

MAREES TERRESTRES

BULLETIN D'INFORMATIONS

N° 84

30 SEPTEMBRE 1980

Association Internationale de Geodesie

Commission Permanente des Marees Terrestres

Editeur Prof. Paul MELCHIOR
Observatoire royal de Belgique
Avenue Circulaire 3
1180 Bruxelles

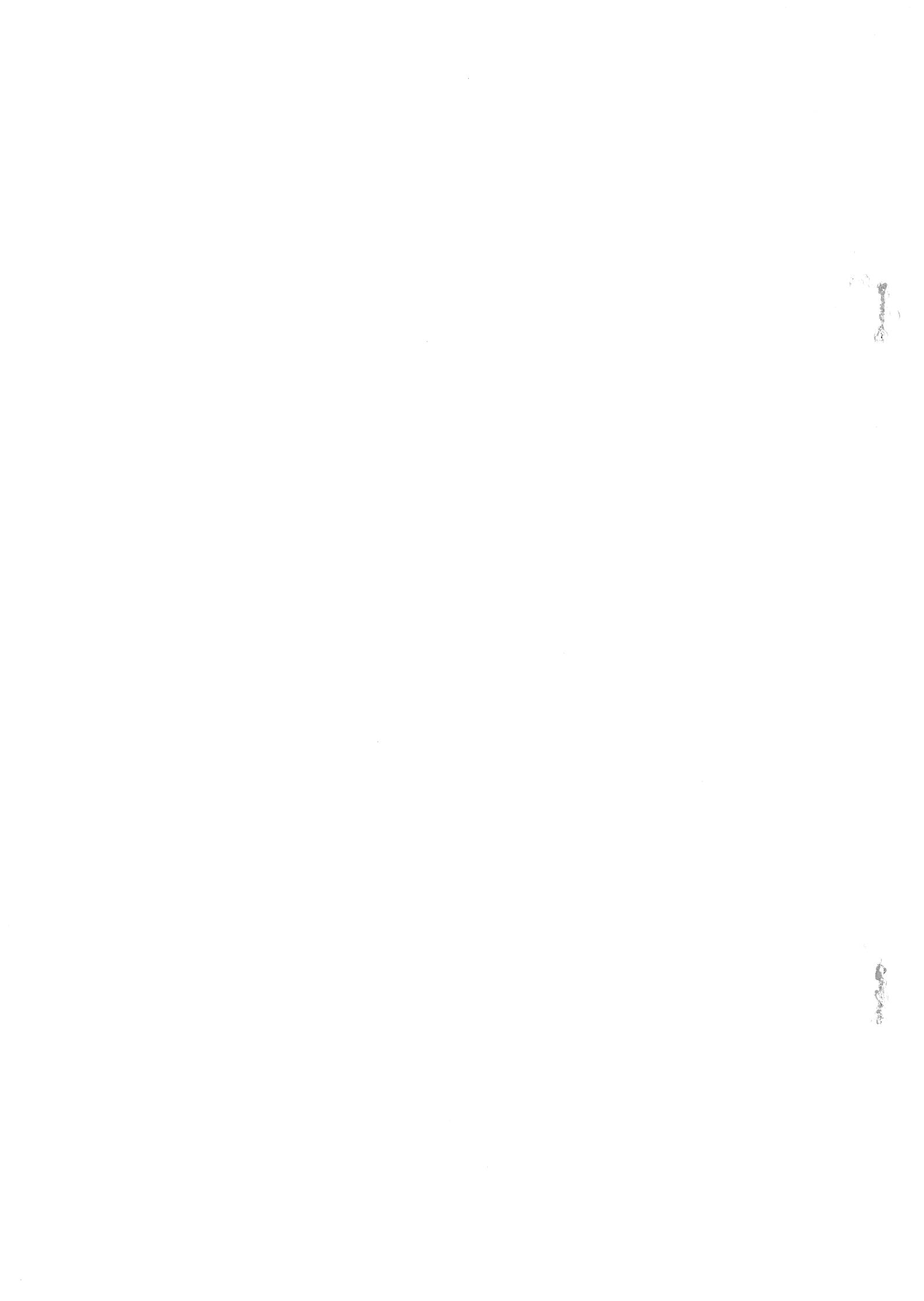


TABLE DES MATIERES N° 84

M. VAN RUYMBEKE.

Description des principales étapes de la mise au point de
capteurs capacitifs adaptés aux pendules horizontaux
Verbaandert-Melchior.

5323

M. VAN RUYMBEKE.

Utilisation de capteurs capacitifs adaptés aux extensomètres
horizontaux.

5350

S.M. MOLODENSKII, M.V. KRAMER (Traduction)

Sur la possibilité qu'ont les hétérogénéités horizontales
du manteau d'apparaître dans les observations de marées
terrestres

5370

N.N. PARIISKII, B.P. PERTSEV (Traduction)

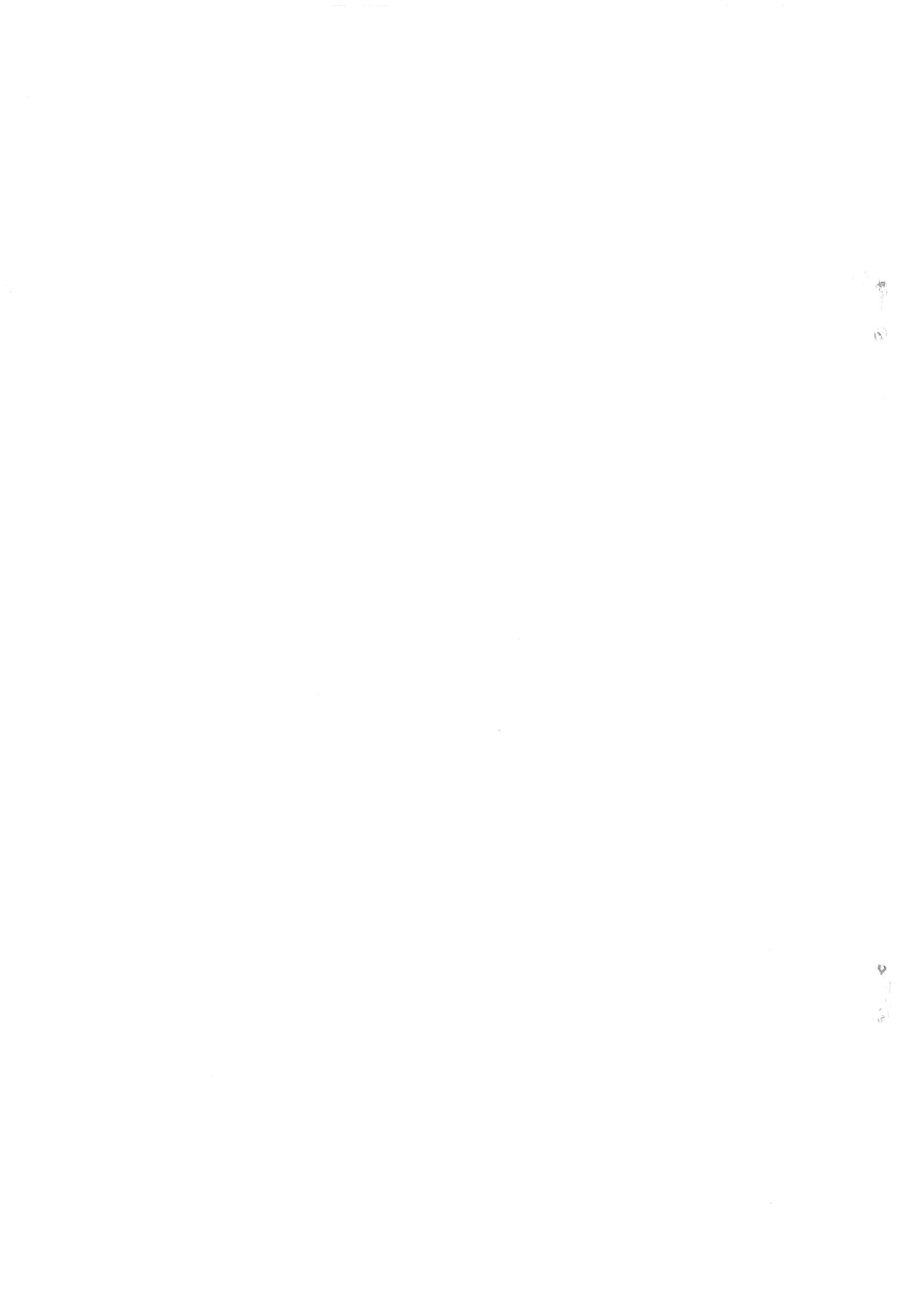
Influence des forces d'inertie sur les variations de marées
de la force de pesanteur et des inclinaisons

5394

B.P. PERTSEV, M.V. IVANOVA (Traduction)

Calcul des nombres de charge de Love pour le modèle
terrestre 508 de Gilbert et Dziewonski

5407



DESCRIPTION DES PRINCIPALES ETAPES
DE LA MISE AU POINT DE CAPTEURS CAPACITIFS ADAPTES
AUX PENDULES HORIZONTAUX VERBAANDERT-MELCHIOR

par

M. VAN RUYMBEKE

Observatoire royal de Belgique

1. INTRODUCTION

Les systèmes géophysiques ont été conçus dans le passé en n'employant uniquement que des dispositifs mécaniques et électriques. Les paramètres enregistrables à la sortie des instruments devaient être suffisamment grands pour permettre leur mesure directe. L'introduction de l'électronique dans les capteurs, les amplificateurs, les filtres, les enregistreurs, les bases de temps et les systèmes de traitements numériques a profondément modifié les performances et les champs d'action des appareillages.

L'instrumentation utilisée actuellement par les géophysiciens atteint bien souvent les limites des possibilités techniques du moment. Citons par exemple l'ordre de grandeur des variations des paramètres observables pour les appareils installés au Laboratoire Souterrain de Géodynamique de Walferdange (Grand Duché de Luxembourg) :

- pour la pesanteur, la résolution est de 10^{-10} x g
- pour les inclinaisons de la verticale, elle est de 10^{-9} radian
- pour les extensions de la croûte terrestre, elle est de 10^{-10} de la longueur entre les points d'ancrage des extensomètres
- pour les changements de température, elle est de moins de 10^{-5} °C
- pour les variations de pression, elle est d'environ 1 µbar
- pour les capteurs capacitifs, retenons une résolution ultime de 10 attofarad (10^{-17} F)
- pour les déplacements induits par les crapaudines dilatables, retenons le nanomètre de résolution.

Nos travaux portent sur l'introduction de capteurs capacitifs dans les clinomètres et les extensomètres adaptés aux mesures des phénomènes induits par les marées terrestres. Les difficultés sont occasionnées par l'extrême ténuité des variations des paramètres à étudier.

Les résultats acquis démontrent que les solutions adoptées satisfont les exigences actuelles et permettent de nouvelles expériences géophysiques.

L'observation en direct de phénomènes tectoniques collectés à de grandes distances, nécessite entre autre de disposer de signaux électriques digitisables. On peut penser à l'asservissement clinométrique de piliers destinés à supporter des instruments très sensibles aux inclinaisons (gravimètres, lunettes astronomiques de position ...).

Entre autres choses, notre objectif est de permettre les mesures dans des sites exigus, les enregistrements séismiques et l'acquisition des données de façon digitisée. Les étapes de mise au point et diverses options techniques ont abouti à la construction de cinq types successifs de pendules équipés de capteurs à capacités variables. De plus des capteurs dessinés pour des extensomètres fonctionnent correctement et montrent le bien fondé des choix technologiques portés.

La numérotation des pendules en laboratoire va de 501 à 505. Lors de leur installation en station souterraine, le numéro retenu est celui du pendule V.M. réutilisé augmenté de 500.

2. LE PRINCIPE DES CAPTEURS UTILISES.

Pour les senseurs de déplacement à acquisition électronique, nous utilisons les variations de capacitance car tout contact électrique avec le bras des pendules V.M. est impossible. Comme on doit proscrire l'action d'une force parasite quelconque sur ce bras nous avons préféré utiliser des sondes à capacités variables. Nous en avons fait de nombreux essais.

Imaginons l'expérience suivante : on mesure la capacité formée par deux miroirs argentés placés parallèlement et à une distance D_1 de deux centimètres. Lorsqu'on introduit un bloc de laiton dans le volume compris entre eux, le capacimètre enregistre une augmentation de capacité proportionnelle à la longueur $(x_0 + dx)$ de pénétration de la masse conductrice (figure 1).

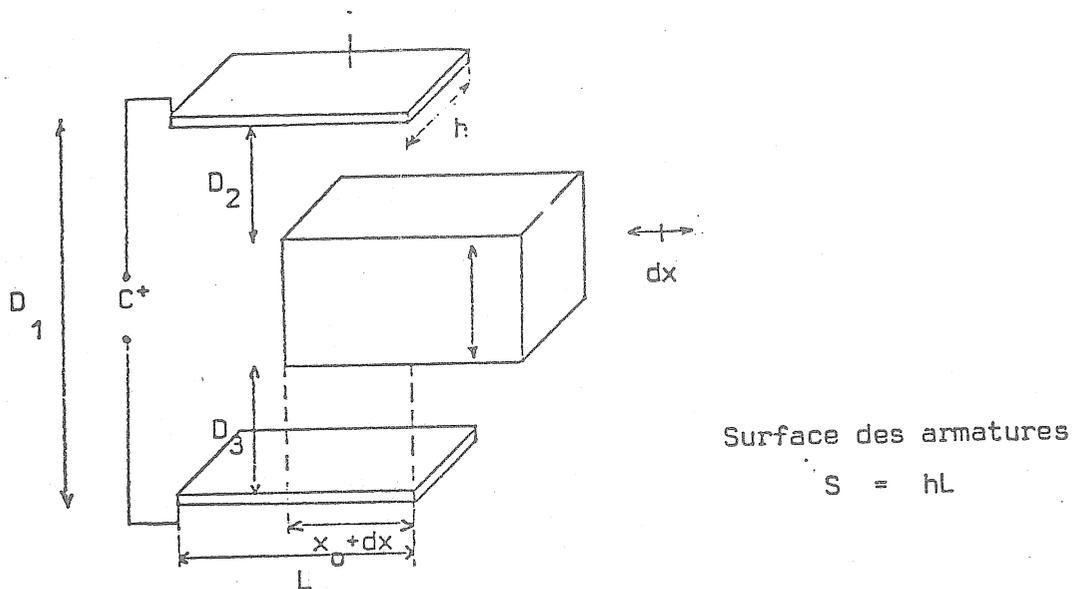


FIGURE 1

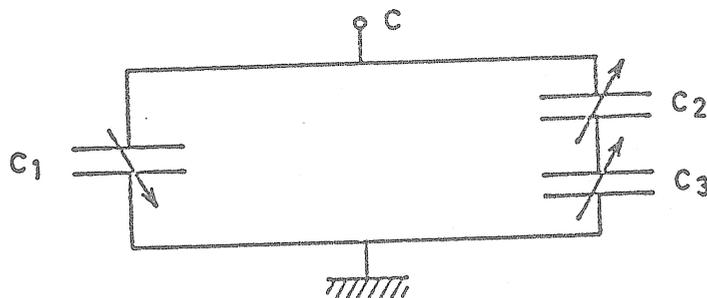
En l'absence du bloc, on peut écrire

$$C = \epsilon_0 \frac{HL}{D} \text{ farad} \quad (1)$$

où

$\epsilon_0 = 8,8510^{-12}$ farads par mètre = constante diélectrique du milieu.

Lorsque le bloc pénètre d'une longueur $x_0 + dx$ entre les deux miroirs, la capacité C est remplacée par C^+ telle que (figure 2) :



C_1 correspond au volume $h, D_1, L - (x_0 + dx)$

C_2 correspond au volume $h, D_2, x_0 + dx$

C_3 correspond au volume $h, D_3, x_0 + dx$

FIGURE 2

$$C^+ = C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 (x_0 + dx) h}{D_2}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 \{L - (x_0 + dx)\} h}{D_1}$$

$$C_3 = \frac{\epsilon_0 (x_0 + dx) h}{D_3}$$

$$\begin{aligned}
 C^+ &= \epsilon_0 h \frac{L - (x_0 + dx)}{D_1} + \frac{(x_0 + dx)}{D_2 + D_3} \\
 &= \epsilon_0 h \left(\frac{L - x_0}{D_1} + \frac{x_0}{D_2 + D_3} \right) + \epsilon_0 h \left(\frac{1}{D_2 + D_3} - \frac{1}{D_1} \right) dx \quad (2)
 \end{aligned}$$

C_0 dC^+

La capacité C^+ est égale à la somme de deux capacités, l'une C_0 constante et fonction de la position initiale x_0 du bloc et l'autre dC^+ variant avec la profondeur de pénétration dx .

Définissons par σ la sensibilité de ce capteur :

$$\sigma = \frac{dC^+}{dx} = \epsilon_0 h \frac{D_1 - (D_2 + D_3)}{(D_2 + D_3) D_1} \quad (3)$$

Pour une valeur donnée de D_1 , la sensibilité est maximale pour une valeur de $(D_2 + D_3)$ minimale.

$$\text{Si } D_2 + D_3 \ll D_1 \quad \sigma \sim \frac{\epsilon_0 h}{D_2 + D_3},$$

cela revient à ignorer la capacité C_1 . On obtient

$$C^+ = \frac{\epsilon_0 h}{D_2 + D_3} (x_0 + dx) \quad (4)$$

Les dimensions des différentes parties des capteurs sont choisies afin de rendre constants les effets de bord. Une expression théorique a permis de connaître leurs ordres de grandeurs et la stabilité de leurs valeurs pour des déplacements importants du bras du pendule.

Pour deux armatures rectangulaires de côtés $(x_0 + dx)$ et h , distantes de D , l'effet de bord correspond à une augmentation de la capacité C d'une capacité C_b .

Pour

$$C = \epsilon_0 \frac{(x_0 + dx) h}{D}$$

on a

$$C_b = \epsilon_0 \times 0,44 (x_0 + h) \quad (5)$$

$(x_0 + h) = 1/2$ périmètre de la surface des électrodes.

Ce capteur de déplacement à capacités variables est adapté en principe au pendule V.M. car la masse en déplacement ne doit être connectée électriquement à aucun point.

De plus la réponse du capteur est une fonction linéaire du déplacement du bloc. La sensibilité σ dépend de la somme $(D_2 + D_3)$ qui est constante.

3. CONSTRUCTION DU PREMIER PENDULE VMR.

Lorsque nous avons publié les premiers résultats acquis par un pendule horizontal équipé d'un capteur capacitif, Messieurs Verbaandert et Melchior nous ont aimablement autorisé à utiliser l'acronyme VMR pour ce clinomètre. Nous les en remercions tout particulièrement (MELCHIOR 1978).

Un capteur capacitif très simplifié nous a permis de cerner les problèmes à résoudre pour un usage adapté au pendule V.M.

La mesure de la capacité électrique est faite par un appareil Hewlett-Packard LCR meter n° 4332 A.

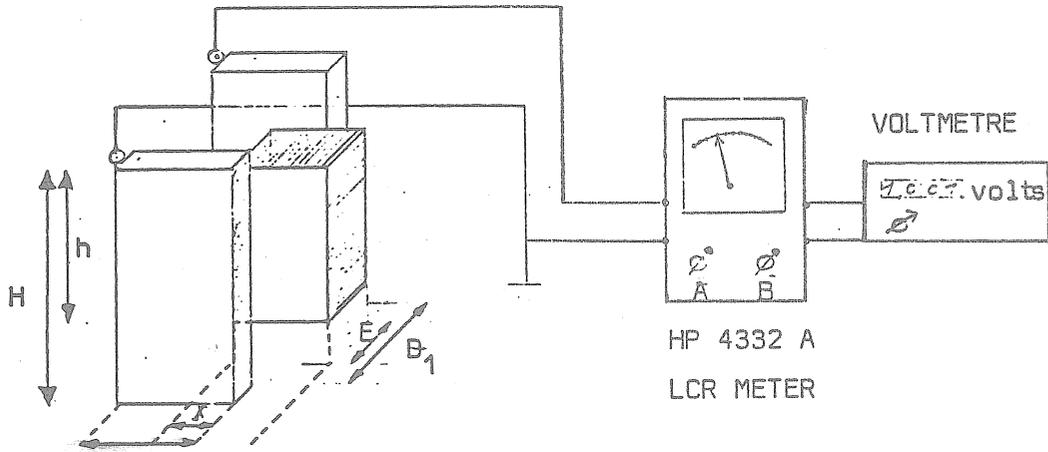
Son échelle la plus sensible donne un signal analogique de un volt pour une variation de capacité de trois picofarads. Un ajustement du zéro de référence permet d'annuler les capacités des cables de connexion.

La figure 3 reprend le schéma du système.

Une mesure du bruit de fond du capacimètre donne la limite de la résolution sur la mesure d'un déplacement :

BRUIT	VARIATION DE CAPACITE	DEPLACEMENT CORRESPONDANT
0,3 m V	→ 1 femtofarads	→ <u>3 µmètres</u>

ce qui est suffisant pour un essai sur pendule horizontal. Ce capteur a été installé en octobre 1973 sur un pendule V.M. légèrement transformé (figure 4).



$D_1 = 25 \text{ mm}$, $h = 50 \text{ mm}$, $E = 22,7 \text{ mm}$, $L = 100 \text{ mm}$, $x_0 = 40 \text{ mm}$

$$C^+ = 11,9 \text{ p F} \text{ et } \sigma = \frac{dC^+}{dx} = 0,24 \text{ p F/mm}$$

FIGURE 3.

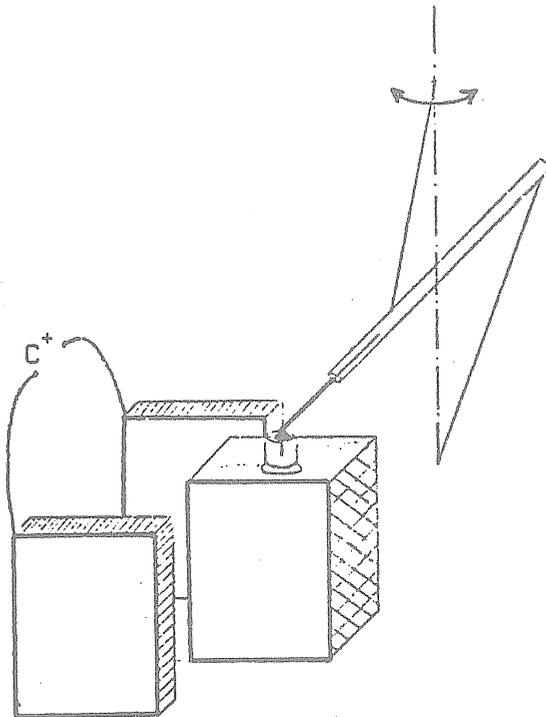


FIGURE 4.

Le balancier à masse de quartz est remplacé par un tube de quartz dans lequel pénètre un bâtonnet coudé auquel est fixée une boîte mobile. Celle-ci se déplace entre les armatures et modifie la valeur de C^+ . Le poids de la boîte est suffisamment petit (12 gr) pour la suspension. La conduction électrique de sa surface est assurée par une feuille de papier d'aluminium qui la recouvre.

Après avoir soudé des fils de quartz de quarante micromètres de diamètre pour réaliser la suspension bifilaire, le pendule est placé sur un pilier et recouvert de sa coiffe en Plexiglas. Les deux armatures sont reliées au capacimètre par des câbles coaxiaux.

4. AVANTAGES DE L'EMPLOI D'UN PONT DE CAPACITES.

L'alternative pour la géométrie du capteur est de choisir entre un dispositif ayant une seule capacité variable, et un système symétrique ayant deux capacités quasi égales et variant en sens opposés.

Cette seconde solution s'est imposée pour les raisons suivantes :

- les erreurs de linéarité induites par la rotation de la masse mobile se compensent
- les variations de ϵ_0 avec le taux d'humidité de l'air n'affectent pas le rapport entre les capacités
- on peut intégrer ces capacités dans un pont de mesure d'impédance, et obtenir ainsi un signal électrique qui n'est fonction que du déséquilibre par rapport à la position centrale pour laquelle les capacités sont égales
- la symétrie du capteur permet de compenser en partie les forces de répulsion induites par les charges électriques présentes sur les armatures.

Tous les capteurs à capacités variables que nous utiliserons pour les pendules VMR, les extensomètres ou pour d'autres applications sont à doubles branches. Les systèmes électriques d'acquisition s'adaptent à cette configuration.

5. CONSTRUCTION DU PENDULE HORIZONTAL VMR 501 (JUILLET 1974).

Les expériences décrites ci-dessus ont permis de mettre au point le premier pendule du type VMR pouvant séjourner en station souterraine.

Sa réalisation répond aux conditions suivantes :

- Emploi d'un capteur capacitif en pont.
- Déplacements possibles de plus ou moins deux millimètres.
- Suspension à la cardan de la boîte mobile.

La géométrie du capteur capacitif est représentée par la Figure 5.

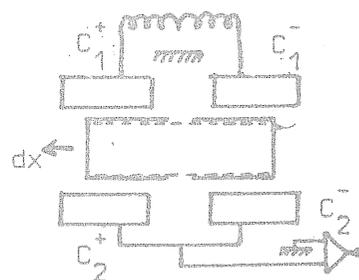
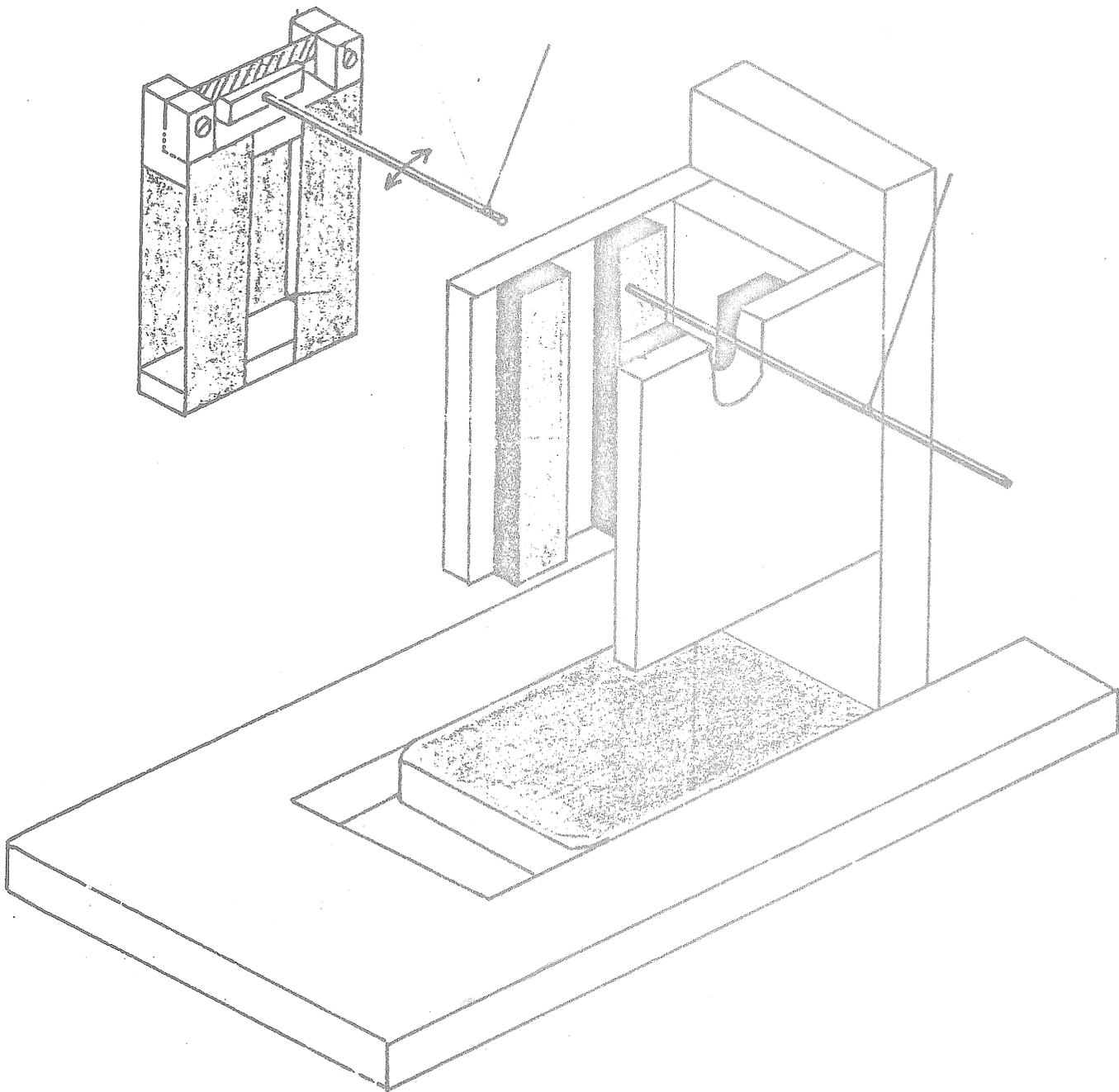
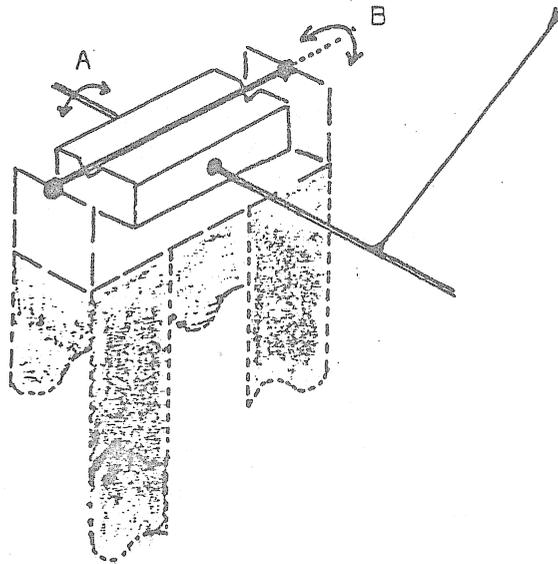


FIGURE 5.

Les quatre armatures extérieures sont en laiton. Les plaques mobiles sont en verre trempé et recouvertes en partie de papier d'aluminium maintenu par une colle à base de téflon. Elles sont fixées sur une structure en plexiglas. La verticalité des électrodes mobiles est réalisée par un montage de la suspension illustré par la figure 6.



MONTAGE A LA
CARDAN

FIGURE 6.

La rotation A s'opère autour du bâtonnet de quartz et la rotation B s'opère grâce à la lame d'acier reposant dans une fente. Ces deux mouvements ont des périodes propres d'environ une demi seconde et s'amortissent rapidement. Ainsi la boîte mobile prend un alignement suivant la verticale.

Lors de la soudure des fils de suspension en quartz il faut s'assurer de l'horizontalité de la base du pendule afin d'arriver à un parallélisme suffisant des parties fixes et mobiles du capteur. Cet ajustement demande un soin tout particulier pour que les différentes armatures ne se touchent pas. Les erreurs d'alignement induisent des effets de non linéarité du capteur lorsque les distances entre électrodes varient avec le déplacement de la boîte entraînée par la rotation du bras.

Le système du blocage du pendule a dû être modifié afin de permettre de placer le capteur capacitif sur la base du pendule horizontal.

Le pendule VMR 501 est ainsi prêt pour un essai de mise en station à Walferdange.

Les résultats de l'analyse des enregistrements sont repris à la table 7.

TABLE 7

STATION 0252 WALFERDANGE 1 COMPOSANTE NORD SUD GRAND DUCHE DE LUXEMBOURG
LABORATOIRE SOUTERRAIN DE GEODYNAMIQUE J.FLICK

MINE DE GYPSE

49 39 53 N 06 09 10 E H 295 M D 75 M D 270KM
BORD NE DU BASSIN DE PARIS. TRIAS /KEUPFER/
GISMENT DE GYPSE DANS MARNES FAILLES A PROXIMITE
COMPOSANTE A 9.66DEGRES DE NS
PENDULF HORIZONTAL V M R NO501 CAPTEUR CAPACITIF
CALIBRATION AUTOMATIQUE CRAPAUDINE NO 68
INSTALLATION M.VAN RUYMBEKE
MAINTENANCE J.FLICK

LEAST SQUARE ANALYSIS / VENEDIKOV FILTERS ON 48 HOURS / PROGRAMMING B.DUCARME
POTENTIAL CARTWRIGHT-TAYLER-EDDEN / COMPLETE DEVELOPMENT
COMPUTING CENTER INTERNATIONAL CENTER FOR EARTH TIDES/FAGS/ BRUSSELS
COMPUTER UNIVAC 1100/40 PROCESSED ON 80/ 8/26

AZIMUT -9.66N-E

P501 74 816/74 822 74 825/74 829 74 9 2/74 9 8 741020/741022 741027/741112

TIME INTERVAL 90.5 DAYS 1056 READINGS 5 BLOKS

WAVE GROUP	ESTIMATED AMPL.	AMPL.	PHASE	RESIDUALS
ARGUMENT N WAVE	R.M.S.	FACTOR R.M.S.	DIFF. R.M.S.	AMPL. PHASE
133.-139. 30 O1	.29 .21	1.1562 .8190	-40.25 40.64	.20 -75.4
143.-149. 26 O1	1.32 .21	1.0003 .1617	-10.88 9.33	.46 -32.7
161.-168. 33 P1S1K1	1.22 .22	.6593 .1185	-6.94 10.29	.21 -134.4
243.-248. 24 N2	1.11 .11	.7393 .0704	-1.64 5.39	.09 -21.9
252.-258. 26 M2	4.98 .11	.6327 .0133	-8.04 1.19	.84 -124.1
267.-277. 21 S2K2	2.24 .09	.6117 .0249	1.36 2.35	.28 169.1
335.-375. 16 M3	.10 .04	.9876 .3942	-31.12 22.88	.05 -85.5

STANDARD DEVIATION D 3.83 SD 2.01 TD .83 MSECA
RESIDUALS ARE GIVEN IN THE TRUE AZIMUT
O1/K1 1.5172 1-O1/1-K1 -.0009 M2/O1 .6325
CENTRAL EPOCH TJJ# 2442320.0

Un léger désaccord systématique entre notre résultat et les résultats précédents peut très vraisemblablement être attribué à des différences d'azimut pour le bras des pendules. Afin d'expérimenter une électronique mieux adaptée au capteur, nous avons démonté le pendule VMR 501 pour le transformer.

6. INTRODUCTION DU SYSTEME C 105.

Nous nous sommes adressés à une firme qui présente une gamme de dispositifs disponibles pour la mesure des capacités électriques dans laquelle nous avons sélectionné un système qui correspond le mieux à nos critères

- mesures en pont de capacité,
- haute résolution (100 attofarad),
- bonne stabilité thermique,
- pas de dégagement de chaleur.

La figure 8 représente le principe général de ce circuit

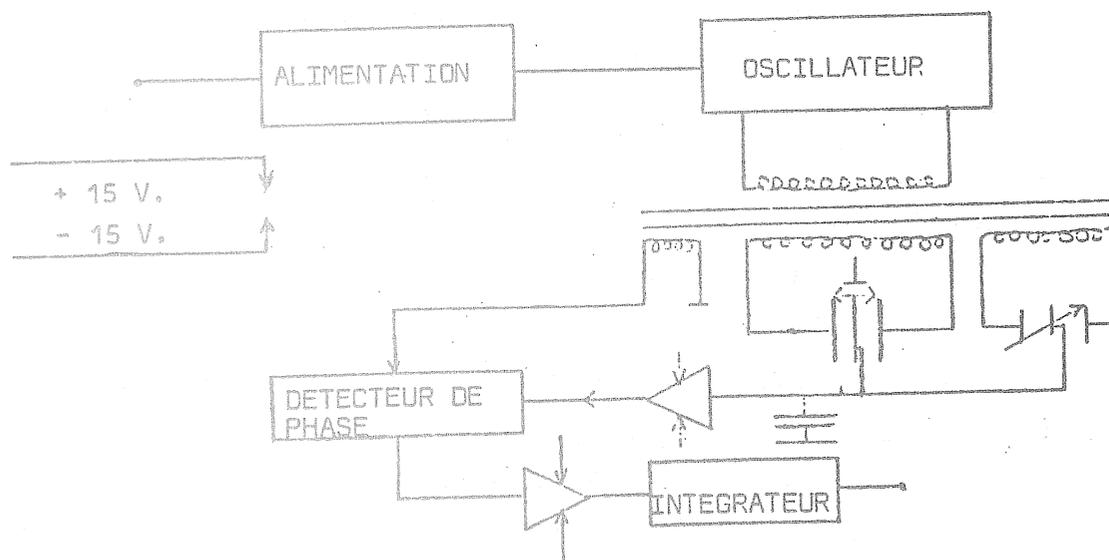


FIGURE 8.

Le voltage appliqué aux armatures du capteur est supérieur à 150 volts et oscille avec une fréquence de 100 kilohertz. Le transformateur de sortie de l'oscillateur comporte trois boucles de secondaire. La première alimente le capteur tandis que la seconde alimente des capacités ajustables compensent les déséquilibres du pont et de ses cables de connexion. La troisième boucle commande le détecteur de phase.

Notons aussi que des cables coaxiaux spéciaux réduisent les effets des variations de pression atmosphérique sur les signaux. Certaines modifications visant à augmenter la sensibilité permettent d'améliorer le rapport signal-bruit de celle-ci. La qualité de la plaquette C 105 et ses caractéristiques correspondent à nos exigences pour les VMR ainsi que pour les extensomètres. Les résultats d'analyses des coefficients de marée pour l'extensomètre Q 26 confirment la stabilité (2 %) sur 20 mois de ce dispositif dans les conditions de mesure présentes à Walferdange.

7. CONSTRUCTION DU PENDULE VMR 503 (DECEMBRE 1975).

Poursuivant la mise au point du clinomètre de type VMR, on s'est préoccupé des points suivants :

- Précision des alignements mécaniques,
- Qualité électrique et inaltérabilité des électrodes mobiles,
- Dispositif de blocage commandé de l'extérieur du pendule,
- Possibilité d'adjonction d'un amortissement à air ajustable.

Un nouveau capteur équipant le pendule VMR 503 a été installé à Walferdange après avoir été étudié à l'Observatoire. Les armatures fixes de ce capteur sont constituées de quatre lames biseautées en acier inoxydable (figure 9). Chacun des deux supports en Plexiglas est pourvu de deux de ces lames.

La pièce mobile faisant office de masse du pendule est un assemblage d'une suspension à la cardan supportant un cadre rectangulaire sur lequel deux lamelles en verre sont collées.

La partie conductrice de celle-ci est constituée d'une pellicule d'or déposée par évaporation à haute température (800°C) d'une solution dans laquelle ce métal est en suspension. Cette technique implique une extrême délicatesse pour ne pas altérer la planéité des supports en verre. L'échauffement doit durer plusieurs heures sans que des courants d'air ne puissent atteindre les surfaces chauffées. Le four doit être cependant aéré afin d'éviter que les vapeurs ne se concentrent sur les électrodes. Ces deux points de vue opposés compliquent les opérations de dorure.

Afin de respecter la géométrie adoptée pour les capacités variables, une bande centrale de 4 millimètres de large est masquée lors du dépôt d'or divisant la surface en deux électrodes.

La résistance ohmique entre les deux extrémités d'une de ces électrodes est inférieure à 20 ohms et reste stable pour de grandes variations de température. Le circuit électrique équivalent du capteur (VMR 503) est repris à la figure 10.

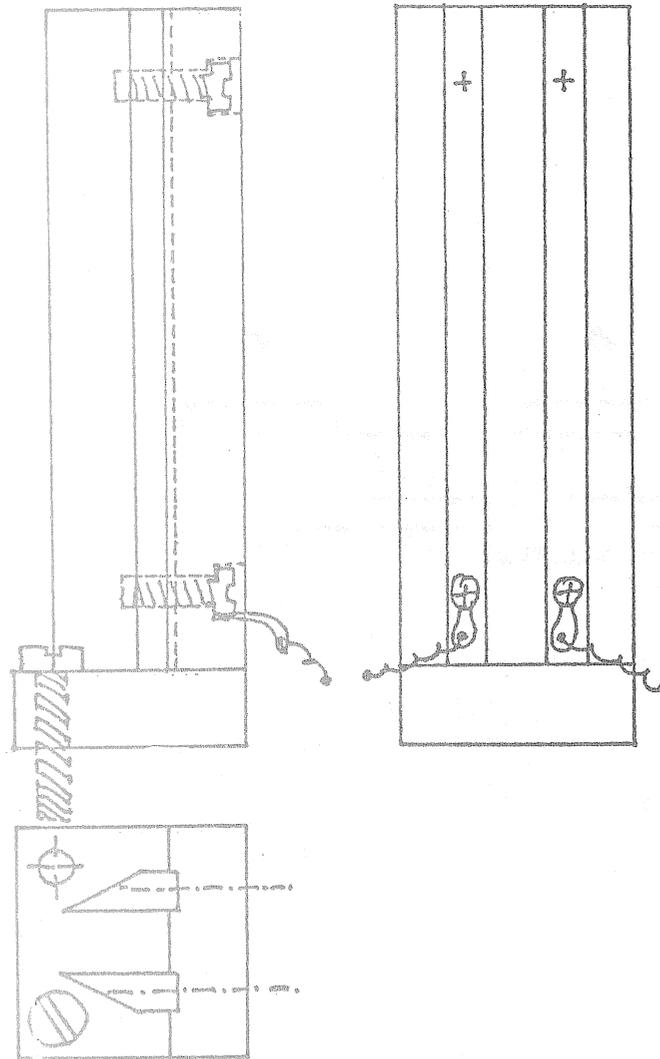


FIGURE 9.

échelle 1 : 1

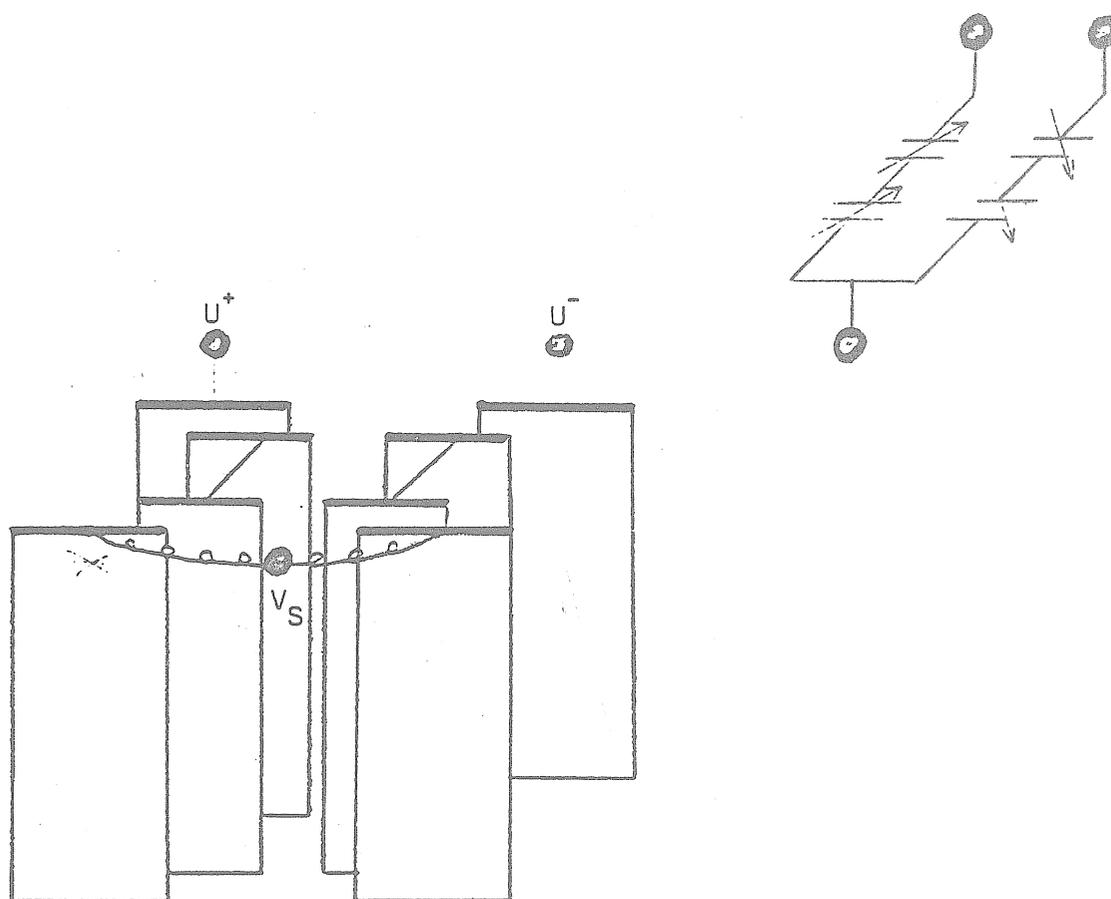


FIGURE 10.

La plaquette électronique présentée en 6 a servi lors d'un premier séjour à Walferdange. Les résultats des analyses des enregistrements de marée sont satisfaisants mais les difficultés d'installation jointes à des problèmes d'enregistreur ont réduit considérablement le nombre de données exploitables.

Durant une période de 38 jours (avril 1976) (table 11) on a obtenu une erreur quadratique moyenne 0,8 milliseconde d'arc sur les ondes semi-diurnes.

On notera qu'en général le bras du pendule ne doit pas s'écarter de plus de 200 milliseconde d'arc de sa position de référence pour s'assurer de l'utilisation du capteur capacitif dans ses limites de linéarité.

Vu la complexité de la réalisation pratique des parties mobiles montées sur le bras nous avons abandonné l'exploitation de ce pendule VMR 503. Cependant ses caractéristiques particulières suggèrent son usage dans certains cas spécifiques pour lesquels cela n'est pas un handicap.

TABLE 11

STATION 0252 WALFERDANGE 1 COMPOSANTE EST OUFST GRAND DUCHE DE LUXEMBOURG
LABORATOIRE SOUTERRAIN DE GEODYNAMIQUE J.FLICK

MINE DE GYPSE

49 39 53 N 06 09 10 E H 295 M P 75 M D 270KM
BORD NE DU BASSIN DE PARIS. TRIAS /KEUPER/,
GISEMENT DE GYPSE DANS MARNES FAILLES A PROXIMITE
COMPOSANTE A 12.38 DEGRE DE EW
PENDULE HORIZONTAL VERBAANDERT-MELCHIOR VMR 565
CALIBRATION AUTOMATIQUE CRAPAUDINE NO 167
INSTALLATION M.VAN RUYMBEKE
MAINTENANCE J.FLICK

LEAST SQUARE ANALYSIS / VENEDIKOV FILTERS ON 48 HOURS / PROGRAMMING B.DUCARME
POTENTIAL CARTWRIGHT-TAYLER-FDDEN / COMPLETE DEVELOPMENT
COMPUTING CENTER INTERNATIONAL CENTER FOR EARTH TIDES/FAGS/ BRUSSELS
COMPUTER UNIVAC 1100/40 PROCESSED ON 80/ 8/26

AZIMUT-12.38F-S

P565 76 318/76 320 76 4 3/76 411 76 419/76 425 76 429/76 5 3 76 5 6/76 5 6
P565 76 510/76 512 76 517/76 517

TIME INTERVAL 62.0 DAYS 864 READINGS 7 BLOKS

WAVE GROUP ARGUMENT N WAVE	ESTIMATED AMPL.		AMPL.		PHASE		RESIDUALS	
	R.M.S.	R.M.S.	FACTOR	R.M.S.	DIFF.	R.M.S.	AMPL.	PHASE
133.-139. 30 O1	.67	.14	.7199	.1510	6.95	12.26	.08	72.8
143.-149. 26 O1	3.29	.15	.6767	.0317	-.60	2.73	.07	-148.3
161.-168. 33 P1S1K1	4.93	.15	.7224	.0226	-9.28	1.76	.81	-99.5
243.-248. 24 N2	1.80	.04	.9307	.0226	-2.83	1.38	.48	-10.7
252.-258. 26 M2	8.79	.05	.8680	.0048	-11.19	.32	2.39	-45.6
267.-277. 21 S2K2	3.34	.05	.7097	.0098	-15.39	.79	.89	-90.6
335.-375. 16 M3	.11	.03	.8355	.1983	-31.76	13.59	.06	-102.1
STANDARD DEVIATION	D	2.21	SD	.84	TD	.49	MSECA	
RESIDUALS ARE GIVEN IN THE TRUE AZIMUT								
O1/K1	.9367	1-01/1-K1	1.1646	M2/O1	1.2827			
CENTRAL EPOCH TJJ# 2442885.0								

Cet excellent résultat peut être attribué à l'usage d'un pendule n'ayant que trente secondes de période propre.

Une analyse spectrale de données confirme par l'absence d'harmoniques des ondes principales que la linéarité du capteur est satisfaisante (figure 12).

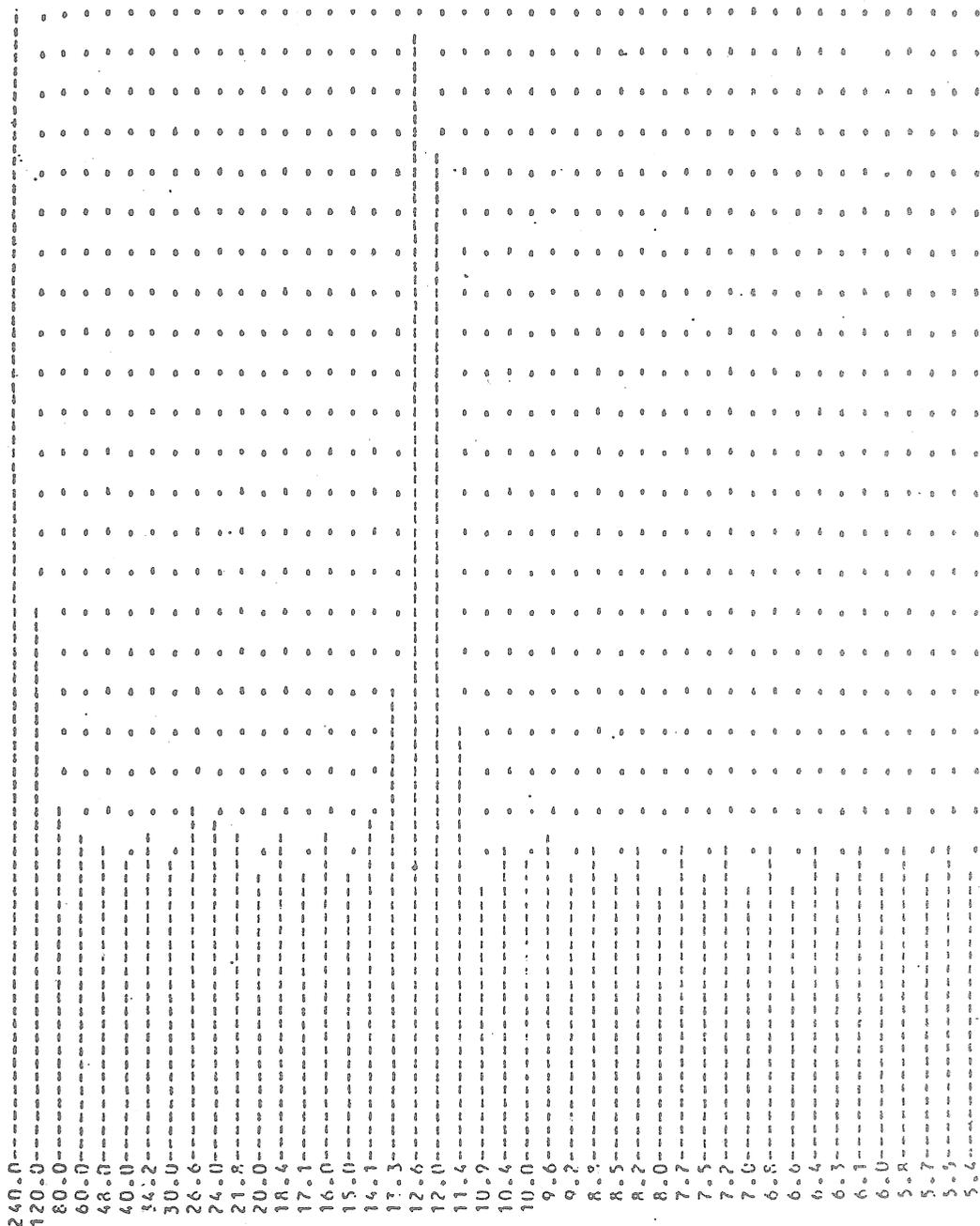


FIGURE 12.

8. CONSTRUCTION DU PENDULE VMR 504.

A plusieurs reprises des pendules VMR ont perdu leur sensibilité à la station de Walferdange. Ainsi, des déplacements des armatures mobiles ont fréquemment été produits par les tirs d'explosif. Pour éviter de tels accidents on a simplifié au maximum les éléments constituant la masse du pendule. Deux exemples de réalisations sont décrits à la figure 13.

Une plaque généralement en aluminium est fixée par l'intermédiaire d'un petit bloc en plexiglas au bras du pendule.

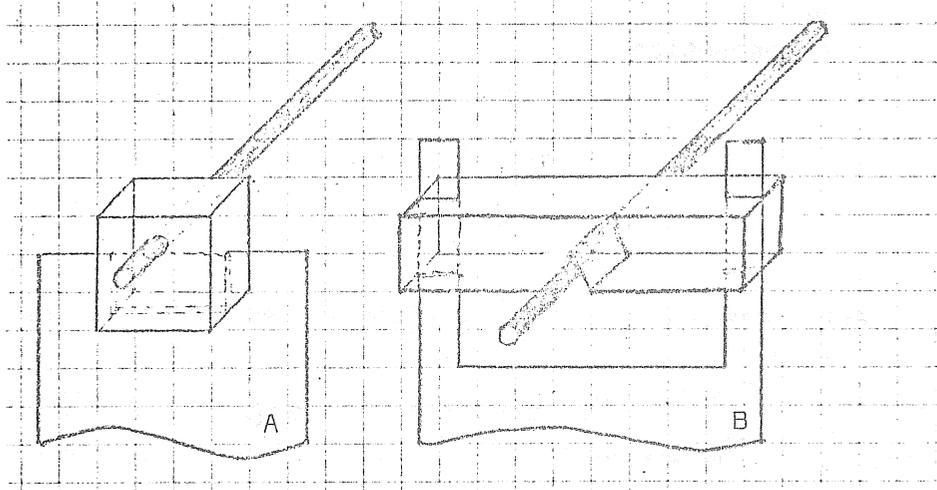


FIGURE 13.

En A, la plaque est introduite dans une fente. L'angle entre cette pièce et le bras est constant, entraînant lors du blocage des déplacements pouvant rompre un des fils de quartz de la suspension.

En B, le support de la plaque est pourvu d'une fente dans laquelle on place un bâtonnet qui est introduit dans le bras cylindrique auquel sont soudés les fils de suspension. L'alignement est excellent mais des déplacements de la plaque sont à craindre et il convient de la fixer avec un peu de vernis. La solution B est utilisée pour les pendules VMR 504.

Moyennant de modifier légèrement le principe de l'électronique, on a pu simplifier la géométrie du capteur. Envisageons les conditions d'utilisation de cette transformation du circuit d'entrée.

Le capteur est conçu pour s'adapter à l'électronique C 105 pour laquelle le signal disponible sur le point central du capteur A (figure 14) est transmis à l'amplificateur opérationnel au travers d'un étage d'adaptation.

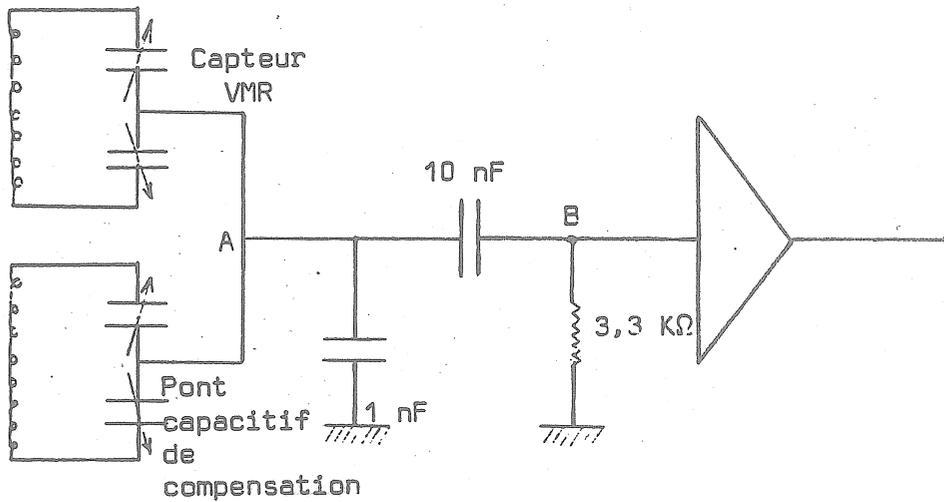


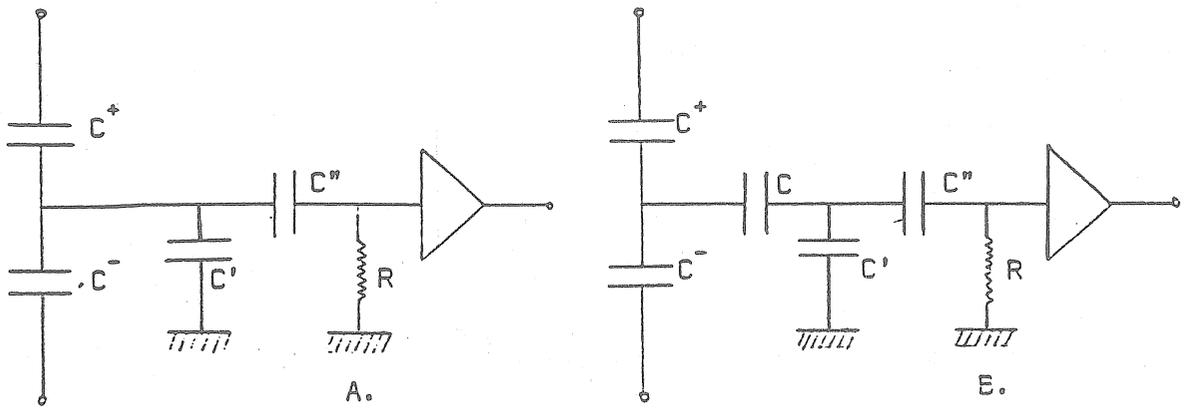
FIGURE 14.

Il est nécessaire à la fois d'éliminer les potentiels statiques et les oscillations indésirables présentes en A à cause de la haute impédance du pont (exemple : $\frac{1}{\omega C} = 10^{14} \Omega$). La capacité de 1 nanofarad a une impédance très petite par rapport aux impédances présentes dans les ponts. Les charges électriques amenées en A sont ainsi envoyées à la prise de masse, provoquant un faible signal en volt sur ce point A. Ce signal est également envoyé sur l'entrée de l'amplificateur opérationnel au travers d'un filtre passe haut ayant une constante de temps de :

$$\tau = RC = 3,310^3 \times 10^{-7} = 3,310^{-4} \text{ s.}$$

Les charges statiques se retrouvent aux bornes de la capacité tandis que la partie haute fréquence est disponible en B pour être amplifiée.

Si le schéma repris en 15A est remplacé par celui de 15B, on observe les résultats ci-après :



FIGURES 15 A & B.

Si la capacité C est très grande vis à vis de C' , son impédance est petite et on peut l'ignorer. Par contre si C est très petite vis à vis de C' , son impédance devient comparable à celle de C^+ et de C^- . Pour des ponts bien centrés, on peut écrire :

$$C^+ = C_0 + dC$$

$$C^- = C_0 - dC$$

$$\frac{dC}{C} < 0,1$$

Z étant l'impédance, on a selon la figure 16

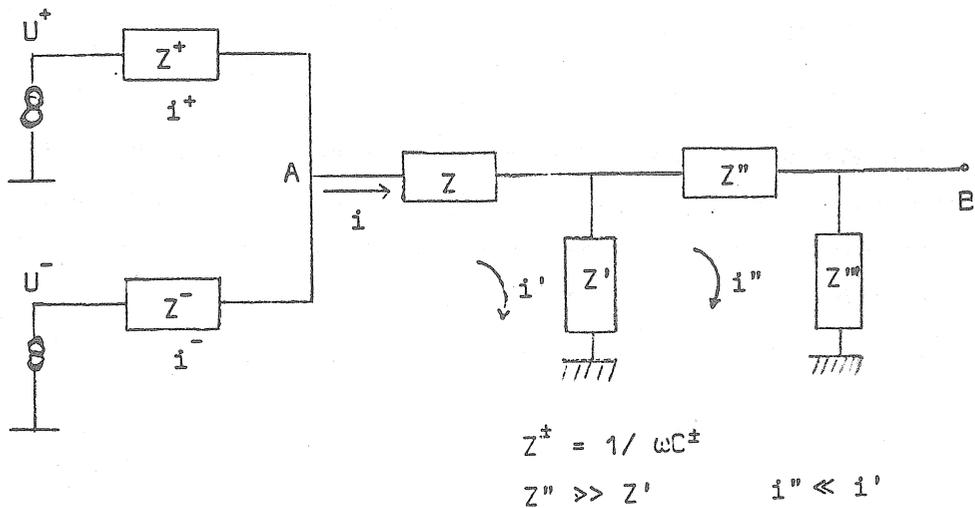


FIGURE 16.

$$i^- = \frac{U^- - A}{Z^-} \quad \text{pour } Z > Z^+ \text{ et } Z^- \quad (6)$$

$$i^+ = \frac{U^+ - A}{Z^+}$$

Pour $-U^- = U^+ = U$ et $A \ll U$

$$i = i^+ + i^- = U \left(\frac{1}{Z^+} - \frac{1}{Z^-} \right) = U \omega (C^+ - C^-) = 2 U \omega dC \quad (7)$$

$$U_B = i'' Z''' = \frac{i' Z' Z'''}{Z'' + Z'''} \approx 2 U \omega \frac{Z' Z'''}{Z'' + Z'''} dC \quad (8)$$

$$\frac{Z' Z'''}{Z'' + Z'''} = \left| \frac{\frac{R}{j \omega C'}}{R + \frac{1}{j \omega C''}} \right| = \left| \frac{RC''}{C' (1 + j \omega RC'')} \right| \quad (9)$$

La fréquence d'excitation du capteur étant de 100 KHZ, on a :

$$\omega R C' = 10^{+5} \times 2 \pi \times 3.310^3 \times 10^{-8} \approx 20 .$$

La tension de sortie U_B peut donc être approchée par la formule :

$$U_B = 2 U \omega R \frac{C''}{C'} dC \quad (10)$$

La capacité C n'influe pas sur le signal de sortie si on construit le capteur de façon telle que C^+ et C^- soient plus grand que C (cfr (6)) et de façon que $(C^+ - C^-)$ soit très petit (cfr (7)). A partir de cette constatation on peut construire un transducteur adapté au pendule.

La figure 17 représente ce capteur (type 504).

La distance entre les armatures fixées est ajustée à environ 8 millimètres tandis que la plaque mobile est placée à moins de 3 millimètres de l'armature de sortie du capteur. Dans ces conditions, on peut déterminer les équations décrivant ce dispositif (figure 18).

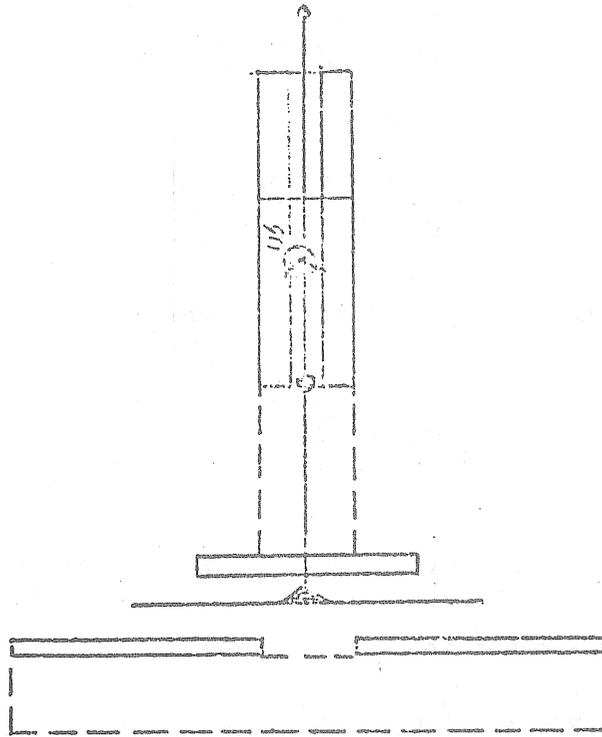


FIGURE 17.

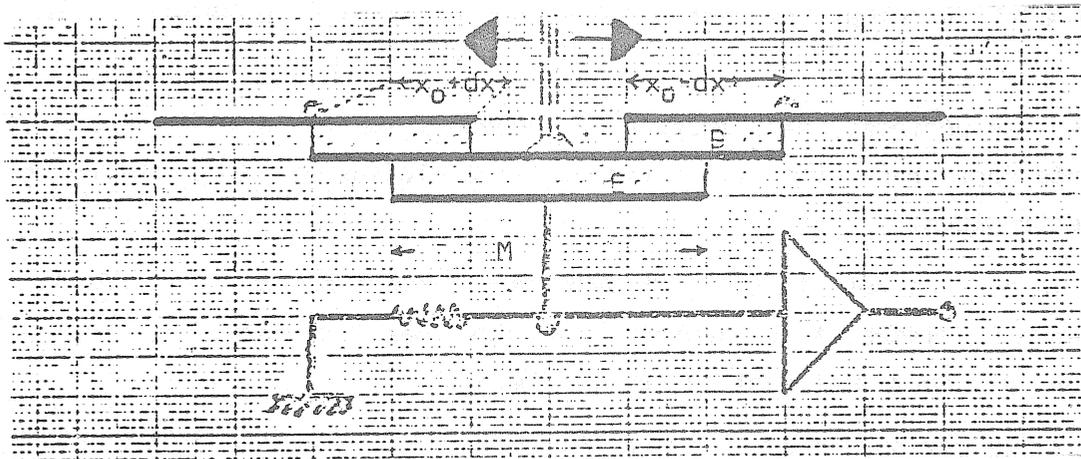


FIGURE 18.

On a $C^+ = \epsilon_0 \frac{h (x_0 + dx)}{D}$

$C^- = \frac{\epsilon_0 h (x_0 - dx)}{D}$

(11)

$C = \frac{\epsilon_0 h \times M}{E}$

Les capacités C^+ et C^- varient linéairement avec le déplacement dx .
D'autre part on trouve les valeurs suivantes pour ces capacités en :

$$dx = 0$$

$$C^+ = C^- = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{6 \cdot 10^{-3}} \text{ pF} = 2,7 \text{ picofarad}$$

La marée clinométrique correspond pour un pendule à 30 secondes de période propre à :

$$\frac{dC^+}{C} = \frac{dx}{x} = \frac{10^{-4}}{2 \cdot 10^{-2}} = 5 \cdot 10^{-3}$$

$$dC^+ = 5 \cdot 10^{-3} \times 2,7 \text{ pF} = 13,5 \text{ femtofarad}$$

La capacité de sortie C a pour valeur

$$C = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 9 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}} = 12 \text{ picofarads}$$

Ces valeurs sont en accord avec les conditions théoriques.

Le choix de la période propre du pendule équipé d'un capteur 504 a fait l'objet de recherches particulières qui ont permis de dégager certaines règles :

- 1 - Pour des périodes inférieures à 20 secondes, les déplacements dûs à la marée sont trop petits vis à vis de la résolution du capteur et de son électronique.
- 2 - Si la période est ajustée à 25 secondes, l'amortissement des oscillations dues aux séismes et aux microséismes n'est pas suffisant. Les résultats d'analyse sont cependant satisfaisants.
- 3 - Pour des périodes supérieures à 40 secondes, les déplacements étant de quelques dixièmes de millimètres, l'azimut n'est plus aussi bien défini.
- 4 - Le choix d'une période comprise entre 30 et 40 secondes garantit à la fois une bonne réjection des bruits géophysiques, une excellente stabilité de la sensibilité et une sensibilité suffisante.

Deux pendules de type VMR 504 installés à Walferdange avec des périodes propres de 30 secondes ont donné à l'analyse les résultats repris aux tables 19 et 20 (VAN RUYMBEKE 1976). Des exemples sans aucun filtrage électronique donnent une idée de la qualité d'enregistrements obtenue avec ce système (Figure 21).

Figure 19

LABORATOIRE SOUTERRAIN DE GEODYNAMIQUE J.FLICK
 STATION 0252 WALFERDANGE 1 COMPOSANTE EST OUEST GRAND DUCHE DE LUXEMBOURG

MINF DE GYPSE
 49 39 53 N 06 09 10 E H 295 M P 75 M D 270KM
 BORD NE DU BASSIN DE PARIS. TRIAS /KEUPER/,
 GISEMENT DE GYPSE DANS MARNES FAILLES A PROXIMITE
 COMPOSANTE A 12.38 DEGRE DE EW
 PENDULE HORIZONTAL VERBAANDERT-MELCHIOR VMR 509
 CALIBRATION AUTOMATIQUE CRAPAUDINE NO 167
 INSTALLATION M.VAN RUYMBEKE
 MAINTENANCE J.FLICK

LEAST SQUARE ANALYSIS / VENEDIKOV FILTERS ON 48 HOURS / PROGRAMMING B.DUCARME
 POTENTIAL CARTWRIGHT-TAYLER-EDDEN / COMPLETE DEVELOPMENT
 COMPUTING CENTER INTERNATIONAL CENTER FOR EARTH TIDES/FAGS/ BRUSSELS
 COMPUTER UNIVAC 1100/40 PROCESSED ON 80/ 7/28

AZIMUT -9.20E-S

P509	781210/781210	79 1 8/79 110	79 116/79 124	79 3 4/79 3 8	79 312/79 4 9
P509	79 413/79 5 3	79 5 6/79 526	79 615/79 7 7	79 711/79 911	79 915/7910 5
P509	791010/791010	791016/791024	791028/7911 5	791111/791115	791124/791124
P509	791128/7912 6	791210/791212	791215/80 1 8	80 119/80 119	80 122/80 122
P509	80 130/80 314	80 331/80 4 2	80 411/80 417	80 420/80 5 4	

TIME INTERVAL 512.5 DAYS 8496 READINGS 24 BLOKS

WAVE GROUP	ESTIMATED AMPL.	AMPL.	PHASE	RESIDUALS
ARGUMENT N WAVE	R.M.S.	FACTOR R.M.S.	DIFF. R.M.S.	AMPL. PHASE
127.-129. 11 SIGMA1	.09 .06	.6189 .4015	-28.13 37.14	.05 -115.9
133.-136. 20 O1	.55 .06	.5861 .0626	-.64 6.12	.10 -176.3
137.-139. 10 RO1	.20 .06	1.1468 .3394	13.06 16.94	.09 31.1
143.-145. 16 O1	3.30 .06	.6738 .0116	.54 .99	.08 156.2
152.-155. 15 NO1	.38 .04	.9763 .1100	-10.48 6.45	.12 -33.3
161.-163. 10 P1	1.69 .05	.7413 .0203	3.72 1.56	.14 50.2
164.-164. 3 S1	.14 .06	2.6005 1.1880	49.83 26.23	.17 64.0
165.-168. 20 K1	5.30 .05	.7677 .0076	-2.90 .57	.36 -48.6
175.-177. 14 J1	.20 .06	.5159 .1501	-3.88 16.65	.07 -168.3
184.-186. 11 OO1	.13 .08	.6001 .3714	29.63 35.49	.07 118.9
233.-236. 10 2N2	.26 .02	.9915 .0861	-4.17 4.99	.08 -13.4
237.-238. 10 MU2	.34 .02	1.0996 .0678	-7.09 3.53	.13 -18.5
243.-245. 13 N2	1.77 .02	.9113 .0108	-6.43 .68	.47 -25.0
246.-248. 11 NU2	.33 .02	.8954 .0548	-7.57 3.52	.09 -30.4
252.-258. 26 M2	8.80 .02	.8656 .0020	-9.33 .13	2.22 -39.9
265.-265. 9 L2	.23 .02	.8111 .0561	-16.63 3.96	.07 -68.6
267.-272. 5 T2	.20 .02	.7159 .0730	-18.08 5.85	.06 -91.5
273.-273. 4 S2	3.97 .02	.8383 .0044	-13.23 .29	1.10 -55.9
274.-277. 12 K2	1.11 .03	.8626 .0205	-12.74 1.36	.32 -50.8
335.-375. 16 M3	.10 .01	.8064 .1013	4.18 7.24	.01 90.7

STANDARD DEVIATION D 2.68 SD 1.18 TD .79 MSECA@@@@@
 RESIDUALS ARE GIVEN IN THE TRUE AZIMUT
 O1/K1 .8776 1-01/1-K1 1.4046 M2/O1 1.2847
 CENTRAL EPOCH TJJ# 2444108.0

5346

Figure 20

LABORATOIRE SOUTERRAIN DE GEODYNAMIQUE J.FLICK
 STATION 0252 WALFERDANGE 1 COMPOSANTE NORD SUD GRAND DUCHE DE LUXEMBOURG

MINE DE GYPSE
 49 39 53 N 06 09 10 E H 295 M P 75 M D 270KM
 BORD NE DU BASSIN DE PARIS. TRIAS /KEUPER/,
 GISEMENT DE GYPSE DANS MARNES FAILLES A PROXIMITE
 COMPOSANTE A 9.66DEGRES DE NS
 PENDULE HORIZONTALE V M R N0550 CAPTEUR CAPACITIF
 CALIBRATION AUTOMATIQUE CRAPAUDINE NO 168
 INSTALLATION M.VAN RUYMBEKE
 MAINTENANCE J.FLICK

LEAST SQUARE ANALYSIS / VENEDIKOV FILTERS ON 48 HOURS / PROGRAMMING B.DUCARME
 POTENTIAL CARTWRIGHT-TAYLER-EDDEN / COMPLETE DEVELOPMENT
 COMPUTING CENTER INTERNATIONAL CENTER FOR EARTH TIDES/FAGS/ BRUSSELS
 COMPUTER UNIVAC 1100/40 PROCESSED ON 80/ 7/25

AZIMUT -9.66N-E

P550	78 4 2/78 426	78 430/78 5 6	78 5 9/78 5 9	78 520/78 522	78 722/78 722
P550	78 726/78 726	78 8 4/78 8 6	78 811/78 811	78 816/78 816	78 823/78 920
P550	78 925/7810 7	781119/781129	7812 3/781211	781214/781218	79 1 8/79 112
P550	79 118/79 128	79 210/79 212	79 219/79 219	79 226/79 3 4	79 3 8/79 314
P550	79 318/79 330	79 4 6/79 410	79 413/79 413	79 420/79 426	79 520/79 526
P550	79 6 2/79 6 4	79 6 7/79 6 7	79 613/79 623	79 626/79 626	79 7 5/79 7 9
P550	79 716/79 720	79 724/79 728	79 731/79 8 2	79 8 6/79 8 6	79 812/79 812
P550	79 816/79 816	79 822/79 824	79 830/79 929	7910 4/7910 6	791031/791031
P550	7911 8/791114	791123/791211	791215/80 1 8	80 114/80 126	80 130/80 215
P550	80 220/80 317	80 321/80 5 6			

TIME INTERVAL 767.0 DAYS 10896 READINGS 47 BLOKS

WAVE GROUP	ESTIMATED AMPL.	AMPL.	PHASE	RESIDUALS
ARGUMENT N WAVE	R.M.S.	FACTOR R.M.S.	DIFF. R.M.S.	AMPL. PHASE
127.-129. 11 SIGMA1	.05 .08	1.1434 2.0883	87.05 104.25	.05 118.8
133.-136. 20 Q1	.19 .08	.7685 .3281	19.04 24.46	.06 81.2
137.-139. 10 R01	.13 .09	2.6369 1.8089	85.40 39.30	.13 100.3
143.-145. 16 .01	.85 .08	.6479 .0614	-19.49 5.42	.30 -109.7
152.-155. 15 N01	.09 .04	.8551 .3641	-19.69 24.34	.03 -68.1
161.-163. 10 P1	.28 .06	.4481 .1040	-9.97 13.31	.17 -163.3
164.-164. 3 S1	.20 .09	14.0387 6.2120	4.89 25.05	.19 5.2
165.-168. 20 K1	1.09 .07	.5883 .0391	-13.59 3.81	.39 -130.3
175.-177. 14 J1	.08 .06	.7886 .5997	-89.18 43.48	.11 -130.5
184.-186. 11 001	.14 .11	2.4793 1.9545	-17.51 45.18	.10 -24.0
233.-236. 10 2N2	.18 .03	.8951 .1319	3.56 8.46	.04 15.0
237.-23X. 10 MU2	.15 .02	.6250 .1031	-4.70 9.47	.02 -141.1
243.-245. 13 N2	.97 .02	.6428 .0165	-6.91 1.47	.14 -122.0
246.-248. 11 NU2	.18 .02	.6322 .0841	-18.87 7.63	.06 -113.3
252.-258. 26 M2	5.06 .02	.6426 .0030	-6.91 .27	.72 -122.1
265.-265. 9 L2	.15 .02	.6783 .0907	-2.37 7.66	.01 -107.2
267.-272. 5 T2	.14 .02	.6610 .1140	6.00 9.86	.02 112.8
273.-273. 4 S2	2.33 .02	.6356 .0066	4.63 .61	.27 135.8
274.-277. 12 K2	.67 .03	.6697 .0321	8.17 2.74	.10 103.8
335.-375. 16 M3	.09 .01	.9239 .1338	2.92 8.28	.01 21.8

STANDARD DEVIATION D 4.21 SD 1.58 TD .91 MSEC@@@@@
 RESIDUALS ARE GIVEN IN THE TRUE AZIMUT
 01/K1 1.1013 1-01/1-K1 .8552 M2/01 .9919
 CENTRAL EPOCH TJJ# 2443983.0

5347

53730

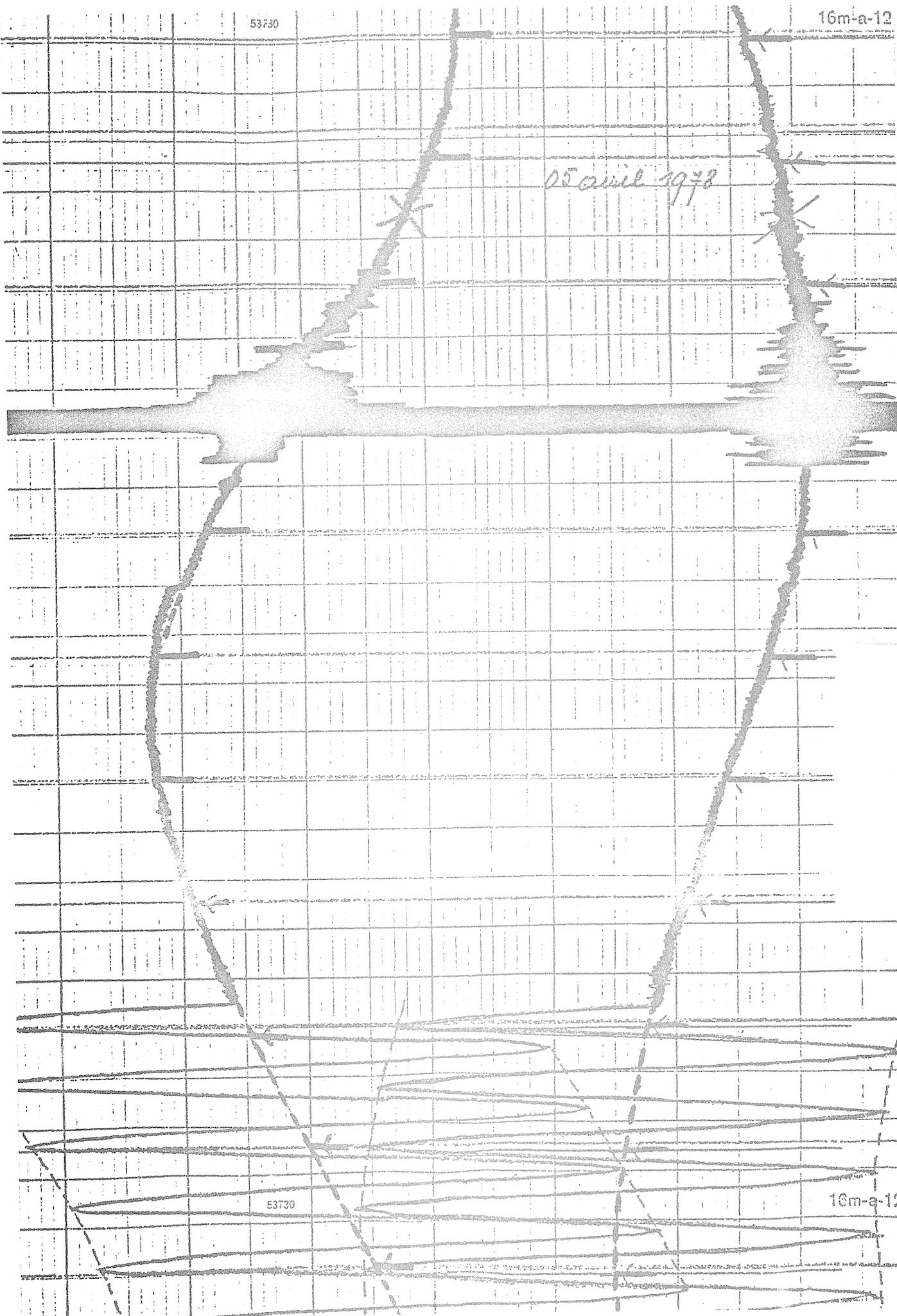
16m-a-12

15 avril 1978

53730

16m-a-12

Figure 21



Le Professeur P. Melchior est le promoteur de cette recherche.

Nous tenons à remercier le Professeur P. Evrard de l'Université de Liège qui nous a engagé dans le projet Orogénèse-Ardennes et le Professeur A. Velghe, Directeur de l'Observatoire Royal de Belgique qui nous a accueilli dans cet Institut.

La collaboration du Dr. B. Ducarme a largement contribué au développement des recherches.

Nous tenons à exprimer notre vive reconnaissance à Monsieur Kriepps, Ministre des Affaires Culturelles du Grand Duché de Luxembourg et à Monsieur l'Ingénieur J. Flick, Directeur des services Topographiques et Biens de la ville de Luxembourg qui nous ont donné la possibilité de travailler au Laboratoire Souterrain de Géodynamique de Walferdange/Luxembourg.

BIBLIOGRAPHIE

- DUCARME B. Problèmes instrumentaux liés à l'enregistrement et à l'analyse des phénomènes de Marée Terrestre
Dissertation doctorale - UCL 1973
- 4.5
DUCARME B. The computation procedure at the International Center for Earth Tides (ICET)
B.I.M. n° 72, pp. 4156-4181 1975
- 3.16
MELCHIOR P. The Tides of the planet Earth
Pergamon Press 1978
- 3.16
MELCHIOR P. Un système d'étalonnage automatique programmé pour les stations clinométriques souterraines
B.I.M. n° 44, pp. 1707-1709 1966
- 3.141.1
VAN RUYMBEKE M. Sur l'étalonnage de pendules horizontaux à l'aide de céramiques piézo-électriques
Bull. classe Sc. Acad. Roy. Belg. 5e série, Tome LVIII, 1972
Obs. Roy. Belg. Comm. B 77 - S. Geoph. n° 112, pp. 368-376 1972
- 3.141.1
VAN RUYMBEKE M. Sur un pendule horizontal équipé d'un capteur de déplacement à capacité variable
Bull. Geod. vol. 50 n° 3, pp. 281-290 1976
- 3.141.1
VAN RUYMBEKE M. Construction et étalonnage d'un pendule horizontal en quartz
Obs. Roy. Belg. Comm. n° 142 S. Geoph. n° 47, pp. 114-115. 1958
- 3.141.1
VERBAANDERT J.
MELCHIOR P. Construction et étalonnage d'un pendule horizontal en quartz
Obs. Roy. Belg. Comm. n°142 S. Geoph. n° 47, pp. 114-115 1958

UTILISATION DE CAPTEURS CAPACITIFS ADAPTES
AUX EXTENSOMETRES HORIZONTAUX

par

M. VAN RUYMBEKE
Observatoire Royal de Belgique

1. INTRODUCTION DU PROBLEME DE L'EXTENSOMETRIE.

Sous l'action des variations de potentiel gravitationnel deux points de la croûte terrestre voient la distance L qui les sépare se modifier. Les extensions et les compressions dues aux marées mesurées par les extensomètres sont de l'ordre de $5 \cdot 10^{-8}$ de la longueur L .

Nous envisageons trois aspects importants pour la conception de ces appareils :

- 1.- La référence et sa stabilité
- 2.- La résolution du capteur
- 3.- La calibration du système.

1. A l'heure actuelle les étalons de longueur qui sont comparés à la longueur variable séparant deux ancrages fixés dans la roche sont constitués par des références matérielles ou lumineuses. (SYDENHAM, 1974).

A Walferdange, seuls les références matérielles sont utilisées. Les LASER à haute stabilisation que différents laboratoires développent peuvent modifier cette option bien que la simplicité des extensomètres en usage reste un argument marquant en leur faveur. (OZAWA, 1965), (OZAWA et al. 1975).

Trois techniques ont donné satisfaction :

- | | | |
|---|---------------|-----------------------|
| A - Le tube de quartz | (Q 26) | longueur : 26 mètres |
| B - La barre d'INVAR | (OZ12) | longueur : 12 mètres |
| C - Le fil d'INVAR sous tension constante | (KING-BILHAM) | longueur : 10 mètres. |

La grande facilité d'utilisation des fils d'INVAR est tentante mais à l'usage la présence de forces de 1 Kg entre les ancrages et dans les supports pose des problèmes délicats. La stabilité latérale de la barre d'invar (diamètre de 1 cm) est assez faible et les suspensions doivent garantir un excellent positionnement de celle-ci. A Walferdange, il a été nécessaire de lester la barre de plusieurs kg en déposant des morceaux de cornières sur celle-ci pour augmenter sa stabilité.

Notre préférence va ainsi vers des matériaux à très faible coefficient de dilatation thermique ayant une section telle qu'il ne faut pas craindre des mouvements de torsion (tube de quartz ou barres de zérodur).

Des déplacements latéraux apparaissent lors d'explosions occasionnées par l'exploitation de la mine, mais on constate qu'ils sont les plus faibles avec les tubes de quartz du Q 26. On relève deux types de dérives de la référence : les dérives thermiques qui sont minimisées par l'installation dans des laboratoires profonds et les dérives dues à la relaxation du matériau qui sont suffisamment régulières que pour ne pas influencer les résultats des analyses. Elles décroissent dans le temps de façon exponentielle si bien que grâce à l'utilisation d'enregistreurs à corrections de zéro automatiques, les dérives deviennent très faibles (deux corrections par an).

2. La résolution insuffisante des capteurs limite les possibilités de mesures. Par exemple les microsondes à induction variable ont un bruit de fond équivalent à des déplacements de 10 nanomètres (figure 1).

Pour avoir une résolution d'un centième sur la marée, il faut utiliser des extensomètres ayant une longueur L telle que :

$$L = \frac{10^{-8}}{510^{-8} \times 10^{-2}} = 20 \text{ m}$$

Les comportements des capteurs à leur résolution maximale diffèrent suivant les techniques employées. Un filtrage en passe bas peut dans certains cas améliorer le rapport signal bruit, (exemple : capteurs capacitifs équipés du système EAM), par contre une composante à longue période n'est pas bien atténuée (microsonde).

Le bruit de fond des capteurs peut être induit par des variations de la pression atmosphérique (effet sur les capacités), de la température, de la tension d'alimentation ou de potentiels existant sur les prises de terre.

Le progrès des unités électroniques réside entre autres dans une meilleure réjection de l'influence des variations des paramètres d'ambiance.

Pour leur excellente réjection des bruits d'origines diverses les capteurs capacitifs s'imposent lorsque les résolutions nécessaires sont inférieures à 10^{-8} m.

Les expériences réalisées à Walferdange avec trois types de capteurs confirment ce choix ainsi que le montrent les résultats présentés en fin de chapitre au § 3.

Extensomètre Vertical équipé
d'une microsonde à variation d'induction

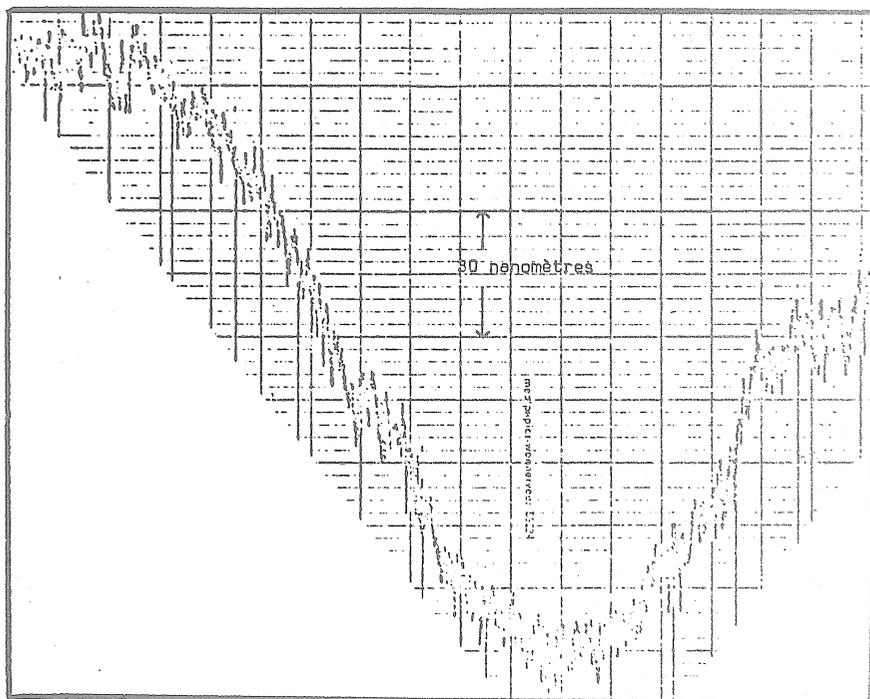


Figure 1.

3. La calibration des systèmes est restée une des difficultés majeures des extensomètres utilisant une référence matérielle (pour les systèmes interférométriques, la longueur d'onde constitue si elle est stable un moyen de calibration pour les amplitudes mesurées).

Différentes méthodes d'étalonnage ont été utilisées à Walferdange, mais sans grand succès. L'excellente stabilité dans le temps de la sensibilité des microsondes pour des déplacements de 10 μm suggère de les utiliser pour la détermination de la sensibilité des capteurs capacitifs développés pour ce laboratoire. On compare les signaux de sortie du capteur capacitif et d'une microsonde mesurant simultanément de grands déplacements (10 μm) provoqués par la vis de correction de zéro de l'extensomètre. Une reproductibilité de 1 % est acquise pour les mesures de sensibilité par cette technique. On en décrit les résultats au paragraphe 2.

De cette analyse des problèmes se dégagent les idées de base qui ont conduit à la construction des capteurs capacitifs pour les instruments Q 26 et OZ12 (Walferdange).

2. DESCRIPTION DE L'EXTENSOMETRE Q 26.

Les longues galeries du Laboratoire Souterrain de Géodynamique de Walferdange se prêtent bien à l'installation d'extensomètres horizontaux et verticaux. Sous l'impulsion de Melchior et Flick, en 1970, une série de tubes de quartz sont collés bout à bout après avoir été suspendus par des caténaires à une structure en dexion et alignés. Une des extrémités de cette longue colonne (26 m) pénètre dans la roche où elle est collée par une résine phénolique. Les déplacements de l'autre extrémité du tube par rapport à la roche ont été mesurés par différents types de senseurs.

Le schéma général de l'instrument est repris à la figure 2.

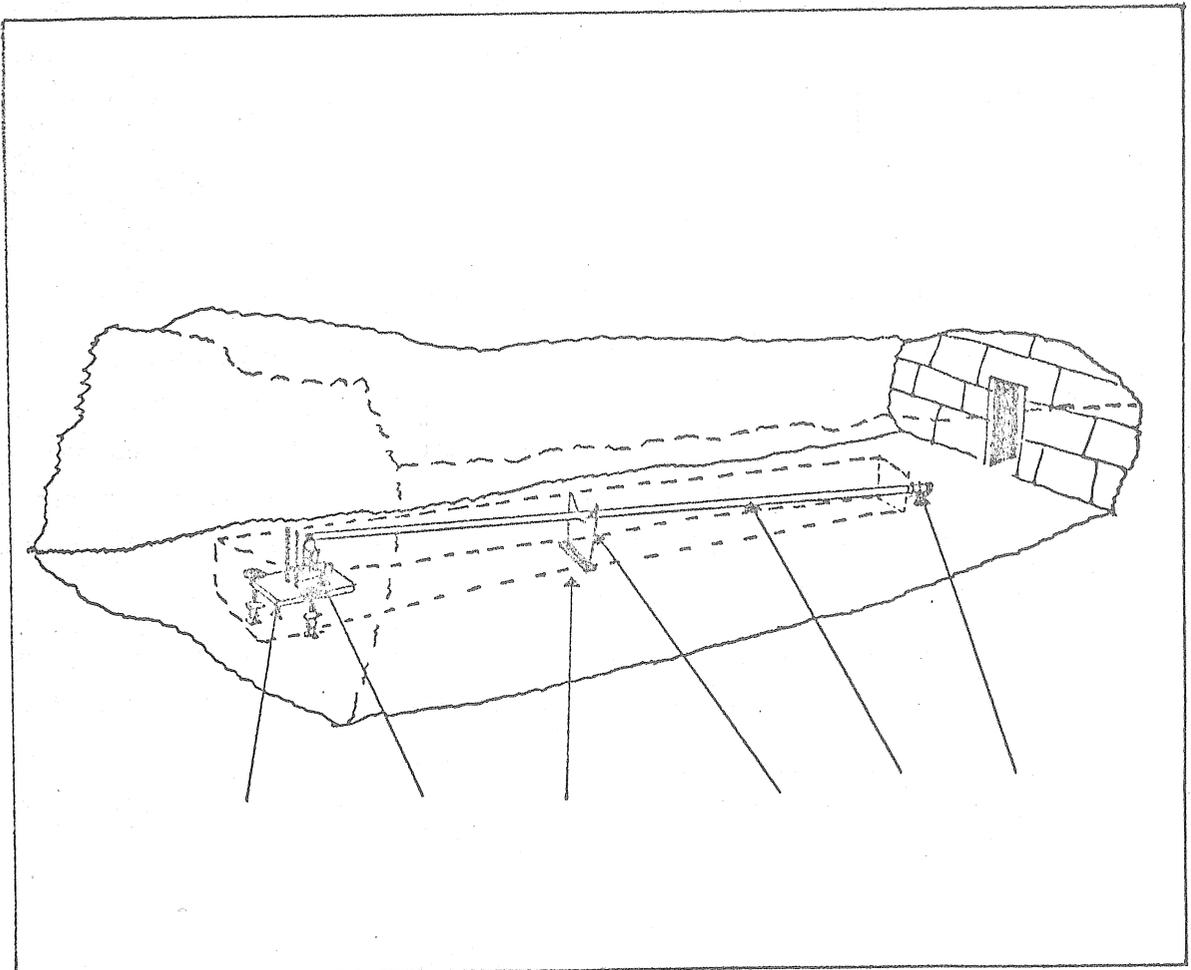


Figure 2.

Une tranchée de plus de 50 cm de profondeur a été creusée pour se protéger des variations de température et permettre une mise à niveau de la barre.

Pour obtenir un maximum d'isolation, elle est fermée par des panneaux en matériaux thermoisolants.

Le coefficient de dilatation thermique α du quartz est de 10^{-7} de la longueur par degré centigrade. Une résolution correspondant à 1/100ème de la marée n'est donc possible que pour des stabilités de 1/200ème de degré centigrade.

Lors de visites de la station, des variations de température d'environ 1/20ème °C n'occasionnent pas de dérives significatives de l'extensomètre Q 26.

Des perturbations portant sur une durée de quelques heures ne semblent donc pas être nuisibles. Pour des durées de plusieurs jours, il en est tout autrement. Ainsi un oubli d'une lampe allumée dans la galerie a provoqué une dérive de la moitié de l'amplitude de la marée et le retour à la position initiale ne s'est fait que très lentement. La bonne construction de l'extensomètre Q 26 s'avère être particulièrement efficace du point de vue des stabilités mécaniques et thermiques sur des périodes comparables à celles des marées.

La qualité des résultats des analyses a progressé grâce aux expériences diverses qui furent poursuivies durant plusieurs années. Non seulement les transducteurs se sont améliorés mais aussi les alimentations, les amplificateurs, les mises au potentiel de la Terre et les enregistreurs, ce qui permit de maîtriser la plupart des phénomènes générateurs de bruits de fond non géophysiques.

Nous avons conçu et réalisé le système actuel qui utilise un capteur à capacités variables. La géométrie retenue répond aux conditions suivantes :

- utilisable sur la base précédemment fixée sur le sol
- poids limité de la pièce fixée sur le tube afin de réduire les tensions induites dans la barre
- insensibilité aux déplacements latéraux
- facilité des opérations de centrage des électrodes
- système en pont de capacités pour permettre d'utiliser l'électronique EAM.
- dispositif de calibration de la sensibilité du capteur.
- isolation électrique qui permet d'éviter les problèmes de prise de terre
- montage aisé pour limiter les risques de bris du tube lors de l'installation.

Après plus d'une année d'utilisation, on peut affirmer que le capteur donne entière satisfaction. Le schéma du système (figure 3) est divisé en 10 parties principales :

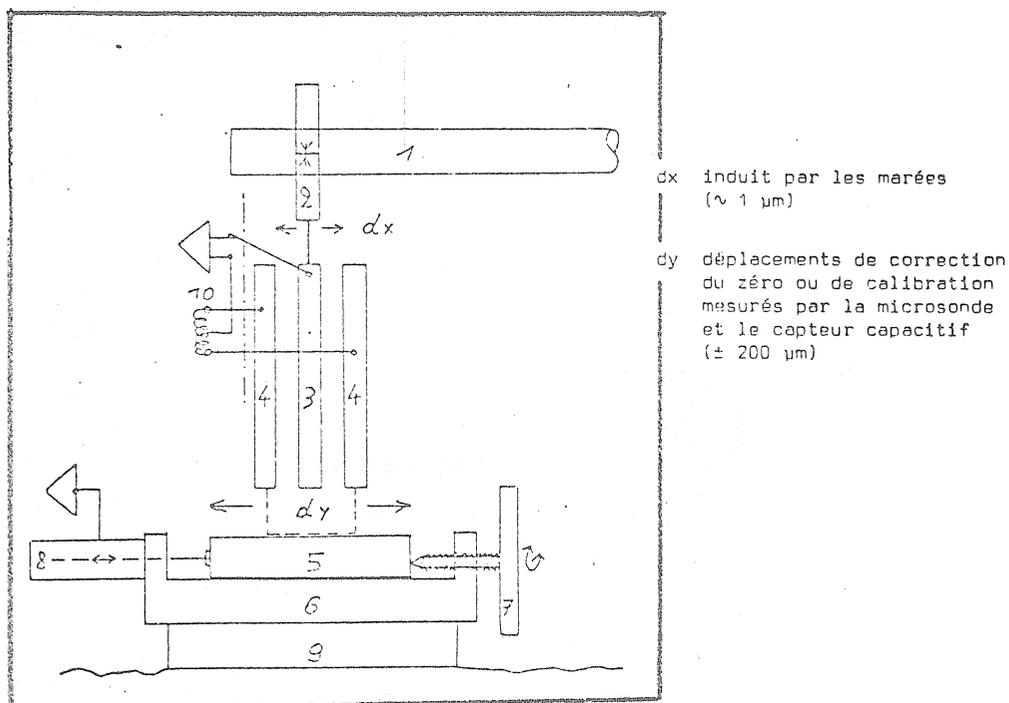


Figure 3

- 1) tube de quartz
- 2) collier monté sur le tube
- 3) plaque mobile fixée à 2) par un intermédiaire isolant électriquement.
- 4) armatures extérieures du capteur de surfaces supérieures à 3) afin d'être insensible aux déplacements latéraux.
- 5) support des armatures 4) par des intermédiaires isolant électriquement.
- 6) support usiné d'une fente dans laquelle le support (5) glisse perpendiculairement aux armatures des capacités.
- 7) vis démultipliée pour induire les déplacements du support 5). La résolution est de $0.1 \mu\text{m}$.
- 8) sonde à induction variable ayant une sensibilité définie à mieux que 1 % d'erreur pour des déplacements dy de plus de $10 \mu\text{m}$.
- 9) support du capteur reposant sur la roche
- 10) dispositif électronique EAM alimentant le capteur capacitif et traitant le signal disponible sur la plaque mobile (3).

Lorsqu'un déplacement dy est produit par la vis (7), on peut mesurer simultanément son amplitude par le capteur capacitif et la microsonde (8). La comparaison des signaux donne la sensibilité du capteur en fonction de celle de la microsonde. L'aspect général et la localisation des éléments sont décrits à la figure 4.

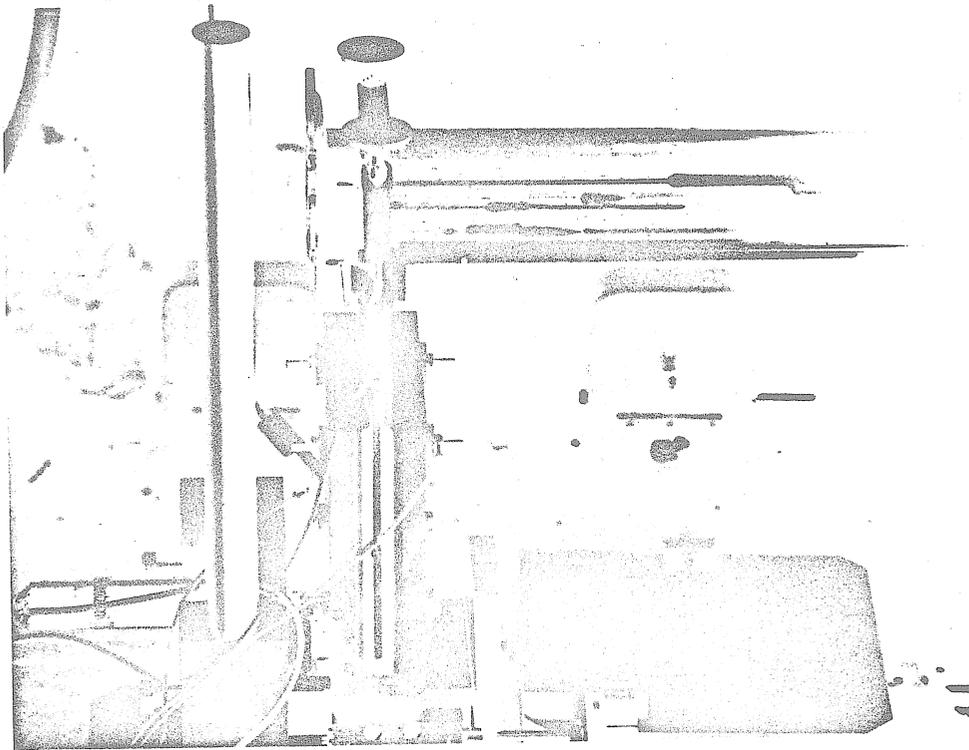


Figure 4

Une vue de profil (figure 5) permet de discerner les différentes parties reprises à la figure 3. Le déplacement maximum du capteur capacitif est de 2 mm. A la figure 6, on aperçoit la disposition générale de l'extensomètre Q 26.

3. RESULTATS ACQUIS PAR L'EXTENSOMETRE Q26 EQUIPE DE CAPTEURS INDUCTIFS ET PENDULAIRES.

Dans ce paragraphe, on traite des caractéristiques de l'extensomètre Q26 depuis sa mise en exploitation.

Trois types de capteurs sont utilisés :

- capteurs pendulaires P1 et P2
- capteur à induction variable M1
- capteur à capacité variable C1

Les capteurs pendulaires sont constitués d'un pendule horizontal dont le point d'attache supérieur se déplace en fonction de l'extension mesurée. Après une période d'essai, ces pendules furent amortis par la friction dans un bain d'huile d'une lamelle fixée sur le bras du pendule.

Les résultats obtenus avec les capteurs pendulaires P1 et P2 non amortis (NAM) et amortis (AM) sont repris aux tables 7, 8, 9 et 10. La calibration de ces capteurs a posé des problèmes qui sont traités en (Ducarme 1973). Simultanément aux pendules, un capteur à induction variable (Linear Variable Displacement Transducer) fut installé à l'extrémité libre de l'extensomètre.

La calibration de ce capteur pour de faibles déplacements présente des erreurs inférieures à 10 %. Les résultats de ce système M1 sont repris à la table 3.11. Les coefficients d'erreur quadratique moyenne sur une lecture pour les différents dispositifs permettent de tirer quelques conclusions.

TABLE 1

WALFERDANGE @ EXTENSOMETRE Q 26 @ CAPTEUR P 1 NAM

1.10		1.20																			
E	1	71	328/71	328	71	4	2/71	4	2	71	4	5/71	5	5	71	513/71	531	71	611/71	611	
E	1	71	616/71	7	6	71	710/71	720	71	725/71	727	71	730/71	811							
TIME INTERVAL		138.0	DAYS			2640	READINGS			9	BLOKS										
WAVE GROUP		ESTIMATED	AMPL.			AMPL.				PHASE											
ARGUMENT		N	WAVE			R.M.S.		FACTOR		R.M.S.					DIFF.		R.M.S.				
133.-139.	30	Q1		1.47	.52	1.7286	.6131			16.99	20.27										
143.-149.	26	O1		4.90	.49	1.1060	.1100			-2.40	5.70										
161.-168.	33	P1S1K1		5.59	.46	.8983	.0734			8.32	4.74										
243.-248.	24	N2		3.95	.94	1.9107	.4553			48.36	13.65										
252.-258.	26	M2		13.61	.89	1.2617	.0822			12.25	3.72										
267.-277.	21	S2K2		6.79	.89	1.3536	.1770			-1.06	7.62										
STANDARD DEVIATION		D		17.63		SD	27.31														
O1/K1	1.2312	1-01/1-K1	-1.0424	M2/O1	1.1408																

TABLE 2

WALFERDANGE @ EXTENSOMETRE Q 26 @ CAPTEUR P 2 NAM

E 2 71 3 6/71 318 71 322/71 324 71 328/71 5 7 71 513/71 618 71 627/71 719
 E 2 71 725/71 727 71 730/71 8 9

WAVE GROUP		ESTIMATED AMPL.		AMPL.		PHASE	
ARGUMENT	N WAVE	R.M.S.	R.M.S.	FACTOR	R.M.S.	DIFF.	R.M.S.
133.-139.	30 Q1	.89	.33	1.0491	.3859	29.33	21.08
143.-149.	26 O1	3.98	.32	.8995	.0719	-7.12	4.58
161.-168.	33 P1S1K1	4.44	.31	.7129	.0499	8.99	4.05
243.-248.	24 N2	2.59	.31	1.2559	.1481	27.66	6.75
252.-258.	26 M2	12.25	.30	1.1358	.0276	8.00	1.38
267.-277.	21 S2K2	6.76	.28	1.3475	.0563	1.79	2.43
STANDARD DEVIATION		D	13.05	SD	10.39		
01/K1	1.2618	1-01/1-K1	.3501	M2/O1	1.2627		

TABLE 3

WALFERDANGE @ EXTENSOMETRE Q 26 @ CAPTEUR P 1 AM

E 1 72 624/72 7 2 72 7 5/72 721 72 8 6/72 8 8 72 813/72 831 72 912/72 920
 E 1 7210 7/721015 721023/721027 7211 3/7211 3 7211 9/721111 721124/721216

WAVE GROUP		ESTIMATED AMPL.		AMPL.		PHASE	
ARGUMENT	N WAVE	R.M.S.	R.M.S.	FACTOR	R.M.S.	DIFF.	R.M.S.
133.-139.	30 Q1	.89	.16	1.0518	.1839	-19.18	10.01
143.-149.	26 O1	3.43	.16	.7747	.0352	-3.79	2.60
161.-168.	33 P1S1K1	3.97	.14	.6380	.0231	3.97	2.11
243.-248.	24 N2	1.90	.07	.9211	.0362	12.38	2.27
252.-258.	26 M2	10.01	.08	.9279	.0071	9.75	.43
267.-277.	21 S2K2	4.78	.07	.9532	.0140	5.96	.85
STANDARD DEVIATION		D	5.15	SD	2.25		
01/K1	1.2143	1-01/1-K1	.6222	M2/O1	1.1977		

TABLE 4

WALFERDANGE @ EXTENSOMETRE Q 26 @ CAPTEUR P 2 AM

E	2	7111	5/7111	5	711120/711124	711129/7112	1	711212/711212	711216/711216
E	2	711222/711224	711226/72	1 5	72 117/72	2 2	72 210/72	222	72 320/72 322
E	2	72 326/72 328	72 4 2/72	4 2	72 7 1/72	7 1	72 7 5/72	721	72 8 6/72 8 8
E	2	72 819/72 831	72 9 7/72	919	7210 7/721011	721023/721025	7211 3/7211	5	
E	2	7211 9/721111	721124/721216						

TIME INTERVAL 408.5 DAYS 4032 READINGS 22 BLOKS

WAVE GROUP ARGUMENT	N WAVE	ESTIMATED AMPL. R.M.S.	AMPL. FACTOR	R.M.S.	PHASE DIFF.	R.M.S.
133.-139.	30 Q1	.60 .28	.7125	.3259	7.34	26.27
143.-149.	26 Q1	5.43 .27	1.2257	.0603	-4.26	2.83U
161.-168.	33 P1S1K1	5.91 .25	.9498	.0398	4.42	2.43
243.-248.	24 N2	2.09 .37	1.0140	.1801	26.89	10.18
252.-258.	26 M2	14.53 .36	1.3466	.0336	7.83	1.42
267.-277.	21 S2K2	6.95 .34	1.3851	.0681	6.78	2.86

STANDARD DEVIATION D 11.61 SD 13.96

01/K1 1.2904 1-01/1-K1 -4.4945 M2/01 1.0986

TABLE 5

WALFERDANGE @ EXTENSOMETRE Q 26 @ CAPTEUR M 1.

E101	71 325/71 329	71 4 4/71 4 6	71 411/71 413	71 417/71 419	71 425/71 425
E101	71 430/71 5 6	71 510/71 512	71 514/71 516	71 520/71 520	71 527/71 6 6
E101	71 615/71 621	71 625/71 629	71 7 4/71 7 4	71 711/71 713	71 725/71 8 4
E101	71 8 8/71 921	71 926/7110 2	7110 6/711010		

TIME INTERVAL 201.0 DAYS 3408 READINGS 18 BLOKS

WAVE GROUP ARGUMENT	N WAVE	ESTIMATED AMPL. R.M.S.	AMPL. FACTOR	R.M.S.	PHASE DIFF.	R.M.S.
133.-139.	30 Q1	.80 .26	.9415	.3036	-13.14	18.42
143.-149.	26 Q1	4.39 .26	.9916	.0585	-4.00	3.38
161.-168.	33 P1S1K1	4.44 .27	.7124	.0432	.52	3.50
243.-248.	24 N2	2.54 .42	1.2309	.2017	-4.09	9.40
252.-258.	26 M2	11.63 .42	1.0778	.0390	-2.51	2.07
267.-277.	21 S2K2	6.03 .37	1.2023	.0738	-6.17	3.57

STANDARD DEVIATION D 10.69 SD 14.95

01/K1 1.3918 1-01/1-K1 .0293 M2/01 1.0870

TABLE 6

Extensomètre Q26 - Erreurs quadratiques moyennes

Capteurs	Semi-diurne	Diurne	Nombre de lectures
P1 NAM	27.31	17.63	2640
P2 NAM	10.39	13.05	3312
P1 AM	2.25	5.15	4992
P2 AM	13.96	11.61	4032
M1	14.95	10.69	3408

Les résultats du capteur inductif M1 et des pendules non amortis P1 NAM et P2 NAM sont médiocres.

Les pendules amortis par contre divergent. Seul P1 AM semble de meilleure qualité. Cependant sa mauvaise calibration limite la valeur des conclusions. On a un résumé des coefficients d'analyse à la table 7.

TABLE 7

	P1 NAM	P2 NAM	P1 AM	P2 AM	M1
Amplitude M_2	1.2617	1.136	0.928	1.347	1.078
Phase M_2	12.25	8.00	9.75	7.83	-2.51
Amplitude S_2K_2	1.3536	1.348	0.953	1.385	1.202
Phase S_2K_2	-1.06	1.79	5.96	6.78	-6.17
Amplitude O_1	1.1060	0.900	0.775	1.226	0.992
Phase O_1	-2.40	-7.12	-3.79	-4.26	-4.00
Amplitude $P_1S_1K_1$	0.8983	0.713	0.638	0.950	0.712
Phase $P_1S_1K_1$	8.32	8.99	3.97	4.42	+0.52
M_2/O_1	1,141	1,263	1,198	1,099	1,087
O_1/K_1	1,231	1,262	1,214	1,290	1,392

Il y a des disparités importantes entre les amplitudes données par P1 AM et P2 AM.

Une certaine homogénéité apparaît pour les rapports d'amplitude M_2/O_1 et O_1/K_1 ainsi que pour les phases de P1 AM et P2 AM. Il existe pour M1 un retard de phase systématique d'environ 11° pour M_2 et S_2K_2 et de 4° pour O_1 et $P_1S_1K_1$.

Cela confirme l'existence d'un phénomène d'hystérésis pour les capteurs à induction variable utilisés à d'aussi haute résolution (10^{-8} m). Remarquons que pour des déplacements de 10^{-4} m cette particularité disparaît. On fera une étude plus détaillée des résultats de la table 7 par comparaison avec les résultats obtenus par le capteur capacitif au § 4.

4. RESULTATS ACQUIS PAR L'EXTENSOMETRE Q26 EQUIPE D'UN CAPTEUR A CAPACITE VARIABLE.

Deux problèmes sont envisagés :

- Précision des calibrations
- Analyse des résultats.

L'extensomètre a été calibré à deux reprises. Une première détermination de la sensibilité du capteur faite en mars 1977 semble garantir une précision de 2 %. Les mesures faites aux voltmètres connectés simultanément au capteur capacitif et à la microsonde de calibration sont reprises à la table 8.

TABLE 8

mV capacitif	mV microsonde	= µm de déplacement
+ 408 mV	+ 113 mV	00 µm
+ 262	+ 203	25.00
+ 124	+ 292	49.72
+ 16	+ 358	68.06
- 116	+ 444	91.94
- 250	+ 531	116.11
- 385	+ 618	140.28

(Une variation de 3,6 mV (microsonde) correspond à 1 µm de déplacement du capteur).

Sensibilité du capteur capacitif

S = 56,45 mV/µm mars 1977

Un premier coefficient de sensibilité qui a été annoncé par le passé (VIIIème symposium international des marées terrestres, Bonn 1977, sous presse) diffère de celui qui est adopté actuellement. La linéarité du capteur capacitif semble n'être garantie que sur des portions de grands déplacements, le temps mort des vis de calibration et du support du capteur pouvant influencer les mesures. On doit choisir pour cette raison les valeurs centrées fournies par le capteur capacitif pour déterminer la sensibilité.

En novembre 1978, plusieurs déterminations réalisées le même jour ont confirmé ce point de vue (table 9).

TABLE 9

Nom du groupe	Sensibilité du capteur capacitif mV/ μ m	Nombre de points	Conditions de la mesure
A1	55,44	7	très grands déplacements pour lesquels tous les points sont pris en considération.
A2	56,06	9	
A3	55,83	9	
A4	56,27	9	
B1	55,22	5	très grands déplacements pour lesquels quelques points centraux sont pris en considération.
B2	55,34	5	
B3	55,16	5	
C1	55,81	3	très grands déplacements pour lesquels les points extrêmes et centraux uniquement sont pris en considération.
C2	55,13	3	
C3	55,91	3	

Suivant le sens des déplacements, les coefficients des mesures A1, A2, A3 et A4 ou ceux de C1, C2 et C3 diffèrent d'environ 1, 2 %.

Par contre pour les groupes B1, B2 et B3 l'écart entre les sensibilités déterminées pour chacun des deux types de déplacement est très faible (0,3 %).

Nous avons choisi les valeurs données pour les groupes B1, B2 et B3 pour la calibration retenue en novembre 1978.

La sensibilité correspondante est

$$S = 55,234 \text{ mV}/\mu\text{m} \quad \text{Novembre 1978}$$

La dérive de la sensibilité déterminée par des calibrations sur une période de 20 mois est donc faible.

Afin de contrôler l'existence de cette dérive, on a exécuté des analyses mensuelles des données de l'extensomètre. Les amplitudes des ondes M_2 et S_2K_2 évoluent de même dans le temps (table 10).

TABLE 10

Amplitude M_2 [observée] [théorique]	Erreur S.D. $10^{-10} \times 26 \text{ m}$	
0,9491 (1ère calibration)	0,72	
0,9486	0,84	T1
0,9622	0,76	Période de dérive de la sensibilité
0,9766	1,06	
0,9686	1,11	
0,9828	1,27	
0,9912	1,63	
0,9946	0,86	
0,9826	1,04	T2
0,9912	0,63	Période stable en sensibilité
0,9822	0,85	
0,9864	0,68	
0,9825	0,93	
0,9824	0,77	
0,9874 (2ème calibration)	0,47	
0,9807	0,78	

Lors des calibrations, les sensibilités sont :

<u>Epoque</u>	<u>sensibilité S</u>	<u>amplitude M_2</u>	<u>Produit - S x Ampl. M_2</u>
mars 1977	56,45	0,9491	53,58
novembre 1978	55,23	0,9874	54,26

Ecart sur les produits (Sensibilité x amplitude).

$$\frac{53,58 - 54,26}{54} = 1,3 \%$$

TABLE 11

WALFERDANGE @ EXTENSOMETRE Q 26 @ CAPTEUR CAPACITIF

E101	77 417/77 421	77 427/77 429	77 5 5/77 5 7	77 513/77 517	77 522/77 6 1
E101	77 6 5/77 611	77 619/77 629	77 7 3/77 727	77 731/77 810	77 813/77 823
E101	77 828/77 830	77 911/77 913	77 917/77 923	77 928/77 928	7710 2/7710 6
E101	771012/771024	771028/771117	771121/771121	771125/7712 9	771214/771214
E101	771222/771224	771228/78 1 1	78 1 5/78 1 5	78 1 8/78 116	78 123/78 123
E101	78 127/78 131	78 2 4/78 314	78 318/78 324	78 328/78 328	78 331/78 410
E101	78 415/78 730	78 8 3/78 829	78 9 2/7811 1	7811 5/781111	781115/781115
E101	781119/7812 5	781210/781216	781220/79 1 9		

TIME INTERVAL 634.5 DAYS 12720 READINGS 38 BLOKS

WAVE GROUP	ESTIMATED AMPL.	AMPL.	PHASE			
ARGUMENT	N WAVE	R.M.S.	FACTOR	R.M.S.	DIFF.	R.M.S.
127.-129.	11 SIGMA1	.10 .07	.7240	.4878	11.82	38.56
133.-136.	20 Q1	.71 .06	.8388	.0756	.71	5.17
137.-139.	10 R01	.12 .06	.7505	.3666	13.51	27.96
143.-145.	16 O1	3.63 .06	.8206	.0140	-1.29	.98
152.-155.	15 NO1	.31 .07	.8832	.1881	10.78	12.20
161.-163.	10 P1	1.71 .05	.8278	.0243	3.06	1.68
164.-164.	3 S1	.59 .07	12.0844	1.4603	82.27	6.81
165.-168.	20 K1	4.07 .06	.6539	.0092	4.71	.81
175.-177.	14 J1	.28 .06	.8048	.1772	-23.47	12.60
184.-186.	11 O01	.22 .12	1.1752	.6511	1.47	31.76
233.-236.	10 2N2	.28 .02	1.0063	.0616	20.55	3.51
237.-23X.	10 MU2	.27 .02	.8338	.0498	16.66	3.43
243.-245.	13 N2	1.93 .02	.9328	.0078	10.36	.48
246.-248.	11 NU2	.37 .02	.9510	.0407	10.33	2.44
252.-258.	26 M2	10.56 .02	.9793	.0014	7.09	.08
265.-265.	9 L2	.30 .01	.9734	.0402	2.02	2.37
267.-272.	5 T2	.32 .02	1.0874	.0540	9.03	2.85
273.-273.	4 S2	5.17 .02	1.0312	.0031	6.27	.18
274.-277.	12 K2	1.36 .02	.9934	.0154	6.34	.89

STANDARD DEVIATION D 3.56 SD 1.13

O1/K1 1.2550 1-O1/1-K1 .5183 M2/O1 1.1934

TABLE 12

WALFERDANGE @ EXTENSOMETRE Q 26 @ CAPTEUR CAPACITIF

E101 77 417/77 421 77 427/77 429 77 5 5/77 5 7 77 513/77 517 77 522/77 6 1
 E101 77 6 5/77 611 77 619/77 629 77 7 3/77 727 77 731/77 810 77 813/77 823
 E101 77 828/77 830 77 911/77 913 77 917/77 923 77 928/77 928 7710 2/7710 6
 E101 771012/771024 771028/771028

TIME INTERVAL 196.0 DAYS 3408 READINGS 17 BLOKS

WAVE GROUP	ESTIMATED AMPL.	AMPL.	PHASE
ARGUMENT N WAVE	R.M.S.	FACTOR R.M.S.	DIFF. R.M.S.
127.-129. 11 SIGMA1	.16 .13	1.1801 .9449	78.02 45.94
133.-136. 20 Q1	.53 .12	.6291 .1428	13.75 13.02
137.-139. 10 R01	.13 .11	.7812 .7068	88.58 51.87
143.-145. 16 O1	3.68 .12	.8317 .0260	.91 1.81
152.-155. 15 N01	.21 .13	.5908 .3707	10.29 36.02
161.-163. 10 P1	2.10 .16	1.0174 .0791	-2.72 4.47
164.-164. 3 S1	1.33 .30	27.1909 6.0787	84.82 12.61
165.-168. 20 K1	3.81 .18	.6117 .0290	-.03 2.73
175.-177. 14 J1	.19 .12	.5455 .3348	-21.53 35.08
184.-186. 11 O01	.63 .23	3.3154 1.1986	30.38 20.72
233.-236. 10 2N2	.29 .03	1.0457 .1218	20.37 6.63
237.-23X. 10 MU2	.28 .03	.8518 .1019	8.30 6.83
243.-245. 13 N2	1.89 .03	.9147 .0153	11.01 .95
246.-248. 11 NU2	.32 .03	.8226 .0811	7.66 5.62
252.-258. 26 M2	10.36 .03	.9600 .0028	7.08 .17
265.-265. 9 L2	.27 .02	.8763 .0805	6.14 5.26
267.-272. 5 T2	.40 .04	1.3716 .1443	-4.24 6.00
273.-273. 4 S2	5.10 .04	1.0156 .0080	5.61 .45
274.-277. 12 K2	1.33 .04	.9722 .0305	6.45 1.78

STANDARD DEVIATION D 3.37 SD 1.11

O1/K1 1.3597 1-O1/1-K1 .4334 M2/O1 1.1543

TABLE 13

WALFERDANGE @ EXTENSOMETRE Q 26 @ CAPTEUR CAPACITIF

E101	771030/771117	771121/771121	771125/77112 9	771214/771214	771222/771224
E101	771228/78 1 1	78 1 5/78 1 5	78 1 8/78 116	78 123/78 123	78 127/78 131
E101	78 2 4/78 314	78 318/78 324	78 328/78 328	78 331/78 410	78 415/78 730
E101	78 8 3/78 829	78 9 2/7811 1	7811 5/781111	781115/781115	781119/7812 5
E101	781210/781216	781220/79 1 9			

TIME INTERVAL 438.5 DAYS 9312 READINGS 22 BLOKS

WAVE GROUP	ESTIMATED AMPL.	AMPL.		PHASE		
		R.M.S.	FACTOR	R.M.S.	DIFF.	
ARGUMENT.	N WAVE	R.M.S.	FACTOR	R.M.S.	DIFF.	R.M.S.
127.-129.	11 SIGMA1	.10 .08	.7215	.5691	-7.45	45.11
133.-136.	20 O1	.80 .08	.9397	.0894	-2.08	5.45
137.-139.	10 RO1	.15 .07	.9373	.4293	3.47	26.21
143.-145.	16 O1	3.61 .07	.8164	.0166	-2.47	1.16
152.-155.	15 NO1	.35 .08	1.0016	.2200	8.82	12.58
161.-163.	10 P1	1.66 .06	.8056	.0280	2.74	1.99
164.-164.	3 S1	.54 .08	11.1442	1.6833	81.62	8.51
165.-168.	20 K1	4.13 .07	.6635	.0107	4.66	.92
175.-177.	14 J1	.31 .07	.8776	.2094	-23.38	13.66
184.-186.	11 O01	.18 .15	.9514	.7705	-58.11	46.40
233.-236.	10 2N2	.26 .02	.9392	.0639	19.62	3.92
237.-23X.	10 MU2	.27 .02	.8063	.0512	20.74	3.65
243.-245.	13 N2	1.94 .02	.9387	.0081	10.34	.49
246.-248.	11 NU2	.38 .02	.9614	.0422	11.46	2.51
252.-258.	26 M2	10.64 .02	.9860	.0015	7.08	.09
265.-265.	9 L2	.31 .01	1.0039	.0419	.52	2.39
267.-272.	5 T2	.29 .02	.9694	.0555	12.37	3.28
273.-273.	4 S2	5.22 .02	1.0393	.0033	6.20	.18
274.-277.	12 K2	1.37 .02	1.0019	.0159	6.16	.91

STANDARD DEVIATION D 3.58 SD 1.00

O1/K1 1.2305 1-O1/1-K1 .5456 M2/O1 1.2078

Dérive de la sensibilité sur 20 mois

$$\frac{56,45 - 55,23}{56} = 2,2 \%$$

On peut affirmer que la calibration actuelle a une précision de 1 % et que la stabilité du capteur est du même ordre.

Les trois tables 17, 18 et 19 de résultats des analyses des enregistrements de l'extensomètre Q26 reprennent les informations suivantes :

Table 17	analyse de toutes les données disponibles
An 1	
Table 18	analyse des données couvrant la période T1
An 2	définie à la Table 16.
Table 19	analyse des données couvrant la période T2
An 3	définie à la table 16.

Entre les résultats de ces trois analyses, les résultats ne diffèrent que de peu. On constate l'influence de la dérive de la sensibilité durant la période T1, les amplitudes de M_2 étant respectivement de 0,9600 et de 0,9860.

Les phases de M_2 sont rigoureusement les mêmes (+ 7,08°).

La comparaison des principaux résultats est reprise à la table 20. Une perturbation importante existe pour l'onde S_1 dont l'amplitude et la phase sont altérées. Elle peut être induite par des potentiels présents sur les prises de terre à certaines heures de la journée (plus forte consommations ménagères ou industrielles ?).

L'amplitude de K_1 est très petite tandis que les amplitudes des ondes semi-diurnes correspondent bien au modèle théorique.

En conclusion du point de vue instrumental on retiendra que :

- les erreurs S.D. sont réduites d'un facteur 10 et les diurnes d'un facteur 5 par rapport aux anciens capteurs (Tables 12 et 20) excepté pour P1 AM.
- les phases données par P1 AM et P2 AM sont relativement bien en accord avec celles reprises en 20.
- les phases données par M_1 sont en retard de 10° et 4° en périodes semi-diurnes et diurnes.
- les rapports M_2/O_1 et O_1/K_1 sont en bon accord avec ceux donnés par le capteur capacitif.

TABLE 14

	An 1 (3.17)	An 2 (3.18)	An (3.19)	amplitude estimée
ampl. M_2	0,9793	0,9600	0,9860	10,64
phase M_2	7,09	7,08	7,08	
ampl. S_2	1,0312	1,0156	1,0393	5,22
phase S_2	6,27	5,61	6,20	
ampl. N_2	0,9328	0,9147	0,9387	1,94
phase N_2	10,36	11,01	10,34	
ampl. K_2	0,9934	0,9722	1,0019	1,37
phase K_2	6,34	6,45	6,16	
erreur S.D.	1,13	1,11	1,00	
ampl. K_1	0,6539	0,6117	0,6635	4,13
phase K_1	4,71	-0,03	4,66	
ampl. O_1	0,8206	0,8317	0,8164	3,61
phase O_1	-1,29	0,91	-2,47	
ampl. P_1	0,8278	1,0174	0,8056	1,66
phase P_1	3,06	-2,72	2,74	
ampl. S_1	12,0840	27,1909	11,1442	0,54
phase S_1	82,27	84,82	81,62	
erreur D	3,56	3,37	3,58	
M_2/O_1	1.1934	1.1543	1.2078	
O_1/K_1	1.2550	1.3597	1.2305	

SUR LA POSSIBILITE QU'ONT LES HETEROGENEITES
HORIZONTALES DU MANTEAU D'APPARAITRE
DANS LES OBSERVATIONS DE MAREES TERRESTRES

S.M. MOLODENSKII, M.V. KRAMER

Fisika Zemli n° 1, pp. 3-20, 1980

On a calculé "les dérivées des nombres de Love d'après les modules d'élasticité" de la Terre réelle ce qui permet de calculer les amplitudes et les phases des marées à la surface de la Terre pour des répartitions faiblement aplaties et non symétriques du module d'élasticité dans le manteau, données par décomposition en fonctions sphériques jusqu'au 47ème ordre. Nous donnons les résultats des calculs expérimentaux des marées semi-diurnes dans une Terre à symétrie non sphérique pour des modèles tenant compte de la différence dans les vitesses des ondes sismiques sous les continents et sous les océans et également pour un modèle de répartition des vitesses V_p sous l'Amérique du Nord. On examine la possibilité de l'étude des hétérogénéités horizontales du manteau d'après les données des marées.

Au cours de ces quelques dernières années, tous les continents ont été couverts d'un réseau relativement dense (plus de 80 points) de stations de marées terrestres. La réduction des données d'observations avec le calcul de l'action des marées océaniques sur les marées terrestres a permis d'obtenir les valeurs du facteur gravimétrique δ avec une erreur relative de l'ordre de 0,2 % et une erreur sur le facteur clinométrique γ d'environ 1 % (1,2). De ce fait l'étude des possibilités d'utilisation des données de marées pour l'étude des hétérogénéités latérales de la Terre présente un intérêt certain.

Notre travail présente un premier essai de faire le calcul numérique des marées dans une Terre à symétrie non sphérique afin de tenter d'éclaircir les problèmes fondamentaux suivants :

- 1) Quelle est la précision nécessaire dans la mesure des amplitudes et des phases de marées pour l'étude des hétérogénéités latérales de la Terre ?
- 2) Quelle est l'influence relative des hétérogénéités à grande échelle et à petite échelle; les hétérogénéités de quelles profondeurs et de quelles échelles peuvent-elles être étudiées le plus efficacement d'après les données de marées ?

A titre d'exemple d'hétérogénéités latérales à relativement petite échelle du manteau, nous avons considéré les marées sur le territoire de l'Amérique du Nord d'après la carte d'Hurin et Tagart (3) des hétérogénéités horizontales des vitesses des ondes longitudinales; pour illustrer l'influence des hétérogénéités à grande échelle du manteau à différentes profondeurs on a calculé l'effet de la différence des modules d'élasticité sous les continents et les océans sur les marées semi-diurnes pour différentes limites inférieures des profondeurs jusqu'où s'étendent les hétérogénéités. Les résultats permettent de calculer les amplitudes et les phases des marées semi-mensuelles, semi-diurnes et diurnes, dans le cas où les hétérogénéités latérales des modules d'élasticité sont représentés par des décompositions en fonctions sphériques jusqu'au 47ème ordre.

1. Au premier ordre de la théorie des perturbations, pour de faibles variations à symétrie non sphérique de la densité et des modules d'élasticité, le problème de calculer les marées ramène au calcul des déformations statiques de la Terre sous l'effet d'une source dépendant de façon donnée de trois coordonnées spatiales. La solution de ce problème est donnée par l'identité (26) provenant du travail (4) qui constitue une conséquence du rapport de réciprocité de Betti (5) généralisé dans le cas du corps élastique hétérogène en self gravitation avec une répartition hydrostatique des tensions initiales. L'application de ces expressions pour les amplitudes et des phases de marées se trouve en (6). Nous formulerons les rapports fondamentaux que nous avons utilisés dans la suite. λ , μ , ρ et v représentent les valeurs moyennées suivant les variables angulaires des modules d'élasticité, de la densité et du potentiel de gravitation non perturbé dans le corps de la Terre. Pour ne pas avoir à traiter de grands nombres, nous prendrons comme unité de longueur le rayon moyen de la Terre $a = 6371$ Km, comme unité de densité, la densité moyenne de la Terre $\rho = 5,517$ g/cm³ et comme unité d'accélération, l'accélération moyenne de la force de pesanteur à la surface de la Terre $g_0 = 982.0$ cm/sec². Dans ce système d'unités la valeur 805,46 sec correspond à l'unité de temps, 7.910 Km/sec à l'unité de vitesse, $3,452 \cdot 10^{12}$ dynes/cm² à l'unité des modules d'élasticité et de tensions et la constante de gravitation est $\chi = 3/4\pi$. Outre λ , μ , ρ , v nous introduisons également de petits accroissements sphériquement non symétriques $\delta\lambda$, $\delta\mu$, $\delta\rho$, δv décrivant l'écart des paramètres correspondants dans la Terre réelle en fonction des répartitions à symétrie sphérique. Nous désignerons ensuite par \vec{U}° et R° le vecteur déplacement et la variation du potentiel dans le corps de la Terre sphériquement symétrique lors des déformations de marées provoquées par un potentiel générateur de marées de la forme

$$V_e = V_0 \frac{r^2}{a^2} P_{n_0}^{m_0}(\cos \theta) \cos(\sigma t - m_0 \varphi), \quad (1)$$

où θ est la colatitude, ϕ la longitude, t le temps, σ la fréquence angulaire de la marée, $P_{n_0}^{m_0}(\cos \theta)$ sont les polynômes de Legendre. Pour les ondes semi-diurnes, diurnes et à longue période les indices n_0 et m_0 prennent respectivement les valeurs $n_0 = 2, m_0 = 2$; $n_0 = 2, m_0 = 1$; $n_0 = 2, m_0 = 0$. On peut exprimer les trois composantes \vec{u}^0 et R^0 par trois fonctions ne dépendant que du degré à l'aide de la formule bien connue de Love

$$\begin{aligned} u^0(r, t, \theta, \varphi) &= H_{n_0}(r) \frac{r}{R} Y_{n_0}^{m_0}(\theta, \varphi, t) + T_{n_0}(r) \text{grad} Y_{n_0}^{m_0}(\theta, \varphi, t); \\ R^0(r, t, \theta, \varphi) &= R_{n_0}(r) Y_{n_0}^{m_0}(\theta, \varphi, t), \end{aligned} \quad (2)$$

où $Y_{n_0}^{m_0}(\theta, \varphi, t) = P_{n_0}^{m_0}(\cos \theta) \cos(\sigma t - m_0 \varphi)$, et les fonctions $H_{n_0}(r)$, $T_{n_0}(r)$, $R_{n_0}(r)$ sont déterminées par les conditions aux limites pour les marées dans la Terre avec une surface libre et des équations différentielles d'équilibre élastique - gravitationnel ayant la forme

$$L_i(u^0, R^0) = \rho \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} [R^0 + (u^0, \text{grad} V)] - \text{div} u^0 \frac{\partial V}{\partial x_i} \right\} + \frac{\partial \sigma_{ih}}{\partial x_h} = 0; \quad (3a)$$

$$\Delta R^0 = 4\pi \kappa \text{div}(\rho u^0). \quad (3b)$$

Nous utiliserons dans la suite la solution (\vec{u}^0, R^0) à titre d'approximation d'ordre zéro aux solutions cherchées (\vec{u}, R) . Nous écrirons

$$\begin{aligned} u &= u^0 + \delta u; \\ R &= R^0 + \delta R, \end{aligned} \quad (4)$$

où $\delta \vec{u}$, δR ($|\delta \vec{u}| \ll |\vec{u}^0|$, $\delta R \ll R^0$) sont les fonctions cherchées dont les valeurs à la surface déterminent les marées de la pesanteur et de l'inclinaison pour la Terre à symétrie non sphérique.

Nous chercherons ensuite la composante radiale δu_r du vecteur $\delta \vec{u}$ et également δR sur la surface par décomposition en fonctions sphériques de la forme :

$$\begin{aligned} \delta u_r(t, \theta, \varphi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n H_n^{m^0}(t) Y_n^m(\theta, \varphi); \\ \delta R(t, \theta, \varphi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n R_n^{m^0}(t) Y_n^m(\theta, \varphi), \end{aligned} \quad (5)$$

où $Y_n^m(\theta, \varphi) = P_n^m(\cos \theta) \begin{cases} \cos m\varphi \\ \sin m\varphi \end{cases}$ à l'inverse de Y_n^m ne dépendent pas du temps mais où les coefficients H_n^m, R_n^m sont les fonctions du temps.

Nous introduirons avec (u^0, R^0) trois types de solutions auxiliaires des équations non perturbées de l'équilibre élastique de la Terre à symétrie sphérique de la forme suivante :

$$u^j(r, \theta, \varphi) = \frac{r}{r_0} H_n^j(r) Y_n^m(\theta, \varphi) + T_n^j(r) \text{grad } Y_n^m(\theta, \varphi); \quad (6)$$

$$R^j(r, \theta, \varphi) = R_n^j(r) Y_n^m(\theta, \varphi),$$

où n prend toutes les valeurs de 0 à ∞ , $-n \leq m \leq n$. L'indice j sera désigné comme le type de conditions aux limites auxquelles satisfait la solution auxiliaire (u^j, R^j) . Ainsi nous supposerons que pour $j = 1$ la solution (u^j, R^j) est donnée par la pression normale répartie proportionnellement à la fonction sphérique d'un ordre donné n pour des conditions aux limites nulles pour la densité de la couche simple :

$$x_h \sigma_{ih}^{(j-1)} |_{r=r_1} = x_i Y_n^m(\theta, \varphi); \quad P^{(j-1)} |_{r=r_1} = 0, \quad (6a)$$

où x_i sont les coordonnées cartésiennes d'un point donné à la surface de la Terre ($x_1 = \sin \theta \cos \phi$; $x_2 = \sin \theta \sin \phi$; $x_3 = \cos \theta$);

$$\sigma_{ik}^j = \mu \left(\frac{\partial u_i^j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k^j}{\partial x_i} \right) + \lambda \text{div } u^j \delta_{ik};$$

$$-P^j = \frac{1}{4\pi\kappa} (R^j |_{r=r_1+0} - R^j |_{r=r_1-0} + 4\pi\kappa\rho H^j)$$

la densité de la couche simple (en désignant par des traits verticaux la différenciation suivant r).

Pour $j = 2$

$$x_h \sigma_{ih}^{(j-2)} |_{r=r_1} = \frac{\partial}{\partial x_i} Y_n^m(\theta, \varphi); \quad P^{(j-2)} |_{r=r_1} = 0; \quad (6b)$$

Pour $j = 3$

$$x_h \sigma_{ih}^{(j-3)} |_{r=r_1} = 0; \quad P^{(j-3)} |_{r=r_1} = Y_n^m(\theta, \varphi). \quad (6c)$$

dans le système d'unités que nous avons utilisé $P_0 = \sigma_0 = 1$. Avec ces notations apparaît l'identité (4,6) :

$$\iint_{(r=1)} (\delta u_i \sigma_{ih}^j x_h + \delta R P^j) \sin \theta d\theta d\varphi = F^j(\delta\rho, \delta\mu, \delta\lambda, t). \quad (7)$$

La substitution successive en (7) des solutions auxiliaires (\vec{u}^j, R^j) , données par les conditions (6a) ou (6c) détermine les coefficients cherchés

$$H_n^{m^0} = \frac{1}{\|Y_n^m\|^2} F^{(j-1)}(\delta\rho, \delta\mu, \delta\lambda, t); \quad (8)$$

$$R_n^{m^0} = \frac{1}{\|Y_n^m\|^2} F^{(j-3)}(\delta\rho, \delta\mu, \delta\lambda, t).$$

Dans les formules (7) et (8)

$$F^{(j)}(\delta\rho, \delta\mu, \delta\lambda, t) = \iiint_{(r \leq R)} [\delta\rho(u^0, \text{grad } R^j) + u_i^j \delta L_{i\rho}(u^0, R^0) - \delta\mu \left(\frac{\partial u_i^0}{\partial x_h} + \frac{\partial u_h}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i^j}{\partial x_h} - \delta\lambda \text{div } u^0 \text{div } u^j] d\tau, \quad (9)$$

$\delta L_{i\rho}$ est la variation ième de la composante de l'opérateur L correspondant au passage de la répartition à symétrie sphériquement de la densité à la symétrie non sphérique. Dans l'expression pour $\delta L_{i\rho}$, à part les termes qui ont été obtenus par la variation (3a) d'après ρ et v , on doit en général prendre en considération les termes complémentaires tenant compte de non hydrostaticité des tensions initiales pour la répartition à symétrie non sphérique de la densité [5]. C'est pourquoi $\delta L_{i\rho}$ des variations $\delta\rho$ ne se détermine pas à un chiffre. Cependant, pour le calcul numérique des effets qui nous intéressent cette circonstance n'est pas très importante puisque les hétérogénéités horizontales de la densité dans le corps de la Terre (estimées d'après les anomalies de la force de pesanteur) sont assez petites et dans une première approximation les deux premiers termes en (9) peuvent être négligés. Dans la suite nous nous limiterons uniquement au calcul de l'influence des répartitions des modules de l'élasticité.

2. Pour ramener les intégrales (9) à une forme utile pour les calculs nous avons suivi la méthode utilisée dans la théorie des oscillations libres de la Terre à symétrie non sphériquement [6] consistant en la décomposition des hétérogénéités horizontales des paramètres $\delta\lambda$, $\delta\mu$ en fonctions sphériques avec l'intégration suivante de l'intégrale du type (9) d'après les variables angulaires.

Après avoir écrit

$$\delta\lambda(r, \theta, \varphi) = \sum_{l=1}^{\infty} \left(\sum_{p=0}^l \lambda_{lp}^c(r) P_l^p(\cos \theta) \cos p\varphi + \sum_{p=1}^l \lambda_{lp}^s(r) P_l^p(\cos \theta) \sin p\varphi \right);$$

$$\delta\mu(r, \theta, \varphi) = \sum_{l=1}^{\infty} \left(\sum_{p=0}^l \mu_{lp}^c(r) P_l^p(\cos \theta) \cos p\varphi + \sum_{p=1}^l \mu_{lp}^s(r) \times \right. \\ \left. \times P_l^p(\cos \theta) \sin p\varphi \right),$$

nous obtiendrons [4] :

$$F_{nm}^j = F_{nm}^j(\delta\lambda, t) + F_{nm}^j(\delta\mu, t).$$

où

$$F_{nm}^j(\delta\lambda, t) = - \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{p=-l}^l A_{lpnmn_0m_0}(t) \int_0^1 x_{nn_0}^{(1)(j)}(r) \lambda_{lp}(r) dr;$$

$$x_{nn_0}^{(1)(j)}(r) = r^2 \left(H_n^{j'} + \frac{2}{r} H_n^j - \frac{n(n+1)}{r^2} T_n^j \right) \times$$

$$\times \left(H_{n_0}' + \frac{2}{r} H_{n_0} - \frac{n_0(n_0+1)}{r^2} T_{n_0} \right); \quad (10)$$

$$F_{nm}^j(\delta\mu, t) = - \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{p=-l}^l A_{lpnmn_0m_0}(t) \int_0^1 r^{n+n_0+1} \mu_{lp}(r) \times$$

$$\times \left[x_{nn_0}^{(2)(j)}(r) + \frac{1}{2} (l+n+n_0+1) (n+n_0-l) x_{nn_0}^{(3)(j)}(r) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4} (l+n+n_0-1) (l+n+n_0+1) (n+n_0-l) (n+n_0-l-2) x_{nn_0}^{(4)(j)}(r) \right] dr; \quad (11)$$

$$x_{nn_0}^{(2)(j)}(r) = 2r^2 \left\{ r^2 h_n^{j'} h_{n_0}' + r h_n^j h_{n_0} + r h_n^j h_{n_0}' + \right.$$

$$+ n r h_{n_0}' \left(h_n^j + \frac{t_n^{j'}}{r} \right) + n_0 r h_n^j \left(h_{n_0} + \frac{t_{n_0}'}{r} \right) + \frac{n(n-1)}{r} h_{n_0}' t_n^{j'} +$$

$$+ \frac{n_0(n_0-1)}{r} h_n^j t_{n_0}' + 3 h_n^j h_{n_0} + n h_{n_0} \left(h_n^j + \frac{t_n^{j'}}{r} \right) +$$

$$\left. + n_0 h_n^j \left(h_{n_0} + \frac{t_{n_0}'}{r} \right) + \frac{nn_0}{2} \left(h_{n_0} + \frac{t_{n_0}'}{r} \right) \left(h_n^j + \frac{t_n^{j'}}{r} \right) \right\}; \quad (12)$$

$$x_{nn_0}^{(3)(j)}(r) = \left\{ \left(h_{n_0} + \frac{t_{n_0}'}{r} \right) \left(h_n^j + \frac{t_n^{j'}}{r} \right) r^2 + 2(n-1) t_n^j \left(h_{n_0} + \frac{t_{n_0}'}{r} \right) + \right.$$

$$\left. + 2(n_0-1) t_{n_0}' \left(h_n^j + \frac{t_n^{j'}}{r} \right) \right\}; \quad (13)$$

$$x_{nn_0}^{(4)(j)}(r) = 2 \frac{t_n^j t_{n_0}'}{r^2}; \quad (14)$$

$$A_{lpnmn_0m_0}(t) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} Y_{n_0}^{m_0}(\theta, \varphi, t) Y_n^m(\theta, \varphi) Y_l^p(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi; \quad (15)$$

$$h_n^j = \frac{H_n^j(r)}{r^{n+1}} - \frac{n T_n^j(r)}{r^{n+2}}; \quad h_{n_0} = \frac{H_{n_0}(r)}{r^{n_0+1}} - \frac{n_0 T_{n_0}(r)}{r^{n_0+2}};$$

$$t_n^j = \frac{T_n^j(r)}{r^n}; \quad t_{n_0} = \frac{T_{n_0}(r)}{r^{n_0}}.$$

3. Pour le calcul numérique de toutes les valeurs entrant en (10) à (15) nous avons utilisé le modèle de Terre élastique à symétrie sphérique de Gilbert et Oziewiczski N° 508 [7]. La solution non perturbée (\bar{u}^0, R^0) et le système des solutions auxiliaires (\bar{u}^j, R^j) dans l'enveloppe ont été calculés en utilisant les équations différentielles habituelles symétrisées [8] écrites dans le système des variables

$$f_1^j(r) = H_n^j(r), \quad f_2^j(r) = \frac{n(n+1)}{r^2} T_n^j(r); \quad f_3^j(r) = R_n^j(r);$$

$$f_4^j(r) = -\rho r^2 f_1(r) + \frac{(n+1)r}{4\pi\kappa} f_3(r) + \frac{r^2}{4\pi\kappa} f_3'(r);$$

$$\left(\sigma_{in}^j \frac{x_k}{r} \right)_n = f_6(r) \frac{x_i}{r^3} Y_n^m(\theta, \varphi) + \frac{f_5(r)}{r^2} \frac{\partial}{\partial x_i} Y_n^m(\theta, \varphi)$$
(16)

(l'indice n pour les fonctions f_1, \dots, f_6 est omis ici et dans la suite). Les conditions aux limites (6) dans ces variables prennent la forme :

$$f_4^j(1) = f_5^j(1) = 0; \quad f_6^j(1) = 1 \quad \text{при } j=1;$$

$$f_4^j(1) = f_5^j(1) = 0; \quad f_6^j(1) = 1 \quad \text{при } j=2;$$

$$f_4^j(1) = f_5^j(1) = 0; \quad f_6^j(1) = 1 \quad \text{при } j=3.$$
(17)

Les conditions à la limite entre le noyau et l'enveloppe et entre le noyau liquide et le noyau solide sont bien connues et nous ne les écrivons pas.

Les cas $n = 0$ et $n = 1$ sont particuliers et il convient de s'y arrêter en détail.

Les solutions auxiliaires (\vec{u}^j, R^j) décrites par la fonction sphérique d'ordre zéro sont nécessaires pour trouver la pression répartie uniformément sur toute la Terre à symétrie non sphérique et en relation avec elle des variations de la pesanteur. Une pression uniforme (variation du rayon moyen et du volume de la Terre) ne se produit que dans le cas où les décompositions des hétérogénéités horizontales de la Terre renferment des termes du second ordre. Ainsi, les termes, contenant $Y_1^0(\theta, \phi)$ (Tenant compte de la poussée équatoriale de la surface des mêmes valeurs des paramètres) exercent une influence uniquement sur les variations à longue période du rayon moyen de la Terre, les termes en $Y_1(\theta, \zeta)$ - seulement sur les diurnes, et les termes en $Y_1 - (\theta, \phi)$ seulement sur les variations semi-diurnes.

Pour $n = 0$ l'équation de Poisson prend la forme :

$$(r^2(R^j))' = 4\pi\kappa(\rho r^2 H^j)'$$

et s'intègre analytiquement

$$(R^j)' = 4\pi\kappa\rho H^j + \frac{c}{r^2}.$$
(18)

La condition de la régularité de la solution au centre impose que $c = 0$. Dans le système des variables (16) la condition (18) prend la forme

$$f_4(r) = 0 \quad \text{pour } n = 0$$
(18a)

Valeurs de $(f_i^j)_n$ (1), \tilde{k}_n et \tilde{h}_n pour le modèle terrestre n° 508
de Gilbert et Dziewonski

n	$f_1^{(3)}$	$f_2^{(3)}$	$f_3^{(3)}$	$f_2^{(2)}$	$f_1^{(1)}$	$f_2^{(1)}$	$-\tilde{k}_n$	$-\tilde{h}_n$
0							0	0,1343
1							0	0,2911
2	0,3643	0,3057	0,7796	6,990	0,9696	0,2185	0,3079	1,009
3	0,1247	0,0778	0,4684	10,55	0,5848	-0,2903	0,1982	1,073
4	0,0591	0,0697	0,3473	14,46	0,4189	-0,3322	0,1353	1,080
5	0,03565	0,0708	0,2795	18,36	0,3400	-0,3186	0,1060	1,116
6	0,02505	0,0672	0,2347	22,39	0,2967	-0,3198	0,0915	1,177
7	0,01921	0,0617	0,2026	26,56	0,2692	-0,3365	0,0832	1,250
8	0,01551	0,0560	0,1783	30,87	0,2495	-0,3609	0,0776	1,326
9	0,01294	0,0507	0,1592	35,28	0,2342	-0,3897	0,0735	1,402
10	0,01105	0,0460	0,1439	39,78	0,2218	-0,4205	0,0702	1,475
11	0,00960	0,0417	0,1312	44,36	0,2112	-0,4525	0,0674	1,546
12	0,00845	0,0379	0,1206	49,02	0,2021	-0,4852	0,0651	1,614
14	0,00675	0,0314	0,1039	58,60	0,1869	-0,552	0,0611	1,742
17	0,00508	0,0238	0,0860	73,65	0,1691	-0,654	0,0562	1,914
21	0,00371	0,0164	0,0699	95,10	0,1510	-0,786	0,0510	2,111
26	0,00216	0,0103	0,0567	124,1	0,1333	-0,932	0,0455	2,308
32	0,00110	0,0060	0,0462	161,8	0,1168	-1,074	0,0401	2,490
39	0,00135	0,0032	0,0380	209,6	0,1018	-1,200	0,0348	2,645
47	0,00096	0,0016	0,0316	268,9	0,0886	-1,303	0,0301	2,775

Tenant compte de l'absence de déplacements tangentiels pour $n = 0$, nous obtenons un système d'équations du second ordre de la forme suivante

$$\begin{aligned} (f_1^j)' &= a_{11}f_1^j + a_{16}f_6^j; \\ (f_6^j)' &= a_{61}f_1^j + a_{66}f_6^j; \end{aligned} \quad (19)$$

où

$$\begin{aligned} -a_{11} = a_{66} &= \frac{2\lambda}{r(\lambda + 2\mu)}; & a_{16} &= \frac{1}{r^2(\lambda + 2\mu)}; \\ a_{61} &= 4\rho r V' + 4\mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu}; \end{aligned}$$

f_1 et f_6 sont continus à la limite du noyau et de l'enveloppe; $\mu = 0$ dans le noyau. En normalisant la solution par la condition

$$f_6^j(1) = 1, \quad (20)$$

nous obtiendrons l'intégrale correspondant à la première ligne (17) ($j = 1$). L'intégrale correspondant à $j = 3$ perd son sens à cause de (18a). C'est pourquoi l'identité (8) pour $n = 0$ détermine uniquement la composante radiale des déplacements H_0^* et ne détermine pas R_0^* . Tenant compte de la conservation de la masse de la Terre dans les déformations de marée il est facile d'obtenir la condition manquante :

$$R_0^{**}(1) = 0.$$

2) Les harmoniques $n = 1$ décrivent le transfert parallèle de la surface équipotentielle et de la surface de la Terre sous l'action des forces de marées. Les valeurs absolues des déplacements des deux surfaces dépendent du choix du système de coordonnées et ne présentent pas d'intérêt. Quant aux déplacements relatifs (déplacement de la surface équipotentielle par rapport à la surface de la Terre) ils exercent une action aussi bien sur le gravimètre que sur le clinomètre et c'est pour cela qu'il faut en tenir compte. Les harmoniques du premier ordre n'apparaissent que dans le cas où les hétérogénéités horizontales renferment les termes $Y_1^0, Y_1^1, Y_3^0, Y_3^1$ (dans le cas des marées zonales); $Y_1^0, Y_1^1, Y_3^0, Y_3^1, Y_3^2$ (pour les ondes diurnes); $Y_1^1, Y_3^1, Y_3^2, Y_3^3$ (pour les marées semi-diurnes).

Pour $n = 1$ les valeurs des fonctions entrant dans les intégrales (\vec{u}^j, R^j) , sont liées par le rapport analytique qui consiste en ce que la somme de toutes les forces élastiques et gravitationnelles agissant sur le milieu enfermé dans une sphère de n'importe quel rayon est égale à zéro.

A la surface de la Terre, ce rapport a la forme (9)

$$2f_5^j(1) + f_6^j(1) + f_7^j(1) = 0. \quad (21)$$

Il est facile de démontrer analytiquement la relation (21) si on exprime à l'aide de l'équation de Poisson ou de la formule de Green les forces de gravitation agissant sur les masses à l'intérieur de la sphère par le potentiel sur la surface de la sphère et si on égalise le tout à la valeur des forces élastiques agissant sur cette même surface. Lors de l'intégration numérique des équations de l'équilibre élastique de la Terre pour $n = 1$ le rapport (21) se satisfait automatiquement et sert de contrôle à l'intégration numérique.

Les intégrales (\vec{u}^j, R^j) données par les conditions aux limites (17) par le rapport (21) ne satisfont pas, c'est pourquoi pour $n = 1$ les conditions (17) doivent être redéterminées. Si on utilise un système des coordonnées ayant son centre au centre des masses de la Terre, la décomposition du potentiel R^j en fonctions sphériques ne renfermera pas d'harmonique du premier ordre et nous obtiendrons la condition aux limites complémentaire analogue à celle qu'on utilise pour les coefficients de charge (9).

$$f_5^j(1) = 1. \quad (22)$$

En l'absence de tensions tangentielles à la surface ($f_5(1) = 0$) les conditions (21) et (22) ne déterminent qu'une et non pas deux solutions auxiliaires (\vec{u}^j, R^j) comme pour $n \geq 2$. Après avoir substitué l'intégrale déterminée par les conditions aux limites (21) et (22) dans l'identité (8), on peut constater que pour $n = 1$ les coefficients H_1^m et R_1^m ne sont pas déterminés séparément par l'identité

(8). On détermine seulement la combinaison

$$H_1^{m^*} - R_1^{m^*}.$$

Ainsi cette valeur décrit le transfert parallèle de la surface de la Terre par rapport à la surface équipotentielle; elle entre dans les expressions des marées de la pesanteur et de l'inclinaison pour $n = 1$.

Si on tient compte que l'origine du système de coordonnées que nous employons correspond au centre de masse de la Terre, le potentiel générateur de marées ne renferme pas d'harmoniques $n = 1$, on peut obtenir une condition supplémentaire pour la détermination de $R_1^{m^*}$:

$$R_1^{m^*} = 0.$$

Cependant cette condition peut ne pas être prise en considération dans la suite pour le calcul des marées de la pesanteur et de l'inclinaison.

Le système d'équations du sixième ordre (19) pour $n = 0$ avec les conditions aux limites (17) ($n \geq 2$) et (21-22) (pour $n = 1$) a été intégré par nous sur BM par une méthode voisine de la méthode de Runge Kutta avec un pas de 0,01; dans le noyau liquide nous avons considéré la condition d'Adams-Williamson comme réalisée et pour $r < b$ on a intégré numériquement l'équation du type de Clairaut (12) :

$$R'' + \frac{2}{r} R' + \left(4\pi\kappa \frac{\rho'}{V'} - \frac{n(n+1)}{r^2} \right) R = 0. \quad (24)$$

Pour la simplicité des calculs le noyau interne a été considéré comme absolument rigide. La précision de l'intégration numérique a été contrôlée à l'aide des relations analytiques obtenues en (11) et pour $n = 1$ on l'a contrôlée en plus à l'aide de (21). L'erreur relative, évaluée de cette façon, du calcul des nombres de Love et des coefficients de surcharge était de l'ordre de 10^{-5} pour les petites valeurs de n et d'environ 10^{-3} pour les valeurs de n égales à quelques dizaines. La table donne les valeurs à la surface de la Terre de toutes les intégrales régulières au centre $f_i^j(1)$ pour le modèle 508 de Gilbert et Dziewonski 7. Pour compléter on a relevé dans celui-ci les données déterminant l'intégrale $f_i^{(j=2)}(1)$ pour $n \geq 2$ ce qui correspond à la présence de tensions tangentielles de type sphéroïdal à la surface de la Terre.

Cette intégrale est nécessaire pour le calcul des composantes tangentielles des déplacements de marées à la surface de la Terre à symétrie non sphériquement 3.

Pour les neuf valeurs $f_i^j(1)$ ($i, j = 1, 2, 3$) on donne dans la table six valeurs : $f_1^{(3)}, f_2^{(3)}, f_3^{(3)}, f_2^{(2)}, f_1^{(1)}, f_2^{(1)}$. Les trois autres valeurs $f_i^j(1)$ sont obtenues par les relations (11)

$$f_1^{(2)}(1) = f_2^{(1)}(1); \quad f_3^{(2)}(1) = f_2^{(3)}(1); \quad f_3^{(1)}(1) = f_1^{(3)}(1).$$

Les nombres de Love h_n , l_n , k_n et les coefficients de surcharge \tilde{h}_n , \tilde{k}_n , \tilde{l}_n pour $n \geq 2$ sont liées aux valeurs f_i^j par :

$$h_n = \frac{2n+1}{3} f_1^{(3)}(1); \quad l_n = \frac{2n+1}{3n(n+1)} f_2^{(1)}(1); \quad k_n = \frac{2n+1}{3} f_3^{(3)}(1) - 1;$$

$$\tilde{h}_n = h_n - \frac{2n+1}{3} f_1^{(1)}(1); \quad \tilde{l}_n = l_n - \frac{2n+1}{3n(n+1)} f_2^{(3)}(1); \quad \tilde{k}_n = k_n - h_n.$$

Les coefficients de surcharge \tilde{k}_n , \tilde{h}_n sont également donnés dans la table. Les nombres de Love du deuxième ordre décrivant la marée statique pour la Terre à symétrie sphérique 508 de Gilbert et Dziewonski sont égaux à

$$h_2 = 0,60721; \quad k_2 = 0,29931; \quad l_2 = 0,08493.$$

Les nombres de Love et les coefficients de surcharge concordent bien avec les valeurs données dans les travaux {12, 13}.

Sur la base de l'intégration numérique précise des équations de l'équilibre statique de la Terre on a également précisé les estimations de l'écart de marées élastiques dans le manteau données en {14}. Les valeurs précises des intégrales décrites en {14} étaient :

$$I_1^j = \int_b^a (r^2 H^0 H^j + n(n+1) T^0 T^j) \rho dr = \begin{cases} 0,1621 & \text{pour } j = 1 \\ 0,0761 & \text{pour } j = 3 \end{cases};$$

$$I_2^j = \int_b^a (r^2 H^0 H^j + n(n+1) T^0 T^j) \rho dr = \begin{cases} 0,0645 & \text{pour } j = 1 \\ 0,0313 & \text{pour } j = 3 \end{cases};$$

$$I_3^j = \int_b^a \rho r^2 (3T^j + rH^j) dr = \begin{cases} 0,238 & \text{pour } j = 1 \\ 0,117 & \text{pour } j = 3 \end{cases};$$

(à la notation prise ici $j = 3$ correspond dans le travail {14} $j = 2$). Pour compléter nous tenons compte ici non seulement l'effet de l'accélération de Coriolis et de la nutation sur la marée dans l'enveloppe mais aussi la variation de l'accélération centrifuge, provoquée par les variations de marées de la rotation de la Terre pour les marées zonales à longue période. Les corrections aux nombres de Love peuvent alors être représentées par :

$$\delta h = I_1^j \quad \text{pour } j = 1 \qquad \delta k = I_3^j \quad \text{pour } j = 3$$

où

$$I_i^j = \sigma^2 I_1^j + 2\omega \sigma m_0 I_2^j [\delta(m_0, 1) + \delta(m_0, 2)] - 2\sigma \omega I_3^j \delta(m_0, 1).$$

Pour les fréquences semi-diurne, diurne et nulle les valeurs précises des corrections aux nombres de Love sont :

$$\begin{aligned}\sigma &= -2\omega & -\omega \\ \delta h &= 0,54 \cdot 10^{-3} & 1,78 \cdot 10^{-3} \\ \delta k &= 0,19 \cdot 10^{-3} & 0,85 \cdot 10^{-3}.\end{aligned}$$

4) Dans la formule (11) entrent les intégrales des produits des trois fonctions sphériques. Des intégrales analogues dans le cas $\ell = n$, $p = m$ se rencontrent dans la théorie des oscillations propres de la Terre et ont été calculées par V.N. Jarkov et V.M. Lioukinov dans le travail [6]. En [15] est donnée l'expression générale pour $A_{\ell p n m n_0 m_0}$ dans le cas $\ell \neq n$, $p \neq m$ par 3 - j du symbole de Vigner. Dans le cas qui nous intéresse $n_0 = 2$; $m_0 = 0, 1, 2$ on peut simplifier sensiblement les expressions générales pour $A_{\ell p n k_0 m_0}$ si on utilise les formules de récurrence :

$$\sin \theta P_n^m(\cos \theta) = \frac{1}{2n+1} (P_{n+1}^{m+1}(\cos \theta) - P_{n-1}^{m+1}(\cos \theta)); \quad (25)$$

$$\cos \theta P_n^m(\cos \theta) = \frac{1}{2n+1} ((n-m+1)P_{n+1}^m(\cos \theta) + (n+m)P_{n-1}^m(\cos \theta))$$

(dans le second membre de (25) on a pris $P_k^r = 0$ pour $r > k$) et également les relations élémentaires :

$$\begin{aligned}\int_0^{2\pi} \sin m_1 \varphi \cos m_2 \varphi \cos m_3 \varphi d\varphi &= 0; \\ \int_0^{2\pi} \sin m_1 \varphi \sin m_2 \varphi \sin m_3 \varphi d\varphi &= 0; \\ \int_0^{2\pi} \cos m_1 \varphi \cos m_2 \varphi \cos m_3 \varphi d\varphi &= \\ &= \frac{\pi}{2} [\delta_{m_1+m_2, m_3} + \delta_{m_2+m_3, m_1} + \delta_{m_1+m_3, m_2} + \delta_{m_1+m_2, -m_3}]; \\ \int_0^{2\pi} \sin m_1 \varphi \cos m_2 \varphi \sin m_3 \varphi d\varphi &= \\ &= \frac{\pi}{2} [\delta_{m_2+m_3, m_1} - \delta_{m_1+m_3, m_2} + \delta_{m_1+m_2, m_3} - \delta_{m_1+m_2, -m_3}].\end{aligned} \quad (26)$$

En utilisant (25), (26) il est simple de constater que $A_{\ell p n m 2m_0} \neq 0$ seulement dans les cas où $\ell = n$, $n - 2$ ou $n + 2$; $p = m + m_0$ ou $m - m_0$. Ainsi si les hétérogénéités horizontales du manteau sont représentées par un seul harmonique sphérique. Alors les décompositions des marées à la surface de la Terre renferment pas plus de trois harmoniques dans le cas des marées zonales et pas plus de six pour les diurnes et semi-diurnes. Cette circonstance permet d'obtenir la solution du problème dans la forme finale pour les hétérogénéités horizontales

données par le nombre final des harmoniques sphériques.

L'intégration de $A_{\ell p n m 2 m_0}$ en θ ramène au calcul des intégrales de trois types :

$$a_{nmm_0} = \int_{-1}^1 P_2^{m_0}(x) P_n^m(x) P_n^{m+m_0} dx;$$

$$b_{nmm_0} = \int_{-1}^1 P_2^{m_0}(x) P_n^m(x) P_{n+2}^{m+m_0} dx;$$

$$d_{nmm_0} = \int_{-1}^1 P_2^{m_0}(x) P_n^m(x) P_{n-2}^{m+m_0}(x) dx.$$

A l'aide de (25) nous obtiendrons :

$$a_{nmm_0} = \begin{cases} \left[\frac{3}{4n+2} \left(\frac{(n+1)^2 - m^2}{2n+3} + \frac{n^2 - m^2}{2n-1} \right) - \frac{1}{2} \right] c_n^m & \text{при } m_0 = 0; \\ \frac{3}{2n+1} \left(\frac{n+m}{2n-1} - \frac{n-m+1}{2n+3} \right) c_n^{m+1} & \text{при } m_0 = 1; \\ -\frac{6}{(2n-1)(2n+3)} c_n^{m+2} & \text{при } m_0 = 2; \end{cases}$$

$$b_{nmm_0} = \begin{cases} \frac{3(n-m+1)(n-m+2)}{(4n+2)(2n+3)} c_{n+2}^m & \text{при } m_0 = 0; \\ \frac{3}{2n+1} \frac{n-m+1}{2n+3} c_{n+2}^{m+1} & \text{при } m_0 = 1; \\ \frac{3}{(n+1)(2n+3)} c_{n+2}^{m+2} & \text{при } m_0 = 2; \end{cases}$$

$$d_{nmm_0} = \begin{cases} \frac{3(n+m)(n+m-1)}{(4n+2)(2n-1)} c_{n-2}^m & \text{при } m_0 = 0; \\ -\frac{3(n+m)}{4n^2-1} c_{n-2}^{m+1} & \text{при } m_0 = 1; \\ \frac{3}{4-1} c_{n-2}^{m+2} & \text{при } m_0 = 2; \end{cases}$$

où

$$c_n^m = \|P_n^m\|^2 = \frac{2}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!}.$$

- 5) Pour utiliser les données séismiques sur les hétérogénéités horizontales du manteau dans les relations (10), (11) il est simple de passer des variables λ , μ aux variables $V_p = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}$, $V_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$. Nous désignerons par V_{p0} , V_{s0} les répartitions moyennées d'après les variables angulaires de vitesses des ondes longitudinales et transversales avec la profondeur; par δV_p , δV_s - les petits accroissements à symétrie non sphérique, $\alpha = \delta V_p / V_{p0}$, $\beta = \delta V_s / V_{s0}$. En utilisant les décompositions (10) il est simple d'obtenir les décompositions analogues pour δV_p , δV_s , α , β et d'après les formules (11), (8) les coefficients de la décomposition de la composante radiale des déplacements H_n^m et des variations du

potentiel R_n^{m*} à la surface de la Terre. Tenant compte des expressions pour les variations de la force de pesanteur par H_n^{m*} , R_n^{m*} :

$$\Delta g(\theta, \varphi, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n [(n+1)R_n^{m*}(t) - 2H_n^{m*}(t)] Y_n^m(\theta, \varphi), \quad (27)$$

nous obtiendrons finalement

$$\begin{aligned} \Delta g(\theta, \varphi, t) = & \sum_{l,p} \cos \sigma t [(G_l^p)_{s1}(\theta, \varphi) + (G_l^p)_{p1}(\theta, \varphi)] + \\ & + \sin \sigma t [(G_l^p)_{s2}(\theta, \varphi) + (G_l^p)_{p2}(\theta, \varphi)], \end{aligned} \quad (28)$$

où

$$\begin{aligned} (G_l^p)_{p1}(\theta, \varphi) = & a_{lp m_0} Y_l^{p+m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p+m_0) \int_b^1 y_l(r) \alpha_l^p(r) dr + \\ & + a_{lp -m_0} Y_l^{p-m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p-m_0) \int_b^1 y_l(r) \alpha_l^p(r) dr + \end{aligned} \quad (29)$$

$$+ b_{l-2p-m_0} Y_{l-2}^{p-m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p-m_0) \int_b^1 y_{l-2}(r) \alpha_l^p(r) dr +$$

$$+ b_{lp m_0} Y_{l+2}^{p+m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p+m_0) \int_b^1 y_{l+2}(r) \alpha_l^p(r) dr +$$

$$+ d_{l-2p+m_0} Y_{l-2}^{p+m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p+m_0) \int_b^1 y_{l-2}(r) \alpha_l^p(r) dr +$$

$$+ d_{lp m_0} Y_{l+2}^{p-m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p-m_0) \int_b^1 y_{l+2}(r) \alpha_l^p(r) dr;$$

$$I(m_0, p, p \pm m_0) = \int_0^{2\pi} \cos m_0 \varphi \begin{cases} \cos p \varphi \\ \sin p \varphi \end{cases} \begin{cases} \cos(p \pm m_0) \varphi \\ \sin(p \pm m_0) \varphi \end{cases} d\varphi; \quad (30)$$

$$y_l(r) = 2(\lambda_0 + 2\mu_0) (2x_{l m_0}^{(1)(j=1)}(r) - (l+1)x_{l m_0}^{(1)(j=3)}(r)); \quad (31)$$

L'expression pour $(G_l^p)_{s2}$ est analogue à (29) avec cette différence que dans la formule (30) $\cos m_0 \varphi$ est remplacé par $\sin m_0 \varphi$;

$$(G_l^p)_{s1} = a_{lp m_0} Y_l^{p+m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p+m_0) \int_b^1 (z_2)_l(r) \beta_l^p(r) dr + \quad (32)$$

$$+ a_{lp -m_0} Y_l^{p-m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p-m_0) \int_b^1 (z_2)_l(r) \beta_l^p(r) dr +$$

$$+ b_{l-2p-m_0} Y_{l-2}^{p-m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p-m_0) \int_b^1 (z_1)_{l-2}(r) \beta_l^p(r) dr +$$

$$+ b_{lp m_0} Y_{l+2}^{p+m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p+m_0) \int_b^1 (z_3)_{l+2}(r) \beta_l^p(r) dr +$$

$$\begin{aligned}
& + d_{l-2p+m_0} Y_{l-2}^{p+m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p+m_0) \int_b^a (z_1)_{l-2}(r) \beta_l^p(r) dr + \\
& + d_{lp-m_0} Y_{l+2}^{p-m_0}(\theta, \varphi) I(m_0, p, p-m_0) \int_b^a (z_3)_{l+2}(r) \beta_l^p(r) dr; \tag{32}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(z_1)_l(r) &= 2\mu_0 (2x_{ln_0}^{(2)(j=1)}(r) - 4x_{ln_0}^{(1)(j=1)}(r) - (l+1)x_{ln_0}^{(2)(j=3)}(r) + \\
& + 2(l+1)x_{ln_0}^{(1)(j=3)}(r)); \\
(z_2)_l(r) &= 2(2l+3)\mu_0 (2x_{ln_0}^{(3)(j=1)}(r) - (l+1)x_{ln_0}^{(3)(j=3)}(r)) + (z_1)_l(r); \\
(z_3)_l(r) &= 4(2l+1)\mu_0 (2x_{ln_0}^{(3)(j=1)}(r) - (l+1)x_{ln_0}^{(3)(j=3)}(r) + \\
& + 4(4l^2-1)\mu_0 (2x_{ln_0}^{(4)(j=1)}(r) - (l+1)x_{ln_0}^{(4)(j=3)}(r)) + (z_1)_l(r).
\end{aligned}$$

$(G_\ell^D)_{s2}$ s'obtient également par (30, 32) par le remplacement en (30) $\cos m_0 \phi$ par $\sin m_0 \phi$. Les fonctions $(G_\ell^D)_{s1}$, $(G_\ell^D)_{s2}$ déterminent l'action sur la marée des hétérogénéités horizontales dans la répartition des vitesses des ondes transversales V_s , et $(G_\ell^D)_{p1}$, $(G_\ell^D)_{p2}$ des hétérogénéités des vitesses des ondes longitudinales V_p . Dans les formules (29), (32) entrent les fonctions sphériques $Y_\ell^{p \pm m_0}$, $Y_{\ell \pm 2}^{p \pm m_0}$, déterminées par

$$Y_{\ell}^{p_1}(\theta, \varphi) = P_{\ell}^{p_1}(\cos \theta) \begin{cases} \cos p_1 \varphi \\ \sin p_1 \varphi \end{cases} \tag{33}$$

Les indices ℓ , p en conformité avec (10) parcourent toutes les valeurs possibles dans l'intervalle $0 \leq p \leq \ell \leq \infty$. Dans les cas où $p_1 = p \pm 2$ est plus grand que $\ell_1 = \ell$, $\ell \pm 2$ et également dans les cas où un des indices ℓ_1 , p_1 prend des valeurs négatives, nous supposons $Y_{\ell_1}^{p_1} = 0$. Pour $\ell_1 < 0$ en outre il faut prendre $Y_{\ell_1} = \{Z_1\}_{\ell_1} = \{Z_2\}_{\ell_1} = \{Z_3\}_{\ell_1} = 0$. Le choix entre les cosinus ou le sinus dans les formules (30), (33) se détermine par la loi suivante :

- 1) l'intégrale $I(m_0, p, p \pm m_0)$ dans les expressions pour $(G_\ell^D)_{s1}$, $(G_\ell^D)_{p1}$ a la forme (30); dans les formules pour $(G_\ell^D)_{s2}$, $(G_\ell^D)_{p2}$ il faut remplacer le premier facteur dans l'expression sous l'intégrale (30) par $\sin m_0 \phi$;
- 2) le second facteur dans l'expression sous l'intégrale (30) a la forme $\cos p \phi$ dans le cas où on envisage l'effet provenant des hétérogénéités horizontales de la forme $\alpha_\ell^p(r) P_\ell^p(\cos \theta) \cos p \phi$; $\beta_\ell^p(r) P_\ell^p(\cos \theta) \cos p \phi$ et $\sin p \phi$ quand les hétérogénéités ont la forme $\alpha_\ell^p(r) P_\ell^p(\cos \theta) \sin p \phi$; $\beta_\ell^p(r) P_\ell^p(\cos \theta) \sin p \phi$;
- 3) la forme du troisième facteur en (30) se détermine par les règles de sélection (26). Ainsi si les deux premiers facteurs dans l'expression sous l'intégrale

(30) sont soit deux cosinus, soit deux sinus alors le dernier facteur a la forme $\cos(p \pm 2)\phi$; si un des facteurs est cosinus et l'autre sinus alors le dernier facteur a la forme $\sin(p \pm m_0)\phi$;

4) dans (33) les fonctions $Y_{l, l \pm 2}^{p \pm m_0}$ se déterminent par

$$Y_{l, l \pm 2}^{p \pm m_0}(\theta, \varphi) = P_{l, l \pm 2}^{p \pm m_0}(\cos \theta) \cos(p \pm m_0)\varphi$$

Dans le cas où le troisième facteur dans l'expression sous l'intégrale (30) est $\cos(p \pm m_0)\phi$ et

$$Y_{l, l \pm 2}^{p \pm m_0}(\theta, \varphi) = P_{l, l \pm 2}^{p \pm m_0}(\cos \theta) \sin(p \pm m_0)\varphi,$$

quand le troisième facteur dans l'expression sous l'intégrale (30) est $\sin(p \pm m_0)\phi$.

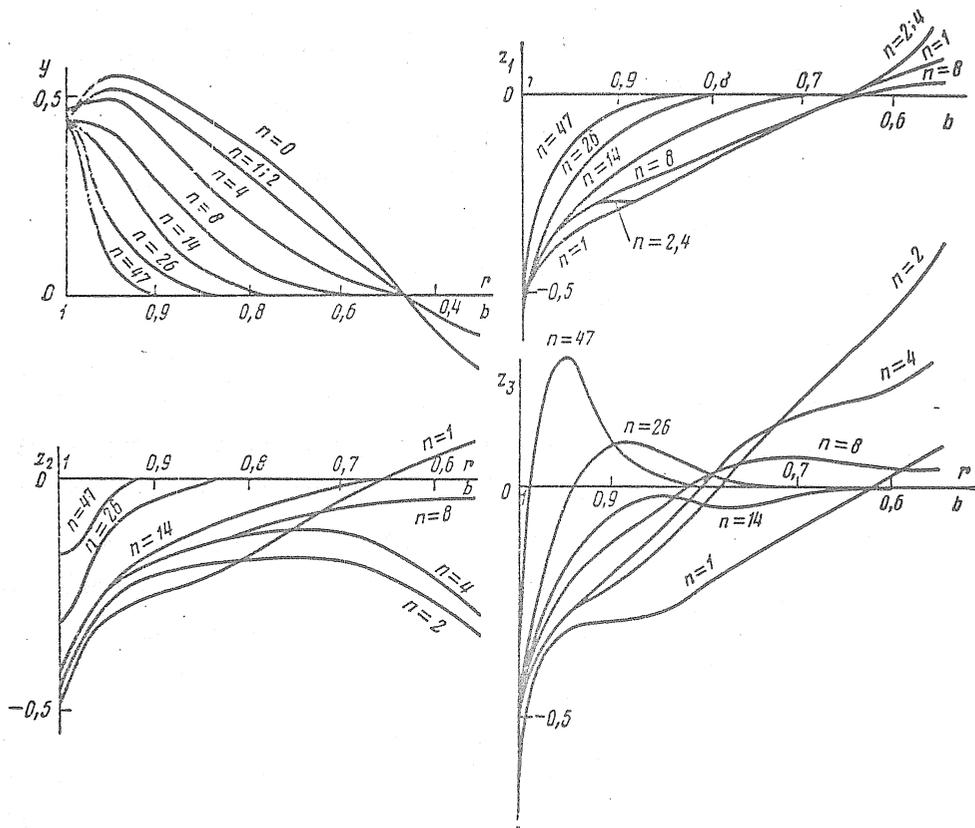


Fig. 1 : Graphiques des fonctions $y_n(z_1)_n$, $z_2)_n$, $z_3)_n$ entrant dans les rapports (29), (32) calculés pour le modèle de la Terre n° 508 de Gilbert et Dziewonski.

6. L'influence des hétérogénéités horizontales de la Terre sur les marées est facile à représenter sous forme de corrections sans dimensions aux facteurs gravimétrique et clinométrique δ , γ et des corrections aux phases en différents points de la surface de la Terre. Après avoir écrit

$$\Delta g(\theta, \varphi, t) = \frac{2V_0}{a} (\delta + \delta_1(\theta, \varphi)) P_{2,0}^{m_0}(\cos \theta) \cos(\sigma t - m_0 \varphi - \Phi(\theta, \varphi)), \quad (34)$$

où $\delta = 1 + h_2 - \frac{3}{2} k_2 = 1,1582$ pour le modèle de la Terre N° 508 de Gilbert et Dziewonski $\delta_1(\theta, \varphi)$ et $\Phi(\theta, \varphi)$ les corrections aux valeurs δ et l'écart de phases dans les radians des variations de marées de force de pesanteur relativement à la phase du potentiel générateur de marées, nous obtiendrons

$$\delta_1(\theta, \varphi) = \frac{1}{P_{2,0}^{m_0}(\cos \theta)} \sum_{l,p} (G_l^p)_1(\theta, \varphi) \cos m_0 \varphi + (G_l^p)_2(\theta, \varphi) \sin m_0 \varphi; \quad (35)$$

$$\Phi(\theta, \varphi) = \frac{1}{\delta P_{2,0}^{m_0}(\cos \theta)} \sum_{l,p} (G_l^p)_2(\theta, \varphi) \cos m_0 \varphi - (G_l^p)_1(\theta, \varphi) \sin m_0 \varphi.$$

Dans le cas des ondes zonales ($m_0 = 0$) nous obtiendrons

$$\delta_1(\theta, \varphi) = \frac{2}{3 \cos^2 \theta - 1} \sum_{l,p} (G_l^p)_1(\theta, \varphi); \quad (36)$$

$$\Phi(\theta, \varphi) = 0.$$

7. Les graphiques des fonctions Y_n , $(Z_1)_n$, $(Z_2)_n$, $(Z_3)_n$ dans le manteau pour $0 \leq n \leq 47$ sont donnés dans la figure 1. A la limite du manteau avec l'écorce ces fonctions subissent une discontinuité. Il convient de noter que les valeurs de toutes les fonctions de poids sur la surface et près de la surface de la Terre dépendent très faiblement de l'ordre de la fonction sphérique n . Ainsi, les valeurs Y_n varient harmoniquement sur la surface de 0,394 à 0,416 avec une variation n de 0 à 47; les valeurs $(Z_1)_n$, $(Z_2)_n$, $(Z_3)_n$ pour $1 \leq n \leq 47$ se trouvent respectivement dans les intervalles de $0,412 \leq Z_1 \leq 0,408$; $-0,411 \leq Z_2 \leq -0,321$; $-0,682 \leq Z_3 \leq -0,415$. Etant donné cette circonstance l'effet des hétérogénéités horizontales de l'écorce du manteau supérieur dépend faiblement des échelles horizontales des hétérogénéités. Au même moment, les valeurs des fonctions Y_n , $(Z_1)_n$, $(Z_2)_n$, $(Z_3)_n$ à grandes profondeurs diminuent brusquement avec la croissance de n . C'est pourquoi à grandes profondeurs l'influence des hétérogénéités horizontales étendues est nettement plus grande que l'influence des hétérogénéités locales.

8. Nous donnons les résultats des calculs numériques des amplitudes et des phases des variations de marées de la force de pesanteur pour certains modèles très simples des hétérogénéités horizontales du manteau.

Nous donnons sur les figures 2 à 5 les corrections aux amplitudes et aux phases des marées pour des modèles d'hétérogénéités horizontales de la Terre tenant compte de la différence dans les vitesses V_P et V_S sous les continents et sous les océans. Pour calculer les contours des continents et des océans nous avons utilisé la décomposition de la fonction océanique

$$\psi = \begin{cases} 1 & \text{sur le sol ferme} \\ 0 & \text{sur le territoire des océans} \end{cases}$$

en harmoniques sphériques jusqu'à l'ordre 8 (81 termes de la décomposition) provenant du travail [18]. On a envisagé les modèles suivants :

- 1) les vitesses des ondes longitudinales V_P sous les océans depuis la surface de la Terre jusqu'à la profondeur $h = 331$ km sont 5 % plus petites que les vitesses V_P sous les continents; les répartitions de la densité ρ et de vitesses des ondes transversales V_S ont été supposées sphériquement symétriques;
- 2) V_S sous l'océan dans la couche jusqu'à $h = 331$ km est 5 % plus petit que V_S sous les continents; les répartitions $V_P = \rho$ sont sphériquement symétriques.

Puisque les fonctions Y_n , $(Z_1)_n$, $(Z_2)_n$, $(Z_3)_n$ pour $n \leq 10$ dans l'intervalle $h = (0, 300 \text{ Km})$ varient peu, les résultats donnés pour les modèles (1), (2) restent presque invariables dans les cas où V_P , V_S , h varient près de la surface de façon arbitraire mais de sorte que les produits $\frac{\delta V_P}{V_P} h$, $\frac{\delta V_S}{V_S} h$ restent constants. Pour calculer les variations arbitraires V_P , V_S , h près de la surface il faut seulement tenir compte que la valeur de l'effet (au premier ordre de la théorie des perturbations) dépend linéairement des produits $\frac{\delta V_P}{V_P} h$, $\frac{\delta V_S}{V_S} h$;

- 3) Pour évaluer l'influence des hétérogénéités horizontales du manteau inférieur on a réalisé des calculs de modèles avec les mêmes hypothèses par rapport à V_P , V_S mais avec des hétérogénéités englobant tout le manteau ($h = 2891 \text{ Km}$).

Sur la figure 2 nous donnons les corrections aux amplitudes et aux phases des marées semi-diurnes pour le modèle 1, sur la figure 3 ce sont les mêmes corrections pour le modèle 2, et sur la figure 4 pour le modèle 3 (le cas des répartitions hétérogènes des vitesses V_P pour des répartitions sphériquement symétriques V_S , ρ).

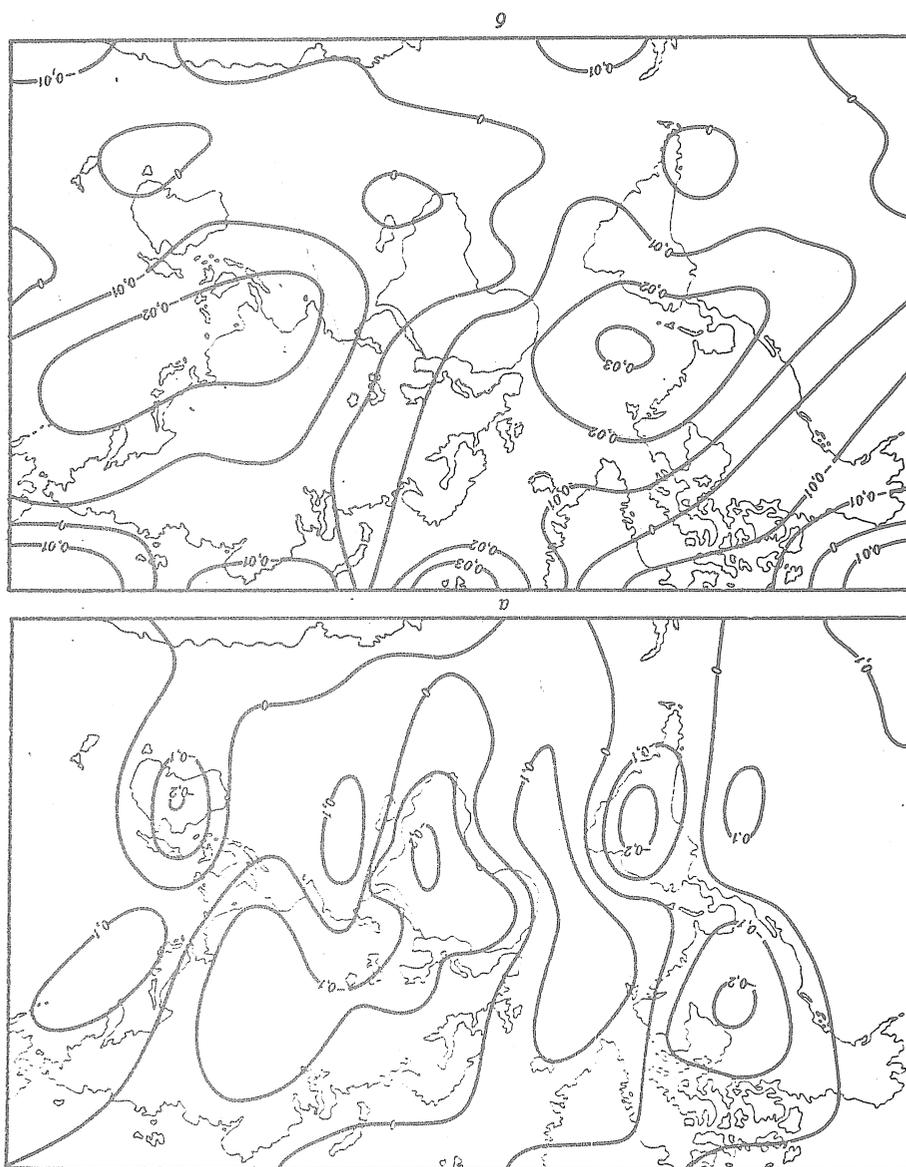


Fig. 2 : Lignes des valeurs égales des corrections au facteur δ en pourcents (en haut) et des corrections aux phases en degrés (en bas) pour le modèle 1.

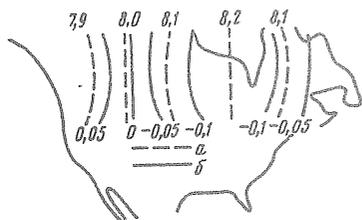


Fig. 5 : Discontinuité de vitesse prise pour les ondes V_p dans le manteau jusqu'à la profondeur $h = 330$ km en km/sec (pointillé) et isoligne des corrections au facteur δ en pourcents (lignes continues) sur le territoire de l'Amérique du Nord.

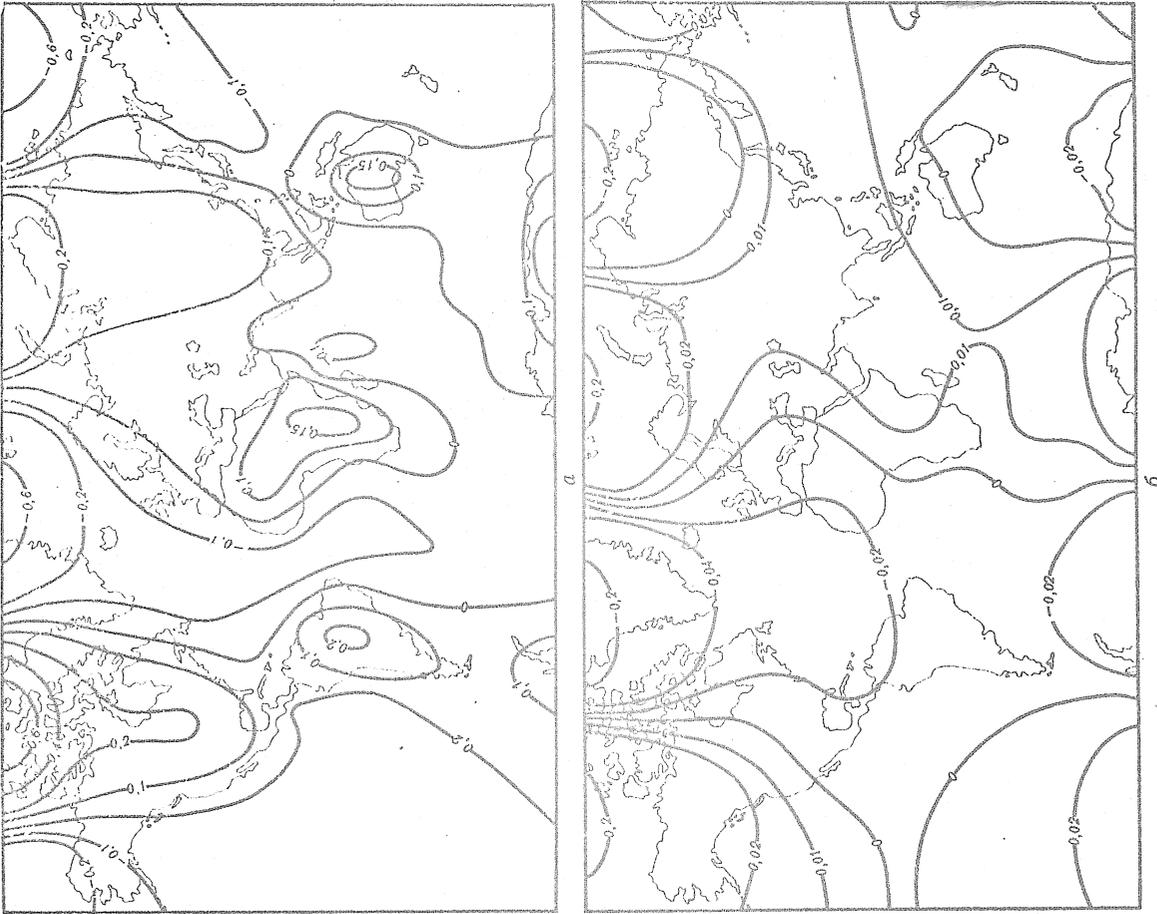


Fig. 3 : Lignes des valeurs égales des corrections au facteur δ en pourcents (en haut) et des phases en degrés (en bas) pour le modèle 2.

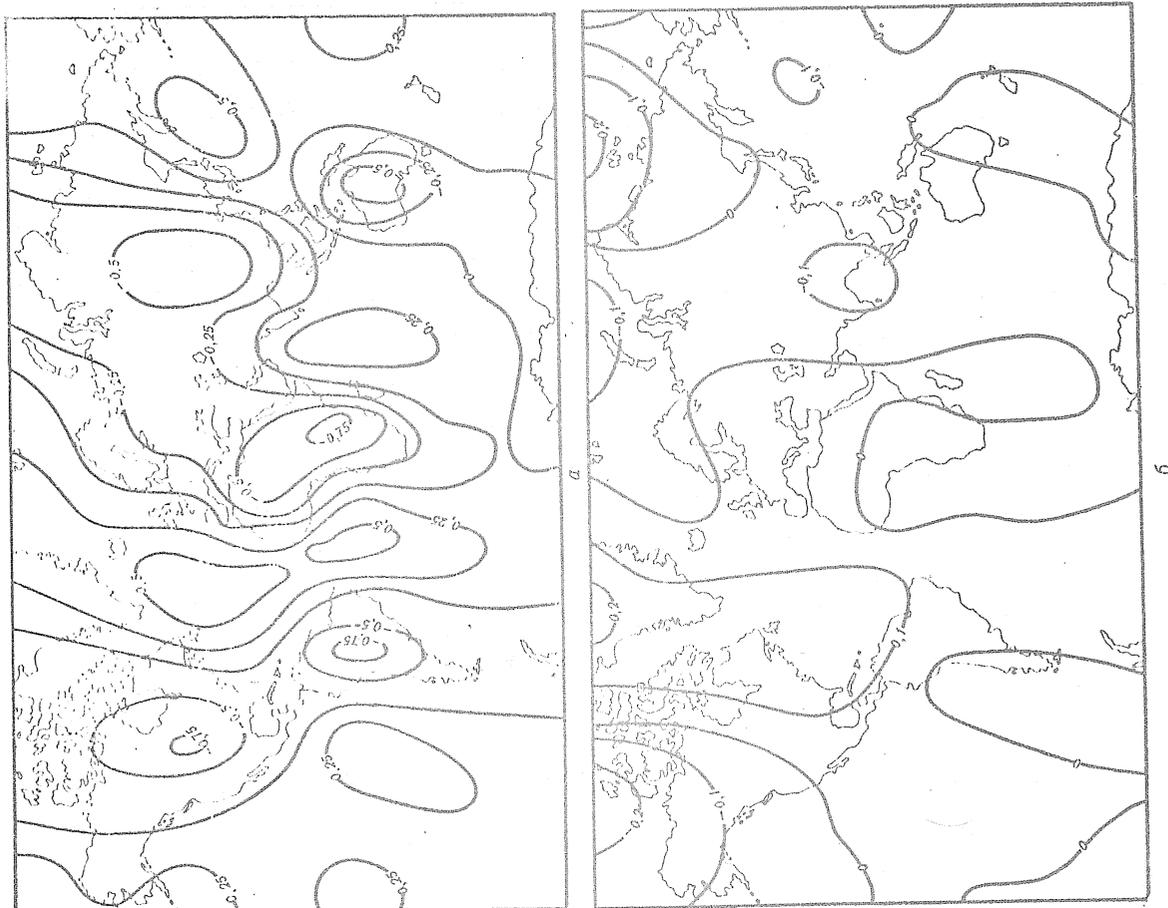


Fig. 4 : Lignes des valeurs égales des corrections au facteur δ en pourcents (en haut) et des phases en degrés (en bas) pour le modèle 3.

A titre d'exemple des hétérogénéités ayant des dimensions horizontales relativement faibles nous avons utilisé le schéma de la répartition des vitesses V_P sur le territoire de l'Amérique du Nord de Cherin et Tagart {3}. Sur la figure 5 nous donnons la section de vitesse adoptée par nous dans le manteau supérieur pour les ondes longitudinales et les corrections correspondantes au facteur gravimétrique δ pour le cas $h = 330$ km.

L'analyse des figures de 2 à 5 permet de tirer les conclusions suivantes :

- 1) pour les valeurs relativement faibles de h ($h = 300$ km) et aussi pour les plus grandes ($h = 2891$ km) les contours des isolignes de corrections au facteur gravimétrique δ répète précisément les contours des hétérogénéités horizontales (pour les figures 2 à 4 les contours des continents). Au même moment les isolignes des phases n'ont rien de commun avec les contours des hétérogénéités horizontales;
- 2) la comparaison des figures 2 à 5 montre que l'effet des hétérogénéités horizontales du manteau supérieur ($h = 330$ km) dépend faiblement des échelles horizontales des hétérogénéités.

On constate par la figure 2 que le saut $\frac{\delta V_P}{V_P}$ de 5 % amène à une diminution du facteur δ de $\sim 0,4$ % dans des régions de valeurs V_P élevées. La figure 4 montre que le saut V_S de 5 % conduit à une augmentation de δ de $\sim 0,3$ % dans les régions où V_S est plus élevé. Une perturbation sensible de cette règle ne s'observe que dans les régions polaires où les amplitudes des ondes semidiurnes sont faibles. Pour les marées diurnes les anomalies des facteurs de marées croissent sans limite également lors de l'approche de l'équateur où les amplitudes des ondes diurnes sont faibles.

- 3) avec l'augmentation de profondeurs des hétérogénéités de 300 Km à 2891 Km, l'influence des hétérogénéités horizontales à grande échelle aussi bien sur les amplitudes que sur les phases des marées augmente d'environ 4 fois.

Ainsi, avec une précision de mesure du facteur $\delta \sim 0,2$ % les données de marées permettent de déceler les hétérogénéités horizontales dans les répartitions V_P , V_S d'une valeur qui ne soit pas inférieure à 2,5 % dans le manteau supérieur ($h = 300$ km) et de 0,6 % dans le manteau inférieur. La précision actuelle de mesure des phases des marées ($\sim 0,1^\circ \div 0,2^\circ$) ne permet de déceler que les très grandes hétérogénéités horizontales.

Il y a également intérêt à comparer sur la figure 5 les amplitudes des marées semidiurnes sur le territoire de l'Amérique du Nord avec les valeurs δ mesurées et corrigées de la marée dans l'océan {19, 14}. Les observations de marées

gravimétriques sur le territoire de l'Amérique du Nord montrent une très grande croissance (\sim de 8 %) du facteur δ lors du déplacement de l'est vers l'ouest des EU. Pour le modèle (4) les valeurs δ doivent également croître vers l'ouest des EU. mais la valeur des variations δ doit constituer seulement 0,1 à 0,15 %. On ne peut expliquer une différence si grande par l'insuffisance des données sur les hétérogénéités du manteau dans l'Amérique du Nord (par l'hétérogénéité de la limite inférieure des profondeurs jusqu'où se propagent les hétérogénéités horizontales de vitesses V_p , par l'absence de discontinuités de vitesses pour les ondes transversales par les anomalies de la densité du milieu). C'est pourquoi le problème sur la cause des grandes anomalies du facteur δ dans l'Amérique du Nord reste ouvert.

Les auteurs remercient N.N. Pariiskii pour ses avis sur ce travail et ses précieuses remarques.

BIBLIOGRAPHIE

1. MELCHIOR P., Tides of the planet-Earth.
Pergamon Press, 1977.
2. PERTSEV B.P., IVANOVA M.V., Corrections aux marées océaniques M_2 dans les observations de marées terrestres gravimétriques en Europe.
Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre N° 12, 1975.
3. BOTT M., Structure interne de la Terre.
pp. 137 à 142 "Mir" 1974.
4. MOLODENSKII S.M., Sur l'influence des hétérogénéités horizontales du manteau sur les amplitudes des ondes de marées.
Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre N° 2, 1977.
5. LEIBENSON L.S., Théorie de l'élasticité.
Moscou 1947.
6. DAHLEN F.A., Elastic dislocation theory of a self gravitating elastic configuration with an initial static stress field.
Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 28, 357-383, 1972.
7. GILBERT F., DZIEWONSKI A.M., An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanism from seismic spectra.
Phil. Trans. Roy. Soc. Lond., A278, 187-269, 1975.
8. JARKOV V.N., LIIOUBIMOV V.M., Théorie des oscillations propres sphéroïdales de la Terre non symétrique.
Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre N° 10, 1970.
9. FARELL W., Deformation of the Earth by surface loads.
Revs Geophys. and Space Phys., 10, N° 3, 1972.
10. MOLODENSKII S.M., Sur la fonction de Green pour les équations des déformations sphéroïdales élastiques de la Terre.
Izv. Ac. des Sc. d'URSS. Physique de la Terre N°11, 1976.
11. MOLODENSKII S.M., Sur le lien des nombres de Love avec des coefficients de surcharge.
Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre N° 3, 1977.

12. PERTSEV B.P., Influence des marées océaniques des zones voisines sur les observations de marées terrestres.
Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre N° 1, 1976.
13. DAHLEN F.A., The passive influence of the ocean upon the rotation of the Earth.
Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 46, 363-406, 1976.
14. MOLODENSKII S.M., Estimation de l'écart des marées terrestres élastiques en fonction des marées statiques.
Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre, N° 12 - 1978.
15. EDMONDS A.R., Angular momentum in quantum mechanics.
Princeton Univ. Press, 1957.
16. LEE W.H.K., KAULA W.M., A spherical harmonic analysis of the Earth's topography.
J. Geophys. Res., 72, N° 2, 753-758, 1967.
17. MOLODENSKII M.S., Marées élastiques, nutation libre et quelques problèmes de structure de la Terre.
Travaux de l'Institut géophysique de l'Ac. des Sc. d'URSS N° 19 (146),
3 à 92.
18. KUO J. et al., Tidal gravity measurements across the United States.
Communs. Observ. roy. Belgique, A9, N° 96, 50, 1970.

INFLUENCE DES FORCES D'INERTIE SUR LES VARIATIONS
DE MAREES DE LA FORCE DE PESANTEUR ET DES INCLINAISONS

N.N. PARIISKII, B.P. PERTSEV

Etude des marées terrestres - Moscou 1980

1. Les observations des marées de la pesanteur et des inclinaisons se font sur une Terre en rotation et déformée. A cause des oscillations périodiques de marées du point d'observations l'appareil de mesure, gravimètre ou clinomètre, enregistre également les forces d'inertie qui en découlent : mouvement relatif, Coriolis et variation de la force centrifuge. Pour l'interprétation géophysique des résultats des observations l'influence de ces forces d'inertie doit être éliminée avec la précision des mesures actuelle toujours plus élevée. Cette précision atteint par exemple dans le travail de Jackson et Slichter {1} 0,001 μgal et dans les travaux de R. Lecolazet, L. Steinmetz et P. Melchior {2.3} 0,02 μgal . L'influence des accélérations relatives verticales a été examinée précédemment par N.N. Pariiskii {4}. Dans cette note on examine l'influence de toutes les composantes du mouvement relatif, des forces de Coriolis et centrifuges pour les marées des second et ($n=2$) troisième ordres ($n=3$).
2. *Expressions pour les termes des forces d'inertie.* Le potentiel des forces de marées du second ordre a la forme

$$W^{(m)} = K_m \sum_i^{\infty} A_i \cos(\sigma_i t + \chi_i + m\lambda),$$

où i est l'indice de l'onde.

Pour les ondes semi-diurnes ($m=2$) : $K_2 = D \cos^2 \phi$; pour les diurnes ($m=1$) : $K_1 = D \sin 2\phi$; pour celles à longue période ($m=0$) : $K_0 = -1/2 D (3 \sin^2 \phi - 1)$.

Ici ϕ est la latitude géocentrique du point d'observation¹, D est la constante de Doodson² :

$$D = \frac{3}{4} f m_3 \frac{m_{\text{J}}}{m_3} \frac{a^2}{c^3} = 26277,1$$

où f est la constante de gravitation; m_{J} et m_3 sont les masses de la Lune et de

¹ Le passage de la sphère à l'ellipsoïde se fait à l'aide de la correction de Lecolazet-Wenzel {5}.

² La différence dans les valeurs D pour les ondes lunaires et solaires est tenue en compte dans les valeurs numériques des amplitudes A_i , dans les tables de Doodson et Cartwright.

la Terre; a est le rayon moyen de la Terre; c est la distance moyenne de la Terre à la Lune.

Les déplacements de marées u , v , w du point d'observation suivant les trois axes de directions positives vers le Sud, l'Est et le Zénith seront

$$u = -\frac{l}{g} \frac{\partial W}{\partial \phi}, \quad v = \frac{l}{g \cos \phi} \frac{\partial W}{\partial \lambda}, \quad w = \frac{hW}{g},$$

où h et l sont les nombres de Love et Shida pour $n=2$; g est l'accélération de la pesanteur.

Les expressions des différentes composantes des forces d'inertie pour les ondes de différent type sont données dans la Table 1.

Les forces d'inertie du mouvement relatif seront

$$f_{rx} = -\dot{u}, \quad f_{ry} = -\dot{v}, \quad f_{rz} = -\dot{w}.$$

La force d'inertie de Coriolis :

$$f_k = -2[\vec{\omega}, \vec{V}_r] = -2 \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -\omega \cos \phi & 0 & \omega \sin \phi \\ \dot{u} & \dot{v} & \dot{w} \end{vmatrix},$$

où ω est la vitesse angulaire de rotation de la Terre et \vec{V}_r le vecteur de vitesse relative.

D'où

$$\begin{aligned} f_{kx} &= 2\omega \dot{v} \sin \phi, \\ f_{ky} &= -2\omega (\dot{u} \sin \phi + \dot{w} \cos \phi), \\ f_{kz} &= 2\omega \dot{u} \cos \phi. \end{aligned}$$

Les termes de variations de la force centrifuge seront :

$$\begin{aligned} f_{cx} &= \omega^2 (u \sin^2 \phi + w \cos \phi \sin \phi), \\ f_{cy} &= 0, \\ f_{cz} &= \omega^2 (u \sin \phi \cos \phi + w \cos^2 \phi). \end{aligned}$$

Les valeurs extrêmes des forces d'inertie pour les ondes fondamentales (pour les valeurs des fonctions $\cos \psi_m$ et $\sin \psi_m$ égales à $+1$) sont données dans la table 2.

Les forces d'inertie totales, en utilisant la table 1 peuvent être représentées sous la forme suivante :

Pour les ondes semidiurnes

$$f_x = \frac{D}{g} \omega^2 h A \sin 2\phi \left\{ \frac{l}{h} \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 - 2 \frac{l}{h} \frac{\sigma}{\omega} + \frac{1}{2} \left[1 - \left(1 - \frac{2l}{h} \right) \sin^2 \phi \right] \right\} \cos \psi_2,$$

$$f_y = \frac{D}{g} \omega^2 h A \cos \phi \left\{ -2 \frac{l}{h} \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 + 2 \frac{\sigma}{\omega} \left[1 - \left(1 - \frac{2l}{h} \right) \sin^2 \phi \right] \right\} \sin \psi_2,$$

$$f_z = \frac{D}{g} \omega^2 h A \cos^2 \phi \left\{ \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 - 4 \frac{l}{h} \frac{\sigma}{\omega} + \left[1 - \left(1 - \frac{2l}{h} \right) \sin^2 \phi \right] \right\} \cos \psi_2.$$

TABLE 1

Composantes des forces d'inertie

Composante	semi-diurnes	diurnes
w	$Ch \cos^2 \phi \cos \psi_2$	$Ch \sin 2\phi \cos \psi_1$
\dot{u}	$-Cl \sigma \sin^2 \phi \sin \psi_2$	$2Cl \sigma \cos 2\phi \sin \psi_1$
\dot{v}	$-2Cl \sigma \cos \phi \cos \psi_2$	$-2Cl \sigma \sin \phi \cos \psi_1$
\dot{w}	$-Ch \sigma \cos^2 \phi \sin \psi_2$	$Ch \sigma \sin 2\phi \sin \psi_1$
f_{rx}	$Cl \sigma^2 \sin 2\phi \cos \psi_2$	$-2Cl \sigma^2 \cos 2\phi \cos \psi_1$
f_{ry}	$-2Cl \sigma^2 \cos \phi \sin \psi_2$	$-2Cl \sigma^2 \sin \phi \sin \psi_1$
f_{rz}	$Ch \sigma^2 \cos^2 \phi \cos \psi_2$	$Ch \sigma^2 \sin 2\phi \cos \psi_1$
f_{kx}	$-2Cl \sigma \omega \sin 2\phi \cos \psi_2$	$-4Cl \sigma \omega \sin^2 \phi \cos \psi_1$
f_{ky}	$2C \sigma \omega \cos \phi [h - (h-2l) \sin^2 \phi] \sin \psi_2$	$4C \sigma \omega \sin \phi [(h-l) - (h-2l) \sin^2 \phi] \sin \psi_1$
f_{kz}	$-4Cl \sigma \omega \cos^2 \phi \cos \psi_2$	$-2Cl \sigma \omega \sin 2\phi \cos \psi_1$
f_{cx}	$C \omega^2 \sin \phi \cos \phi [h - (h-2l) \sin^2 \phi] \cos \psi_2$	$2C \omega^2 \sin^2 \phi [(h-l) - (h-2l) \sin^2 \phi] \cos \psi_1$
f_{cy}	0	0
f_{cz}	$C \omega^2 \cos^2 \phi [h - (h-2l) \sin^2 \phi] \cos \psi_2$	$C \omega^2 \sin 2\phi [(h-l) - (h-2l) \sin^2 \phi] \cos \psi_1$

TABLE 1 (fin)

Composante	à longue période	de 3 jours
w	$DA \frac{1}{2} (1 - 3\sin^2\phi) \cos\psi_0$	$DA \cos^3\phi \cos\psi_3$
u	$\frac{3}{2} Cl \sin 2\phi \cos\psi_0$	$3Cl \cos^2\phi \sin\phi \cos\psi_3$
v	0	$-3Cl \cos^2\phi \sin\psi_3$
w	$\frac{1}{2} Ch (1 - 3\sin^2\phi) \cos\psi_0$	$Ch \cos^3\phi \cos\psi_3$
\dot{u}	$-\frac{3}{2} Cl \sigma \sin 2\phi \sin\psi_0$	$-3Cl \sigma \cos^2\phi \sin\phi \sin\psi_3$
\dot{v}	0	$-3Cl \sigma \cos^2\phi \cos\psi_3$
\dot{w}	$-\frac{1}{2} Cl \sigma (1 - 3\sin^2\phi) \sin\psi_0$	$-Ch \sigma \cos^3\phi \sin\psi_3$
f_{rx}	$\frac{3}{2} Cl \sigma^2 \sin 2\phi \cos\psi_0$	$-3Cl \sigma^2 \cos^2\phi \sin\phi \cos\psi_3$
f_{ry}	0	$-3Cl \sigma^2 \cos^2\phi \sin\psi_3$
f_{rz}	$\frac{1}{2} Ch \sigma^2 (1 - 3\sin^2\phi) \cos\psi_0$	$Ch \sigma^2 \cos^3\phi \cos\psi_3$
f_{kx}	0	$-6Cl \sigma \omega \cos^2\phi \sin\phi \cos\psi_3$
f_{ky}	$C \sigma \omega \cos\phi [h -$ $-3(h-2l)\sin^2\phi] \sin\psi_0$	$2Cl \sigma \omega \cos^2\phi [h -$ $-(h-3l)\sin^2\phi] \sin\psi_3$
f_{kz}	0	$-6Cl \sigma \omega \cos^3\phi \cos\psi_3$
f_{cx}	$\frac{1}{4} C \omega^2 \sin^2\phi [h -$ $-3(h-2l)\sin 2\phi] \cos\psi_0$	$C \omega^2 \cos^2\phi \sin\phi [h -$ $-(h-3l)\sin^2\phi] \cos\psi_3$
f_{cy}	0	0
f_{cz}	$\frac{1}{2} C \omega^2 \cos^2\phi [h -$ $-3(h-2l)\sin^2\phi] \cos\psi_0$	$C \omega^2 - \cos^3\phi [h -$ $-(h-3l)\sin^2\phi] \cos\psi_3$

Remarque : Les directions positives de u , v , w sont le Sud, l'Est et le Zénith respectivement.

Pour les ondes diurnes

$$\begin{aligned}
 f_x &= \frac{D}{g} \omega^2 h A \left\{ -2 \frac{l}{h} \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 + \left[4 \frac{l}{h} \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 - 4 \frac{l}{h} \frac{\sigma}{\omega} + 2 \left\{ \left(1 - \frac{l}{h} \right) - \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. - \left(1 - \frac{2l}{h} \right) \sin^2 \phi \right\} \right] \sin^2 \phi \right\} \cos \psi_1, \\
 f_y &= \frac{D}{g} \omega^2 h A \sin \phi \left\{ -2 \frac{l}{h} \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 + 4 \frac{\sigma}{\omega} \left[\left(1 - \frac{l}{h} \right) - \left(1 - \frac{2l}{h} \right) \sin^2 \phi \right] \right\} \sin \psi_1, \\
 f_z &= \frac{D}{g} \omega^2 h A \sin 2\phi \left\{ \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 - 2 \frac{l}{h} \frac{\sigma}{\omega} + \left[\left(1 - \frac{l}{h} \right) - \left(1 - \frac{2l}{h} \right) \sin^2 \phi \right] \right\} \cos \psi_1.
 \end{aligned}$$

Pour les ondes à longue période

$$\begin{aligned}
 f_x &= \frac{D}{g} \omega^2 h A \sin 2\phi \left\{ \frac{3}{2} \frac{l}{h} \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 + \frac{1}{4} \left[1 - 3 \left(1 - 2 \frac{l}{h} \right) \sin^2 \phi \right] \right\} \cos \psi_0, \\
 f_y &= \frac{D}{g} \omega^2 h A \cos \phi \left[\frac{\sigma}{\omega} - 3 \frac{\sigma}{\omega} \left(1 - \frac{2l}{h} \right) \sin^2 \phi \right] \sin \psi_0, \\
 f_z &= \frac{1}{2} \frac{D}{g} \omega^2 h A \left\{ \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 - 3 \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 \sin^2 \phi + \right. \\
 &\quad \left. + \cos^2 \phi \left[1 - 3 \left(1 - \frac{2l}{h} \right) \sin^2 \phi \right] \right\} \cos \psi_0.
 \end{aligned}$$

Pour les ondes ter-diurnes

$$\begin{aligned}
 f_x &= \frac{D}{g} \omega^2 h A \cos^2 \phi \sin \phi \left[3 \frac{l}{h} \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 - 6 \frac{l}{h} \frac{\sigma}{\omega} + 1 - \left(1 - \frac{3l}{h} \right) \sin^2 \phi \right] \cos \psi_3, \\
 f_y &= \frac{D}{g} \omega^2 h A \cos^2 \phi \left[-3 \frac{l}{h} \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 + 2 \frac{\sigma}{\omega} - 2 \frac{\sigma}{\omega} \left(1 - \frac{3l}{h} \right) \sin^2 \phi \right] \sin \psi_3, \\
 f_z &= \frac{D}{g} \omega^2 h A \cos^3 \phi \left[1 + \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 - 6l \frac{\sigma}{\omega} - \left(1 - \frac{3l}{h} \right) \sin^2 \phi \right] \cos \psi_3.
 \end{aligned}$$

3. *Corrections aux valeurs mesurées du paramètre δ .* Le paramètre observé δ est égal :

$$\delta_{\text{II}} = \frac{\Delta g_{\text{H}}}{\Delta g_0} = \frac{\Delta g_{\text{II}} + \Delta g_r + \Delta g_{\text{K}} + \Delta g_{\text{C}}}{\Delta g_0} = \delta_{\text{II}} + \frac{\Delta g_{\text{H}}}{\Delta g_0},$$

où Δg_0 - est la variation de marée sur la Terre non déformée ($\Delta g_0 = -2$ W/a pour $n=2$; $\Delta g_0 = -3$ W/a pour $n=3$); δ_{obs} la valeur observée du paramètre δ ; δ_{II} est la valeur de marée cherchée δ ; Δg_{H} , Δg_{II} , Δg sont respectivement la variation observée, de marée et d'inertie de la pesanteur.

Puisque l'axe Z est dirigé vers le zénith :

$$\Delta g = -f_{rz} - f_{kz} - f_{cz}, \quad \delta_{\pi} = \delta_H + \Delta\delta,$$

où la correction de l'influence des forces d'inertie $\Delta\delta$ à la valeur observée δ_H sera pour les marées du second ordre

$$\Delta\delta = -\frac{a}{2W} (f_{rz} + f_{kz} + f_{cz}),$$

pour le troisième ordre

$$\Delta\delta = -\frac{a}{3W} (f_{rz} + f_{kz} + f_{cz}).$$

En utilisant les expressions données dans la Table 1, nous obtiendrons pour les ondes semi-diurnes :

$$\Delta\delta_{nc} = -\frac{a}{2g} [h\sigma^2 - 4l\sigma\omega + \omega^2\{h - (h-2l)\sin^2\phi\}],$$

pour les ondes diurnes :

$$\Delta\delta_c = -\frac{a}{2g} [h\sigma^2 - 2l\sigma\omega + \omega^2\{(h-l) - (h-2l)\sin^2\phi\}],$$

pour les ondes à longue période :

$$\Delta\delta_{ll} = -\frac{a}{2g} \left[h\sigma^2 + \omega^2 \frac{\cos^2\phi\{h-3(h-2l)\sin^2\phi\}}{1-3\sin^2\phi} \right],$$

pour les ondes ter-diurnes :

$$\Delta\delta_{rc} = -\frac{a}{3g} [h\sigma^2 - 6l\sigma\omega + \omega^2\{h - (h-3l)\sin^2\phi\}].$$

Les corrections aux valeurs δ de l'influence des forces d'inertie pour certaines ondes sont données sur la figure 1.

4. Influence des forces d'inertie sur les inclinaisons de marées observées dans la direction Nord-Sud (N-S).

a) Dans le cas des ondes semi-diurnes, le potentiel de marée est

$$W = DA\cos^2\phi\cos\psi_2 \quad (\psi_2 = \sigma t + \lambda + 2\lambda).$$

Le déplacement de la surface de la Terre pour la Terre déformée suivant la normale est :

$$w = h \frac{W}{g} = \frac{DhA}{g} \cos^2\phi\cos\psi_2.$$

La variation d'inclinaison de la surface de la Terre vers le Nord au point sur le même rayon de la Terre :

$$\frac{\partial W}{a \partial \phi} = - \frac{hDA}{ag} \sin 2\phi \cos \psi_2.$$

On considère comme positive l'inclinaison vers le Sud. Mais le point d'observation se déplace vers le Sud d'une valeur

$$u = - \frac{l}{g} \frac{\partial W}{\partial \phi} = + \frac{lDA}{g} \sin 2\phi \cos \psi_2,$$

et à ce déplacement correspond la valeur de l'inclinaison de la surface de la Terre vers le Sud d'un angle :

$$\frac{u}{a} = + \frac{lDA}{ag} \sin 2\phi \cos \psi_2.$$

Ainsi, pour l'observateur se trouvant sur la Terre déformée par la marée, la variation de l'inclinaison de la surface est :

$$\Delta i_{\text{пов}} = (-h + l) \frac{DA}{ag} \sin 2\phi \cos \psi_2.$$

La variation de marée de la direction de la verticale (dans le plan du méridien) pour le point se déplaçant en vertical (ou au rayon de la Terre) est :

$$\frac{1}{\kappa} \frac{\partial [(1+k)W]}{a \partial \phi} = - \frac{DA(1+k)}{ag} \sin 2\phi \cos \psi_2.$$

Ainsi en tenant compte du déplacement vers le Sud du point d'observation de la valeur u la variation totale de marée de la verticale dans le plan du méridien est :

$$\Delta i_{\text{отв}} = - (1 + k - l) \frac{DA}{ag} \sin 2\phi \cos \psi_2.$$

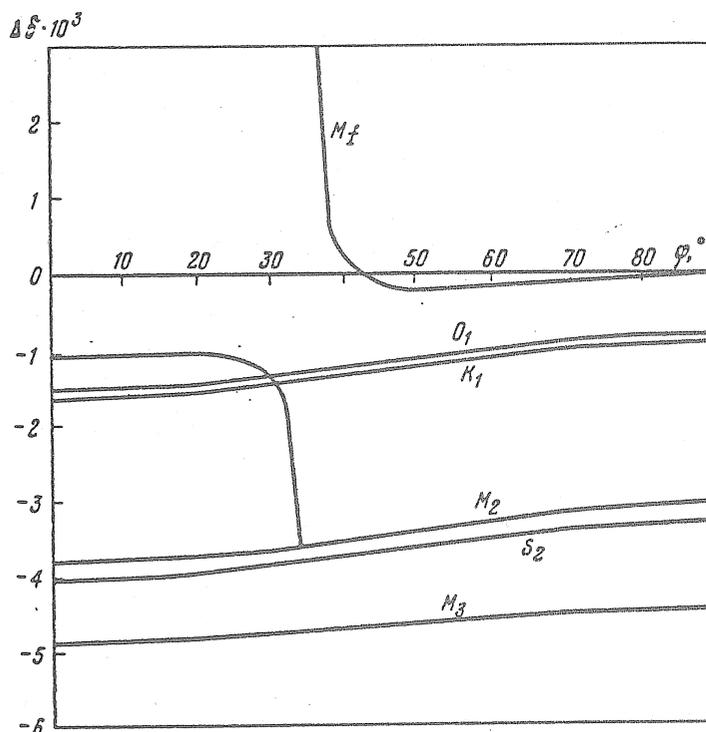


Fig. 1 : Corrections à la valeur observée δ de l'influence des forces d'inertie ($\bar{h} = 0,600$; $\bar{l} = 0,080$).

La variation de marée de la verticale par rapport à la surface de la Terre dans la direction N.S. sera

$$\Delta i_{\Pi} = \Delta i_{\text{OTB}} - \Delta i_{\text{NOU}} = -(1+k-h) \frac{DA}{ag} \sin 2\phi \cos \psi_2.$$

Les forces d'inertie donnent la variation complémentaire de la verticale dans le plan du méridien de l'angle

$$\Delta i_{\Pi} = - \frac{f_{ux}}{g} = - \frac{f_{rx} + f_{kx} + f_{cx}}{g},$$

ou

$$\Delta i_{\Pi} = - \frac{DA}{g^2} l \left\{ \sigma^2 - 2\sigma\omega + \frac{\omega^2}{2l} [h - (h-2l)\sin^2\phi] \right\} \sin 2\phi \cos \psi_2.$$

La variation observée de l'inclinaison de la verticale par rapport au sol sera :

$$\Delta i_{\Pi} = \Delta i_{\Pi} + \Delta i_{\Pi}.$$

Pour la Terre absolument rigide la variation de l'inclinaison de la verticale est :

$$\Delta i_{\Pi} = - \frac{DA}{ag} \sin 2\phi \cos \psi_2.$$

La valeur observée γ sera :

$$\gamma_{\Pi} = \frac{\Delta i_{\Pi}}{\Delta i_{\Pi}} = (1+k-h) + \frac{la}{g} \left\{ \sigma^2 - 2\sigma\omega + \frac{\omega^2}{2l} [h - (h-2l)\sin^2\phi] \right\}.$$

La valeur de marée cherchée :

$$\gamma_{\Pi} = (1+k-h) = \gamma_{\Pi} + \Delta\gamma_{\Pi}.$$

où pour la direction N-S la correction à la valeur observée γ_{Π} de l'influence des forces d'inertie est :

$$\Delta\gamma_{\Pi} = - \frac{la\omega^2}{g} \left\{ \frac{h}{2l} + \left(\frac{\sigma}{\omega}\right)^2 - 2\left(\frac{\sigma}{\omega}\right) - \left(\frac{h}{2l} - 1\right) \sin^2\phi \right\}.$$

Pour $l = 0,600$ et $l = 0,080$:

$$\Delta\gamma_{\Pi} = - 2,760 [3,750 + (\sigma/\omega)^2 - 2(\sigma/\omega) - 2,750 \sin^2\phi] \cdot 10^{-4}.$$

Ces corrections sont très faibles : pour l'onde M_2 , pour $\phi = 0$ $\Delta\gamma = -0,00100$, pour $\phi = \pm 90^\circ$, $\Delta\gamma = -0,00024$; pour l'onde S_2 pour $\phi = 0^\circ$ $\Delta\gamma = -0,00103$, pour $\phi = \pm 90^\circ$ $\Delta\gamma = -0,00027$.

b) Dans le cas des ondes diurnes :

$$W = DA \sin 2\phi \cos \psi_1,$$

$$\Delta i_{\Pi} = + (1 + k - h) \frac{2DA}{ag} \cos 2\phi \cos \psi_1,$$

$$\Delta i_T = \frac{2DA}{ag} \cos 2\phi \cos \psi_1,$$

$$\Delta i_H = - \frac{f_{ux}}{g} = - \frac{DA}{g^2} \{-2l\sigma^2 \cos 2\psi - 4l\sigma\omega \sin^2 \phi +$$

$$+ 2\omega^2 \sin^2 \phi [(h-l) - (h-2l)\sin^2 \phi]\} \cos \psi_1,$$

$$\gamma_{H.c.} = \frac{\Delta i_{\Pi} + \Delta i_H}{\Delta i_T} = (1 + k - h) +$$

$$+ \frac{a\omega^2}{g \cos 2\phi} \left\{ l \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 \cos 2\phi + 2l \left(\frac{\sigma}{\omega} \right) \sin^2 \phi - \right.$$

$$\left. - [(h-l) - (h-2l)\sin^2 \phi] \sin^2 \phi \right\}$$

où

$$\Delta \gamma_c = + \frac{la\omega^2}{g} \left\{ - \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 + \left[\frac{h}{l} - 2 \frac{\sigma}{\omega} - 1 + \left(\frac{h}{l} - 2 \right) \sin^2 \phi \right] \frac{\sin^2 \phi}{\cos 2\phi} \right\}.$$

Pour l'onde K_1 ($\sigma = \omega$) pour $\phi = 0$ $\Delta \gamma = -0,00028$, pour $\phi = \pm 90^\circ$, $\Delta \gamma = +0$ c'est à dire des valeurs presque insensibles. Pour $\phi = \pm 45^\circ$ les corrections deviennent infiniment grandes puisque la valeur même des inclinaisons de marées tend vers zéro et est pratiquement inmesurable. Pour $\phi = 43^\circ$, 44° et 46° l'amplitude $\Delta_{i_{\Pi}}$ (N-S) atteint respectivement en tout $+0,106$; $+0,053$ et $-0,053$ ms; pour $\phi = 43^\circ$, $\Delta \gamma (K_1) = +0,0330$; pour $\phi = 44^\circ$ $\Delta \gamma (K_1) = +0,00677$.

5. Correction aux valeurs observées γ (E.W) de l'influence des forces d'inertie.

a) Le potentiel de marée des ondes semi-diurnes de la Terre déformée est

$$(1 + k) W_{\Pi C} = (1 + k) DA \cos^2 \phi \cos \psi_2,$$

où λ est la longitude positive vers l'Est.

La variation de l'inclinaison de marée de la verticale dans le plan du premier vertical s'obtiendra de façon analogue au cas des inclinaisons dans le plan du méridien :

$$\Delta i_{\Pi}^{\circ} = \frac{2(1 + k - l)}{ga} DA \cos \phi \sin \psi_2,$$

En considérant l'écart du zénith vers l'Est comme positif :

$$\Delta i_{\Pi}^{\circ} = \frac{2(h-l)}{ga} DA \cos \phi \sin \psi_2.$$

La variation de marée de la verticale par rapport à la surface de la Terre :

$$\Delta i_{\Pi} = \Delta i_{\Pi}^{\prime} - \Delta i_{\Pi}^{\prime\prime} = \frac{2(1-k-h)}{ga} DA \cos \phi \sin \psi_2.$$

La variation d'inertie de l'inclinaison :

$$\Delta i_{\Pi} = -\frac{f_u}{g} = -\frac{D}{g^2} A \cos \phi \{-2l\sigma^2 + 2\sigma\omega[h - (h-2l)\sin^2 \phi]\} \sin \psi_2.$$

La variation observée de l'inclinaison :

$$\Delta i_{\Pi} = \Delta i_{\Pi} + \Delta i_{\Pi}^{\prime} = \frac{2DA}{ga} \cos \phi \left\{ (1+k-h) + \frac{l\sigma^2 a}{g} - \frac{\sigma\omega a}{g} [h - (h-2l)\sin^2 \phi] \right\} \sin \psi_2.$$

La variation théorique de l'inclinaison pour la Terre absolument rigide :

$$\Delta i_T = +\frac{2DA}{ga} \cos \phi \sin \psi_2.$$

La valeur observée :

$$\gamma_{\Pi} = \frac{\Delta i_{\Pi} + \Delta i_{\Pi}^{\prime}}{\Delta i_T} = (1+k-h) - \frac{a\omega^2}{g} \left\{ -l \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 + \frac{\sigma}{\omega} [h - (h-2l)\sin^2 \phi] \right\};$$

et la correction à la valeur observée :

$$\Delta \gamma_{\Pi C} (B-3) = +\frac{ha\omega^2}{g} \left\{ \frac{\sigma}{\omega} - \left(\frac{\sigma}{\omega} \right)^2 \frac{l}{h} - \frac{\sigma}{\omega} \left(1 - 2\frac{l}{h} \right) \sin^2 \phi \right\}.$$

Pour $k = 0,6000$ et $l = 0,080$:

$$\Delta \gamma_{\Pi C} = +2,070 \cdot 10^{-3} [\sigma/\omega - 0,1333(\sigma/\omega)^2 - 0,7333(\sigma/\omega)\sin^2 \phi].$$

Pour l'onde M_2 pour $\phi = 0$ $\Delta \gamma (M_2) = +0,00296$, pour $\phi = \pm 45^\circ$ $\Delta \gamma (M_2) = +0,00150$.

Pour l'onde S_2 pour $\phi = 0$ $\Delta \gamma = +0,00303$; pour $\phi = 45^\circ$ $\Delta \gamma (S_2) = +0,00152$.

b) Le potentiel de marée des ondes diurnes de la Terre déformée est :

$$(1+k)W_C = (1+k)DA \sin 2\phi \cos \psi_1.$$

La variation de marée de la verticale par rapport à la surface de la Terre :

$$\Delta i_{\Pi} = \frac{(1+k-h)}{ga} DA \frac{\sin 2\phi}{\cos \phi} \sin \psi_1.$$

Variation d'inertie de l'inclinaison (voir Table 1) :

$$\Delta i_{\Pi} = -\frac{f_{uy}}{g} = -\frac{DA}{g^2} \sin \phi \{-2l\sigma^2 + 4\sigma\omega[(h-l) - (h-2l)\sin^2 \phi]\} \sin \psi_1.$$

Variation de la verticale pour la Terre absolument rigide :

$$\Delta i_T = \frac{DA}{ga} \frac{\sin 2\phi}{\cos \phi} \sin \psi_1.$$

Observée γ_H (E-W) :

$$\gamma_H = \frac{i_N + i_H}{i_T} = (1 + k + h) - \frac{a}{g} \{-l\sigma^2 + 2\sigma\omega [(h-l) - (h-2l)\sin^2\phi]\},$$

la correction à la valeur observée :

$$\Delta\gamma_C = + \frac{ha\omega^2}{g} \left[2\frac{\sigma}{\omega} \left(1 - \frac{l}{h}\right) - \frac{l}{h} \left(\frac{\sigma}{\omega}\right)^2 - 2\frac{\sigma}{\omega} \left(1 - 2\frac{l}{h}\right) \sin^2\phi \right],$$

ou

$$\Delta\gamma_C = + \frac{ha\sigma\omega}{g} \left[2\left(1 - \frac{l}{h}\right) - \frac{l}{h} \frac{\sigma}{\omega} - 2\left(1 - 2\frac{l}{h}\right) \sin^2\phi \right].$$

pour $h = 0,600$ et $l = 0,080$:

$$\Delta\gamma_C(B-3) = + 2,070 \frac{\sigma}{\omega} \left[1,7333 - 0,1333 \frac{\sigma}{\omega} - 1,4667 \sin^2\phi \right] 10^{-3}.$$

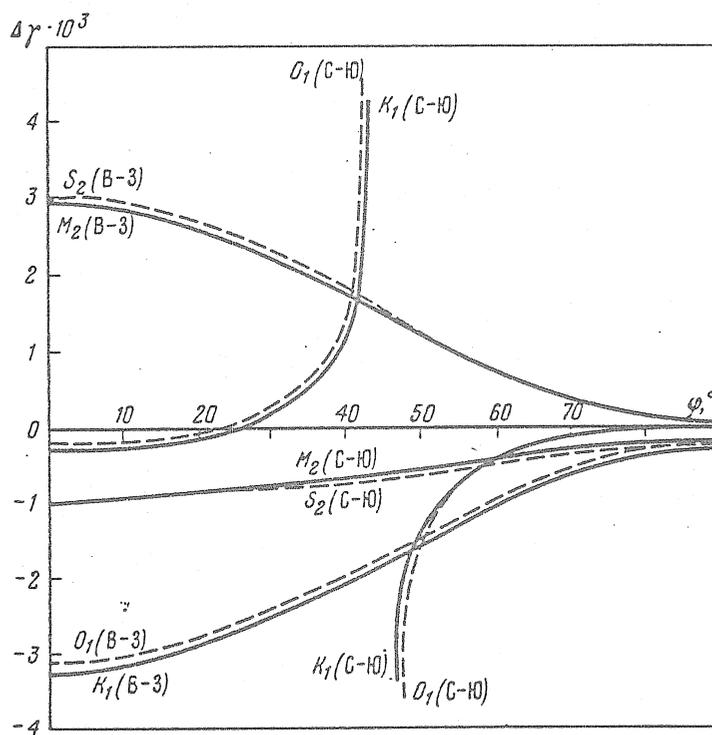


Fig. 2. Corrections à la valeur observée γ (NS) et γ (EW) de l'influence des forces d'inertie ($h = 0,600$; $l = 0,080$).

Pour l'onde K_1 nous avons $\sigma/\omega = 1$ et pour $\phi = 0$: $\Delta\gamma = +0,00331$.

Les corrections aux valeurs γ pour certaines ondes sont données sur la figure 2.

Nous verrons que les corrections de l'influence des forces d'inertie aux valeurs observées peuvent atteindre 0,4 %.

Les plus grandes corrections sont obtenues pour la valeur δ pour les ondes semi-

diurnes et à la valeur γ (EW) pour les ondes diurnes et semi-diurnes. Les corrections de γ (NS) sont grandes seulement au voisinage de $\phi = \pm 45^\circ$, où la valeur elle-même de γ est difficilement déterminable à cause de la petitesse des amplitudes.

Lors des calculs nous n'avons pas pris en considération la poussée de la Terre. Il est souhaitable de faire une théorie exacte des déformations de marées de la Terre en tenant compte de sa compression.

Nous avons calculé le vecteur de la vitesse angulaire de la rotation de la Terre comme constant en valeur et direction. Après l'écriture de ce travail S.M. Molodenskii a calculé que les petites variations de la nutation de l'axe de rotation peuvent donner des forces d'inertie sensible pour les ondes de marées diurnes comme on le constate par le travail suivant dans notre livre.

Nous remercions M. V. Kramer qui a vérifié les calculs.

BIBLIOGRAPHIE

1. JACKSON B.V., SLICHTER L.B., The residual daily Earth tides at the south pole. J. Geophys. Res., 1974, 79, N 11, p. 1711-1715.
2. LECOLAZET R., STEINMETZ L., Sur la structure fine du spectre diurne de la marée gravimétrique. Commun. Assemblée Générale Assoc. Intern. Géodésie et Géophys. Grenoble, 1975, p. 10.
3. LECOLAZET R., MELCHIOR P., Experimental determination of the dynamical effects of the liquid core of the Earth. Symposium on Tidal Interactions. Grenoble, 1975, p. 8.
4. PARIISKII N.N., Corrections des accélérations verticales lors des observations des variations de marées de la force de pesanteur. Dans le livre : Recherches gravimétriques. M. Edit. Ac. des Sc. URSS, 1961, N° 1, pp. 39 à 41.
5. WENZEL H.G., The correction of tidal development to ellipsoïdal normal. Bull. Inform. Marées Terrestres, 1974, N 68, p. 3784-3790.

CALCUL DES NOMBRES DE CHARGE DE LOVE
POUR LE MODELE TERRESTRE 508 DE GILBERT ET DZIEVONSKI

B.P. PERTSEV, M.V. IVANOVA

Etude des marées terrestres

Acad. Sc. URSS, Institut Schmidt de Physique Terrestre

pp. 42-47, Moscou 1980

Le calcul de l'influence des marées océaniques sur les marées terrestres exige une connaissance non seulement de la répartition globale des amplitudes et des phases des marées océaniques mais aussi de la flexibilité de la Terre élastique sous l'effet d'une charge supplémentaire des masses d'eau de marées. La déformation de la Terre et la variation du champ de gravitation l'accompagnant, sous l'effet de la charge, peuvent être comme on le sait exprimées à l'aide des nombres de charge de Love. Le calcul de ces paramètres pour le modèle terrestre de Gutenberg jusqu'à un ordre élevé n'a été fait précédemment par V. Farrell {1} et B.P. Pertsev {2}.

La valeur des corrections aux observations de marées terrestres gravimétriques et clinométriques dépend du modèle terrestre choisi. On fait ici le calcul des coefficients de charge pour le modèle terrestre 508 de Gilbert et A. Dzhevonski {4}. Pour l'intégration numérique du système d'équations différentielles décrivant une sphère élastique déformée par les forces de volume et de surface, la répartition de la densité et des paramètres élastiques ont été approximées par 24 paraboles dans l'enveloppe, quatre dans le noyau et deux dans la graine. Pour la facilité de l'intégration, la partie centrale de la graine jusque $r = 0,044 R$ a été prise homogène et incompressible. D'après la répartition de la densité donnée sous cette forme on a calculé, pour contrôle, la masse et le moment d'inertie du modèle terrestre. On a obtenu $M = 5,976 \cdot 10^{27}$ gret $I = 8,024 \cdot 10^{44}$ gr. cm^2 ce qui correspond bien aux valeurs à présent admises pour ces valeurs. La pesanteur, comme on le sait, intervient aussi dans les équations d'équilibre élastique et c'est pourquoi elle a été également calculée d'après la répartition donnée de la densité et est représentée par le même nombre de paraboles dans le manteau et le noyau.

Le calcul des coefficients de charge et des nombres usuels de Love a été fait d'après la méthode proposée en {2}. Pour assurer la possibilité de

construire les fonctions représentant l'influence des segments de petite surface, le calcul des coefficients de charge a été fait jusque $n = 75000$. Etant donné la variation adoucie de ces valeurs on n'a pas fait les calculs pour toutes les valeurs de n . Les valeurs obtenues pour les nombres de Love et Shida pour $n = 2, 3, 4$ et des paramètres h'_n et k'_n pour les ordres choisis n sont donnés dans les tables 1 et 2. Là aussi sont données à titre de comparaison les valeurs correspondantes de ces mêmes coefficients pour le modèle terrestre de Gutenberg.

Comme on le constate, les valeurs des nombres de Love et des coefficients de charge pour les ordres inférieurs pour les deux modèles ne diffèrent pas de plus de 1 à 3 %. A mesure de l'accroissement de l'ordre n cette différence dans les valeurs des paramètres h'_n et k'_n s'agrandit atteignant 100 % et plus pour $n > 1300$.

TABLE 1

Nombres de Love et Shida pour les deux modèles de Terre

Ordre n	Modèle de Gutenberg			Modèle 508		
	h	k	l	h	k	l
2	0,6055	0,29860	0,08291	0,6130	0,30420	0,08530
3	0,2886	0,09270	0,01450	0,2925	0,09379	0,01501
4	0,1750	0,04183	0,01019	0,1777	0,04215	0,01041

TABLE 2

Coefficients de charge pour les deux modèles de Terre

Ordre n	Modèle de Gutenberg		Modèle 508	
	$-h'_n \cdot 10^4$	$-nk'_n \cdot 10^4$	$-h'_n \cdot 10^4$	$-nk'_n \cdot 10^4$
0	1329	0	1344	0
1	2966	0	2925	0
2	9995	6138	10094	6177
3	10531	5877	10741	5962
4	10537	5328	10794	5422
5	10870	5215	11151	5306
6	11455	5405	11759	5493
8	12871	6114	13240	6210
10	14271	6903	14723	7018
15	17282	8709	17977	8889
20	19671	10196	20599	10435
30	23023	12258	24292	12536
50	26450	14025	28088	14226
100	29692	14680	32031	14539
200	33915	15618	37868	14362
500	43148	20230	56210	18528
1000	47829	22940	84350	30951
3000	49800	24060	113668	46674
10000	50055	24180	114034	46903
50000	50082	24180	114049	46918
75000	50083	24180	114050	46919

Comme on le sait, pour les grandes valeurs de n , les nombres de Love sont essentiellement déterminés par la structure des couches supérieures de la Terre. Dans le cas présent la différence observée s'explique par le fait que les paramètres d'élasticité μ et λ à la surface de la Terre est à peu près 2 fois plus petit pour le modèle 508 que pour le modèle de Gutenberg.

Sur la base des coefficients de charge obtenus on a construit les fonctions pour les segments sphériques de surface différente.

TABLE 3

Fonction $G_1(a, \psi) \cdot 10^9$ pour une surface de $1^\circ \times 1^\circ$

ψ°	Modèle de Gutenberg	Modèle 508	ψ°	Modèle de Gutenberg	Modèle 508
2	-708 799	-731 494	40	-2452	-2179
3	365 756	374 156	45	-1275	-1021
4	223 661	225 593	50	-472	-247
5	152 145	151 708	55	+53	+233
6	111 492	110 624	60	+365	+502
7	86 314	85 430	65	+507	+614
8	69 444	68 451	70	+453	+527
9	57 642	57 079	75	+379	+422
10	48 823	48 260	80	+283	+294
11	42 037	41 636	85	+112	+92
12	36 651	36 407	90	-74	-112
13	32 271	32 101	95	-258	-314
14	28 675	28 538	100	-432	-503
15	25 666	25 531	105	-594	-680
16	23 096	22 970	110	-744	-843
17	20 885	20 793	115	-880	-989
18	18 925	18 778	120	-996	-1114
19	17 205	17 086	125	-1092	-1219
20	15 677	15 541	130	-1172	-1304
22,5	12 570	12 393	140	-1311	-1446
25	10 134	9 933	150	-1370	-1516
27,5	8 155	7 935	160	-1434	-1588
30	6 589	6 347	170	-1460	-1608
35	4 154	3 892	180	-1478	-1609

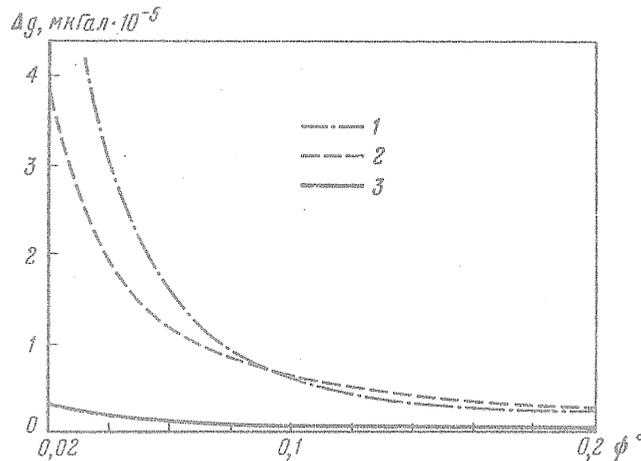
Ces fonctions comme on le sait {2} expriment la dépendance des composantes de l'effet indirect déterminées par la déformation de la Terre en fonction de la distance sphérique ψ du point d'observation depuis le centre du segment et pour le cas gravimétrique peuvent être écrites sous la forme

$$\Delta g = -4\pi f \rho H \sum_n \frac{h_n' - k_n'(n+1)/2}{2n+1} [P_{n-1}(\cos \alpha) - P_{n+1}(\cos \alpha)] P_n(\psi) = -8\pi f \rho H G_1(a, \psi).$$

Ici f est la constante d'attraction, a est l'angle au sommet du segment sphérique, ρ est la densité de l'eau de mer, H est la hauteur de la

couche homogène couvrant le segment.

Les valeurs de la fonction $G_1(a, \psi)$ pour le segment de surface $1^\circ \times 1^\circ$ ($\cos a = 0,999952381$) pour les deux modèles de terre sont données dans la Table 3



Composantes de l'effet indirect déterminées par la déformation de la Terre. Influence sur la pesanteur d'une couche centimétrique d'eau de mer couvrant un segment d'une surface de $0^\circ, 01 \times 0^\circ \times 01$.

1 - modèle 508, 2 - modèle de Gutenberg, 3 - composante d'attraction

Comme on le constate par la Table 3, malgré l'importante différence dans les valeurs des coefficients de charge pour des ordres n élevés, les valeurs $G_1(a, \psi)$ pour le segment $1^\circ \times 1^\circ$ diffèrent peu pour les modèles envisagés. Ainsi pour $2^\circ \leq \psi \leq 30^\circ$ la différence ne dépasse pas 4 % et pour $\psi > 100^\circ$ environ 10 %. La différence relative la plus grande s'obtient naturellement là où la fonction $G_1(a, \psi)$ change de signe. Si on considère que pour $\psi > 40^\circ$ la composante d'attraction joue un rôle fondamental dans l'effet indirect alors les différences doivent peu se faire sentir sur les valeurs des corrections totales pour les points éloignés des océans de plus que quelques centaines de kilomètres.

Une divergence sensible dans les valeurs de l'influence des segments pour les deux modèles ne se décèle qu'à de petites distances ψ de la charge. Cela s'explique principalement par la différence dans les valeurs des propriétés élastiques des couches supérieures des modèles envisagés. Comme il résulte du dessin l'exactitude du calcul de l'influence des marées océaniques sur les surfaces d'eau les plus proches dépend de la manière dont le modèle pris reflète exactement la structure de l'écorce terrestre et du manteau supérieur dans la région des observations. Mais ceci ouvre la possibilité d'utiliser les observations de marées terrestres pour l'étude des particularités locales dans la

structure des couches supérieures de la Terre dans les régions côtières. Evidemment ces calculs supposent une connaissance des marées océaniques dans les eaux côtières.

En utilisant les fonctions construites pour l'influence des segments pour le modèle 508 et la carte cotidale globale M_2 de K.T. Bogdanov et V.A. Magarik {3} et également des cartes cotidales des mers séparées on a calculé les corrections aux observations gravimétriques dans une série de stations de marées terrestres en Europe et en Asie (Table 4).

TABLE 4

Corrections dans δ (M_2) et $\Delta\phi$ (M_2) de l'influence des marées océaniques calculées d'après les deux modèles de Terre.

Stations	Modèle de Gutenberg		Modèle 508	
	$\Delta\delta$	$\Delta(\Delta\phi)$	$\Delta\delta$	$\Delta(\Delta\phi)$
Talgar	-0,0077	+0,53	-0,0073	+0,52
Tachkent	-0,0125	+0,45	-0,0120	+0,45
Frounze	-0,0093	+0,51	-0,0088	+0,51
Novossibirsk	-0,0036	+0,40	-0,0035	+0,38
Krasnaya Pakhra	-0,0164	-0,29	-0,0156	-0,29
Kiev	-0,0185	-0,35	-0,0179	-0,34
Poltava	-0,0171	-0,27	-0,0165	-0,26
Crimée	-0,0164	-0,31	-0,0157	-0,30
Strasbourg	-0,0343	-1,60	-0,0371	-1,71
Chur	-0,0316	-1,33	-0,0313	-1,32
Clermont Ferrand	-0,0416	-2,52	-0,0438	-2,65
Walferdange	-0,0385	-1,73	-0,0417	-1,93

REMARQUE : Dans les deux cas on a utilisé les mêmes données cotidales.

On donne également les corrections déterminées précédemment pour ces mêmes stations pour le modèle de Gutenberg. On constate que comme il fallait s'y attendre les divergences dans les valeurs des corrections ne sont pas grandes pour tous les points éloignés des océans de plus de 250 Km. La plus grande différence a été obtenue pour la station de Walferdange (Luxembourg) placée plus près de la mer que les autres. En ce point la différence est environ de 8 % dans les valeurs du facteur gravimétrique et 0,2 dans les écarts de phase. Si l'on considère que les plus grandes corrections atteignent moins de 4 % des valeurs des paramètres des marées terrestres alors on peut dire avec assurance que pour les stations continentales la précision des corrections pour l'effet indirect

dépend principalement de la précision des données cotidiales. E. Robinson est arrivé à des conclusions analogues en faisant le calcul des corrections pour une série de stations gravimétriques de marées terrestres aux USA à l'aide des fonctions de W. Farrell pour les mêmes modèles de structure de la Terre.

BIBLIOGRAPHIE

1. FARRELL W., Deformation of the Earth by surface loads.
Revs Geophys. and Space Phys., 1972, 10, N 3, p. 761-797.
2. PERTSEV B.P., Influence des marées océaniques des zones voisines sur les observations des marées terrestres.
Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre, 1976, N°1, pp. 13 à 22.
3. BOGDANOV K.T., MAGARIK V.A., Solution numérique du problème de la propagation des ondes de marées semi-diurnes (M_2 et S_2) dans l'océan mondial.
Rapport de l'Ac. des Sc. d'URSS. 1967, 172. N°6, pp. 1315 à 1317.
4. GILBERT F., DZIEWONSKI A., An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms from seismic spectra.
Phil. Trans. Roy. Soc. London A, 1975, 278, N 1280, p. 187-269.
5. ROBINSON E., A reconnaissance of tidal gravity in South-eastern United States.
J. Geophys. Res., 1974, 79, N 29, p. 4418-4424.