$$i(\theta) = -\frac{1}{m_e} \sum_{n=0}^{\infty} [1 + k_n - h_n] \frac{\partial P_n(\cos \theta)}{\partial \theta}. \quad (1)$$

where m_e is the mass of the Earth; k_n and h_n are Love numbers of n degree; P_n are the Legendre polynomials and θ is the geocentric angle between the loading point and the tidal stations.

The reference [5] evaluated in the form

$$i(\theta) = i^N(\theta) + i^E(\theta), \quad (2)$$

where $i^N(\theta)$ is the effect of attraction on tilt due to the mass transportation of ocean water. It is of the form

$$i^N(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{4m_e \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}; \quad (3)$$

The second term on the right hand of (2) is the effect of crustal deformation and of the related eulerian potential due to the mass transportation of ocean water. [5] gives the numerical table of this effect for different Earth models. The G-B model is used in this paper. [5] gives only the values for 50 angles. For values not given in [5] a logarithmic interpolation is made according to the variation regime of $i^E(\theta)$.

Let us note the surface density of the loading on tidal chart by

$$\sigma = \mu H \cos(\omega t + \varphi),$$

where μ is the density of ocean water, H is the amplitude of a certain wave; t is the time; ω and φ are respectively the angular frequency and phase. The two components of the effect of loading

on tilt are calculated as follows

$$\begin{Bmatrix} \Delta'_{NS} \\ \Delta'_{EW} \end{Bmatrix} = \int_S [i^N(\theta) + i^E(\theta)] \sigma ds \cdot \begin{Bmatrix} \cos \alpha_s \\ \sin \alpha_s \end{Bmatrix}; \quad (4)$$

where α_s is the azimuth from the observatory to the loading point; S is the part occupied by ocean of the globe and s is the surface integral element.

To perform the integration of (4), the whole globe is divided into trapeziums by meridian lines and parallels and in every trapezium, the amplitude H_i and phase ϕ_i are taken the same as at the centre of the trapezium. The density of water μ is assumed to be the same in all the globe $\mu = 1.026 \text{ g/cm}^3$. To minimize the error of calculation, the division is done in $0.5^\circ \times 0.5^\circ$ blocks, $1^\circ \times 1^\circ$ blocks and $5^\circ \times 5^\circ$ blocks according to the distance from the loading point to the observatory. The equation (4) is then transformed to a superposition equation

$$\begin{Bmatrix} \Delta'_{NS} \\ \Delta'_{EW} \end{Bmatrix} = \sum_i \left[\frac{\cos\left(\frac{\theta_i}{2}\right)}{4m_e \sin^2\left(\frac{\theta_i}{2}\right)} + i^E(\theta_i) \right] \mu H_i a^3 \sin \theta_i \Delta \theta_i \Delta \lambda_i' \begin{Bmatrix} \cos \alpha_s \\ \sin \alpha_s \end{Bmatrix}; \quad (5)$$

where θ_i' and λ_i' are spherical coordinates of the centers of trapeziums.

To perform the correction of mass conservation of ocean water, the additional mass is added to the ocean tidal waves according to their amplitude on the whole Earth, the proportional coefficients are given in [6]

$$k = 4\pi a^2 \sqrt{H_{ico}^2 + H_{iso}^2} / H_i(\theta_i', \lambda_i') ds. \quad (6)$$

where

$$H_{ico} = \frac{1}{4\pi a^2} \int H_i(\theta_i', \lambda_i') \cos \varphi_i(\theta_i', \lambda_i') ds,$$

$$H_{iso} = \frac{1}{4\pi a^2} \int H_i(\theta_i', \lambda_i') \sin \varphi_i(\theta_i', \lambda_i') ds.$$

Because the distribution of the additional mass is done by adding to every tidal wave one part proportional to its amplitude, this does not change the coordinates of the amphidromic points.

3. RESULTS AND DISCUSSION

1. Effects from the sea near China

The tidal charts of Shen Yujiang for the Bo sea, the Yellow Sea and the East Sea are adopted here while for the South Sea, the tidal chart of Dang Cong Minh is adopted and the tidal chart of Yu Mogeng is also referenced. This effect is listed in table 1.

EW and NS represent respectively the east-west and south-north components and A and α represent respectively the amplitudes (unit in ms) and phase lags (with respect to Greenwich). It is seen that the near sea affects a lot. The effect exceeds 0.68 times the theoretical value for stations near sea shore. For example, the EW component of O_1 at Shanghai station reaches 3.72 ms. But this effect decreases rapidly with the distance from the sea shore. As an example, the EW component of O_1 at Lanzhou station reaches only 0.14 ms.

TABLE 1

Effect on tilt of near China sea.

Tidal Wave		O_1				K_1			
component		EW		NS		EW		NS	
N	Station	A	α	A	α	A	α	A	α
1	Beijing	0.16	247	0.33	155	0.38	-51	0.53	180
2	Tai'an	0.27	89	0.39	197	0.13	123	0.44	259
3	XiuZhou	0.28	82	0.63	155	0.17	118	0.78	201
4	Nanchang	0.45	-12	0.81	156	0.63	35	0.86	197
5	Shanghai	3.72	-32	2.80	178	5.92	16	2.29	228
6	Wuhan	0.30	-17	0.66	158	0.40	30	0.74	199
7	Guangzhou	1.97	-56	3.12	152	1.75	-3.0	3.25	191
8	Lanzhou	0.14	-13	0.23	168	0.18	27	0.28	201
9	Kongming	0.43	-8.6	0.40	199	0.47	26	0.44	209
10	Lasa	0.34	3.8	0.04	-62	0.44	26	0.06	117
11	Wuloumuqi	0.19	8.0	0.08	-6.2	0.28	11	0.09	39
12	Baling	0.59	172	1.02	-23	0.89	197	1.63	21

2. Effect from distant sea and the world ocean

Here the tidal chart of Bogdanov is adopted. The result is seen in table 1. The regional effect is not great in this case.

The effect of the whole world ocean is obtained by taking the sum of table 1 and table 2. The result is in table 3.

TABLE 2

Effect on tilt of remote ocean.

Tidal Wave		O_1				K_1			
component		EW		NS		EW		NS	
N	Station	A	α	A	α	A	α	A	α
1	Beijing	0.22	236	0.18	121	0.36	257	0.23	152
2	Tai'an	0.29	235	0.27	129	0.44	257	0.33	163
3	XiuZhou	0.33	235	0.33	134	0.49	258	0.39	168
4	Nanchang	0.46	241	0.71	147	0.62	264	0.80	184
5	Shanghai	0.47	229	0.44	121	0.63	254	0.52	157
6	Wuhan	0.37	249	0.50	150	0.51	269	0.59	185
7	Guangzhou	2.06	-69	3.18	153	1.71	-30	3.42	191
8	Lanzhou	0.21	-84	0.18	168	0.30	-62	0.26	201
9	Kongming	0.39	-46	0.40	186	0.48	-31	0.59	213
10	Lasa	0.24	-50	0.16	219	0.43	-26	0.31	245
11	Wuloumuqi	0.12	-60	0.05	230	0.21	-29	0.11	-84
12	Baling	0.62	244	0.14	70	0.24	253	0.21	96

TABLE 3

Effect on tilt of the ocean of whole the globe

Tidal Wave		O_1				K_1			
component		EW		NS		EW		NS	
N	Station	A	α	A	α	A	α	A	α
1	Beijing	0.37	240	0.50	143	0.67	-76	0.74	188
2	Tai'an	0.16	167	0.55	170	0.37	244	0.52	220
3	XiuZhou	0.15	178	0.94	148	0.37	240	1.12	190
4	Nanchang	0.54	-69	1.52	152	0.51	210	1.63	191
5	Shanghai	3.67	141	3.07	171	5.61	11	2.88	219
6	Wuhan	0.46	-71	1.16	155	0.46	-42	1.32	193
7	Guangzhou	4.00	-63	6.29	152	3.33	-16	6.68	191
8	Lanzhou	0.29	-56	0.41	168	0.35	-33	0.54	201
9	Kongming	0.78	-27	0.80	193	0.83	-2.8	1.03	211
10	Lasa	0.52	-18	0.17	231	0.78	0.45	0.26	235
11	Wuloumuqi	0.26	-17	0.06	-50	0.46	-5.9	0.10	-31
12	Baling	0.64	182	1.02	-15	1.04	209	1.60	20

TABLE 6.
Observed value of tilt

station		Shachen		Baling		Tai'an	
component	tidal wave	O_1	K_1	O_1	K_1	O_1	K_1
EW	r	0.71	0.61	0.611	—	0.699	0.740
	$\varphi(^{\circ})$	-87.6	117.1	-9.4	—	-13.9	-14.1
NS	r	1.29	0.61	0.405	—	1.073	0.952
	$\varphi(^{\circ})$	-56.3	-16.5	23.6	—	-21.3	-34.9

TABLE 7.
Observed tilt after loading correction

Station		Shachen				Tai'an				Baling	
tidal wave		O_1		K_1		O_1		K_1		O_1	
condition		I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
LW	r	0.693	0.668	0.595	0.597	0.686	0.686	0.675	0.678	0.547	0.549
	$\varphi(^{\circ})$	85	86	-52	-53	-11	-7.6	-16	-15	1.9	3.4
	$D(ms)$	4.297	4.212	6.891	6.883	0.481	0.349	1.004	0.945	0.657	0.663
	$\xi(^{\circ})$	43	42	-24	-25	87	90	81	82	-8.0	-14
NS	r	1.064	1.174	0.394	0.374	1.237	1.232	1.135	1.135	1.313	1.369
	$\varphi(^{\circ})$	-34	-39	45	44	-33	-32	-33	-33	-64	-66
	$D(ms)$	0.604	0.755	0.662	0.662	1.493	1.473	1.875	1.869	0.891	0.944
	$\xi(^{\circ})$	109	107	-35	-32	-61	-61	-66	-66	85	84

TABLE 8

Effect on tilt of the M_2 ocean tidal wave (calculated with the original tidal charts)

tidal chart			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Zah	EW	A	0.77	0.93	1.70	3.21	22.04	2.08	2.24	0.89	0.91	0.90	0.62	0.85
		α	69	60	102	94	121	94	91	87	88	101	91	73
	NS	A	0.03	1.11	1.67	0.43	12.52	0.39	3.54	0.32	0.72	0.99	0.41	0.52
		α	-0.4	-50	-51	-15	-155	-29	52	28	42	59	79	-22
Pek	EW	A	0.65	0.79	1.45	2.84	21.82	1.75	1.71	0.58	0.44	0.46	0.32	0.93
		α	65	47	101	95	122	94	95	83	78	78	94	43
	NS	A	0.52	1.08	1.61	0.68	12.08	0.54	3.93	0.50	0.93	1.04	0.33	0.44
		α	24	-34	-38	25	-156	14	54	33	44	44	66	-29
Bor	EW	A	0.83	1.10	1.85	3.60	22.21	2.33	2.84	0.84	0.87	0.52	0.44	0.77
		α	98	54	96	92	121	91	93	80	95	87	62	37
	NS	A	0.48	1.47	2.04	0.71	12.68	0.64	3.48	0.26	0.67	0.64	0.21	0.63
		α	-53	-61	-57	-42	-152	-51	50	-5.1	54	71	31	89
Hen	EW	A	0.27	0.36	1.50	2.90	22.12	1.73	1.93	0.41	1.10	0.46	0.31	0.26
		α	112	88	125	107	123	116	121	149	223	178	114	47
	NS	A	0.99	2.01	2.58	1.36	12.84	1.40	2.35	1.18	1.58	2.47	0.96	0.21
		α	-82	-74	-69	-80	210	-85	40	262	260	252	248	258

TABLE 9

Effect on tilt of the M_2 ocean tidal wave (calculated with the water mass conservation correction).

tidal chart			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Zah	EW	A	0.83	1.00	1.77	4.79	22.21	2.12	2.28	0.91	0.93	0.91	0.62	0.88
		α	71	62	101	137	121	94	91	87	88	101	91	74
	NS	A	0.30	1.12	1.68	0.44	12.53	0.40	3.46	0.32	0.70	0.97	0.40	0.54
		α	-5.6	-51	-51	-19	206	-32	51	27	40	58	79	-24
Pek	EW	A	0.66	0.81	1.48	2.86	21.90	1.76	1.73	0.59	0.45	0.46	0.32	0.93
		α	57	49	102	95	122	94	95	83	78	118	94	44
	NS	A	0.52	1.08	1.61	0.67	12.08	0.54	3.91	0.50	0.92	1.04	0.33	0.44
		α	22	-34	-38	24	204	13	53	33	43	43	66	-29
Bor	EW	A	0.49	0.66	1.70	3.45	22.22	2.20	2.72	0.75	0.82	0.49	0.42	0.52
		α	79	72	110	97	124	98	98	86	103	93	63	40
	NS	A	0.53	1.47	2.04	0.78	12.45	0.68	4.06	0.32	0.85	0.76	0.22	0.59
		α	-32	-58	-55	-29	208	-39	47	2.8	49	64	31	-85
Hen	EW	A	0.52	0.52	1.29	2.51	21.01	1.47	1.71	0.45	1.31	0.50	0.29	0.20
		α	223	230	154	115	128	130	134	179	226	188	120	-89
	NS	A	0.75	1.94	2.49	1.13	13.15	1.19	3.28	1.07	1.29	2.22	0.94	0.08
		α	-69	-72	-67	-71	211	-80	48	264	263	252	248	-79

1 Beijing 2 Tai'an 3 Xuzhou 4 Wanchang 5 Shanghai 6 Wuhan 7 Guangzhou
8 Lanzhou 9 Kunming 10 Lasa 11 Wulumuqi 12 Baling

The table 4 is the result after doing the correction of mass conservation of ocean water for the whole globe. It is seen by comparing table 3 and table 4 that the result with and without mass conservation correction are different, but the difference between them is not important. This is because the remnant water of the adopted tidal charts is not important (referred to table 5). This difference for K_1 is smaller than that for O_1 . The reason is that the remnant water for K_1 wave is smaller than that for O_1 wave.

It is also seen from table 3 and table 4 that the loading effect exists everywhere in China to great or small extent. To give a more precise physical explanation to tidal observations, the loading correction must be applied.

TABLE 4

Effect on tilt of ocean of the whole globe (with water mass conservation correction).

Tidal Wave		O_1				K_1			
component		EW		NS		EW		NS	
N	Station	A	α	A	α	A	α	A	α
1	Beijing	0.39	224	0.37	132	0.63	-77	0.73	190
2	Tai'an	0.30	160	0.52	171	0.34	235	0.52	221
3	XiuZhou	0.26	165	0.91	148	0.35	234	1.12	191
4	Nanchang	0.47	-76	1.46	152	0.48	-28	1.65	191
5	Shanghai	3.31	-40	3.00	171	5.56	12	2.88	219
6	Wuhan	0.40	-78	1.11	155	0.43	-41	1.32	193
7	Guangzhou	3.94	-64	6.12	153	3.31	-16	6.66	192
8	Lanzhou	0.26	-60	0.38	170	0.34	-31	0.54	203
9	Kongming	0.74	-26	0.75	195	0.83	-2.0	1.03	212
10	Lasa	0.50	-18	0.17	248	0.78	0.84	0.29	239
11	Wuloumuqi	0.26	-17	0.09	-45	0.46	-5.7	0.11	-34
12	Baling	0.70	179	1.07	-16	1.04	207	1.61	20

TABLE 5.
Height of remnant water.

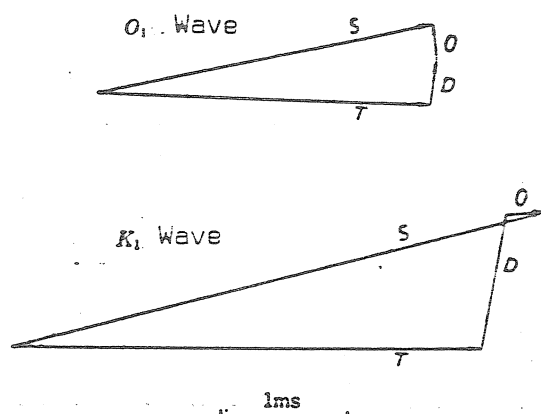
hight	tidal wave	O_1	K_1
H_{co}		-0.9347	-0.2055
H_{so}		0.5197	0.3578

3. LOADING CORRECTIONS FOR SOME STATIONS

Using the results obtained, loading corrections for the registration of SQ -70B quartz horizontal pendulums at Tai'an, Balin and Shachen stations are calculated. The result is given in table 7. Column I is the result without mass conservation correction and Column II is the result with mass conservation correction. γ and ϕ are respectively the tilt tidal factor and phase lag; D and δ are respectively the absolute values of the remnant vector and the angle it makes with the theoretical phase.

If the efficiency of the correction is judged by the greatness of the absolute value of the remnant vector, then the correction with mass conservation of ocean water is more preferable because by comparing the result in table 4, after the mass conservation is performed, 60% of the absolute value mentioned decrease, 30% increase and 10% remain unchanged.

From table 7, it can also be seen that the correction for Tai'an station is more efficient. This is because the precision of observations at this station is better. Especially, the correction for the EW component is much more efficient because the amplitude for this component is greater and the observation is more precise. As the observation at Tai'an station is more precise, we have drawn the vectorial graph of loading correction for the EW components of O_1 and K_1 . It is seen from fig.1 that the absolute of the remnant vector with loading correction after mass conservation performed is smaller than that without performing the mass conservation correction. This means that the result of this paper can give good result when used in practice. Especially the correction for O_1 at Tai'an station is better than for K_1 .



O-loading effect S-observed value T-theoretical value multiplied by 0.68
D-remenant vector.

Figure 1

Vector figure of the EW loading correction of Tai'an station.

The authors are very grateful to Prof. Gu Gongxu for his help.

APPENDIX

Using the method described in this paper, we have performed the calculation for M_2 using the M. Zahel, C.L. Pekeris, K.T. Bogdanov and M.C. Hendershott tidal charts. We give the results using the original charts and with ocean water mass conservation correction for reference.

REFERENCES

- [1] Munk, W.H. et al., The Rotation of the Earth, A Geophysical Discussion, Cambridge University Press, 29, 1960.
- [2] Longman, L.M., A Green's function for determining the deformation of the earth under surface mass loads 1: Theory, J. Geophys., Res., 67, 846-850, 1962.
- [3] Longman, I.M. et al., A Green's function for determining the deformation of the earth under mass loads 2: Computations and numerical results, J. Geophys. Res., 68, 485-496, 1963.
- [4] Kuo, J.T., Static response of a multilayered medium under inclined surface loads. J. Geophys. Res., 74, 3195-3207, 1969.
- [5] Farrell, W.E., Deformation of the earth by surface loads, Rev. Geophys. Space Phys., 10, 761-797, 1972.
- [6] Zhen Jinhan, Zhang Shaodong, The gravity loading tides distribution in the China inner continent and the region of Beijing-Tianjin-Tangshan, Journal of Earthquakes, 6, 73-81, 1984.
- [7] Shen Yujang, Numerical calculation of ocean tides in the East China Sea, Journal of the Shandong University of Oceanography, 10, 3, 26-35, 1980.
- [8] Dang Cong Minh, Propagation of tidal waves and tidal sea level fluctuations in the South China Sea, Oceanology, 15, 402-407, 1976.
- [9] Yu Mugeng, An elementary study of the characteristics of South sea tides, Journal of Oceanography, 6, 293-300, 1984.
- [10] Bogdanov, K.T., Magarik, V.A., Solution numérique du problème de la propagation des ondes de marées dans l'océan mondial, Izv. Ac. des Sc. URSS, Série Physique de l'Atmosphère et de l'Océan, T.5, 12, 1969.
- [11] Yang Jun, Zhu Hu, Liu Guanqu and Luo Li, The observation of SQ-70B horizontal pendulum at the Tai'an station in Shandong, Journal of Earthquakes, 5, 447-453, 1983.

- [12] Nishimura, E., On earth tides, Trans. Amer. Geophys. Union, 31, 357-376, 1950.
- [13] Wang Zhidong et al., Harmonic analysis of the tidal registrations at Shacheng station in Hebei, Acta Geophysica Sinica, 17, 231-238, 1974.

Translation: Guo Junyi

Traduction

EFFECT OF SOLID EARTH TIDES ON PRECISE
LEVELLING MEASUREMENTS

Fang Tsün

(Institute of Geodesy and Geophysics, Chinese Academy of Science)

Acta Geodaetica et Geophysica, n°5, pp 75-78, 1984

Abstract

In levelling measurements, some of the small corrections are ignored, considering that they may be too small to affect the precision of the results; e.g., the refraction has long been accepted as the largest systematic error, and method of correction had been already developed by Kukkamaki, only few countries have adopted this correction. Now, it is realized that such correction is indispensable. The same is also the influence caused by the solid earth tides. In this paper, the author shows that for the repeated measurements of the same levelling route of about 200km, the discrepancy may attain 13.5mm, if the time of measurements differs about half year. This is comparable with the limit of closure error of the national 1st order levelling ($= \pm 0.5 \sqrt{K} \text{ mm}$). Such corrections must be calculated for each measurement route, and are especially important for the repeated measurements in the works of the research on crustal movement.

The solar and lunar tidal force acting on the Earth distorts the geoid. This phenomenon should have some effect on the precise levelling measurements. This problem has interested several geodesists but no detailed study was done and the effects have been ignored in the actual measurement work. With the development of modern observing instrument and techniques, the corrections neglected in the past become increasingly important in practice. For example, the atmospheric deflecting correction was mentioned by the finish geodesist Kukkamaki in the 1930's. But few people understood the importance of this correction. Presently, this correction becomes necessary. Specially in recent years, the motorization of levelling measurements makes the measuring speed much more quick while the precision is also maintained. This is very important for studying the crustal deformations. To raise the measurement's precision, some corrections ignored before seem to become worth of discussion. Here the tidal correction is estimated to decide if it is necessary to add it in practical work. Let us suppose that the tidal potential is W_2 , the N-S and E-W components of the geoidal inclination are

$$\xi = \frac{1}{ag} \frac{\partial W_2}{\partial \varphi} \quad \eta = \frac{1}{ag \cos \varphi} \frac{\partial W_2}{\partial \lambda} \quad (1)$$

where a is the Earth's mean radius ($= 6.371 \times 10^8$ cm), g is the average gravity ($= 982$ cm/s²) and φ, λ are the latitude and longitude of the observing point. The explicit forms of (1) are from (4)

$$\left. \begin{aligned} \xi &= +4.193 \times 10^{-8} [2 \cos 2\varphi \sin 2\delta \cos \tau - \sin 2\varphi \cos^2 \delta \cos 2\tau \\ &\quad - \sin 2\varphi (1 - 3 \sin^2 \delta)] \\ \eta &= -4.193 \times 10^{-8} [2 \sin \varphi \sin 2\delta \sin \tau + 2 \cos \varphi \cos^2 \delta \sin 2\tau] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

here δ is the declination of the considered celestial body and τ is its hour angle. Both expressions contain a diurnal term and a semi-diurnal term and the N-S component contains yet a long period term. The coefficient in the formulas is a dimensionless number, i.e. an angle in the unit of radian. It equals 8.65 milliseconds or corresponds to an inclination of 0.042 mm/km.

Every term in the two formulas of (2) can be decomposed to a series of terms. For example, the function of celestial coordinates in the first term of the two formulas (i.e. $\sin 2\delta \cos \tau$ or $\sin 2\delta \sin \tau$) can be expressed in series of sums of sine or cosine terms in functions of the linear combination of five astronomical parameters s, h, p, N and p' . The reader can consult the author's monograph "Tides of the solid Earth" in chapter two or table 18. The most important term is K_1 , the declinational tidal component. Its period is one sidereal day. So the variable in the trigonometric function is the sidereal day $\tau + s$ or $t + h$ (τ and t are respectively the mean lunar time and mean solar time, s and h are respectively the longitudes of the moon and the sun). As the solar time is used in practical measurements, the latter expression is preferred here. The tidal wave K_1 includes the contribution of sun and moon. The total relative amplitude is 0.5305. Substituting it into (2), we find its coefficient to be $2 \times 0.042 \times 0.5305 = 0.045$ mm/km and

$$\left. \begin{aligned} \xi_{K_1} \\ \eta_{K_1} \end{aligned} \right\} = 0.045 \begin{Bmatrix} \cos 2\varphi \\ \sin \varphi \end{Bmatrix} \sum d_i \int_i \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} (t + h) dt \quad (3)$$

where d_i is the distance observed in the day, the unit being the kilometer and i indicates the epoch of measurement. The frequency of h is 0°98565 per day, i.e. the period is one tropical year or 365.25 days. t is the mean solar time of the observing time. As h varies very slowly, we treat it as constant within one day. So the integrals in the right hand side of the formula can be written as a sum of multiplications of $\int \sin t dt$, $\int \cos t dt$ and

$\cos h \cdot \sin h$. The integral limits are the origin and end times of the measurements. To have an estimation, let us assume it as symmetrical to the Moon, i.e. from $12h - t_1$ to $12h + t_1$. Hence $\int \sin t \, dt = 0$, $\int \cos t \, dt = 2 \sin t_1$. If $t_1 = 6h$, the coefficient is 2; if $t_1 = 4h$, the coefficient is 1.73; if $t_1 = 6h$ but the work is interrupted 2h before and after noon, the coefficient is 1. We postulate it to be 1.5 and write (3) as

$$\left. \begin{matrix} \xi_{K_1} \\ \eta_{K_1} \end{matrix} \right\} = 0.067 \sum_i d_i \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} h_i \quad (4)$$

The longitude of the sun h has a period of a little more than 365 days. $\sin h = +1$ when $h = 90^\circ$ and 182.5 days later, $h \approx 270^\circ$ and $\sin h \approx -1$. So if the first measurement is made when $h = 90^\circ$, all the corrections of ξ are positive but if the second measurement is made one half period or about 180 days later, all the corrections of ξ have about the same amplitude but are negative. The corrections for η are similar but the central hours are 0° and 180° not 90° and 180° . We can estimate this effect with a numerical example. Suppose that the first measurement is made during 41 days with the central day being $h = 90^\circ$ and 5km is matched every day. h increases by 0.98565° per day and during all the measurements, h varies from $90^\circ - 19.713^\circ$ to $90^\circ + 19.713^\circ$. We obtain the correction as +9.05mm. It is +13.5 mm when multiplied by 1.5. If the next measurement is just 185 days later, the correction for the same levelling line is -13.5mm. So for all the 410 km levelling distance, the difference is 27mm. According to the relation with latitude in (3), the correction is not important for ξ in the mid-latitude region but it reaches about 0.7 times the mentioned value ($\phi = 22^\circ$ or 67°) in the high and low latitude region. For η , the coefficient 0.7 should be multiplied in the mid-latitude region. Otherwise, the effect of the solid Earth tides should be also considered. The deformation of the elastic crust decreases the vertical deviation. The theoretical value should be multiplied by the factor γ assumed to be 0.7 here. Hence the difference for the two measurement reaches ± 13.4 mm which is beyond the limit of the national first order levelling ($\pm 0.5 \sqrt{K}$ mm, K is the distance in km; here $K = 420$ km). So this correction can not be neglected.

In the precise levelling for the study of crustal deformation, this correction is of special importance because this needs a much higher precision. In this kind of levelling measurements, the route is normally fixed and even the positions of instrument and staff are also fixed. This better allows the possibility of increasing the precision and measuring speed.

In the preceding text we have estimated only the effect of K_1 wave. The effects of other waves are much less because their frequencies are too great to achieve a long distance of measurement into one half period. So the difference of corrections in two times of measurement can not reach a sufficiently important

value. The above text gives only an estimation. In the actual correction calculation, the result should be carried out according to the epoch (day and hours) of measurements.

REFERENCES

- (1) Bomford, G., Geodesy, 4th ed., 1980.
- (2) Holdahl, S.R., A model of temperature for corrections of leveling refraction, NOAA Techn. Mem. N°NGS 31.
- (3) Poetzschke, H., Motorized leveling at the national geod. surv., NOAA Techn. Mem. N° NGS 26.
- (4) 方俊: 固体潮, 第 22 页, 科学出版社, 1984年。

Translation

HARMONIC ANALYSIS OF STRAIN TIDAL DATA OBSERVED
BY A BOREHOLE STRAINMETER OF CAPACITIVE
DISPLACEMENT TYPE AT THE SHESHAN STATION
SHANGHAI CITY

Gu Menglin, Luo Mingjin, Sui Jianshe
(Seismological Bureau of Henan Province)

Acta Seismologica Sinica vol.8 n°2, pp 197-210, 1986

A B S T R A C T

The strain tidal data observed by a YRZ-2 borehole strainmeter of capacitive displacement type at the Sheshan Station in Shanghai City were processed by the method of Venedikov harmonic analysis without and with correction of ocean tide loads respectively. Results showed that: 1) the Love number ℓ_2 of several main semidiurnal tides was close to the result calculated on the basis of the Gutenberg-Bullen earth model A. 2) The Love number ℓ_2 of several diurnal tides was much smaller than the one of semidiurnal tides. This was probably caused by the frequency response characteristic of the whole measuring system and the coupling state between the sensor and the rock stratum. 3) In Shanghai the strain effect of ocean tide loads approached the direct effect of tide-generating force, and after correction of ocean tide loads the accuracy of calculation was distinctly improved.

1. INTRODUCTION

A capacitive displacement (YRZ-z) type extensometer designed by Chi Shongliang at Henan was installed at the Sheshan station in Shanghai in October 1980. Extension tidal curves are registered clearly. The amplitudes of the curves are greater than 8 cm. According to the test organised by the National Seismological Bureau in May 1983, the sensibilities of the transducer are 3.88×10^{-11} the short periods bands (0.04s - 3s) and 1.22×10^{-10} in the long periods bands.

The Sheshan station is located at the foot of Sheshan mountain, about 30 km South-West from the center of Shanghai. The coordinates are : longitude East $121^{\circ}19'$ and latitude North $13^{\circ}09'$, the altitude is 9 m above the sea level. The hole is in the andesite. It is 40.50m deep and the above portion is protected by a tube of which the diameter is 146mm. The transducer is equipped at the bottom of the hole, where a 5m deep portion of diameter 130 mm is unprotected. The transducer is actually in the hole at

at the bottom. The surroundings of the transducer are also filled with quartz sand. The water level in the hole is 3m from the ground. The signals from the transducer are transmitted by a 150m long cable to the ground registrar. In Fig.1 the upper curve is a measured curve in July 1983, the middle one is the curve after application of a Pertsev filter, and the one beneath is the theoretical curve during the corresponding time.

This instrument measures the difference of the extensions in two perpendicular directions i.e. the differential extension. The Love number Q_2 the main wave groups can be obtained by harmonic analysis of the observed data. We have calculated an example of a registration of 34 days in July, August and September 1983. Both results, with and without loading corrections, are given.

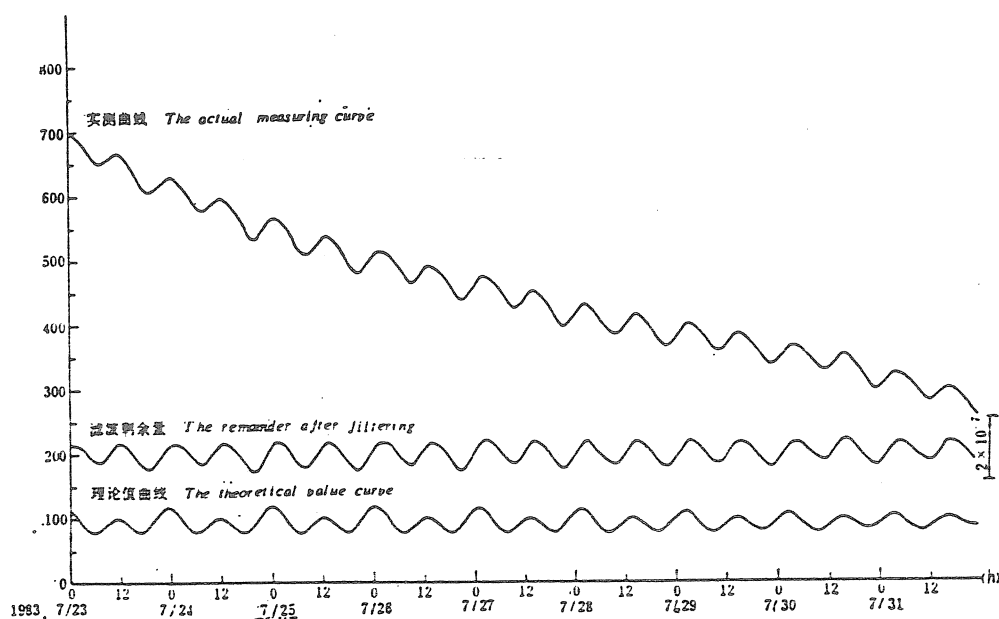


图1 佘山地震台的差应变 ($0^{\circ}-90^{\circ}$)

Fig. 1 The differential strain ($0^{\circ}-90^{\circ}$) at Sheshan Observatory

2. PRINCIPLES

A. TIDAL DEFORMATION AND THE TENSOR OF EXTENSION TIDES

The elastic Earth deforms under the tidal force. In the spherical coordinates system $O(r, \theta, \lambda)$ any point A in the Earth subjected to the tidal force has a displacement $S(A)$

$$S(A) = S_r(A)e_r + S_\theta(A)e_\theta + S_\lambda(A)e_\lambda \quad (1)$$

where e_r, e_θ, e_λ are the unit vectors in the directions r, θ, λ . $S_r(A), S_\theta(A)$ and $S_\lambda(A)$ can be expressed as

$$\begin{cases} S_r(A) = \sum_{n=2} H_n(r) \frac{T_n(A)}{g} \\ S_\theta(A) = \sum_{n=2} L_n(r) \frac{\partial T_n(A)}{g \partial \theta} \\ S_\lambda(A) = \sum_{n=2} L_n(r) \frac{\partial T_n(A)}{g \sin \theta \partial \lambda} \end{cases} \quad (2)$$

The coefficients $H_n(r), L_n(r)$ are functions of r only; the distributions of the density ρ and Lamé constants λ, μ are responsible for it; g is the average gravity at the surface of the Earth; T_n the tidal potential of degree n . At the surface of the Earth, we can write $H_n(r), L_n(r)$ as

$$\begin{cases} H_n(r)|_{r=R} = h_n \\ L_n(r)|_{r=R} = l_n \end{cases} \quad (3)$$

h_n and l_n were introduced by Love and Shida to describe the tidal deformation of the Earth.

According to elastic theory, the extension tensor in the spherical coordinate system is:

$$\Phi(A) = \begin{pmatrix} e_{rr} & \frac{1}{2} e_{r\theta} & \frac{1}{2} e_{r\lambda} \\ \frac{1}{2} e_{\lambda r} & e_{\theta\theta} & \frac{1}{2} e_{\theta\lambda} \\ \frac{1}{2} e_{\lambda r} & \frac{1}{2} e_{\lambda\theta} & e_{\lambda\lambda} \end{pmatrix} \quad (4)$$

its components are

$$\begin{cases} e_{rr} = \frac{\partial S_r}{\partial r} \\ e_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial S_\theta}{\partial \theta} + \frac{S_r}{r} \\ e_{\lambda\lambda} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial S_\lambda}{\partial \lambda} + \frac{S_\theta}{r} \cot \theta + \frac{S_r}{r} \\ e_{\theta\lambda} = e_{\lambda\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial S_\lambda}{\partial \theta} - S_\lambda \cot \theta \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial S_\theta}{\partial \lambda} \\ e_{r\lambda} = e_{\lambda r} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial S_r}{\partial \lambda} + \frac{\partial S_\lambda}{\partial r} - \frac{S_\lambda}{r} \\ e_{r\theta} = e_{\theta r} = \frac{\partial S_\theta}{\partial \lambda} - \frac{S_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial S_r}{\partial \theta} \end{cases} \quad (5)$$

Here we discuss only the extension in the horizontal plane, near the Earth's surface, i.e. only $e_{\theta\theta}$, $e_{\lambda\lambda}$, $e_{\theta\lambda}$ are concerned. Substituting (2), (3) in the equations (5), we have

$$\begin{cases} e_{\theta\theta} = \frac{1}{gR} \sum_{n=2} \left(l_n \frac{\partial^2 T_n}{\partial \theta^2} + h_n T_n \right) \\ e_{\lambda\lambda} = \frac{1}{gR} \sum_{n=2} \left(\frac{l_n}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T_n}{\partial \lambda^2} + l_n \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T_n}{\partial \theta} + h_n T_n \right) \\ e_{\theta\lambda} = \frac{2}{gR} \sum_{n=2} \left(\frac{l_n}{\sin \theta} \frac{\partial^2 T_n}{\partial \theta \partial \lambda} - \frac{l_n}{\sin \theta} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T_n}{\partial \lambda} \right) \end{cases} \quad (6)$$

B. DIFFERENTIAL EXTENSION TIDES

It is the difference of extensions in two perpendicular directions in the horizontal plane that this instrument measures. We call it differential extension. The linear extension in the horizontal plane is

$$d(A) = \zeta_1 e_{\theta\theta} + \zeta_2 e_{\lambda\lambda} + \zeta_3 e_{\theta\lambda} \quad (7)$$

In a solid medium:

$$\begin{cases} \zeta_1 = \cos^2 A \\ \zeta_2 = \sin^2 A \\ \zeta_3 = -\sin A \cos A \end{cases} \quad (8)$$

In the borehole:

$$\begin{cases} \zeta_1 = \frac{4}{1+\nu} \cos^2 A + \frac{3\nu-1}{1-\nu^2} \\ \zeta_2 = \frac{4}{1+\nu} \sin^2 A + \frac{3\nu-1}{1-\nu^2} \\ \zeta_3 = -\frac{4}{1+\nu} \sin A \cos A \end{cases} \quad (9)$$

where A is the azimuth, counted clockwise from the north; ν is the Poisson ratio of the stone layer which is about 0.25 near the surface of the Earth. If the azimuths of the two directions are A and $A + 90^\circ$, the differential extension should be:

$$E(A) = d(A) - d(A + 90^\circ) = \frac{4 \cos 2A}{1+\nu} (e_{\theta\theta} - e_{\lambda\lambda}) - \frac{4 \sin 2A}{1+\nu} e_{\theta\lambda} \quad (10)$$

Substituting (6) in (10), we have

$$\begin{aligned} E(A) = & \frac{4}{1+\nu} \frac{\cos 2A}{gR} \sum_{n=2} l_n \left(\frac{\partial^2 T_n}{\partial \theta^2} - \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T_n}{\partial \lambda^2} - \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T_n}{\partial \theta} \right) \\ & - \frac{4}{1+\nu} \frac{2 \sin 2A}{gR} \sum_{n=2} l_n \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 T_n}{\partial \theta \partial \lambda} - \frac{1}{\sin \theta} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T_n}{\partial \lambda} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

It results from (11) that, in the differential extension tides, h_n is eliminated and only the terms in ℓ_n remain. By harmonic analysis of the differential extension observations, the Love numbers ℓ_2 of the different wave groups can be determined. The harmonic analysis of gravitational and tilt observations gives the so-called tidal factors which are combinations of Love numbers.

$$\delta = 1 + h_2 - k_2 \quad \text{and} \quad \gamma = 1 + k_2 - h_2$$

It is a typical advantage of the YRZ-2 type capacitive displacement borehole extensometer that with its observation, the Love number ℓ_2 is separately obtained.

C. THE DOODSON DEVELOPMENT OF DIFFERENTIAL EXTENSION - TIDAL WAVES

The Doodson development is the base for tidal harmonic analysis. We express now the differential extension into Doodson development. If we take the moon tides to degree 3 and the solar tides to degree 2, (11) can be written as

$$\begin{aligned} E(A) = & \frac{4}{1+\nu} \frac{\cos 2A}{gR} l_2 \left[\frac{\partial^2(T_{m2} + T_{s2})}{\partial \theta^2} - \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2(T_{m2} + T_{s2})}{\partial \lambda^2} - \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial(T_{m2} + T_{s2})}{\partial \theta} \right] \\ & + \frac{4}{1+\nu} \frac{\cos 2A}{gR} l_3 \left[\frac{\partial^2 T_{m3}}{\partial \theta^2} - \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T_{m3}}{\partial \lambda^2} - \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T_{m3}}{\partial \theta} \right] \\ & - \frac{4}{1+\nu} \frac{2 \sin 2A}{gR} l_2 \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2(T_{m2} + T_{s2})}{\partial \theta \partial \lambda} - \frac{1}{\sin \theta} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial(T_{m2} + T_{s2})}{\partial \lambda} \right] \\ & - \frac{4}{1+\nu} \frac{2 \sin 2A}{gR} l_3 \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial^2 T_{m3}}{\partial \theta \partial \lambda} - \frac{1}{\sin \theta} \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T_{m3}}{\partial \lambda} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

where : T_{m2} , T_{s2} are the second degree terms of the lunar and the solar tidal potentials; T_{m3} is the lunar potential of degree 3. The explicit expressions are:

$$\begin{cases} T_{m2} = \frac{2}{3} D \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^3 \left(\frac{R}{R} \right)^2 (3 \cos^2 Z_m - 1) \\ T_{m3} = \frac{2}{3} D \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^4 \frac{R^3}{R^2 c_m} (5 \cos^3 Z_m - 3 \cos Z_m) \\ T_{s2} = \frac{2}{3} D_s \left(\frac{c_s}{r_s} \right)^3 \left(\frac{R}{R} \right)^2 (3 \cos^2 Z_s - 1) \end{cases} \quad (13)$$

where:

- c_m - geocentric lunar center mean distance;
- r_m - geocentric lunar center instantaneous distance;
- c_s - geocentric solar center mean distance.
- r_s - geocentric solar center instantaneous distance
- R - geocentric distance of observatory

$\overline{R}$ - mean radius of the Earth

Z_m - geocentric zenith distance of the Moon with respect to the observatory

Z_s - geocentric zenith distance of the Sun with respect to the observatory

D - Doodson constant, $D = 26277 \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

D_s - equal to $0.46040 D$

The tidal potential can be written as [3]

$$\begin{cases} T_{m2} = \left(\frac{c_m}{r_m}\right)^3 (G_0 H_0 + G_1 H_1 + G_2 H_2) \\ T_{m3} = \left(\frac{c_m}{r_m}\right)^4 (0.004947 G'_0 H'_0 + 0.011425 G'_1 H'_1 + 0.031935 G'_2 H'_2 + 0.013828 G'_3 H'_3) \\ T_{s2} = \left(\frac{c_s}{r_s}\right)^3 (0.46040 G_0 H_0 + 0.46040 G_1 H_1 + 0.46040 G_2 H_2) \end{cases} \quad (14)$$

where

$$\begin{cases} G_0 = \frac{1}{2} G (1 - 3 \sin^2 \varphi) \left(\frac{R}{\overline{R}}\right)^2 \\ G_1 = G \sin 2\varphi \left(\frac{R}{\overline{R}}\right)^2 \\ G_2 = G \cos^2 \varphi \left(\frac{R}{\overline{R}}\right)^2 \\ G'_0 = 1.11803 G \sin \varphi (3 - 5 \sin^2 \varphi) \left(\frac{R}{\overline{R}}\right)^3 \\ G'_1 = 0.72618 G \cos \varphi (1 - 5 \sin^2 \varphi) \left(\frac{R}{\overline{R}}\right)^3 \\ G'_2 = 2.59808 G \sin \varphi \cos^2 \varphi \left(\frac{R}{\overline{R}}\right)^3 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} H_0 = \frac{2}{3} - 2 \sin^2 \delta_m \\ H_1 = \sin 2\delta_m \cos H_m \\ H_2 = \cos^2 \delta_m \cos 2H_m \\ H'_0 = \sin \delta_m (3 - 5 \sin^2 \delta_m) \\ H'_1 = \cos \delta_m (1 - 5 \sin^2 \delta_m) \cos H_m \\ H'_2 = \cos^2 \delta_m \sin \delta_m \cos 2H_m \\ H'_3 = \cos^3 \delta_m \cos 3H_m \\ H'_0 = \frac{2}{3} - 2 \sin^2 \delta_s \\ H'_1 = \sin 2\delta_s \cos H_s \\ H'_2 = \cos^2 \delta_s \cos 2H_s \end{cases} \quad (16)$$

and the total tidal potential is therefore

$$\begin{aligned}
 T = T_{m2} + T_{m3} + T_{s2} = & G_0 \left[\left(\frac{c_m}{r_m} \right)^3 H_0 + 0.46060 \left(\frac{c_s}{r_s} \right)^3 H'_0 \right] \\
 & + G'_0 \left[0.004947 \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^4 H'_0 \right] \\
 & + G_1 \left[\left(\frac{c_m}{r_m} \right)^3 H_1 + 0.46060 \left(\frac{c_s}{r_s} \right)^3 H'_1 \right] \\
 & + G'_1 \left[0.011425 \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^4 H'_1 \right] \\
 & + G_2 \left[\left(\frac{c_m}{r_m} \right)^3 H_2 + 0.46060 \left(\frac{c_s}{r_s} \right)^3 H'_2 \right] \\
 & + G'_2 \left[0.031935 \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^4 H'_2 \right] + G'_3 \left[0.013828 \left(\frac{c_m}{r_m} \right)^4 H'_3 \right]
 \end{aligned} \tag{17}$$

where $G_0, G_1, G_2, G'_0, G'_1, G'_2$ and G'_3 are only functions of the latitude of the observatory. They are called geodetic coefficients. $H_0, H_1, H_2, H'_0, H'_1, H'_2, H'_3$ and H_0^s, H_2^s, H_3^s are functions of the positions of the Sun and Moon on the celestial sphere, their geocentric distances and the latitudes of observatories. The terms in (17) can be developed into sinusoidal waves with different amplitudes and frequencies. They are secular waves of degree 2 and 3, diurnal waves of degree 2 and 3, semi-diurnal waves of degree 2 and 3, and ter-diurnal waves of degree 3.

The explicit form of T is

$$\begin{aligned}
 T = & G_0 \sum K_{abcdef} \cos(W_{abcdef}) + G'_0 \sum K_{abcdef} \sin(W_{abcdef}) \\
 & + G_1 \sum K_{abcdef} \sin(W_{abcdef}) + G'_1 \sum K_{abcdef} \cos(W_{abcdef}) \\
 & + G_2 \sum K_{abcdef} \cos(W_{abcdef}) + G'_2 \sum K_{abcdef} \sin(W_{abcdef}) \\
 & + G'_3 \sum K_{abcdef} \cos(W_{abcdef})
 \end{aligned} \tag{17A}$$

where K_{abcdef} and W_{abcdef} are the amplitude and phase respectively. They depend on a, b, c, d, e, f . The amplitudes K_{abcdef} of the different tidal waves are listed in table 1 (N_i in the table) and the phases are expressed as

$$W_{abcdef} = at + bs + ch + dp + eN' + \frac{f}{2}Ps$$

substituting (14), (15), (16), (17) and (17A) into (12), we have the Doodson development of the differential extension:

$$\begin{aligned}
 E(A) = & -l_2 E_0 \sum K_{abcdef} \cos(W_{abcdef}) - l_3 E'_0 \sum K_{abcdef} \sin(W_{abcdef}) \\
 & - l_2 \sum K_{abcdef} \left[E_1 \sin(W_{abcdef}) + F_1 \sin\left(W_{abcdef} + \frac{\pi}{2}\right) \right] \\
 & - l_3 \sum K_{abcdef} \left[E'_1 \cos(W_{abcdef}) + F'_1 \cos\left(W_{abcdef} + \frac{\pi}{2}\right) \right] \\
 & - l_2 \sum K_{abcdef} \left[E_2 \cos(W_{abcdef}) + F_2 \cos\left(W_{abcdef} + \frac{\pi}{2}\right) \right] \\
 & - l_3 \sum K_{abcdef} \left[E'_2 \sin(W_{abcdef}) + F'_2 \sin\left(W_{abcdef} + \frac{\pi}{2}\right) \right] \\
 & - l_3 \sum K_{abcdef} \left[E'_3 \cos(W_{abcdef}) + F'_3 \cos\left(W_{abcdef} + \frac{\pi}{2}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{18}$$

where

$$\begin{aligned}
 E_0 &= \frac{4 \cos 2A}{1 + \nu} 3 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right) \cos^2 \varphi \\
 E'_0 &= \frac{4 \cos 2A}{1 + \nu} 33.5409 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right)^2 \sin \varphi \cos^2 \varphi \\
 E_1 &= \frac{4 \cos 2A}{1 + \nu} 2 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right) \sin 2\varphi \\
 E'_1 &= -\frac{4 \cos 2A}{1 + \nu} 7.2618 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right)^2 \cos \varphi (2 - 3 \cos^2 \varphi) \\
 E_2 &= -\frac{4 \cos 2A}{1 + \nu} 2 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right) (1 + \sin^2 \varphi) \\
 E'_2 &= \frac{4 \cos 2A}{1 + \nu} 5.19616 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right)^2 \sin \varphi (1 - 3 \sin^2 \varphi) \\
 E'_3 &= -\frac{4 \cos 2A}{1 + \nu} 6 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right)^2 \cos \varphi (2 - \cos^2 \varphi) \\
 F_1 &= \frac{4 \sin 2A}{1 + \nu} 4 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right) \cos \varphi \\
 F'_1 &= -\frac{4 \sin 2A}{1 + \nu} 7.2618 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right)^2 \sin 2\varphi \\
 F_2 &= -\frac{4 \sin 2A}{1 + \nu} 4 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right) \sin \varphi \\
 F'_2 &= \frac{4 \sin 2A}{1 + \nu} 10.39232 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right)^2 \cos 2\varphi \\
 F'_3 &= -\frac{4 \sin 2A}{1 + \nu} 6 \frac{D}{g\bar{R}} \left(\frac{R}{\bar{R}}\right)^2 \sin 2\varphi
 \end{aligned} \tag{19}$$

E_0 , E'_0 , E_1 , E'_1 , E_2 , E'_2 , E'_3 and F_1 , F'_1 , F_2 , F'_2 and F'_3 are functions of the latitude φ , azimuth A , Poisson ratio ν . They are called geodetic coefficients of differential extension. The Love number ℓ_2 will be the quantity to be determined by harmonic analysis. Farrell obtained for the Gutenberg-bullen model A:

$$\ell_2 = 0.0832, \quad \ell_3 = 0.0145.$$

So $\ell_3 = 0.174\ell_2$ and, in the harmonic analysis, ℓ_3 is replaced by $0.174\ell_2$.

According to the present observational precision, it is sufficient to take 52 diurnal waves and 27 semi-diurnal waves to satisfy the harmonic analysis. To write all the waves in the form of cosines, a phase correction $\delta\phi$ should be applied. The concerned coefficients of the differential extension tides are listed in table 1 and in table 2.

To have a quantitative idea about the differential extension, we have calculated the theoretical values for the Sheshan seismological station. The latitude of the station is $\phi = 31^\circ 09'$, the azimuth of the transducer is $A = 0^\circ$; the mean gravity is $g = 9.8202 \text{ m/s}^2$; the mean radius is $R = 6371.024 \text{ km}$; the Doodson coefficient is $D = 26277 \text{ cm}^2/\text{s}^2$; the Poisson ratio is $\nu = 0.25$. The theoretical value of $\ell_2 = 0.0832$ for the Gutenberg-Bullen Earth model is used. The table 3 gives the results calculated with the above parameters.

3. HARMONIC ANALYSIS

A. RESULTS WITHOUT LOADING CORRECTION

We have selected 34 days of registration from 21 July 1983 to 5 Sep. 1983. The Venedikov method is used and the results are listed in the table 4.

The result of ℓ_2 is comparable with the theoretical value calculated by Farrell using the Gutenberg-Bullen Earth model. The values are also compatible for semi-diurnal waves.

B. LOADING EFFECTS

A fundamental result is achieved above without loading correction. The errors of ℓ_2 and phase lags for different wave groups are very great. The Sheshan region is close to the sea, loading effects can not be ignored. Xu Houze, Mao Jianwei et al. have calculated the loading extension tensor for four main waves for the region, using Schwiderski tidal maps and G-B model. The results are listed in table 5.

When the azimuth of the transducer is $A=0$, the differential extension is

$$\delta E = e^*_{\phi\phi} - e^*_{\lambda\lambda} \quad (20)$$

in the borehole:

$$\delta E = \frac{4}{1+\nu} (e^*_{\phi\phi} - e^*_{\lambda\lambda}) \quad (21)$$

in the form of sinusoidal waves.

$$\begin{aligned}\delta E &= \frac{4}{1+\nu} [a_{\theta}^* \cos(\omega t + \varphi + \varphi_{\theta}^*) - a_i^* \cos(\omega t + \varphi + \varphi_i^*)] \\ &= a^* \cos(\omega t + \varphi + \varphi^*)\end{aligned}\quad (22)$$

The results calculated by using the table 5 and the eqn.(22) are presented in table 6. It is evident that the loading effect, which has almost the same value as that provoked by the tidal force can not be ignored in the region.

C. HARMONIC ANALYSIS WITH LOADING CORRECTION

The differential extension tides are a combination of two parts: the tides due to the tidal force and the loading effects. The differential extension can be written as

$$E' = E + \delta E = a \cos(\omega t + \varphi + \delta\varphi) + a^* \cos(\omega t + \varphi + \varphi^*) \quad (23)$$

where ω is angular velocity, $\delta\varphi$ is phase correction (all of them can be found in tables 1 and 2), φ is the initial phase.

(23) is the theoretical value of the differential extension when the loading effects are considered. The practical observations are

$$\begin{aligned}Y(t) &= \left[\frac{a}{l_{\text{theo.}}} \cos(\omega t + \varphi + \delta\varphi + \sigma) + \frac{a^*}{l_{\text{theo.}}} \cos(\omega t + \varphi + \varphi^* + \sigma) \right] l_{\text{obs.}} \\ &= N^* E \cos(\omega t + \varphi + \Delta\varphi + \sigma) l_{\text{obs.}}\end{aligned}\quad (24)$$

The results of the harmonic analysis of the observations are practically the observed values $\ell_{\text{obs.}}$ of the Love number ℓ_2 of the different wave groups.

In (24), $a/l_{\text{theo.}}$ is equal to the products of the coefficients N of each wave and the corresponding geodetic coefficient E . a^* are given in table 6; $\ell_{\text{theo.}}$ is the theoretical Love number $\ell_2 = 0.0832$, N^* is the coefficient of the tidal waves when the loading effects are considered; $\Delta\varphi$ is the corresponding phase correction. Table (7) gives the results of N^* and $\Delta\varphi$ calculated from (24) using the concerned parameters. This gives a comparison with the theoretical results.

Because of the loading effects, the harmonic analysis for M_2 , S_2 , O_1 , K_1 is made again by using the new parameters listed in table 7. The results are given in the Table 8.

By comparing table 8 with table 4, one sees that the accuracy of the harmonic analysis is greatly improved. The evidence is more clear in the semi-diurnal waves than in the diurnal ones. In the semi-diurnal waves, the result of S_2 is better than that of M_2 . As a common result, the loading corrections are significant, but there is also a great error on the diurnal waves.

4. DISCUSSION

The YRZ-2 type capacitive borehole extensometer has a very great sensitivity and precision. It is amongst the best for borehole measurements of extension. An amount of precise data have been already collected and the important geophysical parameter ℓ_2 is obtained. But because there are also some unsolved problems both in theories and in practical technique, the extension observation precision is yet very low compared with that of gravity and inclination observations and a great error exists in the harmonic analysis results. Here we discuss only the problems existing in the YRZ-2 extensometer and the problems which should be solved presently in the borehole extension observation techniques.

A. COUPLING BETWEEN TRANSDUCER AND WELL WALL

The observed data showed that the coupling by filling up the borehole with quartz sand makes the instrument to have a clearer registrated curve. It has a good result in controlling the noise or other disturbing waves. But a problem remains to decide to which degree the registration can reflect the real terrestrial deformation and how we can calculate it theoretically. The value of ℓ_2 for the diurnal waves obtained here is comparatively small. It is perhaps the influence of the coupling. The inventor of the instrument has already taken attention to the problem. When he installed another one at Xiangshan, Beijing, he has done something about the coupling and the attenuation at diurnal waves has been greatly decreased. But both theoretical and practical works should be made rigorously to solve really the problems.

B. THE ORIENTATION OF TRANSDUCER

The orientation precision of the YRZ-2 type extensometer is $\pm 3^\circ$ (± 0.05236 rad). This error can surely bring about errors in the observed results. To demonstrate it, we take the differentiation of (10)

$$dE(A) = -\frac{8}{1+\nu} [\sin 2A(e_{\theta\theta} - e_{\lambda\lambda}) + \cos 2A e_{\theta\lambda}] dA \quad (25)$$

We see that the error caused by dA is a function of the azimuth A and the geographical position of observatory. As the extension tensor components $e_{\theta\theta}$, $e_{\lambda\lambda}$, $e_{\theta\lambda}$ are functions of time, this error is also function of time. To have a quantitative concept about the error, we have performed the harmonic analysis of the theoretical values for the Sheshan station by taking azimuths of $3^\circ - 93^\circ$ in place of $0^\circ - 90^\circ$, the results are given in table 9.

The harmonic analysis results of theoretical values should have $\ell_2 = 0.0832$ and a lag = 0 for all wave groups. But in table 9, the location error of 3° causes different errors in ℓ_2 and phase lags for different wave groups, especially for the phase lags. To give the instrument a greater value in research, its orientation precision must be improved.

Table 1 Main diurnal waves of differential strain tides

Symbol (Darwin)	argument number (Doodson)	Phase angle						δ_ϕ	angular amplitude velocity [N $\times 10^3$ (°/h)]		Notes
		τ	s	h	p	N'	p_s				
$2Q_1$	115855	1	-4	0	3	0	0	+90°	12°.3099115	108	ter-diurnal
	117655	1	-4	2	1	0	0	+90°	3827651	278	
	125745	1	-3	0	2	-1	0	+90°	8520798	180	
	755	1	-3	0	2	0	0	+90°	8542862	955	
	127545	1	-3	2	0	-1	0	+90°	9249334	213	
σ_1	555	1	-3	2	0	0	0	+90°	9271398	1153	
	135555	1	-2	0	0	0	0	0	13°.3940191	211	
Q_1	645	1	-2	0	1	-1	0	+90°	3964545	1360	
	655	1	-2	0	1	0	0	+90°	3986609	7216	
ρ_1	137445	1	-2	2	-1	-1	0	+90°	4693081	258	
	455	1	-2	2	-1	0	0	+90°	4715145	1371	
O_1	143755	1	-1	-2	2	0	0	-90°	8701820	113	
	144556	1	-1	-1	0	0	1	-90°	9019689	130	
	145535	1	-1	0	0	-2	0	-90°	9386228	218	
	545	1	-1	0	0	-1	0	+90°	9408292	7105	
	555	1	-1	0	0	0	0	+90°	9430356	37689	
MP_1	655	1	-1	0	1	0	0	0	9476774	108	ter-diurnal-
	755	1	-1	0	2	0	0	-90°	9523193	243	
	146554	1	-1	1	0	0	-1	+90°	9841023	115	
	147555	1	-1	2	0	0	0	-90°	14°.0251729	491	
	565	1	-1	2	0	1	0	+90°	0273793	107	
M_1	153655	1	0	-2	1	0	0	-90°	4145567	278	
	155455	1	0	0	-1	-1	0	-90°	4852039	197	
	455	1	0	0	-1	0	0	-90°	4874103	1065	
	555	1	0	0	0	0	0	0	4920521	661	
	655	1	0	0	1	0	0	-90°	4966940	2964	
X_1	665	1	0	0	1	1	0	-90°	4989004	594	
	157455	1	0	2	-1	0	0	-90°	5695476	566	
π_1	465	1	0	2	-1	1	0	-90°	5717540	124	
	162556	1	1	-3	0	0	1	+90°	9178647	1029	
P_1	163545	1	1	-2	0	-1	0	-90°	9567250	199	
	555	1	1	-2	0	0	0	+90°	9589314	17584	
S_1	164554	1	1	-1	0	0	-1	-90°	9999980	147	
	556	1	1	-1	0	0	1	-90°	15°.0000020	423	
K_1	165545	1	1	0	0	-1	0	+90°	0388622	1050	
	555	1	1	0	0	0	0	-90°	0410686	53050	
	565	1	1	0	0	1	0	-90°	0432751	7182	
	575	1	1	0	0	2	0	+90°	0454815	154	
ψ_1	166554	1	1	1	0	0	-1	-90°	0821353	423	
φ_1	167555	1	1	2	0	0	0	-90°	1232059	756	
θ_1	173655	1	2	-2	1	0	0	-90°	5125897	566	
	665	1	2	-2	1	1	0	-90°	5147961	112	
J_1	175455	1	2	0	-1	0	0	-90°	5854433	2964	ter-diurnal
	465	1	2	0	-1	1	0	-90°	5876497	587	
	555	1	2	0	0	0	0	0	5900852	241	
SO_1	183555	1	3	-2	0	0	0	-90°	16°.0569644	492	
	185355	1	3	0	-2	0	0	-90°	1298180	240	
	555	1	3	0	0	0	0	-90°	1391017	1623	
OO_1	565	1	3	0	0	1	0	-90°	1413081	1039	
	575	1	3	0	0	2	0	-90°	1435145	218	
	195455	1	4	0	-1	0	0	-90°	6834764	311	
	465	1	4	0	-1	1	0	-90°	6856828	199	

Table 2 Main semi-diurnal waves of differential strain tides

Symbol (Darwin)	angular number (Doodson)	τ	Phase				N'	p_i	δ_φ	angular velocity ($^\circ/h$)	$N_i \times 10^5$ amplitude	note
MNS_2	225855	2	-3	0	3	0	0	0	+180°	27°.3509802	259	
$2N_2$	227655	2	-3	2	1	0	0	0	+180°	4238338	671	ter-diurnal
	235655	2	-2	0	1	0	0	0	-180°	8907130	156	
	755	2	-2	0	2	0	0	0	+180°	8953548	2301	
μ_2	237555	2	-2	2	0	0	0	0	+180°	9682084	2777	
N_2	245555	2	-1	0	0	0	0	0	-180°	28°.4350877	569	ter-diurnal
	645	2	-1	0	1	-1	0	0	0	4375231	648	
	655	2	-1	0	1	0	0	0	+180°	4397295	17387	
γ_2	247455	2	-1	2	-1	0	0	0	+180°	5125831	3303	
	253755	2	0	-2	2	0	0	0	0	9112506	273	
	254556	2	0	-1	0	0	1	0	0	9430375	314	
M_2	255545	2	0	0	0	-1	0	0	0	9818978	3386	
	555	2	0	0	0	0	0	0	+180°	9841042	90812	
	256554	2	0	1	0	0	-1	0	+180°	29°.0251709	276	
λ_2	263655	2	1	-2	1	0	0	0	0	4556253	670	
	265455	2	1	0	-1	0	0	0	0	5284789	2567	ter-diurnal
	555	2	1	0	0	0	0	0	0	5331208	525	
L_2	655	2	1	0	1	0	0	0	+180°	5377626	643	
	665	2	1	0	1	1	0	0	+180°	5399690	283	
T_2	272556	2	2	-3	0	0	1	0	+180°	9589333	2479	
S_2	273555	2	2	-2	0	0	0	0	+180°	30°.0000000	42358	
R_2	274554	2	2	-2	0	0	-1	0	0	0410667	354	
	275555	2	2	0	0	0	0	0	+180°	0821373	11506	
	565	2	2	0	0	1	0	0	+180°	0843437	3423	
K_2	575	2	2	0	0	2	0	0	+180°	0865501	372	
	285455	2	3	0	-1	0	0	0	+180°	6265120	643	
KJ_2	465	2	3	0	-1	1	0	0	+180°	6287184	280	

Table 3. Main tidal waves of differential strain tides

		$\text{Ex}10^9$		$a \times 10^9$	
Wave	angular number	$N \times 10^5$ amplitude	geodetic coefficient	strain amplitude	
diurnal	K_1	165555	53050	237.72990	10.49283
	O_1	145555	37689		7.45452
	Q_1	135655	7621		1.42726
	M_1	155655	2964		0.58625
	J_1	175455	2964		0.58625
semi-diurnal	M_2	255555	90812	-340.47372	25.72469
	S_2	273555	42358		11.99893
	N_2	245655	17387		4.92529
	L_2	265455	2567		0.72716
	$2N_2$	235755	2301		0.65181

Table 4. Differential strain tide at Sheshan by Venedikov method
(21 July, 1983-5 Sept., 1983)
(Without correction of ocean tide effect)

Wave Group	σ	l_2	Phase lag
diurnal	Q_1	0.03758 ± 0.01500	$-3^\circ 99 \pm 22^\circ 88$
	O_1	0.04211 ± 0.26887	$-63^\circ 14 \pm 365^\circ 86$
	K_1	0.01844 ± 0.12801	$+56^\circ 97 \pm 397^\circ 84$
	N_2	0.06266 ± 0.03604	$-27^\circ 37 \pm 33^\circ 17$
semi-diurnal	M_2	0.08256 ± 0.03062	$-31^\circ 42 \pm 21^\circ 25$
	S_2	0.06328 ± 0.06425	$-57^\circ 53 \pm 58^\circ 17$

Table 5. Strain tensor of solid-tide by ocean-tide loads at Sheshan

	$e_{\theta\theta}$	$e_{\lambda\lambda}^*$	$e_{\theta\lambda}$
Wave	amplitude a_θ	amplitude a^*	amplitude a^*
	phase ϕ_θ	phase ϕ^*	phase ϕ^*
M_2	1.3820	6.4314	11.9235
S_2	1.5988	3.0263	3.2396
O_1	1.1055	1.4260	1.5234
K_1	1.1566	1.5986	1.9522
	-44°	75°	-16°
	-88°	57°	270°
	44°	232°	-10°
	10°	204°	-35°

Table 6. Effect of differential strain by ocean-tide loads at Sheshan

Wave	amplitude $a^* \times 10^9$	phase ϕ^*
M_2	23.05133	$264^\circ.66$
S_2	14.18028	$248^\circ.94$
O_1	8.08138	$48^\circ.51$
K_1	8.75261	$18^\circ.13$

Table 7. Correction of ocean tide effect of main tidal waves of strain tide at Sheshan

	no loading correction	with loading correction
Wave	amplitude N	amplitude N^*
	Phase correction δ_ϕ	Phase correction ϕ
M_2	0.90812	1.16160
S_2	0.42286	0.52694
O_1	0.37689	0.73463
K_1	0.53050	0.57546
	180°	$135^\circ 77$
	180°	$117^\circ 54$
	90°	$68^\circ 38$
	-90°	$-43^\circ 04$

Table 8. Differential strain tide at Sheshan by Venedikov method
(21 July, 1983 - 5 Sept., 1983)
(with correction of ocean tide effect)

Wave Group	σ	l_2	phase lag
diurnal	$\pm 1.4 \times 10^{-8}$		
O_1		0.02257 ± 0.07152	$-34^\circ 65' \pm 181^\circ 56'$
K_1		0.02298 ± 0.06651	$-4^\circ 64' \pm 165^\circ 85'$
semi-diurnal	$\pm 1.1 \times 10^{-8}$		
M_2		0.06346 ± 0.01125	$11^\circ 73' \pm 10^\circ 16'$
S_2		0.04521 ± 0.00485	$-2^\circ 37' \pm 6^\circ 15'$

Table 9. Theoretical values of 0° - 90° strain tide by harmonic analysis
as 3° - 93° strain tide at Sheshan

Wave Group	l_2	Phase lag
Q_1	0.0856	$12^\circ 76'$
O_1	0.0821	$11^\circ 44'$
K_1	0.0820	$11^\circ 46'$
N_2	0.0825	$4^\circ 47'$
M_2	0.0831	$4^\circ 84'$
S_2	0.0827	$5^\circ 03'$

C. THEORETICAL MODEL OF THE OBSERVATION IN BOREHOLE

As said above, the linear extension in the horizontal plane in any direction is

$$d(A) = \xi_1 e_{\theta\theta} + \xi_2 e_{\lambda\lambda} + \xi_3 e_{\theta\lambda}$$

where ξ_1, ξ_2, ξ_3 are calculated from (8) or (9) with respect to the solid medium or infinite borehole. When the diameter of the hole is comparely much smaller than its length and when the measured point is far enough from top and bottom, it can be considered as an infinite borehole problem and eqn. (9) is used.

The transducer of the YRZ-2 type extensometer is a steal cylinder of length 0.5m and diameter 0.1m. The well is fulfilled of quartz sand after the instrument is installed. The observing point is practically somewhere in the short cylinder.

It is neither the case of solid medium, nor that of infinite borehole. As the last case is used in our calculation, which is very far from the actual case, the results have surely a great error. Actually, our problem has no explicit solution. But with the development of computational and experimental techniques, a numerical or empirical solution can be realized.

We have performed the loading correction for four main waves only. In doing the corrections, the environmental topographic and geological conditions were not calculated carefully. Only the theoretical models were used. All this would influence the correcting error and the harmonic analysis error. With the improvement of loading theory and the practical calculation method, the problems will be solved successively.

References

- [1] Chi Shunliang. Elementary test result of capacitive boryhole strainmeter, Journal of Earthquakes, 4, 98-103, 1982.
- [2] Wang Lumfu. Elasticity, Scientific press, 1978.
- [3] Melchior, P., The Tides of the Planet Earth, Pergamon Press, 1978.
- [4] Farrell, W.E., Deformations of the Earth by Surface Loads, Rev. Geophys. Space Phys., 10, 761-792, 1972.
- [5] Hsu Houtze, Chen Zhenbang, Yang Shuibin. Effect of Ocean tides on gravity tides observation. Acta Geophysica Sinica, 25, 120-129, 1982.
- [6] Mao Weijan. Static response of the Earth to surface loads. Acta Geophysica Sinica, 27, 74-83, 1984.
- [7] Geophysical Department, Beijing University. Course of gravimetry and Earth Tides, Seismological press, 1982.

Traduction

Influence du relief des régions de plaines sur les inclinaisons de marées et les déformations. Second ordre de la théorie des perturbations.

S.M. MOLODENSKII

Izvestia de l'Académie des Sciences d'URSS
Physique de la Terre, Moscou, N°8, pp3-14, 1986

Dans l'étude d'un milieu élastique homogène on a tenu compte de l'influence du relief des régions de plaines sur les inclinaisons et les déformations de marées. Le problème se résoud par la méthode des perturbations en fonction de petits paramètres égaux aux tangentes des angles d'inclinaisons des éléments de la surface de la Terre par rapport à l'horizon. On a tenu compte des termes de l'ordre des carrés des petits paramètres.

On sait que le relief dans l'environnement des sites d'observation exerce une grande influence sur les inclinaisons de marées et les déformations. Pour son calcul en [1, 2] et dans une série d'autres travaux on a fait une intégration numérique linéaire des équations aux dérivées partielles décrivant les conditions d'équilibre élastique d'un milieu homogène avec différentes conditions aux limites libres. Cette méthode de calcul conduit à des difficultés de calcul très importantes, particulièrement pour les modèles réels à trois dimensions du relief ayant une géométrie assez complexe. En [3] on attire l'attention sur le fait que dans le cas d'angles d'inclinaison assez petits des éléments de la surface de la Terre par rapport à l'horizon, le problème peut être résolu par la méthode des perturbations en fonction de petits paramètres égaux aux tangentes de ces angles.

On a obtenu ainsi les relations déterminant les corrections correspondantes au premier ordre de la théorie des perturbations. Le calcul d'après ces formules a montré une bonne concordance avec les résultats de l'intégration numérique linéaire pour les modèles les plus simples en fonction de [1] pour des angles d'inclinaison de la surface de l'ordre de 6° et a permis de trouver les corrections aux déformations de marées dans des conditions de relief assez complexe pour les stations de Protvino I et II dans la région de Moscou [4].

Dans la présente publication on propose une méthode d'intégrations successives donnant la possibilité de tenir compte de l'influence du relief des régions de plaines jusqu'à des ordres les plus élevés de la théorie des perturbations. Nous donnons les formules de seconde approximation précisant les résultats [3] tenant compte du calcul des termes de l'ordre des carrés des petits paramètres.

1. Equations de départ. Dans l'application la plus générale, le problème des déformations de marées de la Terre réelle se ramène à l'intégration des équations d'équilibre élasto-gravitationnelles du milieu hétérogène avec une répartition donnée des tensions initiales et une forme donnée de la surface de la Terre. Il n'est cependant pas difficile de montrer que, si les dimensions horizontales caractéristiques des particularités du relief sont beaucoup plus petites que la longueur d'onde de marée, pour le calcul des effets de la topographie sous l'action des forces gravitationnelles, les tensions initiales et la sphéricité de la Terre peuvent être négligées et on peut se limiter à la solution des équations de l'élasticité

$$\partial \sigma_{ik} / \partial x_k = 0 \quad (1a)$$

avec pour conditions aux limites

$$\sigma_{ik} n_k|_S = 0 \quad (1b)$$

et pour conditions à l'infini

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \sigma_{ik}(x, y, z) = \sigma_{ik}^0. \quad (1c)$$

Ici σ_{ik} est le tenseur des tensions de marées, S est la surface de la Terre libre de tensions, $x_k = (x, y, z)$ est le système de coordonnées cartésiennes où les axes x, y se trouvent dans le plan horizontal situé sous la surface S et est assez voisin de celui-ci et l'axe z est dirigé verticalement vers le bas. $n_k = (n_x, n_y, -1)$ sont les composantes de la normale extérieure à la surface S .

Les indices répétés deux fois impliquent la sommation. Dans la formule (1c) σ_{ik}^0 sont les valeurs ne dépendant pas des coordonnées non perturbées par le relief, de composantes σ_{ik} , l est la distance des points de coordonnées (x, y, z) aux points de la surface S . Ainsi on suppose que la surface S est incluse dans une région limitée mais à cause de ses limites la surface de la Terre correspond à la surface $z = \text{const}$.

En supposant $|n_x| \leq 1$ $|n_y| \leq 1$, nous donnerons la solution du problème aux limites (1) par approximations successives suivant les degrés des petits paramètres n_x, n_y . Après avoir écrit

$$\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^0 + \sigma_{ik}^{(1)} + \sigma_{ik}^{(2)} + \dots, \quad (2)$$

où $\sigma_{ik}^{(m)}$ sont de petits termes du m-ième ordre, nous supposons que chaque terme de la série (2) satisfait aux équations

$$\partial \sigma_{ik}^{(1)} / \partial x_k = 0; \quad (3a)$$

$$\partial \sigma_{ik}^{(2)} / \partial x_k = 0 \quad (3b)$$

etc. Alors les équations (1a) sont automatiquement satisfaites.

Pour satisfaire aux conditions aux limites (1b) nous égalons les valeurs σ_{ik} sur la surface S avec leurs valeurs pour $z = 0$. En supposant que les valeurs $\sigma_{ik}^{(m)}$ aux environs du plan $z = 0$ peuvent être décomposées en série de Taylor et en tenant compte que $\sigma_{ik}^{(0)} = \text{const.}$, nous obtenons

$$\begin{aligned} \sigma_{ik}|_S = & \sigma_{ik}^0 + \sigma_{ik}^{(1)}|_{z=0} + \left(z_0 \frac{\partial \sigma_{ik}^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} + \sigma_{ik}^{(2)}|_{z=0} \right) + \\ & + \left(\frac{z_0^2}{2} \frac{\partial^2 \sigma_{ik}^{(1)}}{\partial z^2} \Big|_{z=0} + z_0 \frac{\partial \sigma_{ik}^{(2)}}{\partial z} \Big|_{z=0} + \sigma_{ik}^{(3)}|_{z=0} \right) + \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

où $z_0 = z_0(x, y)$ sont les coordonnées de la surface S entre parenthèses (comme cela sera montré plus loin) sont contenus les termes du premier ordre. Après avoir substitué (4) en (1b) et en groupant ensuite les termes du même ordre nous trouverons

$$\sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_{zz}^0 = 0; \quad (5)$$

$$n_x \sigma_{xx}^0 + n_y \sigma_{xy}^0 - \sigma_{xz}^{(1)}|_{z=0} = 0; \quad (6a)$$

$$n_x \sigma_{xy}^0 + n_y \sigma_{yy}^0 - \sigma_{yz}^{(1)}|_{z=0} = 0; \quad (6b)$$

$$\sigma_{zz}^{(1)}|_{z=0} = 0; \quad (6c)$$

$$n_x \sigma_{xx}^{(1)}|_{z=0} + n_y \sigma_{xy}^{(1)}|_{z=0} - z_0 \frac{\partial \sigma_{xz}^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} - \sigma_{xz}^{(2)}|_{z=0} = 0; \quad (7a)$$

$$n_x \sigma_{xy}^{(1)}|_{z=0} + n_y \sigma_{yy}^{(1)}|_{z=0} - z_0 \frac{\partial \sigma_{yz}^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} - \sigma_{yz}^{(2)}|_{z=0} = 0; \quad (7b)$$

$$n_x \sigma_{xz}^{(1)}|_{z=0} + n_y \sigma_{yz}^{(1)}|_{z=0} - z_0 \frac{\partial \sigma_{zz}^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} - \sigma_{zz}^{(2)}|_{z=0} = 0 \quad (7c)$$

etc.

Il est facile de constater que le système d'équations (3) aux conditions aux limites (5) à (7) détermine successivement toutes les valeurs $\sigma_{ik}^{(m)}$ aussi bien sur la surface qu'au dessous d'elle.

Par conséquent les relations (6) déterminent complètement les valeurs $\sigma_{xz}^{(1)}, \sigma_{yz}^{(1)}, \sigma_{zz}^{(1)}$ pour $z = 0$ à partir des valeurs connues $\sigma_{xx}^0, \sigma_{xy}^0, \sigma_{yy}^0, n_x, n_y$ et peuvent être considérées comme conditions aux limites pour $\sigma_{ik}^{(1)}$.

Les équations (3a) exprimant les conditions aux limites (6) décrivent les tensions dans le demi espace lors de l'application sur la limite $z=0$ des forces de densité de surface $(-\sigma_{xz}^{(1)}, -\sigma_{yz}^{(1)}, 0)$. Dans le cas $\lambda = \text{const.}, \mu = \text{const.}$ sa solution est connue [5]:

$$u^{(1)}(x, y, z) |_{z=0} = - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [f_z^0(x', y') v(x-x', y-y', z) + f_y^0(x', y') w(x-x', y-y', z)] dx' dy', \quad (8)$$

où $u^{(1)}$ est le vecteur correspondant $\sigma_{ik}^{(1)}$ aux déplacements, la relation avec $\sigma_{ik}^{(1)}$ par la loi de Hooke

$$\begin{aligned} \sigma_{ih}^{(1)} &= \lambda \operatorname{div} u^{(1)} \delta_{ih} + \mu \left(\frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_h} + \frac{\partial u_h^{(1)}}{\partial x_i} \right); \\ f_z^0 &= n_x \sigma_{xz}^0 + n_y \sigma_{zy}^0 = \sigma_{xz}^{(1)} |_{z=0}; \\ f_y^0 &= n_x \sigma_{xy}^0 + n_y \sigma_{yy}^0 = \sigma_{yz}^{(1)} |_{z=0}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} 4\pi\mu v &= \operatorname{grad} \left[\frac{\mu}{\lambda+\mu} \frac{x-x'}{R+z} - \frac{x-x'}{R} \right] + \frac{2}{R} e_z - \frac{2\mu}{\lambda+\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{x-x'}{R+z} \right) e_z; \\ 4\pi\mu w &= \operatorname{grad} \left[\frac{\mu}{\lambda+\mu} \frac{y-y'}{R+z} - \frac{y-y'}{R} \right] + \frac{2}{R} e_y - \frac{2\mu}{\lambda+\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{y-y'}{R+z} \right) e_z; \end{aligned} \quad (10)$$

e_x, e_y, e_z sont des vecteurs unitaires orientés suivant les axes x, y , et z ; v, w sont les fonctions de la source pour la force ponctuelle appliquée au point de la surface $(x', y', 0)$ et agissant respectivement dans la direction de l'axe x ou y ;
 $R = [(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2]^{\frac{1}{2}}$. Les relations (8) déterminent les corrections aux déplacements de marées, au premier ordre de la théorie des perturbations. Elles ont été obtenues en [3]. En différenciant (8) par rapport à x, y il est facile d'obtenir les corrections correspondantes aux inclinaisons de marées et aux déformations de l'élément horizontal du milieu qui se trouve près de la surface S :

$$\Phi_x^{(1)}(x, y) = \frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial x} \Big|_{z=0} = \frac{1}{4\pi(\lambda+\mu)} \iint_{-\infty}^{\infty} \left[f_x^{(0)}(x', y') \left(-\frac{1}{\rho^2} + \frac{2(x-x')^2}{\rho^4} \right) + \right. \quad (11a)$$

$$\left. + f_y^{(0)}(x', y') \frac{2(x-x')(y-y')}{\rho^4} \right] dx' dy';$$

$$e_{xx}^{(1)}(x, y) = \frac{\partial u_{xx}^{(1)}}{\partial x} \Big|_{z=0} = \frac{1}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ f_x^{(0)}(x', y') \left[\frac{\lambda(x-x')}{\rho^3} \times \right. \right.$$

$$\times \left(\frac{3(x-x')^2}{\rho^2} - 1 \right) + 2\mu \frac{x-x'}{\rho^3} \Big] +$$

$$\left. + f_y^{(0)}(x', y') \frac{\lambda(y-y')}{\rho^3} \left(\frac{3(x-x')^2}{\rho^2} - 1 \right) \right\} dx' dy'; \quad (11b)$$

où

$$\rho = R|_{z=0} = ((x-x')^2 + (y-y')^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (11c)$$

Pour l'élément vertical du milieu nous trouverons

$$v_h^{(1)}(\tau, n) = \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{1}{\mu} f_z^{(0)}(x, y) - \Phi_z^{(1)}(x, y); \quad (12a)$$

$$e_{zz}^{(1)}(x, y) = \frac{\partial u_{zz}^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} =$$

$$= -\frac{\lambda}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} \iint_{-\infty}^{\infty} \left(f_z^{(0)}(x', y') \frac{x-x'}{\rho^3} + f_y^{(0)}(x', y') \frac{y-y'}{\rho^3} \right) dx' dy'. \quad (12b)$$

Par l'intégration par parties, ces expressions peuvent être représentées également sous la forme

$$\begin{aligned}\varphi_x^{(1)}(x, y) &= -\frac{1}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} \iint_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial f_x^{(0)}(x', y')}{\partial x'} + \frac{\partial f_y^{(0)}(x', y')}{\partial y'} \right) \frac{x-x'}{\rho^2} dx' dy'; \\ e_{xx}^{(1)}(x, y) &= \frac{1}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} \iint_{-\infty}^{\infty} \left[-\frac{\partial f_x^{(0)}(x', y')}{\partial x'} \left(\frac{\lambda+2\mu}{\rho} + \frac{\lambda(x-x')^2}{\rho^3} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial f_y^{(0)}(x', y')}{\partial y'} \frac{\lambda(y-y')^2}{\rho^3} \right] dx' dy'; \\ e_{zz}^{(1)}(x, y) &= \frac{\lambda}{4\pi\mu(\lambda+\mu)} \iint_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\partial f_x^{(0)}(x', y')}{\partial x'} + \frac{\partial f_y^{(0)}(x', y')}{\partial y'} \right) \frac{dx' dy'}{\rho},\end{aligned}$$

ne contenant que les dérivées des fonctions $f_x^{(0)}(x', y')$, $f_y^{(0)}(x', y')$.

La substitution de (8) en (9) détermine toutes les composantes $\sigma_{ik}^{(1)}$ pour tout le volume du demi espace et en particulier les valeurs $\partial\sigma_{xz}^{(1)}/\partial z|_{z=0}$, $\partial\sigma_{yz}^{(1)}/\partial z|_{z=0}$, $\partial\sigma_{zz}^{(1)}/\partial z|_{z=0}$ entrant en (7). C'est pourquoi les composantes $\sigma_{xz}^{(0)}|_{z=0}$, $\sigma_{yz}^{(0)}|_{z=0}$, $\sigma_{zz}^{(0)}|_{z=0}$ déterminées en (7) peuvent être considérées comme connues. La solution des équations (3b) exprimant les conditions aux limites (7) détermine toutes les composantes du tenseur $\sigma_{ik}^{(1)}$ et le vecteur déplacement $u^{(2)}$ lui correspondant. Il est évident qu'un même processus d'itération peut être répété aussi loin qu'on veut.

2. Effets de second ordre dans le cas à trois dimensions

Pour exprimer les dérivées entrant en (7) $\partial\sigma_{ik}^{(1)}/\partial z|_{z=0}$ ($i = 1, 2, 3, k = 3$) par les valeurs connues $n_x, n_y, \sigma_{ik}^{(0)}$ nous substituerons (8) en (9) et nous différencierons le résultat par rapport à z . Nous obtiendrons

$$\begin{aligned}\frac{\partial\sigma_{ik}^{(1)}}{\partial z}\bigg|_{z=0} &= -\iint_{-\infty}^{\infty} \left[f_z^{(0)}(x', y') \frac{\partial S_{ik}(x-x', y-y', z)}{\partial z}\bigg|_{z=0} + \right. \\ &\quad \left. + f_y^{(0)}(x', y') \frac{\partial T_{ik}(x-x', y-y', z)}{\partial z}\bigg|_{z=0} \right] dx' dy',\end{aligned}\quad (13)$$

où

$$\begin{aligned} S_{xx} &= -\frac{3}{2\pi} \frac{(x-x')^3}{R^3} + \frac{\mu}{2\pi(\lambda+\mu)} \left(\frac{x-x'}{R^3} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{x-x'}{R+z} \right) \right); \\ S_{xy} &= -\frac{3(x-x')^2(y-y')}{2\pi R^3} + \frac{\mu}{2\pi(\lambda+\mu)} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{x-x'}{R+z} \right); \\ S_{xz} &= -\frac{3(x-x')^2 z}{2\pi R^3}; \quad S_{yz} = -\frac{3(x-x')(y-y') z}{2\pi R^3}; \\ S_{zz} &= -\frac{3(x-x') z^2}{2\pi R^3}; \end{aligned} \quad (14)$$

les composantes T_{ik} ne diffèrent de S_{ik} que par la transposition $x-x'$ et $y-y'$ et également $\partial/\partial x$ et $\partial/\partial y$; i_k sont les tensions provenant de l'action de la force ponctuelle appliquée au point de la surface $(x', y', 0)$ et agissant dans la direction de l'axe x ; T_{ik} sont les tensions correspondant à la force ponctuelle appliquée au même point et agissant le long de l'axe y .

Nous noterons que

$$\lim_{z \rightarrow 0} S_{zz} = \lim_{z \rightarrow 0} T_{yz} = -\delta(x-x')\delta(y-y'), \quad (15)$$

où δ est la fonction de Dirac. D'après ce principe les fonctions sous l'intégrale (13) renferment des particularités telles que les calculs numériques ne sont pas faciles. Pour ramener (13) à une forme facile pour les calculs, nous noterons que, à cause des conditions de l'équilibre élastique:

$$\frac{\partial S_{iz}}{\partial z} = -\frac{\partial S_{i1}}{\partial x} - \frac{\partial S_{i2}}{\partial y} \quad (16)$$

($i = 1, 2, 3$; $S_{11} = S_{xx}$; $S_{12} = S_{xy}$ etc...).

En outre

$$\frac{\partial S_{ih}}{\partial x} = -\frac{\partial S_{ih}}{\partial x'}; \quad \frac{\partial S_{ih}}{\partial y} = -\frac{\partial S_{ih}}{\partial y'}. \quad (17)$$

Avec le calcul de (16) et (17) l'expression (13) peut être préintégrée par parties. Tenant compte qu'étant donnée la limitation de n_x, n_y les valeurs $f_{x,y}^{(0)}$, $S_{ik}^{(0)}$ s'annulent à l'infini, nous obtiendrons

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{iz}^{(1)}(x, y, z)}{\partial z} &= \iint_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial f_z^0(x', y')}{\partial x'} S_{i1} + \frac{\partial f_z^0(x', y')}{\partial y'} S_{i2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial f_y^0(x', y')}{\partial x'} T_{i1} + \frac{\partial f_y^0(x', y')}{\partial y'} T_{i2} \right] dx' dy' \quad (i=1, 2). \end{aligned} \quad (18a)$$

Pour $i = 3$ en tenant compte de (15) nous trouverons

$$\left. \frac{\partial \sigma_{zz}^{(1)}}{\partial z} \right|_{z=0} = - \frac{\partial f_z^0(x, y)}{\partial x} - \frac{\partial f_y^0(x, y)}{\partial y}. \quad (18b)$$

A l'aide de (18a) (18b) il est facile d'évaluer les ordres de grandeur des valeurs entrant en (4), (7) des valeurs

$$z_0 \partial \sigma_{i3}^{(1)} / \partial z |_{z=0}.$$

Si l est la dimension horizontale caractéristique des particularités du relief, alors

$$z_0 \frac{\partial f_z^0}{\partial x} \sim z_0 \frac{f_z^0}{l} \sim n_x f_z^0$$

etc.. C'est pourquoi les termes inclus entre parenthèses dans la formule (4) ont effectivement les mêmes ordres de grandeur.

Les expressions sous intégrale dans les formules (18a) ne renferment pas de particularités du caractère δ , c'est pourquoi les intégrales (18) peuvent être effectuées numériquement. Ainsi, les valeurs déterminées (7) peuvent être considérées comme connues.

La solution des équations (3b) pour les conditions aux limites (7) a la forme

$$u^{(2)}(x, y, z) = - \iint_{-\infty}^{\infty} [f_z^{(1)}(x', y') v(x-x', y-y', z) + f_y^{(1)}(x', y') w(x-x', y-y', z) + f_x^{(1)}(x', y') q(x-x', y-y', z)] dx' dy', \quad (19)$$

où

$$f_i^{(1)} = n_x \sigma_{i1}^{(1)} |_{z=0} + n_y \sigma_{i2}^{(1)} |_{z=0} - z_0 \left. \frac{\partial \sigma_{i3}^{(1)}}{\partial z} \right|_{z=0};$$

$$q = - \frac{1}{4\pi} \text{grad} \left[\frac{z}{\mu R} + \frac{1}{\lambda + \mu} \ln(z+R) \right] + \frac{\lambda + 2\mu}{2\pi\mu(\lambda + \mu)R} e_z \quad (20)$$

est la solution de Boussinesq décrivant les déplacements élastiques du demi-espace soumis à l'effet de la force ponctuelle appliquée au point de la surface $(x', y', 0)$ dans la direction de l'axe z .

La relation (19) détermine la correction au vecteur déplacement de marées au second ordre de grandeur. Les termes du second ordre s'ajoutant à la surface S sont

$$u^{(2)}|_S = u^{(2)}|_{z=0} + z_0 \left. \frac{\partial u^{(1)}}{\partial z} \right|_{z=0}. \quad (21)$$

Il est facile d'obtenir par différenciation (21) par rapport à x , y les corrections correspondantes aux inclinaisons de marées et aux déformations.

3. Cas à deux dimensions

Les relations obtenues plus haut sont simplifiées dans le cas à deux dimensions où $z_0 = z_0(x)$, $n_x = z_0 / x = n_x(x)$, $n_y = z_0 / y = 0$. Les expressions (8), (11), (12) sont intégrées analytiquement par rapport à y' et donnent [3].

$$u^{(1)} = \int_{-\infty}^{\infty} [f_z^0(x') v(x-x', z) + f_y^0(x') w(x-x', z)] dx', \quad (22)$$

où

$$v(x-x', z) = \frac{1}{2\pi\mu} \left[e_x \left(\frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu} \ln r + \frac{z^2}{r^2} \right) - e_z \left(\frac{z(x-x')}{r^2} + \frac{\mu}{\lambda+\mu} \operatorname{arctg} \frac{x-x'}{z} \right) \right] + \text{const}; \quad (23a)$$

$$w(x-x', z) = \frac{e_y}{2\pi\mu} \ln r^2 + \text{const};$$

$$r^2 = (x-x')^2 + z^2. \quad (23b)$$

En différenciant ces expressions par rapport à x , z et tenant compte que

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z}{r^2} = \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{arctg} \frac{x-x'}{z} = \pi \delta(x-x');$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z^3}{r^4} = \frac{\pi}{2} \delta(x-x'),$$

il est facile d'obtenir les expressions pour les corrections aux inclinaisons de marées et aux déformations des éléments horizontal et vertical du milieu voisin de la surface S :

$$\varphi_x^{(1)}(x) = \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial x} \Big|_{z=0} = - \frac{\sigma_{xx}^0}{2(\lambda+\mu)} n_x(x); \quad (24a)$$

$$\psi_x^{(1)}(x) = \frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{2\lambda+3\mu}{\mu} \varphi_x^{(1)}(x); \quad (24b)$$

$$e_{xx}^{(1)}(x) = \frac{\partial u_x^{(1)}}{\partial x} \Big|_{z=0} = \frac{\sigma_{xx}^0}{2\pi\mu} \frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu} \lim_{z \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_x(x') (x-x')}{r^2} dx'; \quad (25a)$$

$$e_{zz}^{(1)}(x) = \frac{\partial u_z^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\frac{\lambda}{\lambda+2\mu} e_{xx}^{(1)}(x). \quad (25b)$$

Les formules (24a), (24b) montrent qu'au premier ordre de la théorie des perturbations les corrections aux inclinaisons des éléments aussi bien horizontal que vertical du milieu ne dépendent que de la valeur n_x au point d'observation (plus précisément de la valeur n_x obtenue par la moyenne de la fonction $n_x(x)$ sur l'intervalle $x_0 - \epsilon \leq x \leq x_0 + \epsilon$ où ϵ est une quantité de l'ordre de la profondeur de la mine [3]).

Les valeurs $\sigma_{ik}^{(1)}$ entrant en (7) et leurs dérivées par rapport à z sont déterminées par l'expression

$$\sigma_{xx}^{(1)} = \frac{2\sigma_{xx}^0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} n_x(x') \frac{(x-x')^3}{r^4} dx'; \quad (26a)$$

$$\sigma_{xy}^{(1)} = -\frac{2\sigma_{xy}^0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} n_z(x') \frac{x-x'}{r^2} dx'; \quad (26b)$$

$$\sigma_{zz}^{(1)} \Big|_{z=0} = \sigma_{xx}^0 n_z(x); \quad (26c)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}^{(1)}}{\partial z} &= -\frac{\partial \sigma_{xx}^{(1)}}{\partial x} = \frac{2\sigma_{xx}^0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} n_x(x') \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{(x-x')^3}{r^4} \right) dx' = \\ &= -\frac{2\sigma_{xx}^0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} n_z'(x') \frac{(x-x')^3}{r^4} dx'; \end{aligned} \quad (27a)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{yz}^{(1)}}{\partial z} &= -\frac{\partial \sigma_{xy}^{(1)}}{\partial x} = -\frac{2\sigma_{xy}^0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} n_x(x') \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{x-x'}{r^2} \right) dx' \\ &= \frac{2\sigma_{xy}^0}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} n_x'(x') \frac{x-x'}{r^2} dx';\end{aligned}\quad (27b)$$

$$\left. \frac{\partial \sigma_{zz}^{(1)}}{\partial z} \right|_{z=0} = -\left. \frac{\partial \sigma_{xz}^{(1)}}{\partial x} \right|_{z=0} = -\sigma_{xz}^0 n_x'(x), \quad (27c)$$

où

$$n_x'(x') = \frac{dn_x(x')}{dx'}; \quad n_x'(x) = \frac{dn_x(x)}{dx}.$$

Les valeurs $\sigma_{yy}^{(1)}$, $\sigma_{yz}^{(1)}$ n'entrent pas en (7) puisque $n_y = 0$. Les égalités (27a), (27b) sont obtenues par intégration par parties. On a ainsi tenu compte de ce que

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{(x-x')^3}{r^4} \right) = -\frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{(x-x')^3}{r^4} \right); \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x-x'}{r^2} \right) = -\frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{x-x'}{r^2} \right)$$

et à la suite de la limitation de n_x

$$\lim_{x' \rightarrow \infty} \frac{n_x(x')}{x-x'} = 0.$$

La substitution de (26) - (27) en (7) donne

$$\sigma_{xz}^{(2)} = \frac{2\sigma_{xz}^0}{\pi} \left(n_x(x) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_x(x') (x-x')^3}{r^4} dx' + z_0(x) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_x'(x') (x-x')^3}{r^4} dx' \right); \quad (28a)$$

$$\sigma_{yz}^{(2)} = -\frac{\sigma_{xy}^0}{\sigma_{xz}^0} \sigma_{xz}^{(2)}; \quad (28b)$$

$$\sigma_{zz}^{(2)} = \sigma_{xz}^0 (n_x^2(x) + z_0(x) n_x'(x)). \quad (28c)$$

En intégrant la solution de Boussinesq (20) par rapport à y' entre les limites de $-\infty$ à ∞ et en calculant ensuite les composantes correspondantes des déformations et des inclinaisons

nous obtiendrons

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\infty}^{\infty} q_z dy' = -\frac{\delta(x-x')}{2(\lambda+\mu)};$$

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^{\infty} q_z dy' = -\frac{\lambda+2\mu}{2\pi\mu(\lambda+\mu)} \lim_{z \rightarrow 0} \frac{x-x'}{r^2}.$$
(29)

Tenant compte que pour un point arbitraire continu dans le voisinage $x'=x$ et de la fonction intégrée $F(x)$ on a la relation

$$\lim_{z \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} F(x') \frac{(x-x')^3}{r^4} dx' = \lim_{z \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} F(x') \frac{x-x'}{r^2} dx' = \oint \frac{F(x')}{x-x'} dx',$$

où

$$\oint \frac{F(x')}{x-x'} dx' = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_{-\infty}^{x-\varepsilon} \frac{F(x')}{x-x'} dx' + \int_{x+\varepsilon}^{\infty} \frac{F(x')}{x-x'} dx' \right)$$

est l'intégrale impropre comprise au sens de la valeur principale nous intégrerons (19) par rapport à y' . En utilisant (23), (28), (29) nous trouverons

$$e_{xz}^{(2)} = \frac{\partial u_z^{(2)}}{\partial x} \Big|_{z=0} = \frac{\sigma_{xz}^0}{2(\lambda+\mu)} (n_x^2(x) + z_0(x) n_x'(x)) +$$

$$+ \frac{\lambda+2\mu}{2\pi\mu(\lambda+\mu)} \oint \frac{\sigma_{xz}^{(2)}(x')}{x-x'} dx';$$
(30)

$$\varphi_x^{(2)} = \frac{\partial u_x^{(2)}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\sigma_{xz}^0(\lambda+2\mu)}{2\pi\mu(\lambda+\mu)} \oint (n_x^2(x') + z_0(x') n_x'(x')) \frac{dx'}{x-x'} -$$

$$- \frac{\sigma_{xz}^0}{\pi(\lambda+\mu)} \left(n_x(x) \oint \frac{n_x(x')}{x-x'} dx' + z_0(x) \oint \frac{n_x'(x')}{x-x'} dx' \right);$$
(31)

$$\psi_z^{(2)} = \frac{\partial u_z^{(2)}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{2\lambda+3\mu}{2\mu(\lambda+\mu)} \sigma_{xz}^{(2)}(x) -$$

$$- \frac{\sigma_{xz}^0(\lambda+2\mu)}{2\pi\mu(\lambda+\mu)} \oint (n_x^2(x') + z_0(x') n_x'(x')) \frac{dx'}{x-x'}.$$
(32)

Ensuite

$$\left. \frac{\partial e_{xx}^{(1)}}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\sigma_{xx}^0 (2\lambda + 3\mu)}{2\mu(\lambda + \mu)} n_x'(x); \quad (33)$$

$$\left. \frac{\partial \varphi_x^{(1)}}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{\sigma_{xx}^0 \lambda}{2\pi\mu(\lambda + \mu)} \oint \frac{n_x'(x')}{x-x'} dx'; \quad (34)$$

$$\left. \frac{\partial \psi_x^{(1)}}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{\sigma_{xx}^0 (3\lambda + 4\mu)}{2\pi\mu(\lambda + \mu)} \oint \frac{n_x'(x')}{x-x'} dx'. \quad (35)$$

En utilisant de (30) à (35) nous obtiendrons les expressions finales pour les valeurs totales des corrections aux déformations de marées de l'élément horizontal et des inclinaisons des éléments horizontal et vertical sur la surface S au second ordre de la théorie des perturbations

$$\begin{aligned} \delta e_{xx} = e_{xx}^{(1)} \Big|_{z=0+z_0} \frac{\partial e_{xx}^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} + e_{xx}^{(2)} \Big|_{z=0} &= \frac{\sigma_{xx}^0}{2\mu(\lambda + \mu)} \left[\frac{\lambda + 2\mu}{\pi} \oint n_x(x') + \right. \\ &\left. + \frac{\sigma_{xx}^{(2)}(x')}{\sigma_{xx}^0} \right) \frac{dx'}{x-x'} + 2(\lambda + 2\mu) z_0(x) n_x'(x) + \mu n_x^2(x) \Big]; \quad (36) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta \varphi_x = \varphi_x^{(1)} \Big|_{z=0+z_0} \frac{\partial \varphi_x^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} + \varphi_x^{(2)} \Big|_{z=0} &= \frac{\sigma_{xx}^0}{2\pi(\lambda + \mu)} \left[-\pi n_x(x) - \right. \\ &- \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} z_0(x) \oint \frac{n_x'(x')}{x-x'} dx' + \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} \oint (n_x^2(x') + z_0(x') n_x'(x')) \frac{dx'}{x-x'} - \\ &\left. - 2n_x(x) \oint \frac{n_x(x')}{x-x'} dx' \right]; \quad (37) \end{aligned}$$

$$\delta\psi_x = \psi_x^{(1)} \Big|_{z=0} + z_0 \frac{\partial \psi_x^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} + \psi_x^{(2)} \Big|_{z=0} = \frac{\sigma_{xx}^0}{2\pi\mu(\lambda+\mu)} \left[\pi(2\lambda+3\mu)n_x(x) + \right. \\ \left. + 2(2\lambda+3\mu)n_x(x) \int \frac{n_x(x')}{x-x'} dx' + \right. \\ \left. + (\lambda+2\mu) \left(z_0(x) \int \frac{n_x'(x')}{x-x'} dx' - \int \frac{n_x^2(x') + z_0(x')n_x'(x')}{x-x'} dx' \right) \right]. \quad (38)$$

Dans ces expressions les termes du premier ordre coïncident avec les expressions correspondantes du travail [3]. Comme il fallait s'y attendre, les corrections (36) à (38) ne dépendent pas de la manière dont a été choisie l'origine du système de coordonnées (x, y, z). Par conséquent, pour un transfert parallèle de la surface S le long de l'axe z, la fonction $z_0(x)$ varie d'une valeur constante et les valeurs n_x et ses dérivées sont invariables. L'invariabilité des seconds membres (37), (38) lorsqu'on ajoute à $z_0(x)$ une constante arbitraire est évidente. Quant à l'invariabilité du second membre (36) elle provient de la représentation de la fonction δ :

$$\lim_{z \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x'-x'')^3(x-x')dx'}{((x''-x')^2+z^2)^2((x-x')^2+z^2)} = -\pi^2\delta(x-x'').$$

Si les mesures des inclinaisons et des déformations sont faites dans une mine à une profondeur non nulle h , on peut en tenir compte après avoir ajouté aux seconds membres (36) à (38) respectivement $h \partial \epsilon_{xx} / \partial z|_{z=0}$, $h \partial \sigma_x / \partial z|_{z=0}$, $h \partial \psi_x / \partial z|_{z=0}$, ou les dérivées ϵ_{xx} , σ_x et ψ_x pour z sont déterminées par les formules (33) à (35) soit après avoir remplacé les valeurs $\epsilon_{xx}^{(1)}|_{z=0}$, $\sigma_x^{(1)}|_{z=0}$, $\psi_x^{(1)}|_{z=0}$ entrant en (36) à (38) par les valeurs $\epsilon_{xx}^{(2)}|_{z=h}$, $\sigma_x^{(2)}|_{z=h}$, $\psi_x^{(2)}|_{z=h}$. Dans le cas de profondeurs ne dépassant pas les chutes de hauteur les différences des résultats obtenus de cette façon sont évidemment du troisième ordre.

4. Quelques exemples les plus simples

A titre de premier exemple d'application des formules (36) à (38) nous calculons l'effet de l'inclinaison $z_0(x)$ comme approximé par une cassure.

$$z_0(x) = \begin{cases} n_0(x_1-x_2) & \text{при } x < x_1, \\ n_0(x-x_2) & \text{при } x_1 < x < x_2, \\ 0 & \text{при } x > x_2. \end{cases}$$

Dans ce cas
$$\delta e_{xx} = \frac{\sigma_{xx}^0(\lambda+2\mu)}{2\mu(\lambda+\mu)} \left[-\frac{n_0}{\pi} \ln \left| \frac{x-x_2}{x-x_1} \right| + \frac{\mu}{\lambda+2\mu} n_0^2 \varepsilon(x) + \right. \\ \left. + \frac{2n_0^2}{\pi^2} \left(\frac{x_2-x_1}{x_2-x} \ln \left| \frac{x-x_1}{x_2-x_1} \right| + \frac{x_2-x_1}{x_1-x} \ln \left| \frac{x-x_2}{x_2-x_1} \right| + \right. \right. \\ \left. \left. + \oint \varepsilon(x') \ln \left| \frac{x'-x_1}{x'-x_2} \right| \frac{dx'}{x-x'} \right) \right]; \quad (39)$$

$$\delta \varphi_z = \frac{\sigma_{xx}^0}{2\pi(\lambda+\mu)} \left[-\pi n_0 \varepsilon(x) - \frac{\lambda+2\mu}{\mu} n_0 z_0(x) \left(\frac{1}{x-x_1} - \frac{1}{x-x_2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\lambda+2\mu}{\mu} n_0^2 \left(\ln \left| \frac{x-x_1}{x-x_2} \right| - \frac{x_2-x_1}{x-x_1} \right) + 2n_0^2 \varepsilon(x) \ln \left| \frac{x-x_2}{x-x_1} \right| \right]; \quad (40)$$

$$\delta \psi_z = \frac{\sigma_{xx}^0}{\pi\mu(\lambda+\mu)} \left[\frac{\pi(2\lambda+3\mu)}{2} n_0 \varepsilon(x) + (2\lambda+3\mu) n_0^2 \varepsilon(x) \ln \left| \frac{x-x_1}{x-x_2} \right| + \right. \\ \left. + \frac{\lambda+2\mu}{2} \left(n_0^2 \ln \left| \frac{x-x_2}{x-x_1} \right| + \frac{n_0^2(x_2-x_1)}{x-x_1} + \frac{\lambda+2\mu}{2} z_0(x) n_0 \left(\frac{1}{x-x_1} - \frac{1}{x-x_2} \right) \right) \right], \quad (41)$$

où

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x_1 < x < x_2, \\ 0 & \text{при } x < x_1 \text{ и } x > x_2. \end{cases}$$

L'intégrale entrant en (39) ne s'exprime pas par des fonctions élémentaires cependant lors de calculs pratiques on peut facilement la trouver numériquement.

Nous donnons sur la figure les graphiques des fonctions déterminées (36) à (41) pour les cas d'inclinaison particulière et d'une gorge avec les mêmes valeurs de paramètres que celles qui ont été prises en [1]: $n_0 = 0.1; 0.45$ et 1 (ce qui correspond aux angles d'inclinaison de la surface $\alpha = 5,7; 24$ et 45°); $\mu = 1.5\lambda$; $\sigma_{xy}^{(0)} = 0$. On constate que les corrections énumérées d'après les formules de la seconde approximation concordent bien avec les résultats de Harrison avec des angles d'inclinaison de la surface de la Terre à l'horizon atteignant 24° . Ainsi elles peuvent être utilisées même dans les régions de montagnes.

A titre de second exemple très simple nous calculerons les corrections aux déformations au centre d'élévation ayant la forme d'un parabololoïde de révolution.

En posant

$$n_x = \begin{cases} kx & \text{при } x^2 + y^2 < a^2, \\ 0 & \text{при } x^2 + y^2 > a^2, \end{cases} \quad n_y = \begin{cases} ky & \text{при } x^2 + y^2 < a^2, \\ 0 & \text{при } x^2 + y^2 > a^2, \end{cases}$$

$$\sigma_{xy}^0 = 0; \quad \sigma_{xx}^0 = \sigma_{yy}^0 = \sigma_0,$$

nous obtiendrons

$$e_{xx}^{(1)}|_{z=0} = -\frac{\sigma_0 k (\lambda + 2\mu)}{4\mu (\lambda + \mu)}, \quad \frac{\partial e_{xx}^{(1)}}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0,$$

$$e_{xx}^{(2)}|_{z=0} = \frac{\sigma_0 k^2 a^2 (\lambda + 2\mu) \left(\frac{3}{8} \lambda + \mu \right)}{4\mu (\lambda + \mu)^2}.$$

Le rapport de la correction du premier ordre à la correction du second ordre est

$$e_{xx}^{(2)}|_{z=0} / e_{xx}^{(1)}|_{z=0} = -k a \frac{3/8 \lambda + \mu}{\lambda + \mu}.$$

Cette valeur est de l'ordre des valeurs maximales n_x , n_y à la limite du cercle $x^2 + y^2 = a^2$. Cet exemple montre que la précision réelle des résultats dans le cas à trois dimensions est du même ordre qu'à deux dimensions.

En conclusion nous ferons quelques remarques sur la région d'applicabilité de la méthode d'itération proposée et de formules de la première approximation en particulier. Il est évident que

la condition de convergence des séries (2) est la possibilité de décomposer les déplacements cherchés dans la région $z_0(x, y) \leq z \leq 0$ en série de Taylor. Si la fonction $z_0(x, y)$ est analytique partout mais $n_x, n_y \ll 1$ alors elle est régulière pour x, y la convergence des séries (2) ne soulève pas de doute. Cependant si les dérivées de la fonction $z_0(x, y)$ subissent sur certaines lignes une discontinuité alors dans les environs assez petits de ces lignes, les itérations successives peuvent diverger.

En utilisant les rapports (39) à (41) on peut constater que le rapport des corrections du second ordre aux corrections du premier ordre ne croît que dans les environs des points de la discontinuité x_1, x_2 des dérivées premières $\partial z_0 / \partial x = n_x$. Aussi bien pour les inclinaisons que pour les déformations, le rapport des corrections du second ordre aux corrections du premier ordre dans les environs de ces points, en valeur absolue, est égal à

$$c \left| n_0 \ln \left| \frac{x-x_1}{x-x_2} \right| \right| \sim c \left| n_0 \ln \frac{x_2-x_1}{|\Delta x|} \right|,$$

où $c \approx 0,3 - 0,1$ est un facteur constant ne dépendant que de la valeur du rapport λ/μ , Δx est la distance du point x au point le plus proche x_1 ou x_2 dans lequel $n_x(x)$ subit une discontinuité. Ainsi, la condition d'application des formules de la première approximation se ramène à l'exigence

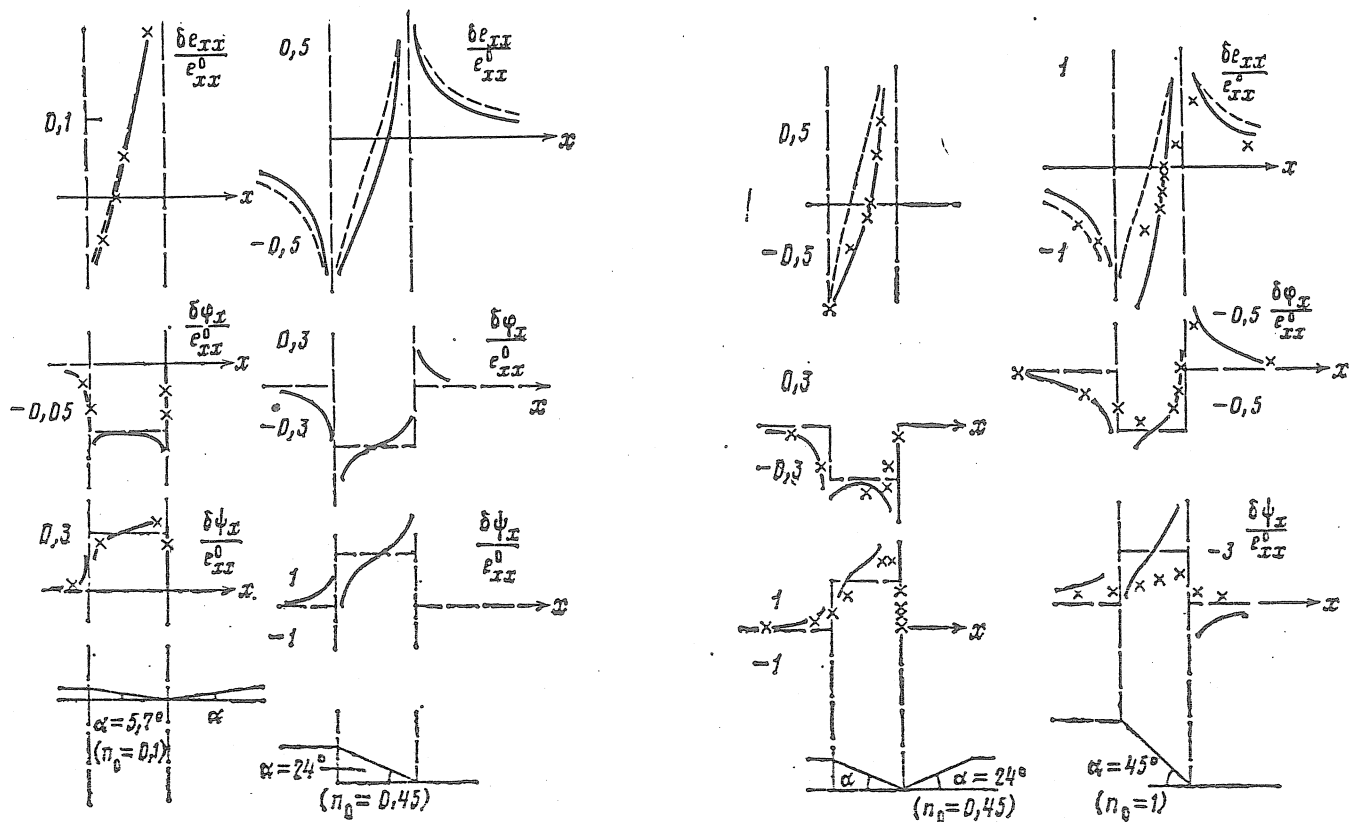
$$|n_0 \ln ((x_2-x_1)/|\Delta x|)| \ll 1. \quad (42)$$

Pour des grandes valeurs de n_0 cette limitation est importante, cependant pour des petits n_0 , étant donné la lente croissance du logarithme, la région des valeurs x dans laquelle les formules de la première approximation ne sont pas applicables est très petite. Ainsi par exemple, dans les cas examinés plus haut $n_0 = 0,45$, $n_0 = 0,2$ et $n_0 = 0,1$ la première partie de (42) est plus petite que l'unité pour $|\Delta x/(x_2 - x_1)| > 10^{-1}$; 10^{-2} et 10^{-4} respectivement.

En nous résumant on peut tirer la conclusion que les formules de la première approximation permettent de tenir compte assez précisément de l'influence du relief pour un escarpement des pentes de l'ordre de 5 à 10° et de la seconde approximation - pour $\alpha \approx 25^\circ$. L'application de la méthode des perturbations permet d'éviter des procédures très complexes d'intégration numérique des équations aux dérivées partielles.

Corrections aux inclinaisons de marées et aux déformations à la surface pour le modèle d'une inclinaison isolée et d'une gorge.

e_{xx} est la déformation de l'élément horizontal du milieu, δe_x est l'inclinaison de l'élément horizontal, $\delta \psi_x$ est l'inclinaison de l'élément vertical, la ligne pointillée est ce qui a été calculé d'après les formules de la première approximation; la ligne continue est ce qui a été calculé en tenant compte des termes du second ordre; les petites croix sont les résultats de l'intégration numérique des équations aux dérivées partielles provenant du travail [1] (en prenant $\mu = 1.5\lambda$, $\sigma_{yy}^{(0)} = 0$).



Traduction

Détermination des nombres de Love d'après les résultats des observations de marées terrestres dans la région du fossé Dniepr-Donetz.

V.G. Balenko, B.P. Pertsev

Cinématique et Physique des Corps Célestes Vol.3, n°3, pp.45-48,
Obs. Astron. Kiev, 1987

On détermine les nombres de Love d'après les résultats des observations des marées terrestres dans la région du fossé Dniepr-Donetz. On a évalué leur erreur. On a fait la comparaison des valeurs trouvées avec les valeurs obtenues précédemment d'après les résultats des mesures de la vitesse de rotation de la Terre, par les observations laser des satellites artificiels de la Terre et des recherches extensométriques.

De 1963 à 1981, l'observatoire gravimétrique de Poltava a effectué des études des marées terrestres dans le but de déterminer les amplitudes et les phases des ondes de marée élastique représentatives pour les territoires de dimensions de centaines de kilomètres. On a obtenu les paramètres γ et δ en sept stations clinométriques d'après le profil Kiev-Artemovsk (1, 8, 17) et les paramètres δ et γ par les observations des variations de la pesanteur à Poltava (3, 4). Un des problèmes réside dans l'élaboration de la méthode des observations clinométriques et gravimétriques pour obtenir des données expérimentales susceptibles d'être utilisées pour déterminer les valeurs globales des nombres de Love représentatifs pour tout le globe terrestre. Les observations de marées terrestres sont utiles car elles permettent de calculer les valeurs des nombres de Love directement, sans aucune hypothèse auxiliaire:

$$h = 5 - (3\gamma + 2\delta), \quad k = 4 - 2(\gamma + \delta) \quad (1)$$

C'est pourquoi il est intéressant de comparer les nombres de Love ainsi obtenus en utilisant les paramètres de marées terrestres régionaux pour AAB avec leurs analogues théoriques. Il faut préalablement corriger les paramètres γ et δ de l'influence de tous les effets indirects connus. Dans notre cas ce sont les effets de couverture, de topographie et de l'influence des zones lointaines de la marée océanique.

Nous donnons dans la Table 1 les paramètres ϵ et σ pour l'on de M_2 qui est la mieux déterminée, obtenus dans les stations clinométriques du profil Kiev-Artemovsk avant et après l'introduction des corrections mentionnées. Les résultats des observations dans les stations clinométriques de Kailo-Libknekhtovsk et Kiev ont pu être perturbés par l'effet de couverture. Nous n'avons utilisé ici que ceux qui ne renferment pas notoirement de perturbations de ce type (5).

D'après les conditions du relief, l'effet de topographie peut être important dans les stations de Kiev, Beresovaïa, Roudka, Pokrovskaiïa, Bagatechka et Poltava-Soudievka. Dans ces trois dernières il a été évalué aussi et on a introduit dans les paramètres ϵ et σ les corrections correspondantes (2) (Table 1). Malheureusement pour la station de Kiev l'effet de topographie n'a pas pu être calculé.

Par les observations des variations de marées effectuées à Poltava pour déterminer les nombres de Love il est utile de n'utiliser que les plus précises obtenues dans la période de 1980 à 1981 (3) (Table 2).

Les corrections de l'effet indirect des marées océaniques retenues dans les données des tables 1 et 2 ont été calculées à partir des cartes cotidales globales de Schwiderski (15). Ces cartes sont construites sur la base du partage de la sphère terrestre en trapèzes de un degré en tenant compte de l'effet réciproque des marées terrestres et océaniques. A l'inverse de la plupart des cartes globales précédentes, ces cartes (15) englobent aussi l'océan Arctique. Les marées dans la Méditerranée, non décrites dans ces cartes ont été prises en considération complémentirement d'après les cartes de Chiaruttini (14). Cependant étant donné les petites amplitudes des marées terrestres et de l'éloignement relatif des stations de marées terrestres examinées, les marées de la Méditerranée n'ont pas exercé d'effet sensible puisque les résultats finaux ont varié de pas plus de 0,2%.

TABLE 1
Paramètres de la marée élastique dans les stations du profil
Kiev-Artemovsk pour l'onde M_2

Station	Nord - Sud			
	1		2	
	ø degré		ø degré	
	γ		γ	
Kiev	0.704±0.026	+1.6±2.3	0.717	+2.0
Beresovaïa Roudka	0.712±0.005	-1.2±0.8	0.714	-0.8
Pokrovskaïa Bagatchka	0.684±0.008	-1.0±0.6	0.667	-0.3
Poltava-Soudievka	0.681±0.003	+1.1±0.2	0.683	+1.1
Chevtchenkovo	0.699±0.008	+0.6±1.0	0.709	+0.6
Caterinovka	0.689±0.009	-1.1±0.9	0.699	-1.1
Karlo-Libknecktovsk	0.688±0.003	-0.3±1.3	0.697	-0.5
Moyenne vectorielle	0.6940±0.0048	0.0±0.4	0.6979±0.0046	+0.1±0.2

Station	Est - Ouest			
	1		2	
	ø degré		ø degré	
	γ		γ	
Kiev	0.718±0.046	-5.5±2.5	0.694	-2.8
Beresovaïa Roudka	0.718±0.005	-4.2±0.5	0.697	-1.7
Pokrovskaïa Bagatchka	0.717±0.008	-4.9±0.7	0.690	-2.8
Poltava-Soudievka	0.717±0.002	-3.6±0.2	0.697	-1.3
Chevtchenkovo	0.710±0.007	-4.2±1.1	0.693	-2.0
Caterinovka	0.714±0.006	-0.5±0.5	0.699	+1.7
Karlo-Libknecktovsk	0.718±0.003	-1.1±1.4	0.704	+0.9
Moyenne vectorielle	0.7161±0.0018	-3.5±0.7	0.6960±0.0030	-1.1±0.4

Remarque. Les paramètres 1-observés, 2- avec la correction de la topographie et la marée océanique.

TABLE 2
Paramètres des ondes de marées principales δ et ϕ à la station de Poltava

Onde	! avant l'introduction des ! ! corrections de la marée ! ! dans l'océan !		! après l'introduction des ! ! corrections de la marée ! ! dans l'océan !		
	δ	$\Delta \phi$ degré	δ	$\Delta \phi$ degré	
M_2	1.1749±0.0010	-0.47±0.05!	1.1574	-0.47	!
S_2	1.1668±0.0022	-0.77±0.11!	1.1551	-0.48	!
O_1	1.1525±0.0021	-0.13±0.11!	1.1554	-0.27	!
K_1	1.1319±0.0014	-0.24±0.07!	1.1337	-0.30	!

Remarque. On a introduit dans les données les corrections de l'inertie à la normale ellipsoïdale et de la nutation forcée.

Le calcul de l'influence des marées océaniques sur les observations de marées terrestres a été fait d'après la méthode (9) par sommation des effets des surfaces séparées selon lesquelles a été partagée la sphère terrestre. Les fonctions de Green correspondantes décrivant l'influence des composantes de l'effet indirect déterminées par la déformation de la Terre et de son pôle gravitationnel ont été calculées sur la base des nombres de charge de Love pour le modèle terrestre N°508 de Gilbert et Dziewonski (10). Etant donné que, dans les cartes cotidales de Schwiderski on a relevé une petite perturbation de la loi de conservation des masses, on a introduit dans les cartes des petites corrections proportionnelles aux amplitudes des marées dans chaque trapèze d'un degré. Ces cartes cotidales corrigées ont servi aussi de données de départ pour le calcul des corrections de l'effet indirect des marées océaniques sur les variations de la pesanteur et des inclinaisons.

Pour les stations clinométriques examinées, les corrections aux paramètres δ et ϕ pour la fréquence de l'onde M_2 , obtenues d'après les cartes cotidales de Schwiderski atteignent 3 à 4% et diffèrent sensiblement des valeurs obtenues précédemment à partir des cartes globales de Bogdanov (6). Les corrections et les variations de marées pour la station de Poltava obtenues pour les deux cartes cotidales sont voisines.

TABLE 3
Nombres de Love k obtenus avec l'utilisation du rapport h/k

Facteur	!avant introduction des !corrections de la marée !océanique		!après introduction des !corrections de la marée !océanique	
	Modèle I	Modèle II	Modèle I	Modèle II
γ (NS)	0.306	0.299	0.296	0.289
γ (EW)	0.280	0.273	0.298	0.291
δ	0.336	0.320	0.303	0.289

Nous essayerons d'estimer qualitativement, d'après les résultats des observations, la sûreté des corrections de l'influence des zones lointaines des marées océaniques et de leur erreur. Pour cela nous utiliserons en plus les données de la Table 3 dans laquelle sont données les valeurs des nombres de Love k calculés d'après les valeurs γ et δ de l'onde M_2 (tables 1, 2) et le rapport h/k pour les modèles I et II de la structure interne de la Terre de Molodenski.

Les Tables 1 et 3 permettent de tirer les conclusions suivantes:

1. l'introduction des corrections de l'influence des zones lointaines de la marée océanique sur le paramètre γ pour les deux directions nord-sud et est-ouest n'a pratiquement pas changé les erreurs sur leurs moyennes vectorielles;
2. la différence γ (NS) - γ (EW) a diminué jusqu'à une valeur plus petite que les erreurs quadratiques moyennes c'est-à-dire qu'elle a pratiquement disparu;
3. si avant l'introduction des corrections dues à l'influence des zones lointaines de la marée océanique la dispersion du paramètre k (table 3) pour le modèle Molodensky I atteignait 0.056 unité, le modèle II était de 0.047 unité, après l'introduction des corrections elle a diminué respectivement de 0.007 et 0.002 unité.

De ce qui est proposé il s'ensuit que les corrections de l'influence des zones lointaines de la marée océanique calculées pour AAB sont tout à fait réelles mais leurs erreurs de la détermination des valeurs γ et δ . Admettons arbitrairement que l'introduction des corrections dues à l'influence des zones lointaines de la marée océanique dans γ et δ augmente leur erreur de 50%.

Puisque (table 1) les paramètres régionaux dans les directions nord-sud et ouest-est pour AAB correspondent entre eux après introduction des corrections de l'influence de la marée océanique, alors pour la détermination des nombres de Love il est

utile de faire leur moyenne. Nous obtenons la moyenne vectorielle $\gamma = 0.6965 \pm 0.011$, $\varphi = -0.74^\circ \pm 0.59^\circ$. En augmentant les erreurs de γ et δ de 50% pour déterminer les nombres de Love nous obtenons deux valeurs: $\gamma = 0.6965 \pm 0.0017$ et $\delta = 1.1574 \pm 0.0015$. Nous trouverons d'après les formules (1) $h = 0.5957 \pm 0.0057$ et $k = 0.2922 \pm 0.0044$.

A présent la précision comparative de la détermination des nombres de Love est obtenue par l'analyse des résultats des observations de la variation de la vitesse de rotation de la Terre sous l'effet de la marée zonale à longue période et par les observations au laser des satellites artificiels de la Terre. Par le premier procédé (11) on a trouvé $k = 0.301 \pm 0.004$. Par le second procédé (12) et pour la seconde harmonique zonale on a obtenu $k = 0.300 \pm 0.001$. Le nombre h a été déterminé avec une précision sensiblement moindre dans le travail (7) pour l'analyse des observations extensométriques effectuées (81 stations) sur tout le globe terrestre: $h = 0.610 \pm 0.027$.

Dans les limites des erreurs les déterminations des nombres de Love s'accordent entre elles. Cependant les observations de marées terrestres ont cette prédominance qu'elles donnent les deux nombres h et k simultanément et indépendamment. Cela permet de trouver leur rapport qui joue un rôle important dans la comparaison des différents modèles de la structure interne de la Terre et des théories de sa rotation. Les valeurs de h/k pour les modèles théoriques de Molodenski sont 2.023 (I modèle) et 2.046 (II modèle) et la valeur observée pour AAB est égale à 2.039 ± 0.036 .

Ainsi il suffirait d'augmenter de quatre fois la précision de détermination du rapport h/k pour obtenir une déduction significative en faveur de l'un ou l'autre modèle.

Les valeurs des nombres de Love déterminées d'après la variation de la vitesse de rotation de la Terre et par la moyenne des observations extensométriques sont globales et caractérisent toute la Terre. Les deux autres procédés ont un caractère régional. La différence ne dépasse pas 1 à 2% avec la même erreur.

Les observations des inclinaisons de marées sont faites dans la station Karlo-Lihknechtovsk dans une mine de sel à la profondeur de 120m, dans quatre salles et sur huit socles (5). Les résultats obtenus là permettent d'utiliser également pour la détermination des nombres de Love les constantes harmoniques de l'onde O_1 dans la direction est-ouest. Après l'introduction de toutes les corrections d'après les formules (1) on a obtenu $k(O_1) = 0.283 \pm 0.042$ et $h(O_1) = 0.580 \pm 0.065$.

BIBLIOGRAPHY

1. *Баленко В. Г.* Исследование наклонов земной поверхности по профилю Киев—Артёмовск.— Киев : Наук. думка, 1980.—174 с.
2. *Баленко В. Г.* Эффект топографии в приливных наклонах на станциях профиля Киев—Артёмовск // Вращение и прилив. деформации Земли.— 1981.— Вып. 13.— С. 3—10.
3. *Баленко В. Г., Булацен В. Г., Новикова А. Н.* Приливные изменения силы тяжести в Полтаве в 1980—1981 гг. // Там же.— 1983.— Вып. 15.— С. 3—11.
4. *Баленко В. Г., Булацен В. Г., Шляховый В. П. и др.* Приливные изменения силы тяжести в Полтаве с 1973 по 1976 гг. // Там же.— 1978.— Вып. 10.— С. 3—14.
5. *Баленко В. Г., Кутный А. М., Новикова А. Н.* Наклономерные наблюдения в К.-Либкнехтовске по программе изучения эффекта полости // Там же.— 1979.— Вып. 11.— С. 18—23.
6. *Богданов К. Т.* Приливы мирового океана.— М. : Наука, 1975.—109 с.
7. *Латынина Л. А.* Результаты экстензометрических исследований в геодинимике: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук.— М., 1985.—37 с.
8. *Матвеев П. С., Голубицкий В. Г., Богдан И. Ю. и др.* Уточненные значения параметров земного прилива для пунктов профиля Сумы—Херсон // Вращение и прилив. деформации Земли.— 1977.— Вып. 9.— С. 16—33.
9. *Перцев Б. П.* Влияние морских приливов ближних зон на земноприливные наблюдения // Изв. АН СССР. Физика Земли.— 1976.— № 1.— С. 13—22.
10. *Перцев Б. П., Иванова М. В.* Расчет нагрузочных чисел Лява для земной модели № 508 Гильберта и Дзивонского // Изучение земных приливов.— М. : Наука, 1980.— С. 42—47.
11. *Пильник Г. П.* Астрономические наблюдения земных приливов // Изв. АН СССР. Физика Земли.— 1970.— № 3.— С. 3—14.
12. *Романова Г. В.* Определение числа Лява k из лазерных наблюдений искусственных спутников Земли: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук.— М., 1984.—14 с.
13. *Шляховый В. П.* О сезонных искажениях параметров основных приливных волн на станции «Судневка» по наблюдениям с автокомпенсационными наклономерами // Вращение и прилив. деформации Земли.— 1983.— Вып. 15.— С. 30—37.
14. *Chiaruttini C.* Tidal loading on the Italian peninsula // Geophys. J. Roy. Astron. Soc.— 1976.—46, N 3.— P. 773—793.
15. *Schwiderski E.* On charting global ocean tides // Rev. Geophys. and Space Phys.— 1980.—18, N 1.— P. 243—268.

Long - period thermoelastic deformations and their
influences on the extensometric and tidal measurements

Brimich L., Hvoždara M., Geophysical Institute of the Slovak
Academy of Sciences, Dúbravská c., 841 03 Bratislava,
Czechoslovakia .

The surface of the earth is subject to a wide spectrum of thermal variations. Owing to the thermal expansion of surface rocks, these temperature variations will induce the strains and tilts in the earth. Thermoelastic deformations due to the temperature variation can be considered as noise in tidal and extensometric measurements and it is very important to estimate the magnitude of these thermoelastic effects.

The estimation of the thermoelastic deformation based on the solution of the quasistationary thermoelastic equation was treated in papers [1, 2]. The purpose of this study is to estimate the components of the tensor of the thermoelastic deformations based on the solution of the time - harmonic thermoelastic equation and the comparison of their time variation with the slow deformations observed on the tidal station in Vyhne [3]. The surface region of the rock massif surrounding the gallery with the tidal station is considered to be a homogeneous elastic halfspace, $z \geq 0$, with a horizontal surface and Lamé's elastic constants λ and μ . Its temperature conductivity is κ and the coefficient of thermal linear expansion α /Fig. 1/. It is also assumed that the temperature on surface $z = 0$ varies harmonically with the time t , ω being the circular frequency and A the amplitude of the temperature wave at

the surface, i.e. $T|_{z=0} = A \cos \omega t$. From the solution of the heat conduction equation [4,5] we know that the temperature variation at depth z is given by :

$$T(z,t) = A \exp(-z/\delta) \cos(\omega t - z/\delta) , \quad (1)$$

where $\delta = \sqrt{2\kappa/\omega}$. The field of elastic deformations due to these temperature variations can be obtained by solving the non-stationary thermoelastic equation [6]:

$$(\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u} + \mu \nabla^2 \vec{u} - \gamma \text{grad } T = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} , \quad (2)$$

where $\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha$. In this particular case the displacement $\vec{u}$ will display only a non-zero z -component which is independent of horizontal coordinates x and y , i.e. $\vec{u} = (0, 0, u_z)$, $u_z = u_z(z)$ and so we obtain :

$$(\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u} + \mu \nabla^2 \vec{u} = (\lambda + 2\mu) \frac{d^2 u_z}{dz^2} .$$

If the temperature $T(z,t)$ is considered to be a complex function,

$$T(z,t) = A \exp(-kz) \exp(i\omega t) , \quad (3)$$

where $k = (1+i)/\delta = (1+i)\sqrt{\omega/2\kappa}$ and the operator $\partial/\partial t$ is replaced by multiplication by $i\omega$, Eq. (2) can be expressed as

$$\frac{d^2 u_z}{dz^2} + s_p^2 u_z = -k \gamma A \exp(-kz) \exp(i\omega t) , \quad (4)$$

where $s_p^2 = \omega^2/v_p^2 = \omega^2 \rho / (\lambda + 2\mu)$, v_p being the velocity of P-waves, ρ the rock density. The particular solution of the homogeneous equation $d^2 u_z / dz^2 + s_p^2 u_z = 0$ reads $u_z^0 = M \exp(-is_p z)$. The inhomogeneous equation of the type :

$$\frac{d^2 f}{dz^2} + s_p^2 f = C \exp(-kz) , \quad (5)$$

where $C = \gamma k A / (\lambda + 2\mu)$, can be solved using the method of

variation of parameter. The solution of this equation is :

$$f(z) = \frac{C}{k^2 + s_p^2} \exp(-kz) \quad (6)$$

and the general expression for u_z will then read :

$$u_z = M \exp(-is_p z) + \frac{C}{k^2 + s_p^2} \exp(-kz). \quad (7)$$

The integration constant M can be determined from the boundary conditions. The stress $\tau_{zx} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z}$ at the free boundary is zero, i.e. $\tau_{zx} \Big|_{z=0} = 0$. The integration constant M then becomes :

$$M = \frac{ikC}{s_p(k^2 + s_p^2)}.$$

The resultant solution of Eq.(4) will then read :

$$u_z = \frac{C}{k^2 + s_p^2} \left\{ \frac{ik}{s_p} \exp[i(\omega t - s_p z)] + \exp[i(\omega t - kz)] \right\}. \quad (8)$$

This indicates that a plane P - wave is propagating in the half-space along the z - axis at velocity v_p , frequency ω . Using the displacement expressed in complex form in Eq. (3), we are able to estimate the thermoelastic deformation within half-space being considered. The linear deformation in the z - direction will read :

$$\begin{aligned} \epsilon_{zz} = \text{Re} \left\{ \frac{\partial u_z}{\partial z} \right\} = & - \frac{4\pi A}{(\lambda + 2\mu)(4 + s_p^4 \sigma^4)} \left\{ \cos(\omega t - s_p z) - \right. \\ & \left. - \exp(-z/\sigma) \cos(\omega t - z/\sigma) \right\} + \frac{2\pi A s_p^2 \sigma^2}{(\lambda + 2\mu)(4 + s_p^4 \sigma^4)} \times \\ & + \left\{ \sin(\omega t - s_p z) + \exp(-z/\sigma) \sin(\omega t - z/\sigma) \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

With the aid of the solution of the time - harmonic thermoelastic equation, expressed by (8), we can also compute the thermoelastic deformations inside a slope inclined at angle φ /Fig.

2/. The coordinate axis x and y are assumed to lie in the slope's plane and the z - axis is perpendicular to it. To determine the thermoelastic deformation in a horizontal gallery, we shall introduce a new coordinate system (ξ, η, ζ) whose ξ -axis makes the angle φ with the z - axis, the η axis is identical with the y - axis and the ζ axis is in the horizontal plane. The displacements along axes ξ and ζ will then be :

$$u_{\xi} = u_z \sin \varphi, \quad u_{\zeta} = u_z \cos \varphi, \quad (10)$$

where $z = \xi \sin \varphi + \zeta \cos \varphi$.

By substituting the solution of the time - harmonic thermoelastic equation (8) into (10) we arrive at :

$$u_{\xi} = \frac{\gamma k A \sin \varphi}{(\lambda + 2\mu)(k^2 + s_p^2)} \left\{ \frac{ik}{s_p} \exp[i(\omega t - s_p z)] - \exp(-z/\sigma) \cos(\omega t - z/\sigma) \right\}$$

$$u_{\zeta} = \frac{\gamma k A \cos \varphi}{(\lambda + 2\mu)(k^2 + s_p^2)} \left\{ \frac{ik}{s_p} \exp[i(\omega t - s_p z)] - \exp(-z/\sigma) \cos(\omega t - z/\sigma) \right\}. \quad (11)$$

The components of the tensor of deformation $\epsilon_{\xi\xi}$, $\epsilon_{\zeta\zeta}$, $\epsilon_{\xi\zeta}$ then become :

$$\epsilon_{\xi\xi} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial u_{\xi}}{\partial \xi} \right\} = \frac{4\gamma A \sin^2 \varphi}{(\lambda + 2\mu)(4 + s_p^4 \sigma^4)} \left\{ \exp[-(\xi \cos \varphi + \zeta \sin \varphi)/\sigma] \times \right.$$

$$\times \cos[\omega t - (\xi \cos \varphi + \zeta \sin \varphi)/\sigma] - \cos[\omega t - s_p(\xi \cos \varphi + \zeta \sin \varphi)] \left. \right\} -$$

$$- \frac{2\gamma A \sin^2 \varphi s_p^2 \sigma^2}{(\lambda + 2\mu)(4 + s_p^4 \sigma^4)} \left\{ \exp[-(\xi \cos \varphi + \zeta \sin \varphi)/\sigma] \times \right.$$

$$\times \sin[\omega t - (\xi \cos \varphi + \zeta \sin \varphi)/\sigma] - \sin[\omega t - s_p(\xi \cos \varphi + \zeta \sin \varphi)] \left. \right\}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ff} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial u_f}{\partial f} \right\} = \frac{4\pi A \cos^2 \varphi}{(\lambda + 2\mu)(4 + s_p^2 \sigma^4)} \{ \exp [-(f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] \times \\ \times \cos [\omega t - (f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] - \cos [\omega t - s_p (f \cos \varphi + f \sin \varphi)] \} - \\ - \frac{2\pi A \cos^2 \varphi s_p^2 \sigma^2}{(\lambda + 2\mu)(4 + s_p^2 \sigma^4)} \{ \exp [-(f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] \times \\ \times \sin [\omega t - (f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] - \sin [\omega t - s_p (f \cos \varphi + f \sin \varphi)] \} , \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ff} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial u_f}{\partial f} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{\partial u_f}{\partial f} \right\} = \varepsilon_{ff} = \frac{4\pi A \cos \varphi \sin \varphi}{(\lambda + 2\mu)(4 + s_p^2 \sigma^4)} \times \\ \times \{ \exp [-(f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] \cos [\omega t - (f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] - \\ - \cos [\omega t - s_p (f \cos \varphi + f \sin \varphi)] \} - \frac{2\pi A \cos \varphi \sin \varphi s_p^2 \sigma^2}{(\lambda + 2\mu)(4 + s_p^2 \sigma^4)} \times \\ \times \{ \exp [-(f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] \sin [\omega t - (f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] - \\ - \sin [\omega t - s_p (f \cos \varphi + f \sin \varphi)] \} . \end{aligned}$$

Considering that s_p is very small for ω corresponding to the periods from 1 day to 1 year, we obtain for the limit $s_p \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ff} = \frac{\pi A \sin^2 \varphi}{\lambda + 2\mu} \{ \exp [-(f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] \cos [\omega t - (f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] - \\ - \cos \omega t \} , \\ \varepsilon_{ff} = \frac{\pi A \cos^2 \varphi}{\lambda + 2\mu} \{ \exp [-(f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] \cos [\omega t - (f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] - \\ - \cos \omega t \} , \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ff} = \varepsilon_{ff} = \frac{\pi A \cos \varphi \sin \varphi}{\lambda + 2\mu} \{ \exp [-(f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] \times \\ \times \cos [\omega t - (f \cos \varphi + f \sin \varphi) / \sigma] - \cos \omega t \} . \end{aligned}$$

The components of the tensor of deformation ε_{ff} , ε_{ff} , ε_{ff} given by Eq. (13) correspond to the solution of the quasistationary equation treated in [2].

The numerical calculations were made using the values of the elastic constants, of the heat conductivity and coefficient of thermal linear expansion for granite :

$$\begin{aligned} \lambda &= 2.24 \times 10^{10} \text{ Pa}, & \kappa &= 1.1 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}, \\ \mu &= 2.9 \times 10^{10} \text{ Pa}, & A &= 5 \text{ K}, \\ \nu_p &= 5500 \text{ ms}^{-1}, & \rho &= 2650 \text{ kg m}^{-3}, \\ \alpha &= 10^{-6} \text{ K}^{-1}. \end{aligned}$$

Using these values the penetration depth for the annual temperature variation comes out as $\delta = 3.32 \text{ m}$.

The results of the numerical calculations are showed in Figs 3, 4, 5. Fig. 3 shows the dependence of the amplitude of the thermoelastic deformations $|\varepsilon_{\xi\xi}|$ on the distance from the free boundary along the ξ -axis for slope angles $\varphi = 10^\circ, 15^\circ$ and 20° . Fig. 4 shows this dependance for the amplitude of the thermoelastic deformations $|\varepsilon_{\eta\eta}|$ along the η -axis. Fig. 5 shows the dependance of the amplitude of the thermoelastic deformations $|\varepsilon_{\xi\eta}|$ on the distance from the free boundary for $\xi = 0$ along the η -axis for slope angles $\varphi = 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$. The modulus $|\varepsilon_{\xi\xi}|$ represent the amplitude of tilts in a horizontal gallery due to the thermal variations of surface rock. At the surface of the halfspace /slope/ the deformation is zero in agreement with the boundary condition for the stress at the free boundary. One can also see that the deformations are increasing at depths of about 40 m, below which their value is almost constant. This follows from the limit of Eqs (12) for $\xi \rightarrow \infty$. It is interesting to note that, although the annual temperature variation penetrates to a depth of about $3\delta \approx 10 \text{ m}$, the deformation due to it occurs at all depths within the

halfspace, because the effect of the thermoelastic forces is transmitted from its surface region.

The results of the numerical calculations, shown in Fig. 6 depict the variation of the thermoelastic deformations for slopes with angles $\varphi = 10^\circ$, 15° and 20° at a distance 110 m from the boundary along the ξ -axis /see Fig. 2/ and the curve of the variation of slow deformations derived from the extensometric measurements at the tidal station in Vyhne. The annual variation of the thermoelastic deformations was calculated for various distances from the free boundary. We give their values at distance $\xi = 110$ m because this is the distance the free end of the extensometer from the entrance to the gallery. The amplitude of the annual temperature variation was taken to be only 5°K because the gallery in Vyhne is located beneath an afforested slope and also the soil cover above the rock massif is 30 - 50 cm thick, which also attenuates the temperature variation at the surface of the rock massif. The angle of the slope above the gallery varies between 16° and 21° . The model of the thermoelastic deformations of a halfspace inclined at the angle $\varphi \approx 10^\circ$ is able to provide a fairly good explanation of the variations of the slow non - tidal deformations observed at the tidal station in Vyhne.

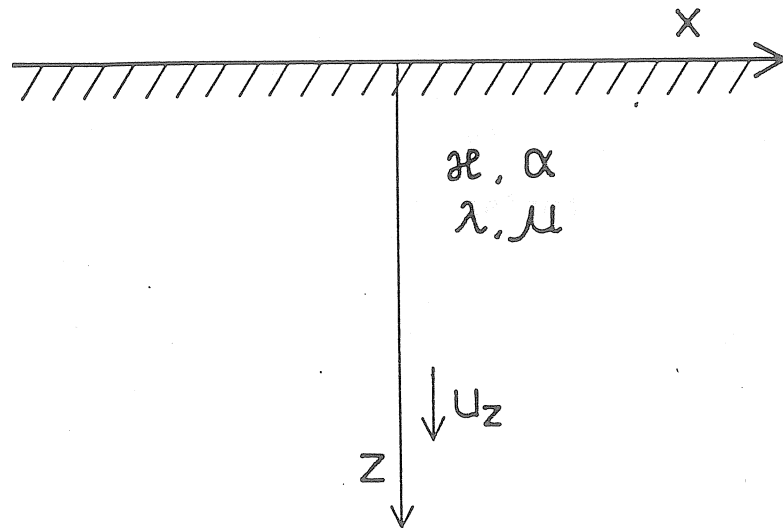


Fig. 1 Homogeneous elastic halfspace with a horizontal surface

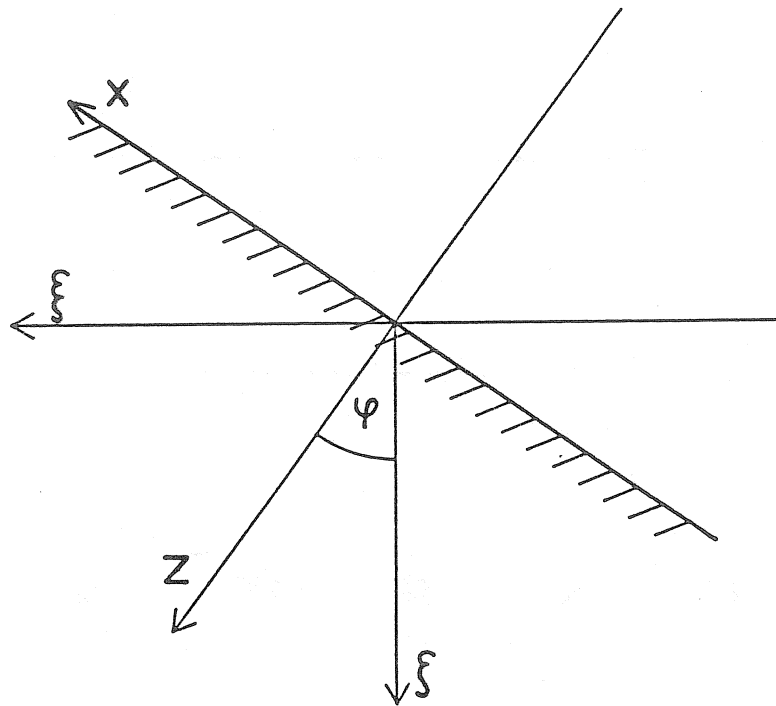
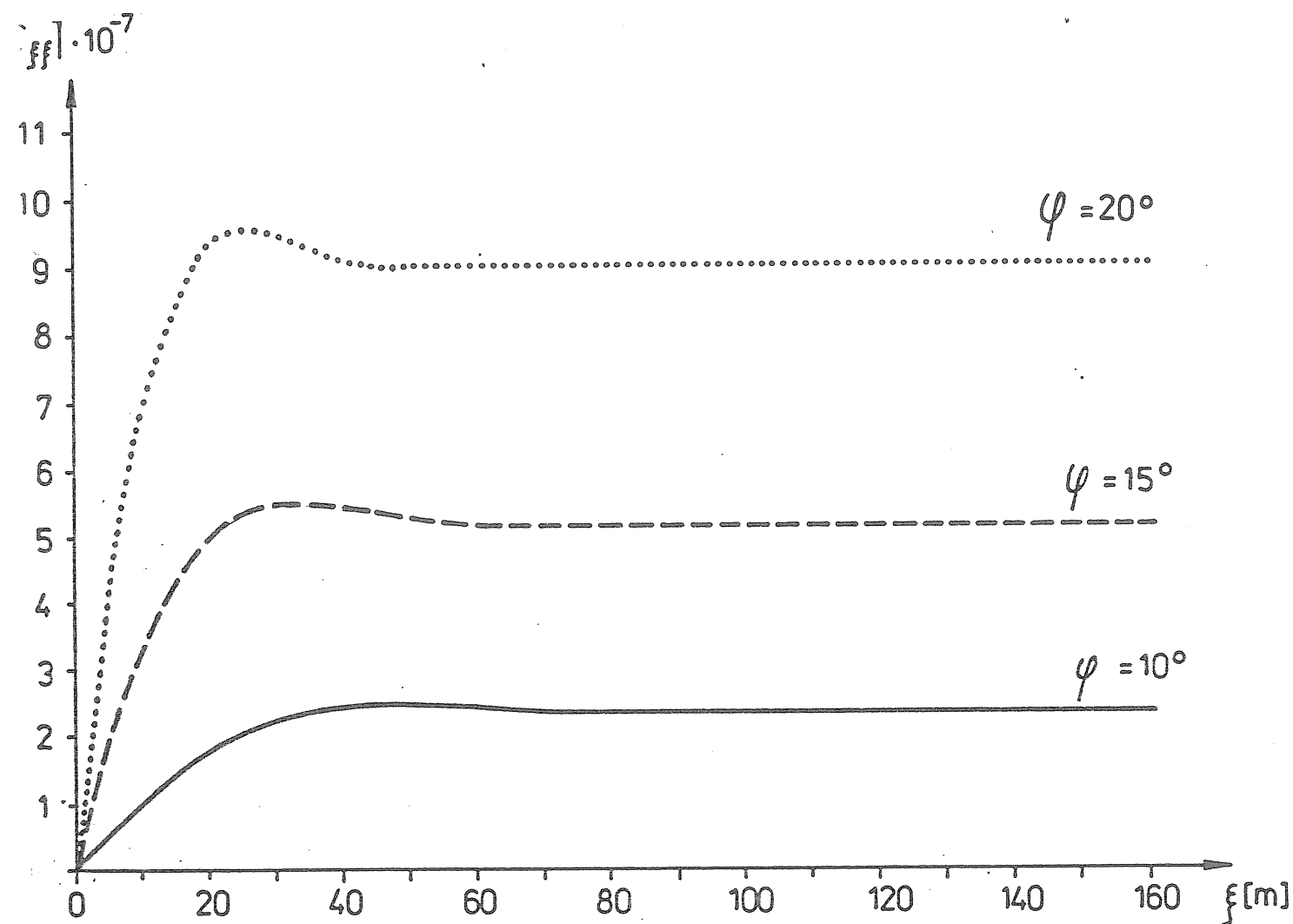


Fig. 2 Inclined homogeneous elastic halfspace /slope inclined at angle $\varphi/$.

Fig. 3 Dependence of amplitudes $|\varepsilon_{\xi\xi}|$ of the calculated thermoelastic deformations on the distance from the free boundary along the ξ -axis for slopes inclined at angles $\varphi = 10^\circ$ (solid curve), $\varphi = 15^\circ$ (dashed curve), $\varphi = 20^\circ$ (dotted curve).



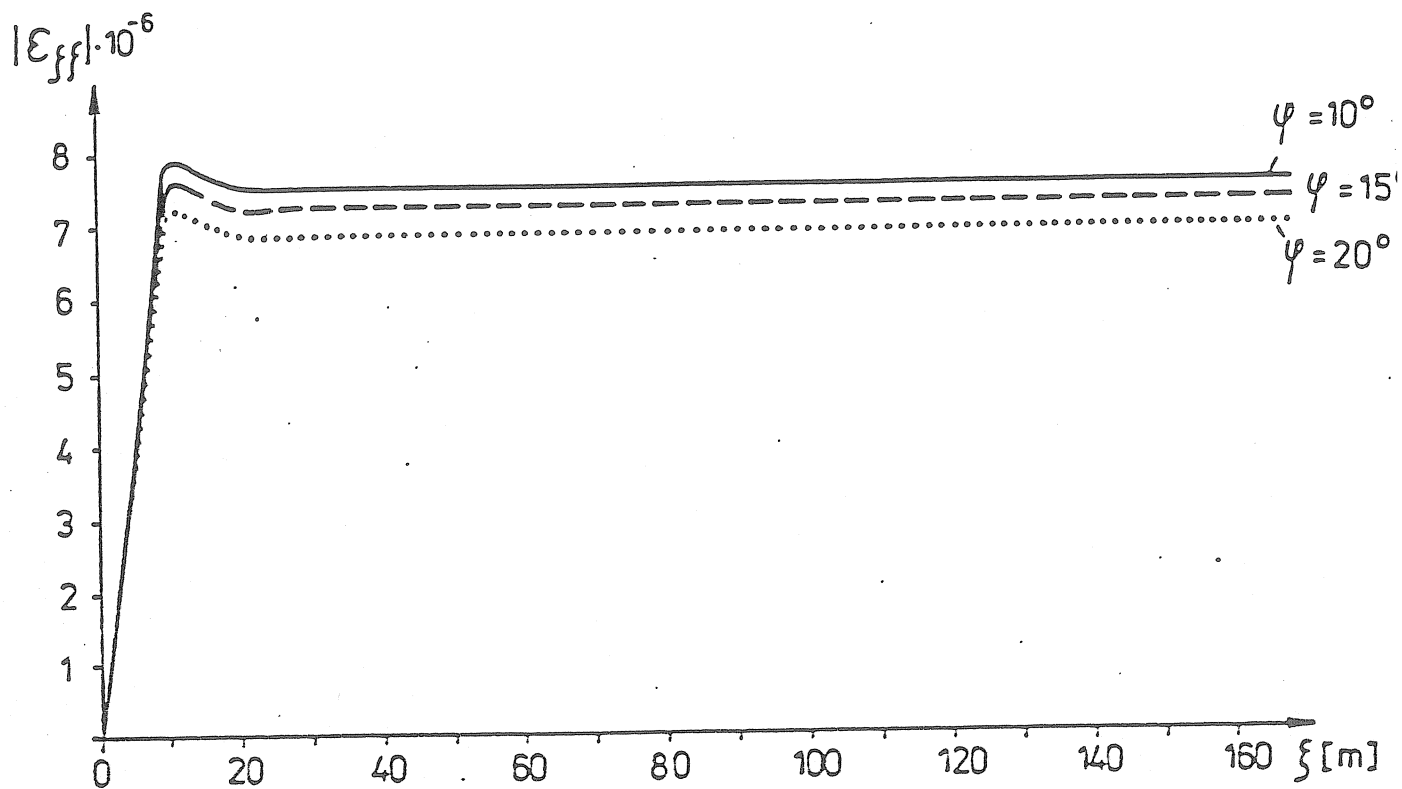


Fig. 4 Dependence of amplitudes $|\epsilon_{\xi\xi}|$ of the calculated thermoelastic deformations on the distance from the free boundary along the ξ -axis for slopes inclined at angles $\psi = 10^\circ$ (solid curve), $\psi = 15^\circ$ (dashed curve), $\psi = 20^\circ$ (dotted curve).

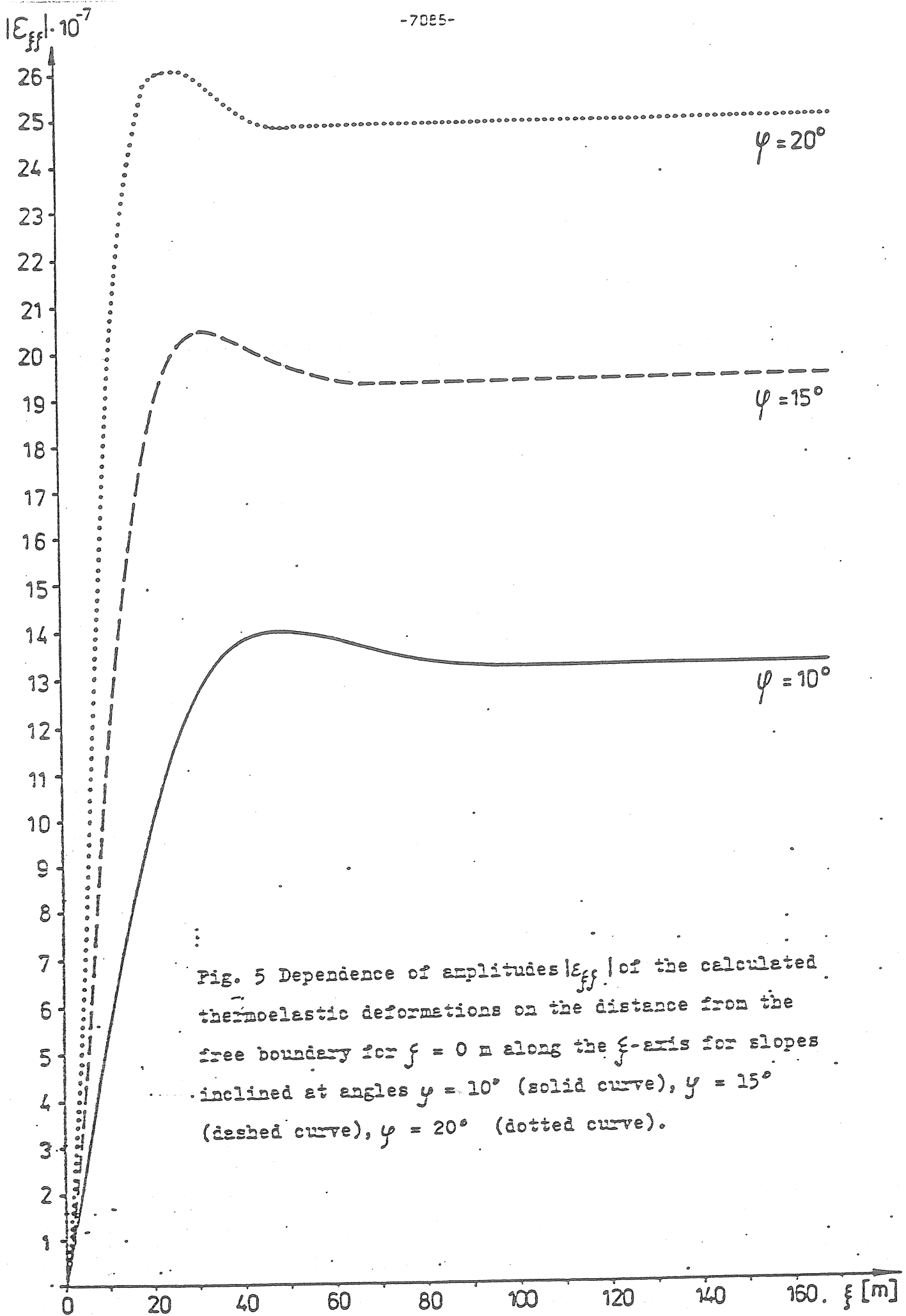


Fig. 5 Dependence of amplitudes $|\epsilon_{\xi\xi}|$ of the calculated thermoelastic deformations on the distance from the free boundary for $\xi = 0$ m along the ξ -axis for slopes inclined at angles $\gamma = 10^\circ$ (solid curve), $\gamma = 15^\circ$ (dashed curve), $\gamma = 20^\circ$ (dotted curve).

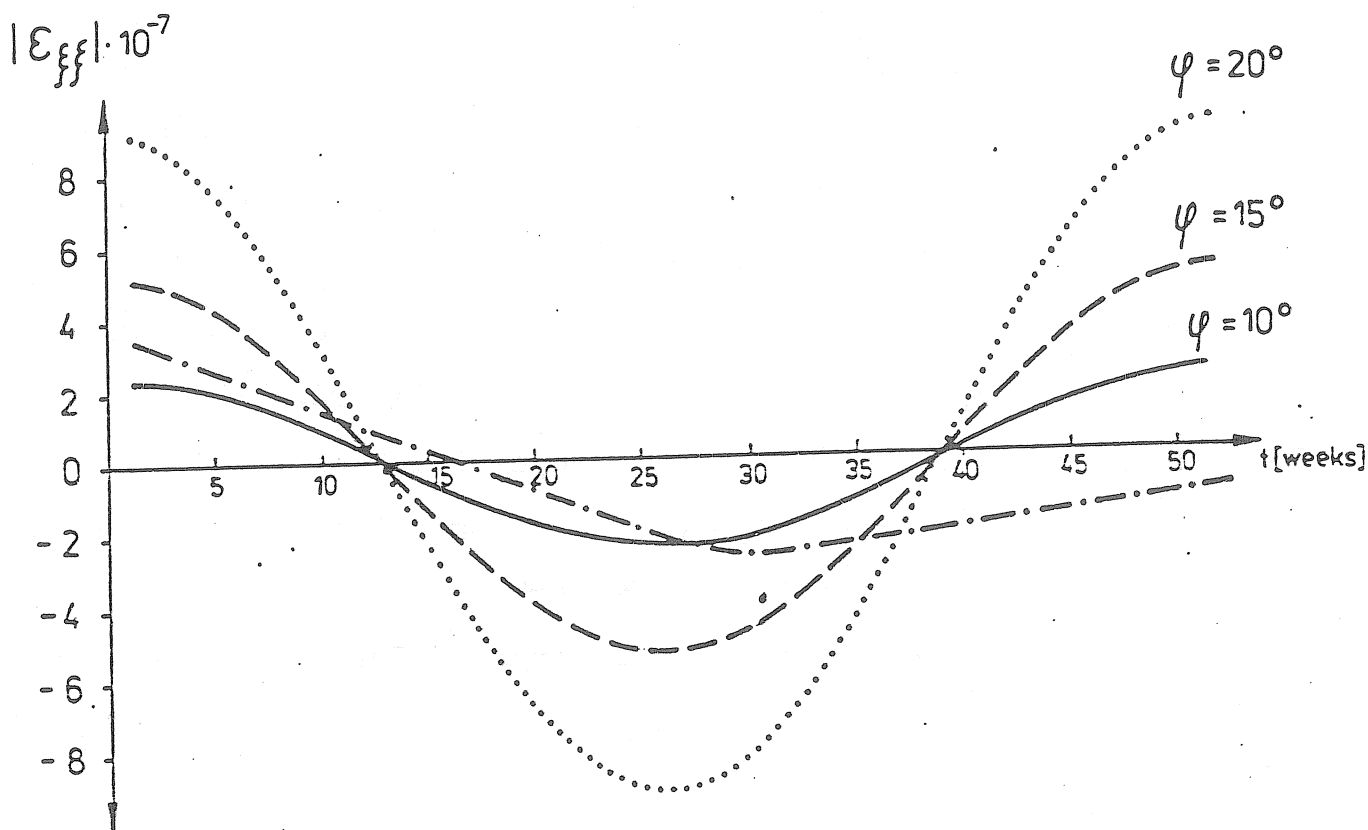


Fig. 6 Time variation of the computed elastic deformations for the slope inclined at angle $\varphi = 10^\circ$ (solid curve), $\varphi = 15^\circ$ (dashed curve), $\varphi = 20^\circ$ (dotted curve) and the slow deformation observed at Vyhne station (dot-dashed curve).

References

- [1] Harrison J.C., Herbst K. : Thermoelastic tilts and strains revisited, *Geophys.Res.Lett.*, 4, 1977, p.535.
- [2] Hvoždara M., Brimich L. : Thermoelastic deformations due to the annual temperature variation at the tidal station in Vyhne, *Studia geophys. et geodeat.*, in print.
- [3] Rosa K., Kubáčková L., Hudec P., Širokov I.A. : The tidal station of the Geophysical Institute of the Slovak Academy of Sciences in Vyhne, *Contrib. Geophys. Inst. Slov. Acad. Sci.*, 7, 1977, p. 209.
- [4] Carslaw H.S., Jaeger J.C. : *Conduction of heat in solids*, Oxford at the Clarendon Press, Oxford, 1973.
- [5] Turcotte D.L., Schubert G. : *Geodynamics - Applications of continuum physics to geological problems*, John Wiley & Sons, New York, 1982.
- [6] Nowacki W. : *Thermoelasticity*, Pergamon Press, Oxford, 1962.

Traduction

OBSERVATIONS DES VARIATIONS DE LA FORCE DE PESANTEUR AU MOMENT DE
L'ECLIPSE SOLAIRE DU 31 JUILLET 1981

D.G. Gridniev, You. K. Saritcheva, V. You. Timofeyev

Académie des Sciences d'URSS, Section de Sibérie, Novossibirsk,
1985.

Géologie et Géophysique N° 3, pp 93-100.

La mesure de l'absorption du champ gravitationnel par la matière est l'un des problèmes expérimentaux dans le domaine de la gravitation. Une confirmation expérimentale de l'existence d'une telle absorption témoignerait en faveur de l'hypothèse corpusculaire de l'attraction {4} selon laquelle l'univers est rempli de particules se déplaçant à de grandes vitesses à travers n'importe quel objet cosmique, perdant ainsi une petite partie de leur impulsion, proportionnellement à la valeur de cette impulsion, à la densité de la matière et à la longueur de parcours des particules. Des forces d'attraction apparaissent dans l'espace, entre deux corps, comme résultat de l'effet d'écran réciproque de ces corps parce que la somme des impulsions provenant des flux opposés des particules passant au travers des corps, est plus petite que la somme des impulsions venant des particules issues des autres directions à cause de l'absorption par ces corps d'une partie des impulsions {1}. Cette hypothèse a initialement été énoncée par M.V. Lomonossov.

La première expérience de laboratoire visant à la découverte et à l'évaluation de l'absorption de la gravitation par la matière a été celle de Majorana (1919 à 1930) avec un écran massif appliqué lors de la pesée de charges. Majorana a admis que l'affaiblissement du flux de gravitation est proportionnel à la valeur du flux, à l'épaisseur et à la densité de l'écran. La série la plus réussie de ces expériences a donné pour la valeur du coefficient d'absorption $h = 2,8 \cdot 10^{-12}$ cgs. Cependant, il est difficile de créer dans les conditions de laboratoire un écran assez puissant. C'est pourquoi l'utilisation d'un écran naturel - la Lune couvrant le Soleil au moment des éclipses solaires totales constitue une expérience d'avenir pour la détermination du coefficient d'absorption h .

En 1954 au moment de l'éclipse solaire du 30 juin l'ingénieur français P. Allais a observé un retournement anormal du plan d'oscillation du pendule paraconique (jusque 15°) en corrélation avec les phases d'éclipse. La même année R. Brein en Norvège du Sud et R. Tomaschek dans les îles d'Ecosse ont réalisé des observations dans la zone d'éclipse totale. Deux gravimètres Frost et un gravimètre Worden utilisés par R. Tomaschek ont assuré une précision du résultat moyen pour tous les appareils à $\pm 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$ mais aucun effet anormal n'a été enregistré. R. Brein a noté une certaine anomalie et a estimé la valeur $h = 3 \cdot 10^{-15} \text{ cgs}$. On n'a pas noté d'anomalie au Japon où l'on a fait, à l'aide du gravimètre GS-11, des observations régulières des variations de marées.

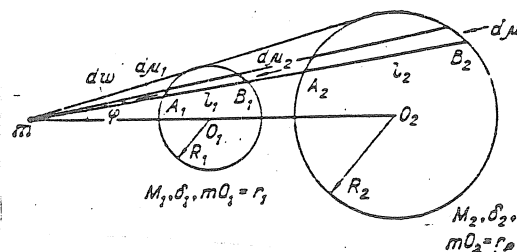


Figure 1. Calcul de l'absorption de la gravitation dans les masses de la Lune (M_1) et du Soleil (M_2).

En 1960 à la réunion de Berlin des représentants des pays d'Eurasie les participants ont recommandé la réalisation d'observations gravimétriques pendant l'éclipse solaire du 15 février 1961 [6]. Ces observations ont donné des résultats contradictoires. A Bouzoulka les collaborateurs du BHNKA Nephtegaz ont enregistré, à l'aide du gravimètre FB II-2 garantissant une erreur quadratique moyenne de $\pm 0,01 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$, une diminution (au lieu de l'augmentation calculée) de la force de pesanteur de $(0,05 - 0,08) \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ [2]. Les observations dans le bâtiment de MRV à Moscou avec les gravimètres Noorgaard et TAK-4M ont indiqué une diminution de la force de pesanteur atteignant respectivement $0,6 \cdot 10^{-5}$ et $1 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$. Au même moment on n'a pas enregistré d'anomalie avec l'appareil TAK-GH au BHHH Géophysique dans les limites de précision de $\pm 1 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$. Lors des observations à Iaroslavl [5] on a obtenu une augmentation de la force de pesanteur mais ne correspondant pas aux résultats de Majorana. Les observations à Rostov sur le Don [2] avec deux gravimètres TAK-GM et un GS-11 n'ont pas enregistré l'effet d'écran. Les chercheurs de l'Institut de Physique Terrestre de l'Académie des Sciences d'URSS [3] sont arrivés à une conclusion analogue sur la base de l'analyse des données des observations de marées par deux gravimètres GS-11 commencées à Kiev en août 1960.

En résumant les résultats de ces expériences et en s'appuyant sur des travaux actuels avec des gravimètres de haute précision on peut conclure que les observations les plus sûres sont celles qui ont été faites par des gravimètres enregistreurs de marées fonctionnant en régime au moins 5 à 6 mois avant le début de l'éclipse. Ces observations n'ont pas noté d'effet d'écran. Toutefois on ne peut pas considérer le problème comme résolu car la valeur calculée de l'effet est voisine de la limite de précision actuellement accessible. De plus les estimations théoriques sont approximatives {4, 7}.

Le point d'attraction matériel m se situe au centre d'homothétie des deux sphères homogènes de masses M_1 et M_2 de densité δ_1 et δ_2 , de rayons R_1 et R_2 et dont les distances des centres au point m sont r_1 et r_2 (fig. 1). Cette construction simule la situation au moment d'une éclipse solaire si M_1 est la Lune et M_2 le Soleil. Nous considérons que, dans toutes les directions, agit sur le point m un flux homogène de gravitation de sensité $d\mu$. Nous nous intéressons cependant seulement à la partie du flux atteignant le point m suivant la direction de l'axe du cône d'ouverture d construit au point m et coupé par la sphère M_1 selon le cône tronqué $A_1 B_1$ de hauteur l_1 , mais par la sphère M_2 , le cône $A_2 B_2$ de hauteur l_2 . Suivant la direction de l'axe d et l_2 le flux de gravitation subit une absorption par la matière des sphères selon une loi exponentielle. En effet si le flux $d\mu_2$ entre à droite dans le cône $A_1 B_1$ on a, à la sortie du corps M_1 le flux $d\mu_1$. La partie de flux absorbée suivant la direction dl_1 est égale à $d(d\mu_2) = d\mu_2 h \delta_1 dl_1$. En intégrant cette expression suivant l_1 , de A_1 à B_1 , nous obtiendrons pour le flux à la sortie du cône l'expression:

$$d\mu_1 = d\mu_2 \cdot e^{-h\delta_1 l_1}. \quad (1)$$

La diminution du flux à la sortie du cône tronqué correspond à la diminution de la densité de flux suivant la relation $\mu_1 = \mu_2 e^{-h\delta_1 l_1}$.

La force dF_1 d'attraction du point m par le cône $A_1 B_1$ est la somme vectorielle de l'impulsion absorbée par le point m par unité de temps.

$$[\Delta(d\mu_2) - \Delta(d\mu_1)] \cdot c, \quad (2)$$

où $(d\mu_2)$ est une partie du flux absorbé au point m en l'absence du corps M_1 ; $(d\mu_1)$ lui correspond si M_1 intervient; dans les crochets se trouve la partie de flux absorbée par la masse m . R. Tomaschek a démontré que

$$dF_1 = h\delta c^2 \frac{d\omega}{4\pi} (1 - e^{-h\delta_1 l_1}). \quad (3)$$

La force totale d'attraction du point matériel m par le corps sphérique homogène de masse M_1 est obtenue si on multiplie le membre droit (3) par $\cos \varphi$ et en tenant compte que $l_1 = 2 \sqrt{R_1^2 - r_1^2 \sin^2 \varphi}$ et $d\omega = 2\pi \sin \varphi d\varphi$, intégrée (3) pour φ de 0 jusqu'à $\arcsin R_1/r_1$. Si provisoirement on n'examine pas le corps M_2 , on

obtient la force avec laquelle le point m est attiré par le corps M_1 (et inversement):

$$F_1 = \Psi_1 \frac{GmM_1}{r_1^2} \quad (4)$$

où

$$G = \frac{\hbar^2 \rho c^2}{4\pi}.$$

ρ est ici la densité de flux de gravitation dans l'espace (en l'absence du corps M_1) C est la vitesse de la lumière;

$$\Psi_1 = \frac{3}{4} \left[\frac{1}{u_1} - \frac{1}{2u_1^3} + \left(\frac{1}{u_1^2} + \frac{1}{2u_1^3} \right) e^{-2u_1} \right] \quad u_1 = h\delta_1 R_1. \quad (5)$$

L'attraction du point m par le corps M_2 (en l'absence du corps M_1):

$$F_2 = \Psi_2 \frac{GmM_2}{r_2^2} \quad (6)$$

où pour 2 l'expression analogue à (5) moyennant changement de l'indice 1 en 2. L'attraction du point m par les corps M_1 et M_2 lors de l'effet d'écran réciproque sera ainsi exprimée par:

$$F_0 = \frac{\Psi_0}{\Psi_1} F_1 + \frac{\Psi_0}{\Psi_2} F_2, \quad (7)$$

où Ψ_0 est obtenu par (5) par remplacement de l'indice par 0 et dans l'hypothèse que $u_0 = u_1 + u_2$.

La somme des attractions du point m par les deux corps M_1 et M_2 est

$$F_1 + F_2 = \left(\Psi_1 \frac{M_1}{r_1^2} + \Psi_2 \frac{M_2}{r_2^2} \right) Gm. \quad (8)$$

La différence dans l'attraction (7) et (8) détermine l'effet d'augmentation de poids au point m au moment de l'éclipse solaire suite à l'effet d'écran gravitationnel. Cette différence

$$\Delta F = F_1 \left(1 - \frac{\Psi_0}{\Psi_1} \right) + F_2 \left(1 - \frac{\Psi_0}{\Psi_2} \right)$$

limitée aux termes du premier ordre de la décomposition par rapport à u est

$$\Delta F = +3/4 (u_2 F_1 + u_1 F_2).$$

Avec les paramètres du Soleil et de la Lune nous avons $F = +5.10^5$ hP, où P est le poids du point m. Ainsi au moment d'une éclipse solaire totale on notera une augmentation du poids $P = 5.10^5$ hP $\cos z$ où z est la distance zénithale du Soleil au moment de l'éclipse. Il doit également se produire une déviation de la verticale dans la direction du Soleil d'un angle $\alpha = 5.10^5$ h $\sin z$ qu'on peut mesurer avec des clinomètres (la valeur de α pour $h = 2.8.10^{-12}$ CGS est d'environ 1.10^{-6} rad ($0''2$) pour $1 \geq 0,5$).

On a simplifié les calculs en prenant les densités de la Lune et du Soleil comme constantes. Pour le Soleil la densité dépend fortement du rayon. Ceci est important, vu la dépendance de l'effet d'écran en fonction de la phase d'éclipse.

Iou. S. Dobrochotov {3} a effectué des calculs pour la densité d'un modèle du Soleil de Schwartzschild, et pour une Lune homogène il a construit une palette avec des dimensions correspondant aux dimensions angulaires relatives du Soleil et de la Lune au moment d'une éclipse. Les palettes représentant la projection des sections d'une sphère à 8 couches de différentes densités pour le Soleil et de la sphère à 5 couches de différentes densités pour la Lune.

En appliquant ces palettes on a imité les phases d'éclipse et on a calculé la partie de l'effet d'écran de la masse de la Lune et du Soleil. Pour le coefficient $h = 3 \cdot 10^{-15}$ (d'après R. Brein) on a obtenu l'amplitude attendue de l'effet complet atteignant $2 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}^2$ (2 microgal). Pour h , d'après les données de Majorana, on peut s'attendre par conséquent à un effet atteignant $2 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ (2 milligal).

Les observations de marées à Irkoutsk faites par NR et COAH.CCCP et №3 AH CCCP ont coïncidé avec le moment de l'éclipse du 31 juillet 1981. L'enregistrement a été fait sans interruption depuis l'automne 1979, dans un local thermostatisé, par les deux gravimètres GS-12 N°180 et 186 assurant une précision de $1 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}^2$. On a enregistré parallèlement les conditions physiques de l'expérience: température, pression, inclinaisons des socles (avec une précision respective de $\pm 0,001^\circ\text{K}$, $\pm 1,00 \text{ Pa}$ et $\pm 0,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad.}$). La constance de la température dans la salle a été obtenue par thermostatisation avec une précision atteignant $0,1^\circ\text{K}$. L'éclipse a commencé à Irkoutsk à 1 heure 46 min. UT et s'est prolongée jusqu'à 4h 20 min. La phase maximum (0,91) s'est produite à 3h 01 min..

Nous présentons sur la fig.2 la reconstruction de l'enregistrement de 14h. le 30 juillet jusqu'à 15 h le 1er août 1981. La courbe supérieure représente la pression atmosphérique à une échelle de 10 Pa/mm, la courbe inférieure est l'enregistrement des inclinaisons des socles dans les azimuts NE-SW et NW - SE (respectivement N2 et N1).

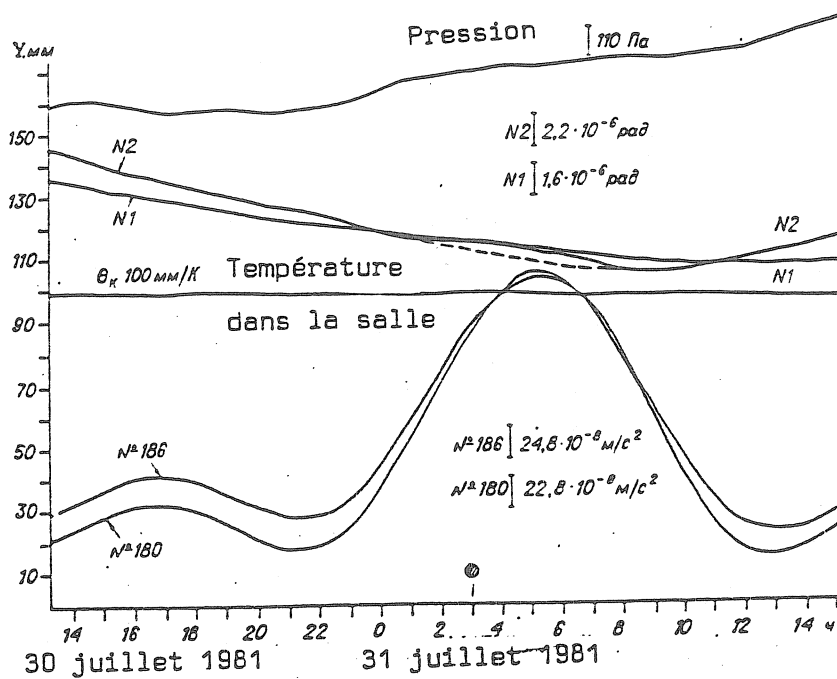


Figure 2. Enregistrement des variations de pesanteur par les gravimètres N° 180 et 186, des inclinaisons de la surface de la Terre, de la pression atmosphérique et de la température au moment de l'éclipse.

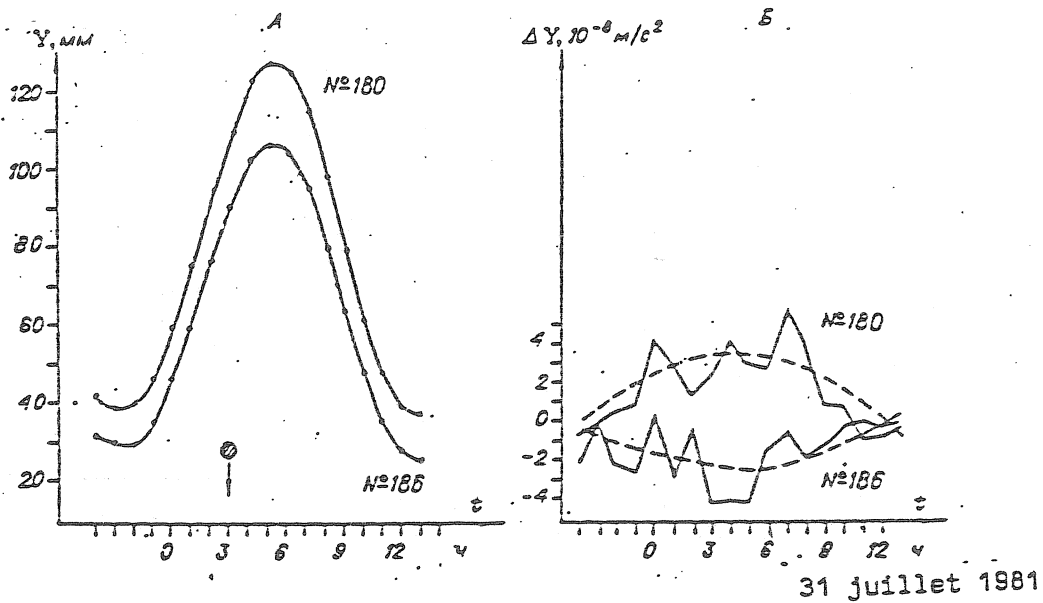


Figure 3. Marée réelle pour les gravimètres N° 180 et 186 (A) et différence de la marée réelle et de la marée théorique (B) au moment de l'éclipse.

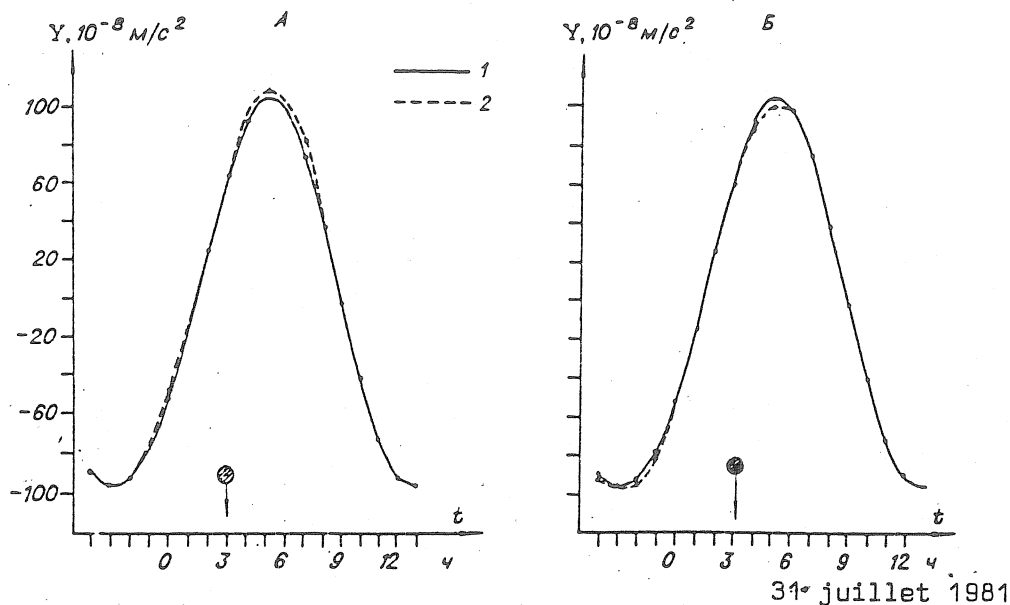


Figure 4. Marées théorique et réelle pour les gravimètres N° 180 (A) et 186 (s) - 1 - théorique et 2 - réelle.

Les clinomètres ont été amplifiés afin de tenir compte des inclinaisons des socles dans les indications des gravimètres. Cependant la sensibilité suffit pour déceler l'effet d'écran: l'anomalie attendue doit avoir une amplitude de l'ordre de 10^{-6} rad. (ou environ 5 mm) et la forme d'une demi onde symétrique par rapport à l'époque centrale de l'éclipse sur un intervalle d'environ 2,5 h. On peut noter sur la figure 2 dans l'enregistrement du clinomètre N° 2 un écart par rapport à l'allure linéaire de l'inclinaison notée par un pointillé atteignant à peu près 4 mm. Cependant la durée de cette anomalie est beaucoup plus longue que ce qu'on attendait et n'est pas symétrique par rapport à 3h. Le jour de l'éclipse, à Irkoutsk, il y avait de la pluie et les clinomètres sont sensibles à l'augmentation du niveau des eaux du sol (plus précisément aux déformations de surface). On ne peut donc pas identifier avec sécurité l'anomalie examinée avec l'effet d'écran.

Comparaison de la marée théorique avec la marée réelle enregistrée au moment de l'éclipse solaire le 31 juillet 1981 avec les gravimètres N° 180 et 186.

Epoque	N° 180					
	Y, mm	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₃ théor.	$\Delta Y = Y_3 - Y_3 \text{ théor.}$
30 juillet 1981						
20	41,7	95,3	95,1	-89,7	-89,6	-0,7
21	39,1	89,3	89,3	-96,1	-96,1	0,0
22	40,3	92,1	92,3	-93,6	-93,7	+0,6
23	46,7	106,7	107,1	-79,0	-79,1	+0,8
31 juillet 1981						
0	60,0	137,1	137,7	-51,9	-52,1	+4,4
1	75,5	172,5	173,3	-14,8	-15,1	+3,0
2	92,7	211,8	212,8	+26,4	+26,0	+1,4
3	109,8	250,9	252,1	+64,7	+64,3	+2,4
4	122,7	280,4	281,8	+92,6	+92,1	+4,3
5	127,3	290,9	292,5	+104,7	+104,1	+3,0
6	124,4	284,3	286,1	+98,6	+98,0	+2,7
7	115,6	264,1	268,1	+75,6	+74,9	+5,8
8	98,7	226,5	228,7	+40,0	+39,2	+4,1
9	79,6	181,9	184,3	-1,2	-2,0	+0,9
10	62,3	142,4	145,0	-40,3	-41,2	+0,8
11	48,0	109,7	112,5	-71,0	-72,0	+0,9
12	39,9	91,2	94,2	-89,5	-90,5	+0,7
13	37,7	86,1	89,3	-95,0	-96,1	0,0

N° 186					
Y, mm	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₃ théor.	$\Delta Y = Y_3 - Y_3 \text{ théor.}$
30 juillet 1981					
31,9	79,1	77,8	-89,6	-89,6	-1,9
29,8	73,9	73,2	-96,1	-96,1	0,0
29,6	73,4	73,4	-93,7	-93,7	-2,2
35,1	87,0	87,7	-79,1	-79,1	-2,5
31 juillet 1981					
46,6	115,6	117,6	-52,1	-51,7	+0,4
59,9	148,6	151,2	-15,2	-18,1	+2,9
77,3	191,7	195,0	+26,1	+23,7	+0,4
90,9	225,4	229,4	+64,3	+60,4	+4,2
101,9	252,7	257,3	+92,1	+88,0	+4,1
106,4	263,9	269,2	+104,1	+99,9	+4,2
104,7	260,0	265,9	+98,0	+96,6	+1,4
95,6	237,1	243,7	+74,8	+74,4	+0,4
80,4	199,4	206,7	+39,2	+37,4	+1,8
63,8	158,2	166,1	-2,0	-3,2	+1,2
48,1	119,3	127,9	-41,2	-41,4	+0,2
35,8	88,8	97,4	-72,0	-71,9	+0,1
28,0	69,4	78,6	-90,5	-90,7	+0,2
25,6	63,5	73,4	-96,1	-95,6	+0,2

Remarque. Y sont les ordonnées relevées sur l'enregistrement; Y₁ sont les ordonnées de l'introduction de l'échelle d'enregistrement; Y₂ sont les ordonnées corrigées de la dérive de l'appareil, égale à 20.10⁻⁸ m/s² par heure (dans l'intervalle de 21h. le 30.VII à 13h. le 31.VII): Y₃ théor. est la marée théorique dans laquelle on introduit le facteur $\delta = 1,146$, Y₃ théor est la marée théorique après avoir éliminé sa partie linéaire; Y₃ est la marée observée ramenée au niveau de la marée théorique Y₁, Y₂, Y₃ théor, Y₃ théor en 10⁻⁸ m/s². La dérive du gravimètre N° 186 dans l'intervalle de 22h. le 30.VII à 13h. le 31.VII est égale à -0,66.10⁻⁸ m/s² par h.

On n'a pas découvert d'anomalies de la pression atmosphérique le jour de l'éclipse.

Sur la figure 2 les deux courbes inférieures représentent les enregistrements des gravimètres N° 180 et 186 auxquels on a attribué une sensibilité respectivement de $2,285 \cdot 10^{-8}$ et $2,480 \cdot 10^{-8}$ m/s² par 1 mm d'enregistrement. Les ordonnées ont été mesurées avec une erreur de 0,1 à 0,2 mm. c'est-à-dire moins de 10^{-8} m/s². Pour comparer la marée observée à la marée calculée on a calculé la marée théorique sur la base du potentiel de Cartwright. On y a introduit un facteur gravimétrique égal à 1,146 (valeur moyenne d'après les données des observations par les gravimètres N° 180 et 186 à Irkoutsk de 1979 à 1983).

Dans la table, Y_1 sont les ordonnées de la courbe enregistrée au moment de l'éclipse (en 10^{-8} m/s²). La dérive du gravimètre a été calculée par différence des ordonnées aux minima de la marée (à 21 h. le 30.VII et à 13 h. le 31.VII). Par les données de la colonne $Y_{théor}$ on constate que la marée théorique a une composante à longue période qu'on peut considérer, pendant la durée de l'éclipse, comme à peu près linéaire ($Y'_{théor}$). Les différences Y entre les marées observée et théorique ramenées au même niveau contiennent une information sur la présence ou l'absence de l'effet d'écran.

Les figures 3.A' montrent les graphiques construits pour la concrétisation de la marée observée enregistrée par les appareils N° 180 et 186 (en mm). Sur la figure 4 nous avons comparé les graphiques de la marée observée respectivement pour les gravimètres N° 180 et 186 avec le graphique de la marée théorique (en 10^{-8} m/s²). On constate ainsi que pour le gravimètre N° 180 la marée réelle est un peu exagérée par rapport à la marée théorique (jusqu'à $4 \cdot 10^{-8}$ m/s²) pour le gravimètre N° 186 elle est très diminuée. Cette différence est plus évidente sur la fig. 3B. On devrait s'attendre à ce que l'effet d'écran soit le même pour les deux appareils. Cependant seules les données du gravimètre N° 186 témoignent en faveur de cet effet (l'effet maximum $2,5 \cdot 10^{-8}$ m/s², ce qui correspond à $h \approx 3 \cdot 10^{-15}$) mais les résultats du gravimètre N° 180 contredisent cette conclusion. La symétrie des courbes lissées Y (voir figure 3B) par rapport à la phase totale de l'éclipse est plus que probablement la conséquence de la non linéarité de la dérive pour les deux appareils dans la partie analysée et l'amplitude de la courbe lissée Y ($-2,5 \cdot 10^{-8}$ pour le gravimètre N° 186 et $3,5 \cdot 10^{-8}$ m/s² pour le gravimètre N° 180) caractérise le degré de cette non linéarité.

Le désaccord des résultats des observations par différents appareils montre qu'il faut se montrer attentif au fait que les données publiées précédemment sont appuyées sur les observations faites avec un seul appareil.

La divergence des valeurs γ par rapport aux courbes lissées atteint pour le gravimètre N° 180, $2,7 \cdot 10^{-8}$; pour le gravimètre N° 186, $1,9 \cdot 10^{-6}$ m/s² et caractérise la précision atteinte. L'effet d'écran gravitationnel, s'il y en a un, est donc en dessous des limites de précision des appareils de marées classiques.

BIBLIOGRAPHIE

1. Веселов К. Е. Изменения силы тяжести во времени и корпускулярная гипотеза тяготения.— В кн.: Прикладная геофизика. Вып. 73. М.: Недра, 1974.
2. Грушинский Н. П., Сагитов М. У. О наблюдении силы тяжести во время полного солнечного затмения.— Вестн. МГУ. Сер. гравиметр., 1962, № 5.
3. Доброхотов Ю. С. Гравиметрические наблюдения в Киеве во время солнечного затмения 15 февраля 1961 г.— В кн.: Изучение земных приливов. М.: Наука, 1964.
4. Кагальникова И. И. История развития нерелятивистских представлений о природе гравитации.— Учен. зап. КГПИ, 1963, вып. 56.
5. Кагальникова И. И. и др. О наблюдении гравитационного эффекта солнечного затмения 15 февраля 1961 г. в Ярославле.— Бюл. ВАГО, 1961, № 31 (38).
6. Информационный бюллетень МГГ, 1961, № 9.
7. Радзиевский В. В., Кагальникова И. И. К вопросу о природе гравитации.— Бюл. ВАГО, 1960, № 26 (33).

25 Years of experience
with
crapaudine
at
The International Centre for Earth Tides

B. DUCARME

in memoriam: J. Verbaandert

J. Verbaandert (1958, 1960) found a very elegant solution to the problem of the calibration of horizontal pendulums for earth tides measurements. To apply artificially very small tilts ($< 0''1$) to the instrument he devised a "crapaudine" i.e. as teel capsule submitted to a variable mercury pressure (fig. 1) and placed below the azimuth screw of the pendulum. Changes of pressure produce a deformation of the upper membrane of the capsule and, consequently, vertical motions of its center. The reduction factor is very large for a 4.5mm thickness of the membrane a 40 cm change of the mercury level produces only $0.25 \mu\text{m}$ of vertical displacement. For a Verbaandert-Melchior quartz Pendulum the resulting tilt is of the order of $0''25$.

In underground stations it is easy to install a crapaudine connected to an automatic calibration device programmed to change the mercury pressure and produce artificial tilts of the pendulum (Melchior, 1966).

The key point of the method is of course the calibration of the crapaudine dilatation itself and its stability.

Here also J. Verbaandert found a very clever solution to calibrate interferometrically the crapaudines. His device allows to compare directly the bending of the crapaudine to half the wavelength of a mercury line ($\lambda/2 = 0.273037 \mu\text{m}$) by means of a Fabry-Perrot interferometer (Verbaandert, 1964, Ducarme, 1966).

Since 1962 more than 170 crapaudines have been calibrated at the International Center for Earth Tides (ICET).

In a previous paper (Ducarme, 1969) several sources of errors affecting the calibration method have been discussed but no clear statement concerning long term stability and accuracy could be issued yet.

At that time only few crapaudines indeed had been recalibrated after several years. Some of them showed changes of sensitivity reaching two per cent.

Rusting of crapaudines was incriminated as the chrome plating was damaged by humidity in underground stations. For the crapaudine C001 chrome plating was renewed and a 5% jump of sensitivity was detected. All crapaudines rechromed showed jumps of sensitivity.

To correct that defect stainless steel crapaudines have been introduced since 1967. They are bearing identification numbers starting with 100. Of course in 1969 no recalibrations of stainless steel crapaudines were available.

As a conclusion of the 1969 paper it was decided to apply a very strict procedure of calibration. Each crapaudine is calibrated at least twice. As the principal source of systematic errors is the presence of air bubbles inside the body of the crapaudine, it is necessary to purge it carefully. The interferometer should also be completely readjusted before each calibration. It reduces very much the probability of reproducing the same errors as it changes the operating conditions.

With a height variation of 4 meters of the pressure of mercury it is usually possible to observe 8 to 10 successive interference rings, each of them being considered as a level (Ducarme, 1966). A linear regression in function of the mean pressure of mercury is computed accross the differences between consecutive levels under the form

$$H = H_0 + \alpha P$$

where H , H_0 and P are expressed in centimeter of mercury height.

Experimentally the coefficient α is expected to be comprised between + 0.001 and -0.001. Larger values generally point on errors depending on the applied pressure. No systematic behaviour of α is noticeable.

In practice, when installing a crapaudine, it is recommended to adopt a mercury height corresponding to the mean pressure during calibration which is about two meters.

When the two calibrations are performed we compare the two values obtained (for $P = 200\text{cm}$). If they are differing by more than one per cent a third calibration is required.

The final decision is always based on the assumption that the systematic errors do always increase the values of H . It is due to the fact that we are measuring a maximum of bending.

Since 1969 twenty six crapaudines were recalibrated. We can now examine their stability and temperature dependence by considering relative differences between calibrations.

The mean discrepancy is smaller than 0.05 per cent. There is thus no noticeable tendency associated to aging.

The standard deviation σ is 0.8 per cent but it reduces to 0.6 per cent after elimination of C102 which shows a 2.5% discrepancy (larger than three times the standard deviation). In fact in march 1968 only one calibration was performed for this crapaudine and the corresponding value for H is obviously too large. A systematic error can be suspected.

Among the twenty five remaining crapaudines, nineteen show differences smaller than σ and twenty three lower than 2σ .

As this value

$$\sigma = 0.6\%$$

has been computed from differences generally taken between means of two independant calibration, the standard deviation σ_c on one calibration is thus also

$$\sigma_c = 0.6\%$$

To study an eventual temperature dependance we have plotted the observed differences versus temperature differences (fig. 2). Obviously no correlation is noticeable. Most of the observed differences are lower than $\pm 0.6\%$ even for temperature differences up to 12° .

Even more, some of the largest discrepancies appear for very small temperature difference.

It can be clearly stated that for temperatures comprised between 1° and 20° and temperature differences up to 12° no variation of sensitivity can be observed.

BIBLIOGRAPHY

- Ducarme, B., 1966: Etude du comportement des crapaudines dilatables.
Bull. Inf. Marées Terrestres, 45, pp 1793-1809.
- Ducarme, B., 1969: Comparaison des crapaudines au moyen d'un pendule étalon.
Bull. Inf. Marées Terrestres, 55, pp 2456-2667.
- Melchior, P., 1966: Un système d'étalonnage automatique programmé pour les stations clinométriques souterraines.
Bull. Inf. Marées Terrestres, 44, pp. 1707-1709.

- Verbaandert, J., 1960: Etalonnage de pendules horizontaux par crapaudine dilatable étudiée interférométriquement.
Third Int. Symp. Earth Tides, Trieste, July 6-11 1959.
Boll. di Geofisica, Trieste, 5, pp. 81-90.
- Verbaandert, J., 1964: Nouvel Interféromètre pour l'étalonnage des crapaudines dilatables.
- Verbaandert, J., Melchior, P., 1958: Construction et étalonnage d'un pendule horizontal en quartz.
Obs. Royal de Belgique, Communication n°142, Série Géophysique, 47, pp. 114-115.

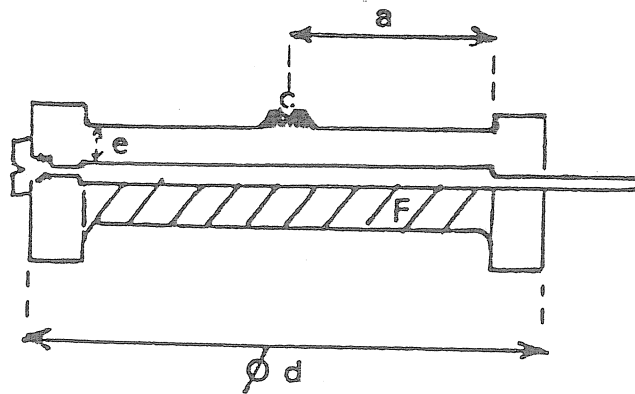


Fig. 1: Cross section of a standard crapaudine
The plate F of thickness f soldered.
The crapaudine is bored in a cylindrical block
 $a = 26.5$ mm
 $d = 67$ mm
 $e = 4.5$ mm
 $f = 4.5$ mm
thickness of the internal cavity 0.2 mm.

Table 1

Crapaudine recalibrated
after
several years

number	year	month	n	H	H (P=200)	T°
049	1966	december	(2)	31.13-0.0004P	31.05	9°
	1967	november	(2)	31.03-0.0003P	30.97	9°
	1969	november	(2)	31.02-0.0000P	31.02	7°
053	1966	december	(2)	29.89-0.0003P	29.83	7°
	1970	january	(2)	29.54-0.0000P	29.53	5°
054	1974	january	(3)	30.978+0.00042P	31.062	5°
	1981	april	(1)	30.937-0.00045P	30.848	10°
058	1967	november	(3)	33.37+0.0001P	33.39	9°
	1969	november	(2)	33.44-0.0002P	33.40	6°5
062	1974	january	(3)	41.310-0.00009P	41.293	4°-7°
	1981	april	(1)	41.065+0.00090P	41.245	12°
064	1972	october	(2)	36.783+0.00003P	36.789	13°
	1988	january	(1)	36.245+0.00025P	36.295	7°
065	1967	june	(1)	34.79-0.0001P	34.77	16°
	1970	july	(3)	35.18-0.0007P	35.04	18°
068	1967	june	(1)	32.93+0.0003P	32.99	16°
	1970	july	(3)	32.95-0.0002P	32.91	17°
073	1967	september	(1)	35.06-0.0018P	34.70	19°
	1968	march	(1)	34.96-0.0004P	34.88	5°
	1976	october	(2)	34.815-0.00051P	34.714	13° .5
stainless steel crapaudines						
100	1967	october	(2)	38.480-0.00028P	38.362	16°
	1972	november	(1)	37.967-0.00004P	37.958	7°
101	1968	may	(2)	41.824-0.00112P	41.600	13°
	1971	february	(2)	41.562+0.00038P	41.570	4°
	1972	november	(1)	41.552-0.00021P	41.510	7°
102	1968	march	(1)	39.838+0.00100P	40.038	5°
	1976	october	(3)	39.232-0.00087P	39.060	15°
104	1968	may	(3)	43.650-0.00066P	43.518	13°
	1974	july	(2)	42.770+0.00049P	42.867	17°
105	1968	may	(3)	40.476-0.00125P	40.496	13°
	1971	february	(2)	40.519+0.00019P	40.557	4°

107	1968 1974	may july	(2) (2)	42.845+0.00016P 42.892+0.00046P	42.877 13° 42.984 7°
112	1969 1975	january april	(2) (2)	36.476+0.00013P 36.587+0.00039P	36.502 3°5 36.665 5°
113	1969 1975 1975	january april april	(3) (2) (1)	37.444+0.00003P 37.750-0.00025P 37.297+0.00048P	37.450 3°5 37.700 6° 37.392 14°
115	1969 1969 1974	january april july	(2) (1) (2)	42.620-0.00119P 42.741-0.00069P 42.428+0.00038P	42.382 5°5 42.503 11°5 42.504 17°
116	1969 1969 1988	february april january	(1) (2) (1)	42.407+0.00005P 42.544-0.00012P 42.460+0.00005P	42.408 3°5 42.540 8°-11° 42.470 7°
117	1969 1969 1970 1988	february april july january	(1) (3) (1) (1)	41.102+0.00005P 41.272-0.00030P 41.210-0.00106P 41.366+0.00052P	41.112 1° 41.212 6°-9° 40.998 16° 41.471 7°
118	1969 1974	february july	(3) (2)	41.086+0.00030P 40.918+0.00019P	41.146 7° 40.956 17°
120	1969 1974	february july	(3) (1)	33.694-0.00036P 33.473+0.00037P	33.622 7° 33.548 17°
121	1969 1972	february november	(2) (2)	25.632-0.00062P 25.457-0.00005P	25.508 5° 25.447 7°
127	1970 1973	july march	(2) (2)	47.490-0.00025P 47.508-0.00016P	47.440 18° 47.475 9°
129	1970 1980	june april	(2) (2)	42.024+0.00030P 42.245-0.00143P	42.084 15° 41.959 7°
130	1970 1980	june april	(2) (2)	44.095-0.00052P 43.806+0.00053P	43.992 15° 43.913 7°

n number of calibrations

H and P are expressed in centimeter of mercury height.

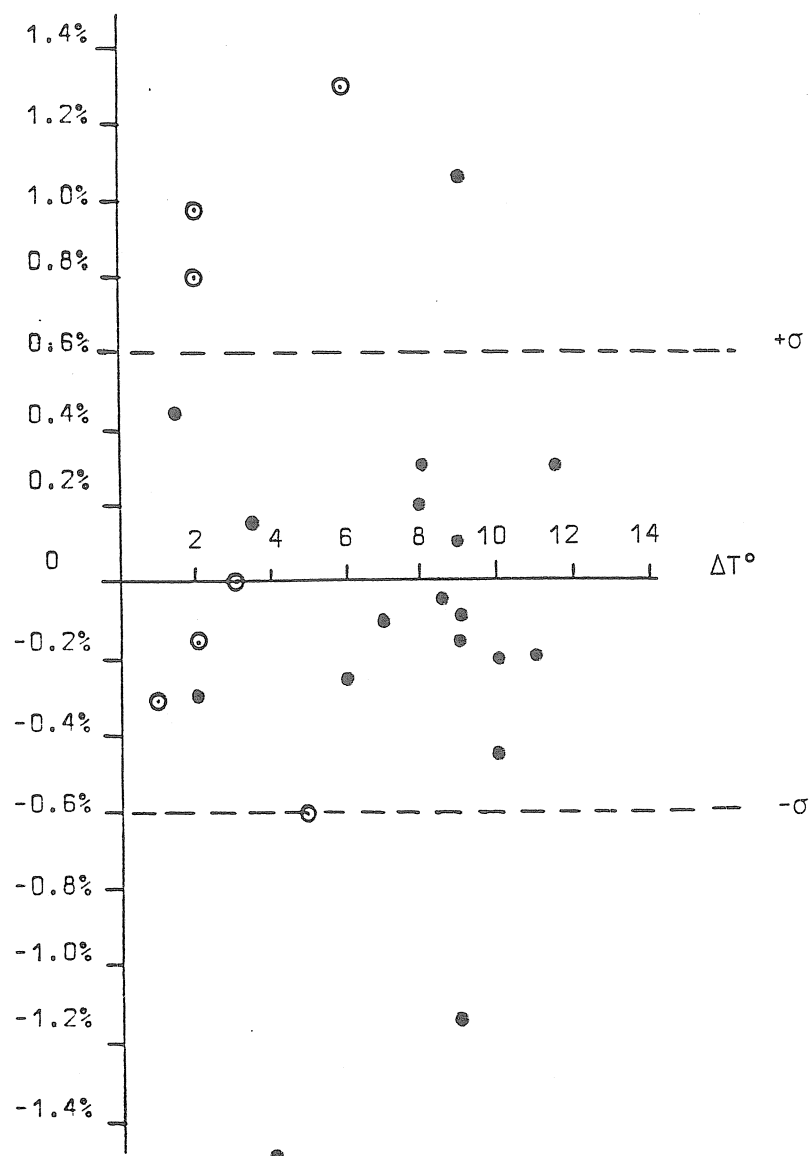


Fig.2: discrepancy between successive calibrations as a function of temperature differences
⊙ chrome plated crapaudines
• stainless steel crapaudines

