

MAREES TERRESTRES

BULLETIN D'INFORMATIONS

N° 82

15 juin 1979

Association Internationale de Geodesie

Commission Permanente des Marees Terrestres

Editeur Prof. Paul MELCHIOR

Observatoire royal de Belgique

Avenue Circulaire 3

1180 Bruxelles



A PROPOS DES RELATIONS LIANT LES NOMBRES DE LOVE DE MAREE ET LES NOMBRES DE LOVE
EN CHARGE

M. Moens

1. Introduction

L'étude des déformations d'une sphère gravitante, non rotative, à symétrie sphérique permet la modélisation du comportement du globe terrestre sous l'effet de forces extérieures (la marée et la surcharge essentiellement).

Dans les cas intéressant la physique de la Terre, ces forces ont des périodicités fort éloignées de celles du mouvement libre (oscillations propres) et un traitement statique est entièrement justifié. La description des déformations en surface est caractérisée par des nombres sans dimension introduits par Love et ses successeurs [1].

2. Equations

Les équations régissant la réponse du modèle de Terre ont été ramenées par Alterman, Jarosch et Pekeris [2] à un système linéaire homogène de six équations différentielles du 1er ordre en six variables dépendantes y_1, \dots, y_6 et une variable indépendante r (rayon de la sphère mesuré à partir du centre) :

$$\frac{d}{dr} \begin{pmatrix} y_j(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^6 a_{jk}(r) y_k(r) \end{pmatrix} \quad (j=1, \dots, 6) \quad (**)$$
(1)

Dans la matrice (a_{jk}) interviennent λ, μ et ρ , des fonctions de r décrivant la structure élastique (paramètres de Lamé) et la densité du modèle traité, G la constante d'attraction universelle et n un paramètre à valeurs entières et positives provenant d'une décomposition préalable en harmoniques sphériques.

(**) On trouvera en appendice le système complètement explicité.

En notant u_r, u_θ, u_λ les composantes du déplacement en coordonnées sphériques (r, θ, λ) et Φ la somme du potentiel des forces extérieures Φ^e et du potentiel Φ^{**} induit par la redistribution de masse après déformation du modèle, y_1, y_3, y_5 sont définis par les relations :

$$\begin{aligned} u_r &= y_1(r) S_n(\theta, \lambda) \\ u_\theta &= y_3(r) \frac{\partial S_n(\theta, \lambda)}{\partial \theta} \\ \Phi &= y_5(r) S_n(\theta, \lambda) \end{aligned} \quad (2)$$

tandis que y_2, y_4 et y_6 sont reliés aux tensions et au gradient du potentiel :

$$\begin{aligned} \tau_{rr} &= y_2(r) S_n(\theta, \lambda) \\ \tau_{r\theta} &= y_4(r) \frac{\partial S_n(\theta, \lambda)}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} - 4\pi G \rho u_r = y_6(r) S_n(\theta, \lambda) \quad (**)$$

Dans ces expressions, $S_n(\theta, \lambda)$ représente l'harmonique de surface de degré n . Les autres composantes du tenseur des tensions et u_λ s'expriment facilement au moyen des y_i , mais ne nous sont pas nécessaires.

(**) On rencontre fréquemment une convention de signes opposée pour Φ et/ou une autre définition de y_6 .

3. Solution générale

Le système (1) est à intégrer pour des valeurs de r variant de $r=0$ (centre de la sphère) à $r=a$ (surface). La solution générale peut s'exprimer comme combinaison de six solutions particulières indépendantes formant une matrice fondamentale du système (1) [3]. Nous choisissons comme matrice fondamentale celle qui prend en $r=a$, la valeur :

$$\begin{pmatrix} y_j^i \end{pmatrix} (a) = \begin{pmatrix} \delta_j^i \end{pmatrix} \quad (i, j = 1, \dots, 6)$$

La solution générale s'exprime alors sous la forme :

$$\begin{pmatrix} y_j \end{pmatrix} (r) = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^6 \alpha_i y_j^i \end{pmatrix} (r) \quad (j=1, \dots, 6) \quad (4)$$

$\alpha_i \in \mathbb{R}$

Quels que soient le potentiel extérieur et les conditions aux limites en $r=a$, le déplacement doit être nul au centre de la sphère et le potentiel fini :

$$y_1(0) = y_3(0) = 0, \quad y_5(0) \text{ fini, ce qui impose de prendre}$$

$$\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_5 = 0 \quad (**)$$

(5)

Les trois autres constantes α_2, α_4 et α_6 sont à ajuster en fonction des conditions en $r=a$. Nous envisageons trois cas particuliers :

(**)
 Cette affirmation n'est pas évidente. En fait, il est possible de montrer que $\begin{pmatrix} y_j^1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} y_j^3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} y_j^5 \end{pmatrix}$ sont singulières à l'origine [4] tandis que $\begin{pmatrix} y_j^2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} y_j^4 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} y_j^6 \end{pmatrix}$ sont régulières. Le système (1) présente en effet une singularité en $r=0$ qui peut être analysée, a priori, moyennant des hypothèses concernant $\lambda(r), \mu(r)$ et $\rho(r)$. (voir [5] et [6] par exemple). Pour $n=1$, $y_1(0), y_3(0)$ sont finis, non nécessairement nuls.

Ⓐ Potentiel extérieur harmonique et surface libre :

Dans ce cas, le potentiel peut être ramené à la forme :

$$\Phi^e(r) = P \left(\frac{r}{a}\right)^n S_n(\theta, \lambda) \quad \text{où } P \text{ est une constante} \quad (6)$$

Le déplacement radial u_r introduit une densité de surface, d'où

$$\left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial r}\right)_{a+0} - \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial r}\right)_{a-0} = -4\pi G \rho(a) u_r(a) \quad (7)$$

De plus Φ^* est harmonique à l'extérieur et donc

$$\left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial r}\right)_{a+0} = \left(-\frac{n+1}{r} \Phi^*\right)_{a+0} \quad (8)$$

En remarquant que $\frac{\partial \Phi^e}{\partial r} = \frac{n\Phi^e}{r}$, la condition à la limite ($r=a$) s'exprime :

$$y_6(a) + \frac{n+1}{a} y_5(a) = \frac{2n+1}{a} P \quad (9)$$

La surface extérieure étant libre,

$$\tau_{rr}(a) = \tau_{r\theta}(a) = 0$$

soit
$$\begin{cases} y_2(a) = 0 \\ y_4(a) = 0 \end{cases} \quad (\text{ce qui impose } \alpha_2 = \alpha_4 = 0) \quad (10)$$

Ⓑ Tension normale à la surface extérieure :

En symbolisant par M la masse totale de la Terre :

$$\begin{aligned}
 \phi^e(a) &= 0 \\
 \tau_{r\theta}(a) &= 0 \\
 \tau_{rr}(a) &= \frac{NM}{a^3} S_n(\theta, \lambda) \quad (**)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_6(a) + \frac{n+1}{a} y_5(a) &= 0 \\
 y_4(a) &= 0 \\
 y_2(a) &= \frac{NM}{a^3}
 \end{aligned}$$

(11)

© Tension tangentielle à la surface extérieure :

$$\begin{aligned}
 \phi^e(a) &= 0 \\
 \tau_{rr}(a) &= 0 \\
 \tau_{r\theta}(a) &= \frac{TM}{a^3} \frac{\partial S_n(\theta, \lambda)}{\partial \theta} \quad (**)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_6(a) + \frac{n+1}{a} y_5(a) &= 0 \\
 y_2(a) &= 0 \\
 y_4(a) &= \frac{TM}{a^3}
 \end{aligned}$$

(12)

4. Symétrie du système

Molodensky [7,8] a proposé le changement de variables dépendantes :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r^2} \\ 0 & \frac{r}{n(n+1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{(n+1)}{r} & \frac{4\pi G}{r^2} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{pmatrix} \quad (13)$$

qui lui permet d'écrire le système (1) sous la forme (14) : (***)

(**) Sous cette forme N et T qui décrivent les tensions appliquées ont la dimension d'un potentiel gravifique ce qui nous permettra une extension de la définition de nombres de Love à ces cas.

(***) Le système est explicité dans l'appendice.

$$\frac{d}{dr} \left(f_j(r) \right) = \left(\sum_{k=1}^6 b_{jk}(r) f_k(r) \right) \quad (j=1, \dots, 6) \quad (14)$$

dont les coefficients possèdent les propriétés de symétrie suivantes :

$$\begin{aligned} b_{jk} &= b_{7-k, 7-j} \quad \text{pour } k > 3, j < 3 \quad \text{et } k < 3, j > 3 \\ b_{jk} &= -b_{7-k, 7-j} \quad k < 3, j < 3 \quad \text{et } k > 3, j > 3 \end{aligned} \quad (15)$$

Les conditions aux limites deviennent :

$$f_1(0) = f_2(0) = 0, \quad f_3(0) \text{ fini } (*).$$

$$\text{et } \textcircled{A} : f_4(a) = (2n+1)aP/4\pi G, \quad f_5(a) = f_6(a) = 0$$

$$\textcircled{B} : f_4(a) = f_5(a) = 0, \quad f_6(a) = NM/a \quad (16)$$

$$\textcircled{C} : f_4(a) = f_6(a) = 0, \quad f_5(a) = TM$$

5. Solution générale du système transformé

La solution générale de (14) est une combinaison linéaire de six solutions particulières linéairement indépendantes qui forment une matrice fondamentale du système. Il nous est entièrement loisible de choisir une matrice qui a en $r=a$ la valeur : (**)

(*) En fait pour $n=1$, $f_1(0)$, $f_2(0)$ sont finis, mais non nécessairement nuls.

(**) Toute matrice dont le déterminant est $\neq 0$ en un point ($r=a$) convient ; ceci revient à imposer des conditions aux limites aux solutions particulières [5].

$$\begin{pmatrix} f_1^1 \\ f_2^1 \\ f_3^1 \end{pmatrix} (a) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & f_1^4(a) & f_1^5(a) & f_1^6(a) \\ 0 & 1 & 0 & f_2^4(a) & f_2^5(a) & f_2^6(a) \\ 0 & 0 & 1 & f_3^4(a) & f_3^5(a) & f_3^6(a) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Il est à nouveau possible de démontrer que les trois premières colonnes de cette matrice correspondent à des solutions particulières singulières à l'origine (voir [5] et [6]). La solution générale est :

$$\begin{pmatrix} f_j(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^6 \beta_i f_j^i(r) \end{pmatrix} \quad (j=1, \dots, 6) \quad (18)$$

$\beta_i \in \mathbb{R}$

Les conditions de régularité au centre ($r=0$) imposent que $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$, tandis que les autres coefficients de la combinaison linéaire sont déterminés par les conditions aux limites (16) :

$$\begin{cases} \beta_4 = f_4(a) \\ \beta_5 = f_5(a) \\ \beta_6 = f_6(a) \end{cases} \quad (19)$$

6. Système adjoint

Le système adjoint du système (14) est (Rouche [3], p.116) :

$$\frac{d}{dr} \begin{pmatrix} \tilde{f}_i(r) \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \sum_{q=1}^6 b_{iq} \tilde{f}_q(r) \end{pmatrix} \quad (i=1, \dots, 6) \quad (20)$$

Une particularité importante des systèmes linéaires est que l'inverse de l'adjointe d'une matrice fondamentale du système différentiel est une matrice fondamentale de l'équation adjointe. (Rouche [3], p.126 - proposition 3.7). Dans le champ des réels dans lequel est défini notre système, la matrice adjointe s'identifie à la matrice transposée. Appliquant ce résultat à la matrice fondamentale $\left(f_i^j(r) \right)$ du système (14), nous pouvons conclure que la matrice $\left(\left(f_i^j(r) \right)^{-1} \right)^t$ est une matrice fondamentale du système adjoint (20).

En particulier en $(r=a)$ on obtient une matrice fondamentale du système adjoint ayant la valeur $(**)$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -f_1^4(a) & -f_2^4(a) & -f_3^4(a) & 1 & 0 & 0 \\ -f_1^5(a) & -f_2^5(a) & -f_3^5(a) & 0 & 1 & 0 \\ -f_1^6(a) & -f_2^6(a) & -f_3^6(a) & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

(**) La matrice (f_i^j) étant fondamentale est régulière et inversible en tout point.

7. Relation entre les systèmes directs et adjoints

Les relations (15) entre les coefficients du système direct (14) nous permettent de remarquer que l'identification (**)

$$\begin{array}{lll} \tilde{f}_1 = -f_6 & \tilde{f}_3 = -f_4 & \tilde{f}_5 = f_2 \\ \tilde{f}_2 = -f_5 & \tilde{f}_4 = f_3 & \tilde{f}_6 = f_1 \end{array} \quad (22)$$

assure au système direct et adjoint une forme identique et permet donc de transformer en solution de (14) toute solution de (20). En particulier, la matrice fondamentale (21) donne (en $r=a$) une solution :

$$\left(\begin{array}{cccccc} -f_1^6(a) & -f_2^6(a) & -f_3^6(a) & 0 & 0 & 1 \\ -f_1^5(a) & -f_2^5(a) & -f_3^5(a) & 0 & 1 & 0 \\ -f_1^4(a) & -f_2^4(a) & -f_3^4(a) & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad (23)$$

Les colonnes de (23) sont des solutions linéairement indépendantes (au même titre que celles de (17)) et forment une base de l'espace vectoriel des solutions du système homogène ; elles sont donc des combinaisons linéaires de celles de (17), ce qui implique :

$$\boxed{\begin{array}{l} f_2^6(a) = f_1^5(a) \\ f_3^6(a) = f_1^4(a) \\ f_3^5(a) = f_2^4(a) \end{array}} \quad (24)$$

(**) Pour autant que la traduction en soit correcte, Molodensky [8] parle de systèmes auto-adjoints. Le terme est impropre et ne s'appliquerait que si $\forall_i : f_i^* = f_i$.

Il existe donc trois relations de liaison (en $r=a$) entre les composants des solutions du système (14) vérifiant les conditions (17).

8. Liens entre les nombres de Love

Saito [9] a étendu la définition des nombres de Love de marée (Melchior [10], p.109) et de surcharge à d'autres problèmes de déformations de la Terre. Suivant son exemple, nous définissons des nombres h_n, l_n, k_n en surface, appropriés aux problèmes étudiés par les relations (**):

	(A)	(B)	(C)
$g(a) u_{r,n}(a) = g(a) y_1(a) = g(a) f_1(a) =$	h_n^P	h_n^N	h_n^T
$g(a) u_{0,n}(a) = g(a) y_3(a) = \frac{ag(a)}{n(n+1)} f_2(a) =$	l_n^P	l_n^N	l_n^T
$\phi_n(a) = y_5(a) = f_3(a) =$	$P+k_n^P$	k_n^N	k_n^T

(25)

Notons que la définition traditionnelle en fonction du potentiel gravifique des forces extérieures n'aurait pas de sens pour (B) et (C).

Les $f_j^1(a)$ s'expriment en fonction des nombres de Love (25) en utilisant les formules (16), (18) et (19):

$$(A) \quad \beta_5 = \beta_6 = 0 \quad \text{et} \quad \beta_4 = \frac{(2n+1)aP}{4\pi G} \quad \text{d'où}$$

$$\left(f_j^1(a) \right) = \left(\frac{(2n+1)aP}{4\pi G} f_j^4(a) \right)$$

(**) L'indice n rappelle la décomposition préalable en harmoniques sphériques.

$$\text{et } \left\{ \begin{array}{l} f_1^4(a) = \frac{4\pi G}{(2n+1)ag(a)} h_n \\ f_2^4(a) = \frac{4\pi G n(n+1)}{(2n+1)a^2g(a)} l_n \\ f_3^4(a) = \frac{4\pi G}{(2n+1)a} (1+k_n) \end{array} \right. \quad (26)$$

$$\textcircled{B} \quad \beta_4 = \beta_5 = 0 \quad \text{et} \quad \beta_6 = \frac{NM}{a} \quad \text{d'où} \quad \left[f_j(a) \right] = \left[\frac{NM}{a} f_j^6(a) \right]$$

$$\text{et } \left\{ \begin{array}{l} f_1^6(a) = \frac{a}{Mg(a)} h_n^N \\ f_2^6(a) = \frac{n(n+1)}{Mg(a)} l_n^N \\ f_3^6(a) = \frac{a}{M} k_n^N \end{array} \right. \quad (27)$$

$$\textcircled{C} \quad \beta_4 = \beta_6 = 0 \quad \text{et} \quad \beta_5 = TM \quad \text{d'où} \quad \left[f_j(a) \right] = \left[TM f_j^5(a) \right]$$

$$\text{et } \left\{ \begin{array}{l} f_1^5(a) = \frac{1}{Mg(a)} h_n^T \\ f_2^5(a) = \frac{n(n+1)}{aMg(a)} l_n^T \\ f_3^5(a) = \frac{1}{M} k_n^T \end{array} \right. \quad (28)$$

Les relations (24) s'écrivent donc :

$$\boxed{\begin{array}{l} n(n+1) l_n^N = h_n^T \\ (2n+1) k_n^N = 4\pi h_n \\ (2n+1) k_n^T = 4\pi n(n+1) l_n \end{array}} \quad (29)$$

9. Coefficients de surcharge

Munk et Mac Donald [11] ont introduit des coefficients de surcharge, ou nombres de Love en charge définis par :

$$\begin{aligned}
 g(a) u_{r,n}(a) &= g(a) y_1(a) = g(a) f_1(a) = h'_n \phi^e \\
 g(a) u_{\theta,n}(a) &= g(a) y_3(a) = \frac{ag(a)}{n(n+1)} f_2(a) = l'_n \phi^e \\
 \phi_n(a) &= y_5(a) = f_3(a) = \left(1 + k'_n\right) \phi^e
 \end{aligned} \quad (30)$$

qui caractérisent la déformation de la Terre sous une charge normale.

Pour une masse appliquée m le potentiel extérieur développé en harmoniques sphériques est en surface (Farrell [12]) :

$$\phi^e = \frac{4\pi Ga}{2n+1} \Gamma_n \quad \text{où} \quad \Gamma_n = \frac{(2n+1)m}{4\pi a^2} \quad \text{est la distribution superficielle de masse correspondante. Un raisonnement similaire à celui effectué pour établir la formule (9) nous mène à une condition aux limites: } y_6(a) + \frac{n+1}{a} y_5(a) = -4\pi G \Gamma_n$$

$$\text{ou} \quad \boxed{f_4(a) = \frac{(2n+1)m}{4\pi}} \quad (30.1)$$

La tension normale en surface due à la distribution de charge Γ_n est :

$$\tau_{rr}(a) = -g(a) \Gamma_n$$

$$\text{ou} \quad \boxed{f_6(a) = \frac{-(2n+1) g(a)m}{4\pi}} \quad (30.2)$$

$$\text{tandis que} \quad \tau_{r\theta}(a) = 0 \quad \text{et} \quad \boxed{f_5(a) = 0} \quad (30.3)$$

En ayant recours à (19) :

$$\beta_4 = \frac{2n+1}{4\pi} m, \quad \beta_5 = 0 \quad \text{et} \quad \beta_6 = \frac{-(2n+1)mg(a)}{4\pi}$$

$$\text{d'où} \quad \left(f_j(a) \right) = \left(\frac{(2n+1)m}{4\pi} f_j^4(a) - \frac{(2n+1)mg(a)}{4\pi} f_j^6(a) \right)$$

et :

$$\begin{aligned} h'_n &= h_n - \frac{2n+1}{4\pi} h_n^N \\ l'_n &= l_n - \frac{2n+1}{4\pi} l_n^N \\ (1+k'_n) &= (1+k_n) - \frac{2n+1}{4\pi} k_n^N \end{aligned} \quad (31)$$

La combinaison de (29) et (31) fournit un jeu de relations nouvelles dont la plus intéressante sur le plan pratique est :

$$\boxed{k'_n = k_n - h_n} \quad (32)$$

10. Principe variationnel

Le système (1) est équivalent à l'équation variationnelle

$$\delta \left\{ \int_0^a F(y_1, y_3, y_5, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{y}_3) dr \right\} = 0 \quad (33)$$

établie par Pekeris et Jarosch [13]. F est une fonction quadratique et homogène reprise explicitement dans l'appendice. Les conditions aux limites peuvent être incluses dans l'équation comme le fait Saito [9]. L'équation d'Euler de ce principe variationnel est (Courant et Hilbert [14]) :

$$\frac{d}{dr} \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} - \frac{\partial F}{\partial y_i} = 0 \quad (i=1,3,5) \quad (34)$$

Si nous possédons une deuxième solution de (33) ou (34) notée x_1, x_3, x_5 , nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left(\sum_{i=1,2,3} \left(x_i \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} \right) \right) &= \sum_{i=1,3,5} \left(\dot{x}_i \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} + x_i \frac{d}{dr} \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} \right) \\ &= \sum_{i=1,3,5} \left(\dot{x}_i \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} + x_i \frac{\partial F}{\partial y_i} \right) \end{aligned}$$

En définissant :

$$G(x_i, \dot{x}_i; y_i, \dot{y}_i) = \sum_{i=1,3,5} \left(\dot{x}_i \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} + x_i \frac{\partial F}{\partial y_i} \right) \quad (35)$$

nous obtenons l'intégrale première :

$$\left(\sum_{i=1,3,5} \left(x_i \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_i} \right) \right)_0^a = \int_0^a G(x_i, \dot{x}_i; y_i, \dot{y}_i) dr \quad (36)$$

Explicitant cette relation, nous trouvons après des développements fort longs :

$$\int_0^a G(x_i, \dot{x}_i; y_i, \dot{y}_i) dr = a^2 [x_1 y_2 + n(n+1) x_3 y_4 + x_5 (y_6 + \frac{n+1}{r} y_5)] / 4\pi G \quad r=a \quad (37)$$

Dans cette expression les dérivées des variables $x_1, x_3, x_5, y_1, y_3, y_5$ ont été remplacées par leurs expressions en $x_2, x_4, x_6, y_2, y_4, y_6$ qui s'obtiennent à partir de (3).

En se basant sur la définition de $G(x_i, \dot{x}_i; y_i, \dot{y}_i)$ et sur le fait que $F(y_i, \dot{y}_i)$ est homogène et quadratique, nous remarquons que $G(x_i, \dot{x}_i; y_i, \dot{y}_i) = G(y_i, \dot{y}_i; x_i, \dot{x}_i)$. Cette constatation nous permet de tirer une relation importante de (37) :

$$\left| (x_1 y_2 - x_2 y_1) + n(n+1)(x_3 y_4 - x_4 y_3) + \left[x_5 \left(y_6 + \frac{n+1}{r} y_5 \right) - y_5 \left(x_6 + \frac{n+1}{r} x_5 \right) \right] / 4\pi G \right|_{r=a} = 0$$

(38)

En faisant intervenir les conditions aux limites et la définition des nombres de Love (25), nous pouvons particulariser cette expression.

$$\left. \begin{array}{l} \textcircled{A} : y_6(a) + \frac{n+1}{a} y_5(a) = \frac{2n+1}{a} P \\ y_2(a) = y_4(a) = 0 \\ \text{et } \textcircled{B} : x_6(a) + \frac{n+1}{a} x_5(a) = 0 \\ x_4(a) = 0 \\ x_2(a) = \frac{NM}{a^2} \end{array} \right\} \rightarrow 4\pi h_n = (2n+1)k_n^N$$

et	$\textcircled{A} \quad y_6(a) + \frac{n+1}{a} y_5(a) = \frac{2n+1}{a} P$ $y_2(a) = y_4(a) = 0$	}	→	$4\pi n(n+1) l_n$ $= (2n+1) k_n^T$			
et	$\textcircled{C} \quad x_6(a) + \frac{n+1}{a} x_5(a) = 0$ $x_2(a) = 0$ $x_4(a) = \frac{TM}{a^3}$						
et	$\textcircled{B} \quad y_6(a) + \frac{n+1}{a} y_5(a) = 0$ $y_4(a) = 0$ $y_2(a) = \frac{NM}{a}$				}	→	$h_n^T = n(n+1) l_n^N$
et	$\textcircled{C} \quad x_6(a) + \frac{n+1}{a} x_5(a) = 0$ $x_2(a) = 0$ $x_4(a) = \frac{TM}{a^3}$						

Nous retrouvons donc les relations (29) à partir du principe variationnel ; (31) et (32) s'obtiennent de manière similaire.

11. Conclusions

Saito [9] paraît avoir été le premier à remarquer le lien entre les différents nombres de Love. Molodensky [8] a tout récemment déduit des relations similaires en suivant une voie toute différente.

Ni Saito, ni Molodensky ne font remarquer que les relations qu'ils ont déduites ne sont pas applicables car elles n'ont pas la généralité voulue.

Nous démontrons que leurs relations s'obtiennent indifféremment par l'étude des propriétés de symétrie du système d'équations différentielles (1) ou du principe variationnel équivalent (33). Nous réconcilions les points de vue de Saito et de Molodensky qui obtenaient des relations différentes.

Nous proposons des expressions générales (29) (31) et (32) directement applicables pour autant que les définitions des nombres de Love (25), (30) et les conditions initiales (9) (10) (11) (12), (30.1 à 30.3) soient respectées.

12. Appendice

système exprimé dans les variables y_i (1) :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2\lambda}{(\lambda+2\mu)r} & \frac{1}{\lambda+2\mu} & \frac{\lambda n(n+1)}{r(\lambda+2\mu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{4\mu(3\lambda+2\mu)}{r^2(\lambda+2\mu)} - \frac{4\rho g}{r} & \frac{-4\mu}{r(\lambda+2\mu)} & n(n+1) \left[\frac{\rho g}{r} - \frac{2\mu(3\lambda+2\mu)}{r^2(\lambda+2\mu)} \right] & 0 & -\rho & 0 \\ -\frac{1}{r} & 0 & \frac{1}{r} & \frac{1}{\mu} & 0 & 0 \\ \frac{\rho g}{r} - \frac{2\mu(3\lambda+2\mu)}{r^2(\lambda+2\mu)} & \frac{-\lambda}{r(\lambda+2\mu)} & \frac{2\mu}{r^2} \left[\frac{2n(n+1)(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu} - 1 \right] & \frac{-3}{r} & \frac{-\rho}{r} & 0 \\ 4\pi G \rho & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{-4\pi G \rho n(n+1)}{r} & 0 & \frac{n(n+1)}{r^2} & \frac{-2}{r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{pmatrix}$$

Systeme exprimé dans les variables f_i :

$$\begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-2\lambda}{\lambda+2\mu} \frac{1}{r} & \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\lambda+2\mu} \frac{1}{r^2} \\ \frac{-n(n+1)}{r^2} & 0 & 0 & \frac{n(n+1)}{\mu} \frac{1}{r^4} & 0 & 0 \\ 4\pi G \rho & 0 & -(n+1) \frac{1}{r} & 4\pi G \frac{1}{r^2} & 0 & 0 \\ (n+1) \rho r & -\rho r^2 & 0 & (n+1) \frac{1}{r} & 0 & 0 \\ -\left(+\rho g r^2 + 2\mu r \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu} \left[\frac{2(\lambda+u)}{\lambda+2\mu} - \frac{1}{n(n+1)} \right] 2\mu r^2 - c r^2 \right) & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-\lambda}{\lambda+2\mu} \\ -4\rho r g' + 4\mu \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu} - \left(\rho g r' + 2\mu r \frac{1}{\lambda+2\mu} \right) & -\frac{1}{r} G \rho & -\frac{n(n+1)}{r^2} & 0 & 0 & \frac{2\lambda}{\lambda+2\mu} \frac{1}{r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{pmatrix}$$

(14)

$\frac{d}{dr}$

Equation variationnelle :

$$\delta \left\{ \int_0^a F(y_1, y_2, y_3; \dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{y}_3) dr \right\} = 0 \quad (33)$$

où

$$\begin{aligned} F(y_1, y_2, y_3; \dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{y}_3) = & -\frac{1}{2}(\lambda+2\mu) [r\dot{y}_1 + 2y_1 - n(n+1)y_3]^2 \\ & - \frac{1}{2} \mu n(n+1) (r\dot{y}_3 - y_3 + y_1)^2 + y_1^2 (2\mu + 2r\rho g - 2\pi G r^2 \rho^2) + n(n+1)\mu y_3^2 \\ & - n(n+1)y_3 [2\mu y_1 + 2r\mu \dot{y}_1 + \rho g r y_1] + 4\mu r y_1 \dot{y}_1 \\ & + r^2 \rho y_1 \dot{y}_5 + n(n+1)r\rho y_3 y_5 - \frac{1}{8\pi G} [r\dot{y}_5 + (n+1)y_5]^2 \end{aligned}$$

13. Références

- [1] LOVE, A.E.H., (1911) - Some problems of Geodynamics. (Dover Publ.), New York, 180p.
- [2] ALTERMAN, Z., JAROSCH, H., PEKERIS, C.L., (1959) - Oscillations of the Earth. Proc. Roy. Soc. London, ser. A, 252, 80-95.
- [3] ROUCHE, N., MAWHIN, J., (1973) - Equations Différentielles Ordinaires. Tome 1. Théorie Générale. (Masson), Paris, 150p.
- [4] DENIS, C., (1974) - Oscillations de configurations sphériques auto-gravitantes et applications à la Terre. Thèse de Doctorat en Sciences, Université de Liège.
- [5] CODDINGTON, E.A., LEVINSON, N., (1955) - Theory of Ordinary Differential Equations. (McGraw Hill), New York, 429p.
- [6] HILLE, E., (1976) - Ordinary Differential Equations in the Complex Domain. (J. Wiley), N.Y., 484p.
- [7] MOLODENSKY, S.M., (1976) - De la fonction de Green pour les équations des déformations sphéroïdales élastiques de la Terre. Phys. de la Terre, II, 7-12. (en russe).

- [8] MOLODENSKY, S.M., (1977)-Sur la relation liant les nombres de Love avec les coefficients de surcharge. *Fisica Zemlii*, 3, 3-7. (en russe).
- [9] SAITO, M., (1975)-Partial derivatives of Love numbers and relaxation spectra of the Earth. *Geophys. Fluid Dynamics*, WHOI, II, 107-112.
- [10] MELCHIOR, P., (1972)-Physique et Dynamique Planétaire. Vol. 3 : Géodynamique. (Vander), Louvain, 268p.
- [11] MUNK, W.H., MACDONALD, G.J.F., (1960)-The Rotation of the Earth. A geophysical Discussion. (Cambridge), London, 323p.
- [12] FARRELL, W.E., (1972)-Deformation of the Earth by Surface Loads. *Rev. Geophys. and Sp. Sc.* 10, n°3, 761-797.
- [13] PEKERIS, C.L., JAROSCH, H., (1958)-The free oscillations of the Earth. In *Contribution in Geophysics (in honor of Gutenberg)*. (Pergamon), 171-192.
- [14] COURANT, R., HILBERT, D., (1966)-Methods of Mathematical Physics. Vol. 1. (Interscience Publ.), N.Y., 561p.

Calibration Problems
for TRG-1 Earth Tides Meters

B. DUCARME *

ABSTRACT :

The non linearity of Geodynamics TRG 1 Earth Tides Gravity Meters does not exceed 2 per cent when the instrument is operated close to the zero of its displacement transducer.

Serious problems only arise from the long term drift of its built in calibration voltage. It is highly recommended to generate externally a stable calibration voltage and it is compulsory to check it regularly.

In a recent research letter (Halpenny, Valliant, 1978) a very strong non linearity is pointed out for old North American gravity meters modified for Earth Tides recording as non-nulling instruments (Geodynamics and others).

This problem is indeed a very serious one as Geodynamics TRG-1 gravimeters are widely used in tidal profiles.

However the non-linearity is not important when we keep the instruments close to the maker's reading line. For Geodynamics gravimeters it corresponds to the equality of the two capacitors used in the capacitive bridge of the transducer and more or less to the centering of the beam between the two fixed plates. The frequency output is then adjusted on 50 Khertz. Lower and upper stops are respectively adjusted on 20 Khertz and 80 Khertz.

This is indeed the reason why we always disagreed with the use of automatic zero corrections on the recorder because this allows to operate the instrument off-centered. In equatorial region the maximum tidal range allowed is always comprised between 35 and 65 Khz. As may be seen on table 1 and figure 1 the non linearity is then 2.5 per cent for GEO 783 and 1.5 per cent for GEO 765. It has been measured by using special integrating techniques (Rasson, 1978). For GEO 84 the measurements of the calibration pulses on the recording paper

* Chercheur qualifié au FNRS - Observatoire Royal de Belgique,
3 avenue circulaire, 1180 BRUSSEL.

are not accurate enough to show any non linearity. It is probably less than 1 per cent.

In practice the calibration itself is made in a much more restricted range. For example in Istanbul and Ankara stations with GEO 783 calibrations were performed between 47 Khz and 51 Khz with less than 0.5 per cent of non linearity. On the other hand spectral analysis of the residuals of Geodynamics instruments at Brussels fundamental station do not show non linear terms like M4.

As a matter of fact the most severe problem one has to face with the calibration of the Geodynamics instruments is the time changes and the temperature dependance of the built in calibration voltage (OC).

The phenomenon was detected in 1973 by T. Honkasalo for its GEO 761. The voltage changed from 48.3 V at 7°C to 49.0 V at 24°C. To cope with that specific problem a new regulated voltage supply (NC) has been designed at the Geodeettinen Laitos which does not show such a temperature effect. Figure 2 shows the variation of the ratio OC/NC with respect to temperature. It is fitting the line extrapolated from the ratios of the squares of the voltages measured at the main station Helsinki at 7°C and 24°C. Unhappily later measurements of the voltage showed that the NC voltage suddenly dropped. (Kaariainen, Ducarme, 1979). Such abrupt change of the calibration constant of an instrument occurred also once during the Trans European Profiles in 1972. (Melchior & alii, 1976). These first experiences convinced us to adopt the regulated voltage supply (NC) and to measure regularly the calibration voltages. Table 2 shows the time variations of these voltages for GEO 84 and GEO 765 since 1974 and shows a slow drift of the OC system. It is important to point out that in some stations a residual voltage appears, due to grounding problems. This produces a slight measurable decrease of the actual calibration pulse expressed in μgal ($1 \mu\text{gal} = 10 \mu\text{m sec}^{-2}$).

BIBLIOGRAPHY

HALPENNY J.F., VALIANT H.D.

Possible non-linear effects in TRG-1 Earth Tides meter.
Geoph. Research letters vol.5 n°1, 1978

KAARIAINEN J., DUCARME B.

The Finnish Tidal Gravity Registrations in Scandinavia.
Geodeettinen Laitos, under press, 1979

MELCHIOR P., KUO J.T., DUCARME B.

Earth Tides Gravity Maps for Western Europe

Phys. Earth Planet. Inter. 13(3) 184-196, 1976

RASSON J.

Integrating Techniques in Earth Tides Recording

Bull. Inf. Marées Terrestres, n°79, 4816-4830, 1978.

TABLE I

Amplitude of the calibration pulse expressed in Volts

Beam Position K Hertz	GEO 84	GEO 765	GEO 783
35		4.96	
37			4.99
40	5.03	4.96	4.97
45			5.00
45	5.04	4.93	
50			5.01
55	5.01	4.91	5.04
57			5.07
60	5.04	4.90	5.06

TABLE II

Station	Zener diode voltage (V)	Residual voltage (V)	Calibration pulse (μ Gal)	Stabilised supply voltage (V)	Residual voltage (V)	Calibration pulse (μ Gal)
<i>Gravimeter Geodynamics 84:</i>						
0201 Bruxelles			118.3 *1			
2501 Bangkok	48.0	0.9	113.9			
2502 Chiang Mai	48.1	1.1	113.4			
2450 Kathmandu	48.1	1.3	112.5	46.9	1.3	106.8
4206 Canberra *2	48.0-47.8	0.0	118.3-117.3	46.9	0.0	112.9
4205 Armidale *2	48.1-48.0	0.0	118.8-118.3	46.8	0.0	112.5
4209 Alice Springs	48.2	0.0	119.3	46.8	0.0	112.5
<i>Gravimeter Geodynamics 765:</i>						
0201 Bruxelles	54.2	0.0	140.7 *1	45.8	0.0	100.5
2551 Penang *2	55.1-54.9	1.6-1.4	137.1	45.8	1.6	93.6
2550 Kuala Lumpur	55.2	1.7	137.1	45.9	1.7	93.6
2552 Kota Kinabalu	55.0	1.6	136.6	45.8	1.6	93.6
2460 Colombo	54.8	1.6	135.6	45.8	1.6	93.6

*1 This value of the pulse is adjusted to obtain $\delta(O_1)$ at Brussels equal to 1.161.

*2 At these stations the Zener diode voltage was fluctuating with time between the limits given in the table.

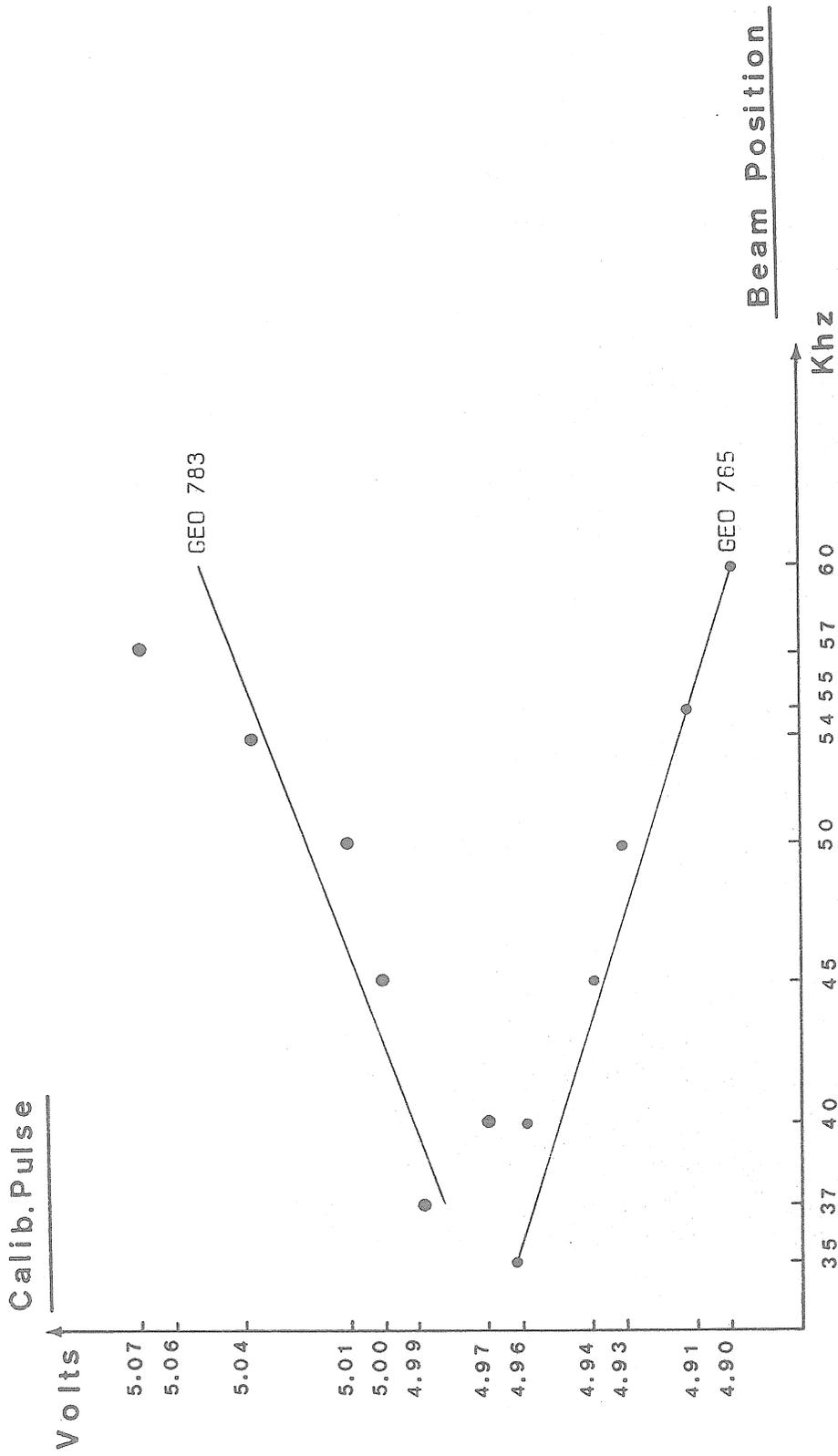


FIG.1: Amplitude of the calibration with respect to the beam position for gravimeter GEO 765 and GEO 783.

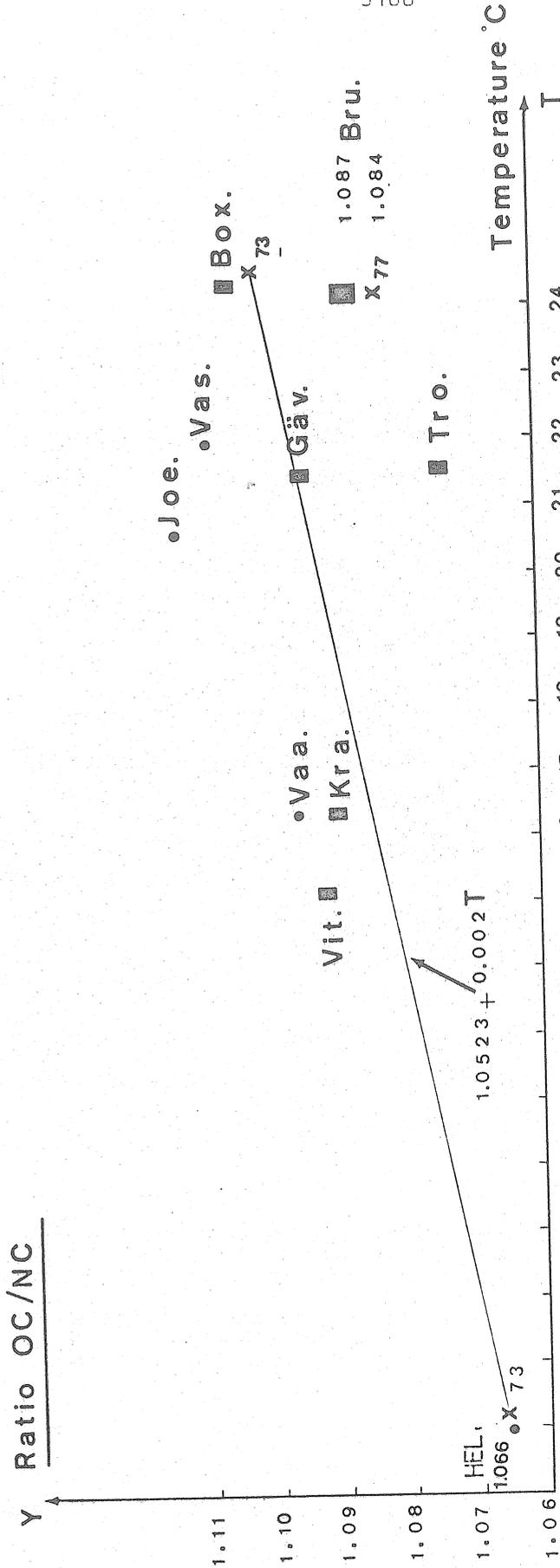


FIG.2: Variations of the built in calibration voltage (OC) with respect to temperature for GEO 761.

This figure shows the ratio of the OC pulse amplitude to the NC pulse amplitude of a regulated voltage supply insensitive to temperature changes.

- x derived from voltage measurements in 1973 (Hel) and 1977 (Bru)
- . derived from pulse measurements with NC = 46.9V (1973)
- derived from pulse measurements with NC = 46.4V (1977)

Box: Boxholm, Bru: Bruxelles, Gäv: Gävle, Hel: Helsinki, Joe: Joensuu, Kra: Kramfors, Tro: Tromsøe, Vaa: Vaajakavski, Vas: Vaasa.

ESTIMATION DE L'EFFET D'ECRAN DANS LES OBSERVATIONS
DE MAREES TERRESTRES

I.A. DITCHKO, V.P. SCHLIAKHOVII

Rotation et déformations de marée de la Terre

10 - pp 39-47 - 1978

Dans l'étude de la physique des champs de gravitation on souffre d'un manque de données expérimentales. Cela s'explique par le fait que le champ de gravitation est le plus faible des champs connus et l'expérience dans ce domaine présente de grandes difficultés. Apparemment pour cette raison la plupart des expériences de gravitation, dont la quantité et l'exactitude est très limitée ne donnent pas des résultats indiscutables.

Eötvös, Dicke {1} et Braginskii {2} n'ont pas découvert de différence entre les masses pesante et inerte, la variation de la constante de gravitation dans le temps n'est pas déterminée avec sûreté {13}, les données des expériences de Majorana {14} sur l'écran de la gravitation et de Weber {3} sur la découverte des ondes de gravitation ne sont pas confirmées par les expériences ultérieures {4, 15}. Il est donc naturel que de nouvelles expériences plus précises présentent un grand intérêt.

Dans notre travail basé sur les données des observations de marées terrestres on envisage la possibilité de découvrir l'absorption (effet écran) du champ de gravitation par les masses intercalaires dans la forme proposée par Majorana {14}.

Avant de procéder à l'exposé des résultats que nous avons obtenus nous nous arrêterons brièvement aux travaux analogues faits précédemment. On peut les partager tous en deux aspects : les expériences en utilisant des masses de laboratoires et les essais avec les masses des corps astronomiques.

Déjà Laager en levant un globe d'argent couvert d'une couche de plomb n'a pas découvert d'absorption de gravitation {14}. Au début des années 20 du 20ème siècle les expériences de ce type ont été faites par le physicien italien Majorana {14}. Ces résultats et les suivants sont donnés dans la table 1.

Le globe de plomb levé par Majorana, d'une masse de 1274 g a été placé dans un récipient sphérique qui se trouvait dans un bain de mercure. On a réussi ainsi à établir une diminution relative du poids du globe de plomb lors du remplissage du bain par le mercure de $7,7 \cdot 10^{-10}$.

Après une longue interruption les essais de séparation de l'effet de l'influence des corps intercalaires sur le champ de gravitation ont été repris dans les conditions de laboratoire par Braginskii {4}. Dans cette expérience un cube en laiton suspendu se mettait en écran périodiquement par rapport au champ de gravitation de la Terre par un disque en acier tournant. En appliquant la méthode de modulation, Braginskii ne découvrit pas d'effet sensible de l'écran, bien que la précision de séparation de l'effet cherché par des moyens radiotechniques était plus élevée que pour Majorana.

La séparation de l'effet d'absorption par les données astronomiques donne des résultats plus précis puisque dans ce cas les énormes masses des corps astronomiques participent à la mise en écran.

Botlinger {16} en 1912 a entrepris le premier essai de séparer cet effet en étudiant la perturbation de l'orbite lunaire au moment des éclipses de Lune. Il trouva que l'écran du champ de gravitation du Soleil par la masse de la Terre, si elle existe, doit être très insignifiante. On n'a pas découvert de perturbations réelles de l'orbite lunaire. Les conséquences astronomiques de l'expérience de Majorana ont été examinées par Russel {17}. Il montra que pour la valeur d'écran obtenue par Majorana on doit observer d'importantes variations dans la disposition des planètes du système solaire et la théorie du mouvement de la Lune serait insoluble. En outre, les marées sur la surface de la Terre seraient sensiblement plus grandes. Plus précisément la marée solaire serait plus grande de 370 fois que celle qui est observée et la lunaire de deux fois. Russel en a tiré la conclusion que si l'absorption du champ de gravitation existe, elle est 5000 fois plus petite que celle déterminée par Majorana.

TABLE 1

Coefficients de mise en écran obtenus par différents auteurs.

Auteur	Méthode	Année	$h., \text{cm}^2/r$	Source
Lager	Suspension d'un globe en argent couvert d'une grosse couche de plomb	1904	$5 \cdot 10^{-5}$	{14}
Botlinger	Etude de la perturbation de l'orbite lunaire au moment des éclipses de Lune	1912	$<3 \cdot 10^{-15}$	{16}
Majorana	Suspension d'un globe en plomb absorbé par le mercure	1920	$6,73 \cdot 10^{-12}$	{14}
Tomaschek	Observations avec le gravimètre au moment de l'éclipse solaire	1954	$<10^{-14}$	{19}
Brein	Idem	1954	$<3 \cdot 10^{-15}$	{16}
Nakagawa	Idem	1958	$<5 \cdot 10^{-15}$	{22}
Dobrokhotov	Idem	1961	$<5 \cdot 10^{-15}$	{5}
Caputo	Observations avec de grands pendules horizontaux au moment de l'éclipse solaire	1961	$<10^{-15}$	{20}
Harrison	Séparation de l'onde diurne des observations équatoriales avec le gravimètre	1963	$<10^{-15}$	{26}
Braginskii	Suspension d'un cube de laiton mise en écran par un disque en acier	1962	$<2,5 \cdot 10^{-12}$	{4}
Notre travail	Séparation de l'onde solaire d'un tier de jour dans les marées		$<8 \cdot 10^{-16}$	

On considère à présent que les résultats de l'expérience de Majorana sont fort exagérés et sont liés à l'influence d'une certaine erreur systématique. Malheureusement personne n'a renouvelé cette expérience en observant les conditions de mise en écran quand le corps mis en écran (le mercure dans l'essai de Majorana) englobe complètement une masse d'essai. Dans le travail de Braginskii la mise en écran se fait de deux côtés.

Avec l'apparition d'appareils de haute sensibilité à la disposition des géophysiciens le problème de la mise en écran du champ de gravitation est passé dans ce domaine de la science. Tomaschek {18} déjà en 1937 a montré la possibilité d'observer ce phénomène au moment d'une éclipse solaire. Cependant on n'a réussi à faire des observations correspondantes qu'au moment de l'éclipse solaire du 30 juin 1954 {16, 19}. Tomaschek a fait ses observations en Ecosse avec deux gravimètres Frost visuellement et avec un gravimètre Worden photographiquement. Il n'a découvert aucun écart systématique. Comme le bruit de fond de l'enregistrement était d'environ 3 μ gal l'auteur a tiré la conclusion que l'absorption ne dépasse pas cette valeur. En Norvège du Sud, Brein a observé avec un gravimètre "North American" avec enregistrement automatique un petit déplacement de l'enregistrement dans le temps de l'éclipse (de 1,3 μ gal) et le détermine avec une certaine prudence par l'effet de mise en écran.

Au moment de l'éclipse solaire du 15 février 1961 beaucoup de chercheurs ont fait des observations les plus soigneuses {5, 20, 21}. Iou. S. Dobrokhotov a fait l'analyse détaillée des courbes d'observations obtenues avec deux gravimètres "Askania" à Kiev. Les ordonnées des courbes d'enregistrement sont relevées avec un intervalle de dix minutes pendant 20 heures, où entrait aussi le temps de l'éclipse. Après élimination de la marée et de la dérive, les courbes ont été soumises à l'analyse avec pour objet la découverte d'un écart régulier au moment de l'éclipse. Cependant la divergence des ordonnées satisfait bien à la répartition normale.

D'après la valeur du bruit blanc on a déterminé la limite supérieure de coefficient de mise en écran.

Nakagawa {22} a fait au Japon ces observations au moment de l'éclipse solaire annulaire du 19 avril 1958. Bien que ces derniers temps la quantité de travaux dédiés au problème examiné ait diminué, il conserve toutefois son intérêt. Le problème mérite l'attention au point de vue de n'importe quelle théorie de gravitation. En particulier dans la théorie générale de relativité il ne faut pas nier avec assurance l'influence des masses intermédiaires sur l'action réciproque de gravitation bien qu'elle doive être d'après certaines estimations {4} de quelques degrés plus petite que la limite inférieure obtenues expérimentalement à présent.

Dans les derniers travaux on examine la possibilité d'utiliser les observations des satellites artificiels de la Terre pour séparer dans leur mouvement les perturbations liées avec l'affaiblissement de la gravitation solaire dans l'ombre de la Terre. On n'a pas obtenu de résultats numériques précis.

L'affaiblissement du champ de gravitation du Soleil dans l'ombre de la Terre apparaît dans les observations des marées terrestres {6, 17, 25}. On a également des essais d'obtention de données expérimentales {7, 26}. Nous noterons que dans ce cas les expérimentateurs se trouvent dans les conditions les plus favorables puisque à titre de corps qui fait écran on utilise la masse de la Terre - la plus grande des masses accessibles.

Au moment de l'année Géophysique Internationale (AGI) un groupe de géophysiciens américains a fait des observations de court temps des marées dans beaucoup de stations du monde dans le but d'étudier les propriétés élastiques de la Terre. Deux de ces points étaient près de l'équateur au moment de l'équinoxe de printemps en 1958 {26}. Puisque l'onde de marée diurne n'existe pas à l'équateur, la composante diurne déduite de ces observations indiquerait la valeur de la mise en écran du champ de gravitation du Soleil par le corps de la Terre. L'analyse spectrale des observations n'a pas découvert d'onde diurne remarquable. On a déterminé la limite inférieure de la valeur du coefficient d'absorption.

Le problème de l'influence de la mise en écran sur les marées a été envisagé par Russel {17} et Bogorodskii {6} mais le problème a été résolu par eux d'une façon simplifiée.

Dans le présent article on a obtenu l'expression pour la force de marée supplémentaire de la Lune ou du Soleil apparaissant sur la Terre sous la condition de l'existence d'absorption du champ de gravitation du champ de ces corps célestes par la masse de la Terre. On a fait une décomposition de l'expression obtenue en harmoniques simples. Puisque les composantes correspondant à cette décomposition ne se découvrent pas dans l'analyse spectrale des observations de marées terrestres {8} on a fait une estimation de la limite supérieure du coefficient d'absorption d'après le niveau du bruit des observations. L'article représente le développement du rapport à la IV conférence sur la gravitation à Minsk en juin 1976 {7}.

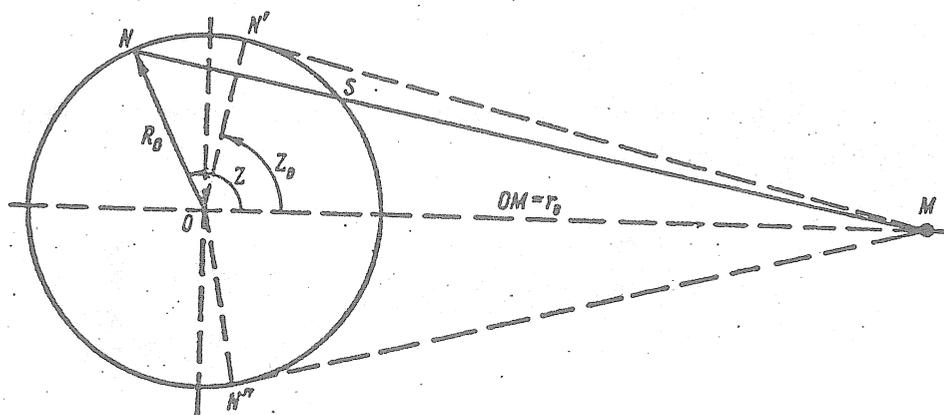
Si on prend le mécanisme d'absorption de la gravitation proposé par Majorana {14} alors en présence de corps intercalaires entre les deux masses en gravitation la force de leur action réciproque est

$$\bar{F}_J = \bar{F}_H e^{-h\rho X}, \quad (1)$$

où $\bar{F}_H = \frac{fM}{r^2}$ est la force d'attraction newtonienne de gravitation, h est la constante d'absorption, ρ est la densité du corps intercalaire mis en écran, X est l'épaisseur de la couche mise en écran.

Comme on le sait [9] la force génératrice de marées au point N (figure) est la différence des forces d'attraction du corps générateur de marées au point donné et au centre de la Terre

$$\vec{F}_{\eta p} = \vec{F}_N - \vec{F}_O \quad (2)$$



Si l'attraction du corps générateur de marées est affaiblie par la masse de la Terre, alors la force de gravitation au point N se détermine par l'expression

$$\vec{F}_{\eta N} = \vec{F}_N e^{-h\rho X} \quad (3)$$

où $X = NS$ (Fig. 1) et la force au centre de la Terre :

$$\vec{F}_{\eta O} = \vec{F}_O e^{-h\rho R_0} \quad (4)$$

où R_0 est le rayon de la Terre.

En utilisant (2), (3) et (4), nous obtiendrons :

$$\vec{F}_{\eta p} = \vec{F}_N e^{-h\rho X} - \vec{F}_O e^{-h\rho R_0} = \vec{F}_{\eta p, N} e^{-h\rho X} + \vec{F}_O (e^{-h\rho X} - e^{-h\rho R_0}) \quad (5)$$

Par (5) on constate qu'il apparaît un terme supplémentaire dans le cas de la mise en écran.

Puisque la masse de Newton s'altère par la déformation de la Terre et que la valeur de cette altération n'est pas connue pour le premier terme (5) il est impossible de séparer le petit effet mettant en écran même dans le cas où il existerait. Nous examinerons le second terme, nous noterons F_3 sa marée supplémentaire :

$$\vec{F}_3 = (e^{-h\rho X} - e^{-h\rho R_0}) = -\frac{fM}{r_0^2} (h\rho R_0 - h\rho X) \vec{r}_0 \quad (6)$$

où r_0 est la distance entre les centres de la Terre et de l'astre.

Nous obtiendrons la composante verticale de cette force supplémentaire \bar{Z}_3 , après avoir multiplié \bar{F}_3 scalairement par le vecteur unitaire $\frac{\bar{R}}{R}$ (\bar{R} est le rayon-vecteur du centre de la Terre au point d'observation N) :

$$Z_3 = h\rho \frac{fM}{r_0^2} (x - R_0) \cos z, \quad (7)$$

où Z est la distance zénithale de l'astre.

On peut obtenir la valeur $X = NS$ par des considérations géométriques (voir figure).

$$x = \begin{cases} \frac{2R_0}{r_0} \frac{(R_0 - r_0 \cos z)}{\sqrt{1 + (\frac{R_0}{r_0})^2 - \frac{2R_0}{r_0} \cos z}} & \text{при } \cos z \leq \frac{R_0}{r_0}, \\ 0 & \text{при } \cos z \geq \frac{R_0}{r_0}. \end{cases} \quad (8)$$

Puisque $\frac{R_0^2}{r_0}$ est plus petit que R_0 , presque de deux ordres pour la Lune, et sensiblement plus petit pour le Soleil, dans notre cas il sera suffisant de se limiter à la valeur suivante pour X :

$$x = \begin{cases} -2R_0 \cos z & \text{при } -1 \leq \cos z \leq \frac{R_0}{r_0}, \\ 0 & \text{при } +1 \geq \cos z \geq \frac{R_0}{r_0}. \end{cases} \quad (9)$$

Nous représenterons X en série de Fourier

$$x = \frac{2R_0}{\pi} \left(1 + \frac{\pi}{2} \cos z + \frac{2}{3} \cos 2z - \frac{2}{15} \cos 4z + \frac{2}{32} \cos 6z - \dots \right). \quad (10)$$

Pour faciliter l'utilisation des formules de trigonométrie sphérique contenant les angles multiples :

$$x = \frac{2R_0}{15\pi} \left(3 + \frac{15\pi}{2} \cos z + 36 \cos^2 z - 16 \cos^4 z + \dots \right). \quad (11)$$

Après la substitution de (11) en (7) nous obtiendrons

$$Z_3 = \frac{h\rho R_0 a}{15\pi} \left[(6 - 15\pi) \cos z + 15\pi \cos^2 z + 72 \cos^3 z - 32 \cos^5 z \right], \quad (12)$$

où $a = \frac{fM}{r_0^2}$ est l'accélération de la pesanteur provenant du corps générateur de marées au centre de la Terre, égale pour le Soleil à 588, et pour la Lune à 3,4 mgal.

Pour la décomposition de (12) en fonctions harmoniques périodiques du temps nous remplacerons $\cos Z$ par sa valeur tirée du triangle de position {10} :

$$\cos Z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t, \quad (13)$$

où ϕ est la latitude du lieu d'observation, δ est la déclinaison de l'astre générateur de marée, t est l'angle horaire de l'astre et nous passerons des degrés supérieurs aux valeurs multiples de l'angle horaire t .

En ne tenant compte que des termes dépendant de t , nous avons

$$\begin{aligned} Z_3 = \frac{h\rho R_0 a}{15\pi} \{ & [47 + 30\pi \sin \varphi \sin \delta - 216 \sin^2 \varphi \sin^2 \delta + 160 \sin^4 \varphi \sin^4 \delta + \\ & + 20 \cos^4 \varphi \cos^4 \delta + (20 \sin^2 \varphi \sin^2 \delta - 18) \cos^2 \varphi \cos^2 \delta] \cos \varphi \cos \delta \cos t + \\ & + (320 \sin^3 \varphi \sin^3 \delta - 160 \sin \varphi \sin \delta \cos^2 \varphi \cos^2 \delta - 216 \sin \varphi \sin \delta + 15\pi) \times \\ & \times \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2t + (90 \sin^2 \varphi \sin^2 \delta - 18) \cos^3 \varphi \cos^3 \delta \cos 3t + \\ & + 20 \sin \varphi \sin \delta \cos^4 \varphi \cos^4 \delta \cos 4t + 2 \cos^5 \varphi \cos^5 \delta \cos 5t \}. \end{aligned} \quad (14)$$

Par cette dernière expression on voit que dans les enregistrements de marées, dans le cas où se produit la mise en écran du champ de gravitation, outre les harmoniques connues de la marée classique il faut encore observer des ondes lunaires et solaires avec des périodes de $\frac{1}{n}$ jour où n est la série naturelle. En outre, puisque en (14) entrent des fonctions de la déclinaison de différents degrés, surgissent des composantes à longue période (mensuelles et annuelles, semi-mensuelles et semi-annuelles, etc.) et leurs différentes combinaisons avec les harmoniques de haute fréquence mentionnées plus haut.

De façon analogue à la décomposition du potentiel de marée {10} nous passerons des coordonnées équatoriales aux écliptiques alors {13} se transforme sous la forme :

$$\begin{aligned} \cos Z = & \frac{1}{2} \sin \varphi \cos(\omega + \nu - J) - \frac{1}{2} \sin \varphi \cos(\omega + \nu + J) + \frac{1}{2} \cos \varphi \cos(m - \omega - \nu) + \\ & + \frac{1}{2} \cos \varphi \cos(m + \omega + \nu) + \frac{1}{4} \cos \varphi \cos(m - \omega - \nu - J) + \frac{1}{4} \cos \varphi \times \\ & \times \cos(m - \omega - \nu - J) - \frac{1}{4} \cos \varphi \cos(m - \omega + \nu - J) - \frac{1}{4} \cos \varphi \times \\ & \times \cos(m + \omega + \nu + J), \end{aligned} \quad (15)$$

où ω est la longitude du périhélie, ν est l'anomalie vraie, J est l'inclinaison de l'orbite sur l'équateur, $m = \theta - \Omega$ (θ est le temps sidéral, Ω est l'ascension droite du noeud ascendant de l'orbite de l'astre générateur de marée).

Par la substitution de (15) en (12) nous obtenons

$$Z_3 = \frac{h\rho R_0 a}{\pi} \sum_{i=1}^n A_i \cos(q_i \tau + \alpha_i), \quad (16)$$

où A_i sont des coefficients d'amplitude sans dimension, étant fonctions des coordonnées géographiques du lieu des observations, q_i est la vitesse angulaire de l'onde, τ est le temps, x_i est la phase initiale de l'onde.

Dans la forme générale les expressions pour A_i , q_i et x_i sont volumineuses c'est pourquoi il n'est pas nécessaire de les déterminer pour toutes les harmoniques. Nous ne nous intéresserons qu'aux composantes de haute fréquence de la décomposition (16) puisque le problème réside non dans l'étude de la structure complète de l'onde de marée supplémentaire possible, déterminée par la mise en écran mais dans la découverte du fait même de l'existence de cet effet.

Les trois premiers termes principaux de la décomposition avec des périodes de $\frac{1}{3}$ à $\frac{1}{5}$ jours d'après les composantes ont des amplitudes A_i

$$\begin{aligned}
 \text{Solaires} \quad & A_3 = 0,67 \cos^5 \varphi - 1,07 \cos^3 \varphi + 0,44 \sin \varphi \cos^4 \varphi \sin(\omega + \nu), \\
 & A_4 = 0,12 \cos^4 \varphi \sin \varphi \sin(\omega + \nu), \\
 & A_5 = 0,13 \cos^5 \varphi; \\
 \text{Lunaires} \quad & A_3 = 0,55 \cos^5 \varphi - 0,95 \cos^3 \varphi + 0,56 \sin \varphi \cos^4 \varphi \sin(\omega + \nu), \\
 & A_4 = 0,45 \sin \varphi \cos^4 \varphi \sin(\omega + \nu), \\
 & A_5 = 0,11 \cos^5 \varphi.
 \end{aligned} \tag{17}$$

Nous donnons dans la table 2 les valeurs numériques de ces coefficients pour l'équateur et la latitude de 45° .

TABLE 2

Valeur des coefficients d'amplitude A_i pour les composantes fondamentales de la décomposition

Coefficient d'amplitude	Composante du jour	Composantes solaires		Composantes lunaires	
		$\phi = 0^\circ$	$\phi = 45^\circ$	$\phi = 0^\circ$	$\phi = 45^\circ$
A_3	$\frac{1}{3}$	0,3	0,27	-0,4	0,25
A_4	$\frac{1}{4}$	0	0,012	0	0,04
A_5	$\frac{1}{5}$	0,13	0,024	0,11	0,02

On constate par (16) que

$$h = \frac{\Delta a_i \pi}{a \rho A_i R_0}, \quad (18)$$

où a_i est l'amplitude du i ème harmonique.

Puisque l'accélération de la force de pesanteur provenant du Soleil au centre de la Terre dépasse de 200 fois celle qui provient de la Lune, alors l'effet de mise en écran dans les composantes solaires dépasse les lunaires d'autant (16).

Puisque la marée classique renferme des ondes diurnes et semi-diurnes il est impossible de les séparer des fréquences correspondantes déterminées par l'effet de la mise en écran.

Cependant à l'équateur la marée diurne newtonienne manque pratiquement et l'onde diurne séparée ici pourrait indiquer la présence d'absorption de la gravitation. Par l'estimation de l'amplitude de l'onde diurne d'après les observations près de l'équateur (la limite supérieure possible était de moins de 2 μgal), Harrison {26} a obtenu $h \leq 10^{-15} \text{ cm}^2/\text{s}$.

Pour évaluer le coefficient d'après l'onde d'un tiers de jour nous utilisons l'analyse spectrale des variations de marées de la pesanteur à Talgar faite par S.N. Barsenkov {8}. L'onde solaire d'un tiers de jour ne se décèle pas ici. D'après le niveau du bruit blanc obtenu après l'application de filtres adoucissant dont l'amplitude ne sort pas des limites de 0,15 μgal .

$$h \leq 0,8 \cdot 10^{-15}. \quad (19)$$

Bien que les amplitudes des ondes de $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{5}$ de jour soient un peu plus petites que celle de $\frac{1}{3}$ de jour (table 2) mais dans le rapport de fréquence elles doivent être moins perturbées par les marées terrestres et sont probablement plus réelles pour l'étude du phénomène considéré. L'estimation \sqrt{h} pour des composantes n'a pas encore été faite à cause de l'absence de données dans cette gamme de fréquences.

Un mécanisme probable est celui de l'influence des corps intermédiaires sur le champ de gravitation semblable à celui qui influence le champ électrique diélectrique. Déjà au siècle passé Heaviside et à présent Brillouin et Manheimer {11} ont attiré l'attention sur la possibilité de cette approche des problèmes gravistatiques. Si on suppose que la Terre peut se polariser dans le champ de gravitation du corps générateur de marées et sa "constante

diélectrique" est égale à ϵ_3 {12} alors le calcul du potentiel de marée par analogie avec la déduction du potentiel de marée de Newton et sa force verticale de la composante donne

$$\varphi_{np} = \frac{fM}{r_0^2} R_0 \left[\frac{1-\epsilon_3}{2+\epsilon_3} \cos z + \frac{5R_0}{(2\epsilon_3+3)r_0} \frac{3\cos^2 z - 1}{2} + \dots \right], \quad (20)$$

$$F_z = a \left[\frac{1-\epsilon_3}{3} \cos z + \frac{10R_0}{(2\epsilon_3+3)r_0} \frac{3\cos^2 z - 1}{2} + \dots \right]. \quad (21)$$

Après la substitution de (16) en (21) parmi les composantes principales nous obtiendrons deux ondes diurnes avec des facteurs d'amplitude

$$A_1 = a \frac{1-\epsilon_3}{3} 0,5 \cos \varphi. \quad (22)$$

En prenant pour l'onde diurne à l'équateur le niveau de bruit d'après Harrison de $2 \mu\text{gal}$ (26) nous avons

$$1-\epsilon_3 \leq \frac{2 \cdot 3}{588000} = 10^{-5}. \quad (23)$$

L'influence des masses intermédiaires sur l'effet réciproque de gravitation des corps si elle existe doit troubler le principe de l'équivalence. Si on suppose que la cause unique de la différence des masses d'inertie et d'attraction est l'altération de la force de gravitation des couches centrales de la masse sphérique par ses couches périphériques alors la valeur de cette différence doit être {14}.

$$\Delta m = m_U - m_T = m_U h \rho R, \quad (24)$$

où R est le rayon de la masse, et ρ sa densité moyenne. D'où

$$h = \frac{m_U - m_T}{m_U \rho R} = \frac{k}{\rho R}. \quad (25)$$

Cependant les comparaisons numériques des coefficients h et k sont utiles à présent puisqu'elles ont été déterminées pour des masses incommensurables en valeur.

En conclusion nous noterons que la méthode proposée de séparation de la valeur des corps intermédiaires sur des effets réciproques de gravitation par les observations peut être très utile car ici se réunit heureusement le procédé de modulation de la découverte de l'effet cherché avec l'adoption à titre d'écran des masses des corps astronomiques.

B I B L I O G R A P H I E

1. Dicke R., Gravitation et Univers M. "Mir" 1972, 102.
2. Braginskii V.B., Panov V.I., Vérification de l'équivalence des masses inertes et en gravitation. 1971, 61, pp. 873. 879.
3. Weber D., Théorie générale de la relativité et ondes de gravitation M. Edit. littérature étrangère 1962, p. 436.
4. Braginskii V.B., Roudenko V.N. Roukman F.I., Recherche expérimentale de l'influence du milieu intermédiaire sur l'effet réciproque de gravitation. 1962, 43, pp. 51 à 58.
5. Dobrokhotov Iou. S., Observations gravimétriques à Kiev au moment de l'éclipse solaire du 15 février 1961. Dans le livre : Etude des marées terrestres M. 1964, pp. 31 à 44.
6. Bogorodskii A.F., Attraction universelle K. "Naouk. Doumka" 1971, p. 352.
7. Ditchko I.A., Schliakhovoi V.P., Effet de mise en écran dans les observations des marées terrestres. Dans le livre : Astrophysique relativiste. Cosmologie. Expérience de gravitation. Minsk 1976. p. 150.
8. Barsenkov S.N., Calcul des marées du troisième ordre par les observations gravimétriques. Izv. Ac. des Sc. d'URSS. Série Physique de la Terre 1967, N° 5, pp. 28 à 32.
9. Melchior P., Marées terrestres M. "Mir", 1968, p. 482.
10. Orlov A. Ia., Résultats des observations de Iourevskii Tomsk et Potsdam par les déformations luni-solaires de la Terre. Trav. choisis en 3.X.T.3.K, 1961, pp. 13 à 29.
11. Brillouin L., Regard nouveau sur la théorie de la relativité M. "Mir", 1972.
12. Tamm I.E., Bases de la théorie de l'électricité M. "Mir" 1972, p. 142.

13. Van Flandern Thomas C., A determination of the rate of change of G - Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 1975, 170, N 2, p. 333-342.
14. Majorana Q., On gravitation theoretical and experimental researches. Phil. Mag. and J. Sci., 1920, p. 488-499.
15. Levine J., Garvin R., New negative result for gravitational wave detection and comparison with reported detection. - Phys. Rev. Lett., 1974, 33, p. 794-797.
16. Brein R., Die schwerkraftregistrierungen Beitrag zur Frage einer Absorption der Schwere. - Dtsch. Geod. Kom. Reine B., 1957, N 34, S. 371-376.
17. Russel H.N., On Majorana's theory of gravitation. - Astrophys. J., 1921, 54, p. 334-346.
18. Tomaschek R., Naturwissenschaften, 1937, 25, S. 185.
19. Tomaschek R., Tidal gravity measurement : effect of the tidal eclipse of June 30, 1954, - Nature, 1955, 175, p. 937-940.
20. Caputo M., Observations faites à Trieste, avec les grands pendules horizontaux lors de l'éclipse du Soleil du 15 février 1961. - Commun. Observ. roy. Belg., 1961, N 188, Ser. geophys. N 58, p. 64.
21. Sigh R., Eberhard O. Horizontalpendelbeobachtungen in Berchtesgade während der Sonnenfinsternis vom 15.2.1961. - Commun. Obs. Roy. Belg. Ser. Geophys., 1961, N 188, N 58, p. 70-76.
22. Nakagawa I., Some problems on time change of the period of annual eclipse on April 19, 1958. - Disaster Prev. Res. Inst. Bull., 1962, 57, p. 67-84.
23. Bocchio F., Old and new approaches in study of gravitational absorption - Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1971, 24, p. 101-102.
24. Groten E., The problem of gravitational absorption. - Geophys. J. Roy. Astron. Soc., 1972, 27, p. 447-448.
25. Tomaschek R., Conditions d'observation de l'éclipse du Soleil du 15 février 1961 pour les instruments de mesure des marées terrestres. - Marées terrest. Bull. inform. Assoc. int. géod. Commis. perman. marées terrest. 1961, N 23, p. 460-465.

SUR L'INFLUENCE DES VARIATIONS DE LA PRESSION ATMOSPHERIQUE
SUR LES INCLINAISONS DE MAREES
DE LA SURFACE DE LA TERRE

V.G. GOLOUBITSKII, B.S. DOUBIK, E.A. SLAVINSKAIA

Rotation et déformations de marées de la Terre

vol. 10 - pp 54-58 - 1978

La précision de la détermination des constantes harmoniques γ et $\Delta\phi$ par les observations clinométriques dépend du bruit de fond. La source principale en est constituée par les variations de la température et de la pression atmosphérique, l'effet indirect des marées océaniques et autres. On a entrepris ici d'évaluer l'influence de la pression atmosphérique sur les résultats de l'analyse harmonique. Plusieurs auteurs (1,8,9) se sont occupés d'un problème analogue et ont découvert un lien très précis entre les inclinaisons et la pression. Cependant le problème de l'introduction de corrections correspondantes dans les paramètres γ et $\Delta\phi$ n'est pas résolu définitivement.

Le spectre des fréquences de la pression atmosphérique a un caractère complexe. Pour la surface de la Terre prédominent des variations incorrectes avec une phase instable dépassant sensiblement en amplitude la marée atmosphérique. La variation de la pression atmosphérique provoque des fléchissements du sol qui peuvent perturber les amplitudes et les phases des ondes de marées. Les inclinaisons ainsi engendrées peuvent s'expliquer par deux causes : par la variation du gradient de la pression sur les grandes surfaces et par les particularités locales du lieu de l'observation (par exemple par le lien de la pression avec la variation du niveau des eaux souterraines). En comparant les inclinaisons directement avec la pression nous donnerons la préférence au dernier facteur.

Les résultats des observations clinométriques à Soudievka en 1971 (2) ont servi de données de départ pour les recherches. Les observations à Soudievka ont été faites par un complexe de clinomètres Ostrovskii (3) la pression a été enregistrée par un barographe du type M-22H. L'analyse préliminaire de la pression obtenue a montré qu'à cause de la basse précision elle convient peu pour la solution du problème posé.

Table 1

Résultats de l'analyse harmonique de la pression atmosphérique
à Soudievka (ondes diurnes)

Début de la série	Q_1		O_1		A_1		M_1	
	R_0	ξ_0	R_0	ξ_0	R_0	ξ_0	R_0	ξ_0
20.II 1971 r.	0,080	+174 ⁰ ,19	0,039	- 20 ⁰ ,85	0,061	+ 46 ⁰ ,70	0,104	+ 79 ⁰ ,72
17.III	0,089	+ 38,53	0,101	-101,24	0,365	- 6,88	0,077	+ 18,37
11.IV	0,108	+113,19	0,201	+ 74,66	0,184	+ 67,47	0,127	-104,19
6.V	0,034	- 25,92	0,151	+153,73	0,378	+102,72	0,098	- 37,14
31.V	0,051	-122,47	0,039	+ 97,16	0,147	+131,08	0,108	+110,30
25.VI	0,095	- 82,50	0,134	+153,07	0,188	+166,97	0,102	- 7,52
20.VII	0,029	+ 76,58	0,128	-107,72	0,312	-146,64	0,073	-123,90
14.VIII	0,159	+ 56,31	0,206	+173,41	0,294	- 63,69	0,137	-133,09
8.IX	0,183	+170,50	0,117	+116,67	0,300	+ 41,20	0,138	- 52,13
3.X	0,071	+ 33,22	0,227	+ 1,78	0,023	+ 69,30	0,105	- 63,85
27.X	0,150	+ 98,67	0,158	-153,65	0,174	- 9,36	0,223	+ 80,21
21.XI	0,080	+155,09	0,140	-175,64	0,106	+ 35,49	0,062	+114,95
2.XII	0,059	- 14,15	0,125	+177,65	0,186	+ 11,40	0,223	- 44,69

Table 2

Résultats de l'analyse harmonique de la pression atmosphérique
à Soudievka (ondes semi-diurnes)

Début de la série	N_2		M_2		S_2		μ_2	
	R_0	ξ_0	R_0	ξ_0	R_0	ξ_0	R_0	ξ_0
20.II 1971 r.	0,030	- 70 ⁰ ,89	0,040	- 55 ⁰ ,43	0,064	-152 ⁰ ,15	0,045	-134 ⁰ ,21
17.III	0,024	- 64,50	0,016	- 85,39	0,207	-128,09	0,041	+151,16
11.IV	0,014	- 44,21	0,023	-154,40	0,247	-129,55	0,025	- 44,53
6.V	0,013	-150,47	0,058	- 18,23	0,255	-117,96	0,052	-115,61
31.V	0,009	-178,99	0,028	+114,51	0,266	-131,06	0,012	+157,47
25.VI	0,042	-171,94	0,035	- 89,99	0,235	-151,22	0,014	+ 6,01
20.VII	0,022	- 38,39	0,006	+159,00	0,135	-145,74	0,003	+152,08
14.VIII	0,030	+133,73	0,051	+ 3,50	0,147	-136,02	0,010	+123,71
8.IX	0,002	-157,57	0,032	- 63,23	0,135	-128,37	0,026	+152,13
3.X	0,042	+ 81,17	0,032	+ 48,79	0,172	-123,63	0,026	+170,06
27.X	0,035	- 49,32	0,026	+140,33	0,146	-117,52	0,033	- 96,23
21.XI	0,021	- 14,03	0,018	+170,72	0,204	-142,10	0,027	+174,84
2.XII	0,022	- 44,54	0,041	-126,44	0,187	-137,09	0,016	- 83,35

C'est pourquoi nous avons utilisé les données du service météo de l'aéroport de Poltava situé à peu près à 20 km de Soudievka. Les valeurs de la pression ont été calculées chaque heure avec un baromètre à mercure. La précision est de $\pm 0,1$ mm mercure.

Les ordonnées de la pression pour 1971 sont partagées en séries de 13 mois dont le début de chacune correspond avec le début des séries mensuelles des observations clinométriques à Soudievka. Ensuite les ordonnées de la pression ont été soumises à l'analyse harmonique d'après la méthode de P.S. Matveyev (4).

Etant donné pour la partie européenne du territoire de l'Union Soviétique la propagation des cyclones a une direction essentiellement suivant la longitude, au moment de l'analyse harmonique de la pression la partie constante a été prise pour la composante ouest-est. Dans la suite la comparaison de la pression avec les inclinaisons de la surface de la Terre se fait suivant la direction ouest-est.

L'analyse harmonique a donné les amplitudes R_g (en mm de mercure) et les phases de huit ondes de marées principales ($Q_1, O_1, K_1, M_1, N_2, M_2, S_2, M_2$) de la pression atmosphérique pour chacune des 13 séries (voir table 1, 2). Pour la plupart des ondes, les amplitudes et les phases varient accidentellement d'une série à l'autre. La valeur de l'amplitude R_g se trouve dans les limites de précision de la mesure de la pression. L'onde solaire semi-diurne pour laquelle l'amplitude et la phase se maintiennent assez stables constitue une exception. Un résultat analogue est obtenu dans les travaux (5, 8, 9). Ce fait s'explique avant tout par le fait que dans la marée atmosphérique l'onde S_2 (6) a la plus grande amplitude.

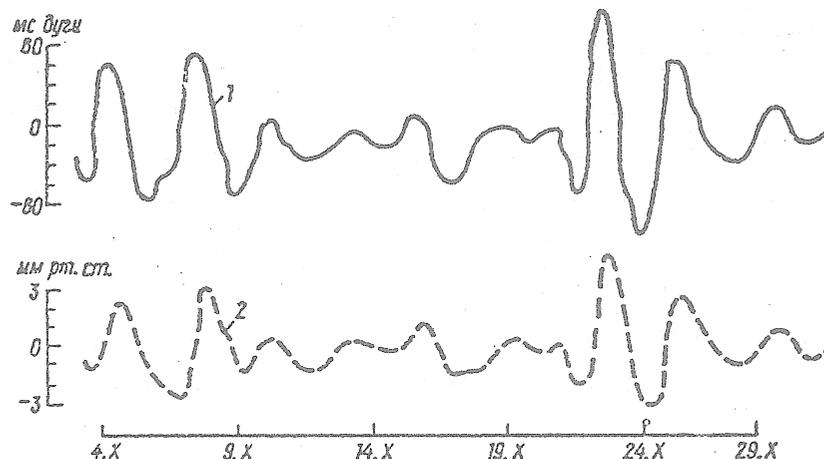
Dans l'étape suivante nous avons entrepris l'essai d'introduire dans les paramètres de marées γ et $\Delta\phi$ les corrections de la pression atmosphérique.

N'importe quelle analyse harmonique partage initialement les amplitudes R_H et les phases ζ_H des ondes de marées cherchées. Il est évident que ces amplitudes et phases doivent consister en deux parties : des apports de la marée (R_n et ζ_n) et de la pression atmosphérique (R_g et ζ_g)

$$R_H \cos(qt + \zeta_H) = R_n \cos(qt + \zeta_n) + KR_g \cos(qt + \zeta_g), \quad (1)$$

où q est la vitesse de l'onde cherchée et K est le coefficient de la proportionnalité caractérisant le lien entre les inclinaisons et la pression. Lors de la détermination de celle-ci nous avons utilisé le procédé suivant. Les ordonnées

de départ des inclinaisons et de la pression ont été transformées par la combinaison $Z_{12} Z_{12,5}$ qui élimine la partie linéaire de la dérive et la marée (7).



Graphiques des inclinaisons et de la pression à la station de Soudievka pour 1971 après l'élimination de la marée et de la partie linéaire de la dérive : 1 - inclinaisons, 2 - pression.

Les courbes des inclinaisons et de la pression pour la période du 3.X au 31.X.1971 sont données sur la figure après leur application à la combinaison. Lors de la comparaison des graphiques des inclinaisons et de la pression on peut découvrir une meilleure concordance de leurs phases, ce qui dans la première approximation témoigne de la dépendance linéaire qui les lie. Par conséquent, le coefficient K pour la série mensuelle peut être pris comme la valeur constante. C'est pourquoi lors de l'obtention du facteur d'échelle K nous avons utilisé la relation suivante :

$$K_i = \frac{\sum_{i=0}^{23} |h_H|}{\sum_{i=0}^{23} |h_g|}, \quad (2)$$

où h_H et h_g sont les ordonnées horaires transformées des inclinaisons et de la pression. On a pris à titre de la valeur définitive du coefficient K pour la série donnée la moyenne de quelques valeurs. Les jours d'après lesquels elle a été calculée ont été choisis au début, à la fin et au milieu de la série.

On a déterminé d'après la méthode décrite les coefficients K pour chaque série mensuelle. Ensuite après s'être servi de l'équation (1) on a trouvé les valeurs des paramètres γ et $\Delta\phi$ pour les séries mensuelles correspondantes corrigées de la pression. D'après ces données on a calculé les moyennes vectorielles des paramètres γ et $\Delta\phi$ (table 3).

Table 3

Valeurs moyennes γ et $\Delta\phi$

Onde	Sans correction de la pression		Avec corrections de la pression	
	γ	$\Delta\phi$	γ	$\Delta\phi$
Q_1	0,7740 \pm 972	- 3 ^o ,29 \pm 7,02	0,7077 \pm 1142	+ 2 ^o ,70 \pm 7,37
D_1	0,6652 \pm 210	- 5,23 \pm 2,48	0,6685 \pm 178	- 3,33 \pm 2,74
K_1	0,7344 \pm 278	+ 1,24 \pm 3,52	0,7710 \pm 201	- 1,97 \pm 3,65
M_1	0,6520 \pm 2682	+24,11 \pm 20,48	0,6035 \pm 2351	-15,53 \pm 15,05
N_2	0,7354 \pm 224	- 2,89 \pm 1,45	0,7129 \pm 201	- 1,67 \pm 1,47
M_2	0,7182 \pm 33	- 3,31 \pm 0,31	0,7176 \pm 39	- 3,65 \pm 0,33
S_2	0,7841 \pm 170	+ 6,15 \pm 1,18	0,9327 \pm 170	- 3,17 \pm 1,29
μ_2	0,6756 \pm 1211	-12,23 \pm 6,53	0,5227 \pm 1219	- 3,95 \pm 13,05

Les résultats de la table montrent que les corrections introduites ne dépassent pas les limites des erreurs. Ce qui mérite l'attention c'est le fait que les écarts de phases pour les ondes M_2 , S_2 , μ_2 étaient après l'introduction des corrections en bon accord alors que pour le paramètre γ cette concordance a été détruite.

Nous noterons en conclusion que l'introduction des corrections de la pression d'après la méthode proposée ne permet pas de parler d'une amélioration des résultats. La solution finale du problème posé exige évidemment des recherches complémentaires avec un programme élargi. En particulier il serait intéressant d'analyser les observations simultanées dans les stations voisines en tenant compte de la répartition en surface de la pression.

BIBLIOGRAPHIE

1. OURASSINA I.A., Observations des inclinaisons dans l'observatoire astronomique Engelhardt. Symposium sur l'échange d'expérience des observations clinométriques et sur l'examen critique de leur sens physique. M. 1969, pp. 187 à 191.
2. Résultats de l'analyse harmonique des observations clinométriques à la station de "Soudievka" pour 1971 à 1973. Rotation et déformations de marées de la Terre, 1975, publ. 7, pp. 3 à 9. Auteurs :
P.S. MATVEYEV, A.E. OSTROVSKII, V.G. GOLOUBITSKII, I.Iou BOGDAN, B.S. DOUBIK, E.A. SLAVINSKAIA.
3. OSTROVSKII A.E., Le clinomètre avec enregistrement photoélectrique. Etude des marées terrestres, 1961, N° 2, pp. 41 à 75.
4. MATVEYEV P.S., Analyse harmonique d'une série mensuelle de marées terrestres. Dans le livre : Marées Terrestres, K, 1966, pp. 51 à 79.
5. IVANOVA M.V., PERTSEV B.P., Estimation de l'influence des variations de la pression atmosphérique sur les variations de marées de la force de pesanteur. Méthode de mesure des marées terrestres et des déformations lentes de la surface de la Terre. M. 1970. pp. 113 à 121.
6. TCHEPMEN S., LINDSEN R., Marées atmosphériques M. "Mir" 1972, chap. I, pp. 11 à 47.
7. PERTSEV B.P., Essai de l'enregistrement des coefficients d'échelle de l'enregistrement lors des observations des variations de marées de la pesanteur. Gravimétrie, Etude, 1960, N° 1, pp. 34 à 38.
8. SIMON D., Methoden der Störpegelanalyse und ihre Bedeutung für die Erdgezeitenforschungen. Symposium sur l'échange d'observations clinométriques et l'examen critique de leur sens physique. M. 1969, pp. 95-131.
9. ZSCHAU J., The influence of air pressure variations on tide measurements with the Askania borehole pendulum at the station Kiel-Rehmsberg. Proc. Seventh Int. Sym. Earth Tides. Budapest, Akad. Kiado, 1976, p. 779-796.

CALIBRATION OF TILTMETERS BY MAGNETOELECTRIC TECHNIQUE

A.L. BAGMET

To solve problems of study on internal structure of the Earth and on recent motions of the Earth's crust it is essential to determine main waves of a tidal tilt and rates of slow tilts with an accuracy of 0.5 % up. Hence, it is essential to know a sensitivity of tiltmeters with the same accuracy. It is a complex scientific-technical problem.

Observations of tidal tilts also permit to obtain the value defining a delay of a tidal deformation of the Earth. To reduce instrumental errors it is necessary to know the azimuth in which the tiltmeter's pendulum occurs during observations.

So a further problem arises, viz. a problem of the pendulum's installation perpendicular to the measuring base of a tiltmeter.

This work presents the results of study on the elevation of a precision of determination of tilt's amplitudinal and phasal characteristics, carried out under the supervision of Prof. A.E. Ostrovsky at the Institute of Physics of the Earth (Moscow).

1. CALIBRATION.

A magnetoelectric technique of calibration of tiltmeters was developed by A.E. Ostrovsky. Its substance consists in the following.

The tiltmeter's pendulum has a coil placed at a constant magnetic field. A tiltmeter was located on a swinging platform with a lever of a known length. Shifting the end of the lever and measuring its shift, one can set tilts. Let at the initial position the tiltmeter was installed so that the output voltage of a convertor of the pendulum's shifts into an electric signal was zero. When tilting the platform by an angle α , an output voltage of a convertor appears. Let us pass such a current I through the coil that the pendulum had returned into the previous position, i.e. that the output voltage of the convertor was zero again.

The ratio

$$I_0 = \frac{I}{\psi} \quad (1)$$

is a fundamental constant of the tiltmeter defining its sensitivity to tilts and to a current.

If we pass a current I_1 in the course of recording, the pendulum will shift on a magnitude equivalent to the tilt of the base by an angle

$$l = \frac{I_1}{I_0}$$

By measuring the shift l on the recording tape, consistent with the current I_1 , one can readily determine a sensitivity of the tiltmeter :

$$K = I \cdot \frac{I_1}{I_0} \quad (2)$$

The determination and the check of the working sensitivity of a tiltmeter is carried out so (1).

We shall understand calibration of a tiltmeter as the determination of its electrodynamic constant according to the relation (1). For this purpose it is necessary to tilt the instrument's base by an angle ψ and to measure the value of a compensating current I . Fig. 1 shows the electric circuit of the device for calibration. The current I is measured by a voltage drop on a precise measuring resistor by means of compensating potentiometer of high accuracy. The error of measurement of currents of 0.02 μ A up doesn't exceed 0.02 % (2).

The swinging platform with lever serves as setting tilts. The idea of use of such a platform for calibration of tiltmeters belongs to B.B. Golitsin (3). It was first built by A.E. Ostrovsky (1). It is a massive plate with a lever on a knife-edge support. The end of the lever is shifted by means of a micrometric screw. A shift is measured by optimeter or by interferometer.

Such a construction was found to have two defects. Firstly, I.A. Shirokov found that, as the axis of rotation of the platform was located below the centre of gravity of the pendulum, it resulted in linear acceleration of the pendulum in tilting and hindered measurements (4). Secondly, in tilting the axis of rotation doesn't remain constant, as the knife-edge support has a certain curvature. These difficulties were overcome at the two-lever platform of the Poltava Gravimetric Observatory (5). The platform has two levers, two

interferometers installing at their ends. One interferometer sets a tilt, and another one checks its value. At this case it is necessary to know only a distance between the lever's ends for determination of a tilt, and an interference of the knife-edge support isn't important. However, such a device is rather unwieldy, and to measure by it is more difficult than to measure by one-lever device.

The one-lever platform PCT-2 (the platform for calibration of tiltmeters) with the axis of rotation placed at the level of the centre of gravity of the pendulum was built at the Institute of Physics of the Earth (4). It has a hanger on two flat metal plates perpendicular with each other (Fig. 2). The studies cited below were carried out by it.

The accuracy of setting of the angle

$$\psi = \frac{h}{L} ,$$

where L is a distance from the axis of rotation of the platform to the end of the lever, and h is a shift of the end of the lever.

The value of L is measured slightly with a precision of up to 0.1 % up to 1 mm. as $L > 1$ m. While tilting the axis of rotation of the platform is likely to shift both owing to a change of geometry of the hanger system and owing to a bend of nonabsolutely rigid hangers. However, the estimations showed that, when tilting by the angle of 2 sec. arc, the shift of the axis of rotation didn't exceed 0.04 μm in the first instance and 0.2 mm in the second one. Therefore one can consider that the axis of rotation of the platform doesn't shift, when tilting it (5).

The shift of the lever's end is measured by a contact interferometer with an error of no more than 0.01 μm . For angles $\psi = 1-2$ sec. arc it results in an error of less than 0.1 %.

The study of the platform PCT-2.

For calibration of high accuracy it is necessary to exclude deformation of the lever, which is likely to arise when setting a tilt ψ . If the lever of the platform is poorly rigid and its axis of rotation doesn't coincide with the centre of gravity of travelling elements (i.e. of the tiltmeter and the travelling part of the platform), the moment of restoring forces of the hanger and the one due to misalignment of the axis of rotation with the centre of gravity occur. In this case the deformation of the lever is likely

to occur, and the actual value of an angle will be less than the estimated one. The value of I_0 will be, hence, underestimated against its actual one.

The moments of forces deforming the lever increase with an angle between the lever and plane of horizon. According to the relation (1), I_0 is bound to decrease with an increase of an angle ϕ , if the lever is deformed.

Fig. 3b shows I_0 vs the angle for the platform PCT-2. The horizontal position of the lever ($\phi = 0$) was found by a level. It is well seen that the more the less, I_0 , i.e. the actual value of ψ is less than the estimated one. Consequently, the lever of the platform PCT-2 is deformed even by a tilt of 2 sec. arc, though it represents a T - beam (the root cross - section of $50 \times 50 \text{ mm}^2$, and the cross-section at the end of $25 \times 25 \text{ mm}^2$).

Setting a distributed load on the lever, one can artificially increase rigidity of the lever. Fig. 3a presents I_0 vs ϕ for the loaded lever, there no deformation of the one is almost.

To decide this question definitely deformations of the lever were studied by tension sensors sticked to it. The deformations appeared to be inelastic for an unloaded lever, that caused an angle ψ (and, hence, I_0) to be distorted.

Thus, to obtain the reliable results of calibration by the platform PCT-2 it is necessary to increase rigidity of the lever artificially by distributed load.

The platform PCT-3

Taking into account the results of foregoing studies, the improved platform for calibration of tiltmeters (PCT-3) was designed and built (Fig. 4). The rigidity of all its elements was essentially increased, the axis of rotation was aligned near the centre of gravity of the system "the tiltmeter - the travelling part of the platform". The lever is an equirugged hollow cone (the diameter at the base of 145 mm, the one at the end of 55 mm). The measurements showed the lack of deformations of this platform's lever for any ϕ and ψ .

To test the platform PCT-3 three tiltmeters were calibrated by the platform PCT-2 with the loaded lever and by two platforms PCT-3. The results of calibration agree within error limits (Table 1).

The calibration by low angles of tilts.

An electrodynamic constant I_0 is usually determined by angles of tilts ψ of 2 to 10 sec. arc, as calibration by low angles is a complicated problem. At the same time the working sensitivity of a tiltmeter is computed for a reference pulse current equivalent to tilts of 0.1 to 0.02 sec. arc. It is true only when I_0 equals the same value for angles of 0.1 - 0.02 sec. arc.

To study this subject we carried out calibration of the same instruments by tilt's angles of 2.0 to 0.02 sec. arc.

The device was mounted at the pit in Obninsk at the depth of 30 m from day surface. To shield from air flows the platform, the lever and the interferometer were closed by a housing. To compensate temperature deformations of the platform and the arrangement which served as a support of the lever's end near the measuring table of the interferometer, the optimum length of adjusting screws of the platform was experimentally selected. As a result, the drift of zero point of tiltmeters was 0.02-0.04 sec. arc only for 8-hour cycle of measurements for sensitivity of about 2,000 mm/sec. arc, though for the same time the air temperature due to presence of a worker changed on an average by 0.5 and 0.1°C near the interferometer and near the platform, respectively. Temperature was measured by a resistance thermograph with photorecording.

The mean scale value of the interferometer was 0.02 μ m.

The procedure of calibration was somewhat different from the conventional one and consisted in the following. The tiltmeter was installed on the platform, and its pendulum was put at the working position. Tilts were photorecorded by a recorder entering into the kit of the A.E. Ostrovsky's tiltmeter station. Then the series of tilts ψ obtained by shift of the end of the lever on a known value and the series of shifts produced by current of a reference pulse were photorecorded. About the precision of setting of shifts of the lever's end by means of interferometer's screw one can judge by results of measurements of photorecorded tilts of the platform (Fig. 5a). The standard errors of the series of tilts of an amplitude of 0.04 sec. arc don't exceed 0.1-0.3 %. In the recording the tidal tilt is clearly seen.

I_0 was calculated by the relation :

$$I_0 = \frac{I_1 a}{z \psi}, \quad (4)$$

where I_1 - the value of current of the reference pulse;

a - the shift of light indicator of galvanometer in the recording chart owing to the tilt of the platform by an angle ψ ;

z - the value of the reference pulse in the recording chart.

To decrease temperature errors of measurements of current of the reference pulse, the measuring device was mounting into the moisture-proof housing near the device for calibration. The circuit of measurement of the reference pulse is similar to the one showed in Fig. 1. The error of measurements of current doesn't exceed 0.02 %.

Table 2 presents the results of calibration of two tiltmeters by angles ψ of 2.0 to 0.02 sec. arc.

As is seen, I_0 is constant within 0.5 % both by large angles ψ and by low ones. Thus, I_0 can be measured by large angles ψ , and the control of sensitivity can be carried out for shifts of the pendulum equivalent. to tilts comparable to tidal ones.

The study of stability of I_0 .

The tiltmeter observations in different stations are carried out under different temperature conditions : from + 16°C in the Middle Asia to + 2°C in the Kola Peninsular. It was, therefore, important to learn - won't I_0 depend on air temperature in a chamber where the instruments stood ? To this effect in Obninsk 12 tiltmeters were calibrated in the laboratory at temperature of + 22°C again and then in the pit at temperature of + 8°C. Table 3 presents the results of this calibration.

The data of Table 3 show that I_0 doesn't depend on temperature within experimental error limits (0.2 - 0.3 %).

Let us consider the stability of I_0 in time. Table 4 shows the results of calibration of the same tiltmeters in Obninsk at the platform PCT-2 and in Poltava at the two-lever one during 1 to 3 years. It is well seen that I_0 didn't changed for this period within experimental error limits (0.2 %). It shows high stability of the constant magnets of the Ostrovsky's system for calibration of tiltmeters (6).

TABLE 1

Results of comparative calibration of
tiltmeter by the platforms PCT-2 and PCT-3

TP Nos	I_o , $\mu\text{A}/\text{sec. arc}$		
	PCT-2	PCT-3-1	PCT-3-2
11	2.030 2	2.029 3	2.029 2
15	2.031 3	2.030 2	2.029 2
19	2.058 2	2.058 3	2.059 2

TABLE 2

Results of calibration of the tilmeter
Nos.28 and 23

sec. arc	I_o , $\mu\text{A}/\text{sec. arc}$	
	TP No.28	TP No.23
2.00	0.998 5	1.018 5
1.00	1.000 5	1.018 5
0.50	0.996 5	1.020 5
0.20	0.990 5	1.014 5
0.10	0.992 5	1.018 5
0.04	0.995 6	1.006 5
0.02	0.985 6	1.009 5

TABLE 3

Results of calibration of tiltmeters
at the different temperatures (The RMS error of
measurements - 0.3 %)

N°	I ₀ , μA/sec. arc		ΔI ₀ ,%	N°	I ₀ , μA/sec. arc		ΔI ₀ ,%
	+22°C	+8°C			+22°C	+8°C	
23	0.994	0.996	-0.2	59	1.003	1.005	-0.3
24	0.992	0.991	+0.1	61	1.016	1.015	+0.1
25	1.003	1.006	-0.3	2	2.033	2.030	+0.2
27	1.010	1.010	0.0	11	2.033	2.032	+0.1
30	1.010	1.009	+0.1	15	2.034	2.033	+0.1
55	1.003	1.004	-0.1	19	2.024	2.026	-0.1

TABLE 4

Results of comparative calibration of tiltmeters
in Obninsk and Poltava
(The RMS error of measurements - 0.3 %)

TP	Obninsk, $\psi = 3$ sec. arc	Poltava, $\psi = 1.1$ sec. arc		
No	Date	I_0 , $\mu\text{A}/\text{sec. arc}$	Date	I_0 , $\mu\text{A}/\text{sec. arc}$
03	November 1970	1.018	January 1974	1.016
05	- " -	1.054	- " -	1.055
06	- " -	0.982	- " -	0.984
07	- " -	1.019	- " -	1.017
08	March 1974	0.985	- " -	0.985
09	- " -	1.007	- " -	1.007

As the calibration was carried out in Obninsk and Poltava at the platforms of various construction by various techniques and by various measuring equipment, the error found in result of this measurements (about 0.3 %) is to be considered as the absolute error of calibration of tiltmeters by magnetolectric technique.

To summarize it is to be noted that the introduction of the results of foregoing studies on increase of accuracy of calibration into practice has made it possible to specify determination of tidal tilts at many stations. The most typical example is observations at Sudievka and at P. Bagachka where was found disagreement of results of measurements by parallel tiltmeters, amounting to several p.c. After introduction of corrections taking account of the results of new calibration into obtained values the difference between parallel instruments at these stations fell to 0.3 and 0.6 %, respectively (7).

2. THE CHECK OF SENSITIVITY

The working sensitivity of a tiltmeter is calculated by the relation (2). By choosing different values of I_1 one can obtain shifts l in recording chart, equivalent to tilts of 0.1 to 0.02 sec. arc. The electric

circuit of voltage divider for feeding of current of the reference pulse is similar to the one demonstrated in Fig. 1. The precise adjustment of the value of I_1 with an error of no more than 0.02 % is carried out by variation of the resistor R 2. I_1 is measured by voltage drop on the high-precision resistor R 3 = 20 k Ω \pm 0.02 %.

As a source of supply 4, the oxidemercury galvanic cells are used, their e.m.f. changing no more than by 0.3 - 0.4 % for a year. Temperature coefficients of cells are about $3 \cdot 10^{-5}$ v/ $^{\circ}$ C that introduces an error of no more than 0.03 P.C./ $^{\circ}$ C (2).

The rather more stability of calibrating current I_1 can be obtained by use of a source of current involving FET - transistors as a supply source. Such a source for current of load of 10-30 μ A has the temperature coefficient of voltage's variation of about $7 \cdot 10^{-6}$ / $^{\circ}$ C, and the change of output voltage doesn't exceed $5 \cdot 10^{-5}$ % for a year. In this case one can consider that the error of determination of working sensitivity of a tiltmeter doesn't exceed the error of measurement of I_0 (8).

3. THE SETTING OF THE PENDULUM OF A TILTMETER PERPENDICULAR TO THE MEASURING BASE.

The reliable results of measurements of phase characteristics of tilts can not be obtained until the tiltmeter himself doesn't introduce appreciable phase distortions. One of sources of instrumental phase errors can be non-perpendicularity of the pendulum to the measuring base of a tiltmeter.

By use of the platform for calibration of tiltmeters one can determine the angle of non-perpendicularity (χ) and decrease it down to negligible low value by adjusting of the optical system of a tiltmeter.

As is known,

$$\theta = \frac{\psi}{i}, \quad (5)$$

where θ - the angular deviation of the pendulum from the position of equilibrium under the effect of a tilt ψ ;

i - the angle between the plumb line and the axis of rotation of the pendulum.

Hence

$$d\theta = \frac{d\psi}{i} - \frac{\theta}{i} di. \quad (6)$$

Let the pendulum occurs in the azimuth at initial position and the output signal of a convertor of the pendulum's shift into the electric one is zero. Let us increase the angle i by Δi . The pendulum shifts by an angle $\Delta\theta$, and the output voltage of the convertor appears. If we shall then tilt the base with the tiltmeter by an angle of such value that the output voltage was zero again, the pendulum will return to the previous position. Hence, for $U_{\text{output}} = 0$ is constant for any i . Then $d\theta = 0$ in the relation (6), and for $U_{\text{output}} = 0$ it is χ . Therefore,

$$\chi = \frac{\Delta\psi}{\Delta i}. \quad (7)$$

Thus, determining Δi by means of the platform, and $\Delta\psi$ via I_0 and I , where I is a current compensating a tilt $\Delta\psi$, we find :

$$\chi = \frac{I}{\Delta i I_0}. \quad (8)$$

The procedure of measurement of χ is in the following. The tiltmeter is installed on the platform so that its measuring base was parallel to the axis of rotation of the platform. The shift of the end of the platform's lever sets the tilt Δi . If $\chi \neq 0$, the output voltage of the convertor appears. Let us pass the current I of such value and direction, that the pendulum had again returned into the previous position ($U_{\text{output}} = 0$), through the coil. For this purpose the same electric circuit that for calibration of tiltmeters is used (Fig. 1). Now the angle χ can be computed by the relation (8). If required, it can be decreased by adjusting of the optical system of the tiltmeter (9).

The studies has showed :

1. The angle χ obtained by the procedure cited above doesn't depend on the angle of the tilt Δi within 3 min. arc, that is indicative of sufficient reliability of the obtained value χ ;
2. In arresting and disarresting of the tiltmeter as well as in substitution of the hangers the angle χ remains constant within 3 min. arc.
3. The error of measurement doesn't 3 min. arc.
4. The setting of $\chi = 0$ is necessary as otherwise it can result in a systematic error of determination of χ . For example, the error along the N-S component

REFERENCES

1. Ostrovsky A.E., A tiltmeter with photoelectric recording.
Sbornik "Izuchenie Zemnykh Prilivov" (in "Study of the Earth Tides").
Publ. House Acad. Sci. of USSR, Moscow, 1961.
2. Bagmet A.L., The rise of precision of inspection of sensitivity of A.E.
Ostrovsky's tiltmeters.
Sbornik "Izuchenie Prilivnykh Deformatsii Zemli" (in "Studies of
Tidal Deformations of the Earth") "Nauka", Moscow, 1973.
3. Golitsin B.B., Collected Works, v. 2, Publ. House Acad. Sci. of USSR,
Moscow, 1960.
4. Shirokov I.A., On calibration of photoelectric tiltmeters.
Sbornik "Zemnye Prilivy i Vnutrenneye Stroenie Zemli" (in "The
Earth's Tides and Internal Construction of the Earth"), "Nauka",
Moscow, 1967.
5. Golubitsky V.G., Kutny A.M., The study of the calibrating platform of the
Poltava Observatory.
Sbornik "Vrashchenie i Prilivnye Deformatsii Zemli" (in "Rotation
and Tidal Deformations of the Earth"), N° 5, Kiev, 1973.
6. Bagmet A.L., Golubitsky V.G., Nizamov R.G., The study of stability of the
electrodynamic constant of tiltmeters with photoelectric amplifi-
cation. *ibid*, N° 7, Kiev, 1975.
7. Bagmet A.L., Golubitsky V.G., Kutny A.M., On procedure of calibration of
tiltmeters with photoelectric amplification. *ibid*.
8. Bagmet A.L., Bagmet M.J., A precise source of stable current or voltage
for calibration of geophysical instruments.
Sbornik "Zemnye Prilivy" (in "Earth's Tides"). "Nauka", Moscow, 1976.
9. Kutny A.M., Bagmet A.L., On rise of precision of determination of phasal
characteristics of Earth's tides.
Sbornik "Vrashchenie i Prilivnye Deformatsii Zemli" (in "Rotation
and Tidal Deformations of the Earth"), N° 5, Kiev, 1973.

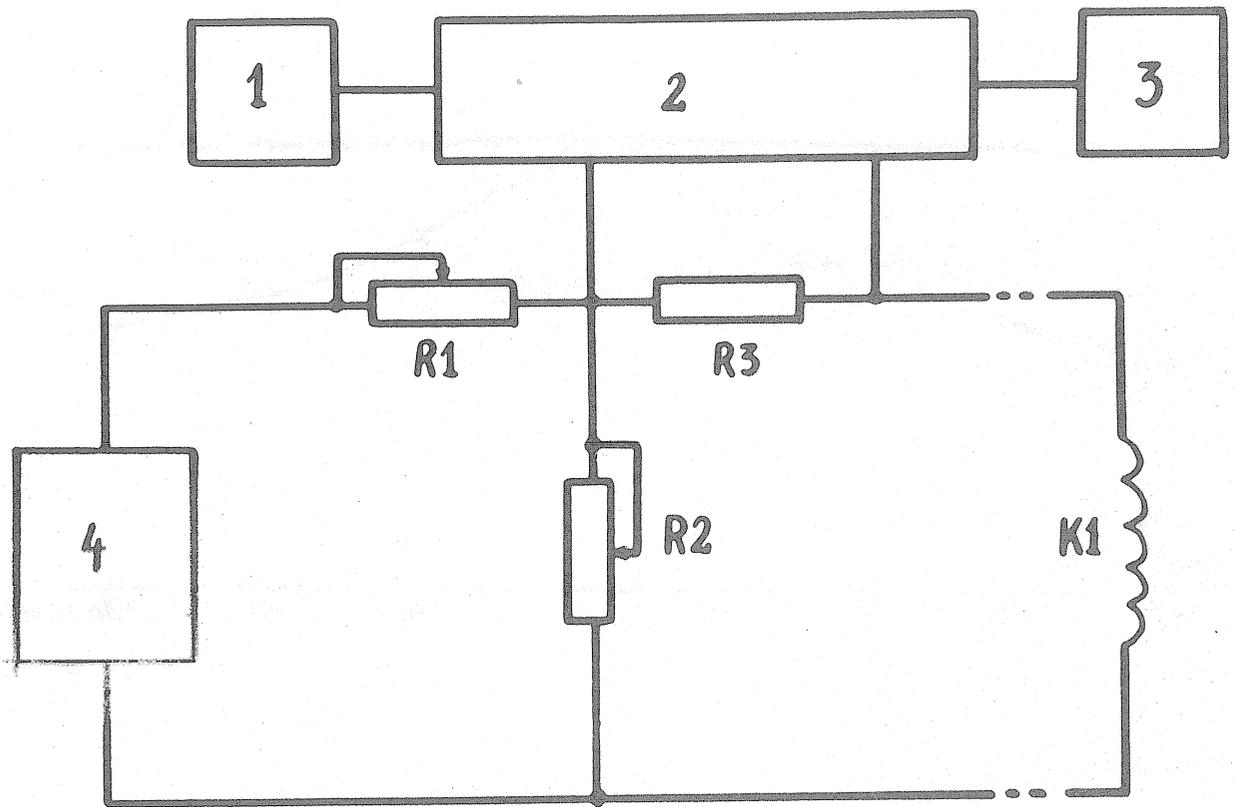


Fig. 1: The electric circuit of the device for calibration (R3 - the precise wire-wound measuring resistor of $5\text{ k}\Omega \pm 0.01\%$;
 K 1 - the checking coil of the tiltmeter:
 1 - the standard cell (class 0.005);
 2 - the compensation potentiometer (class 0.015);
 3 - the null-indicator;
 4 - the supply source).

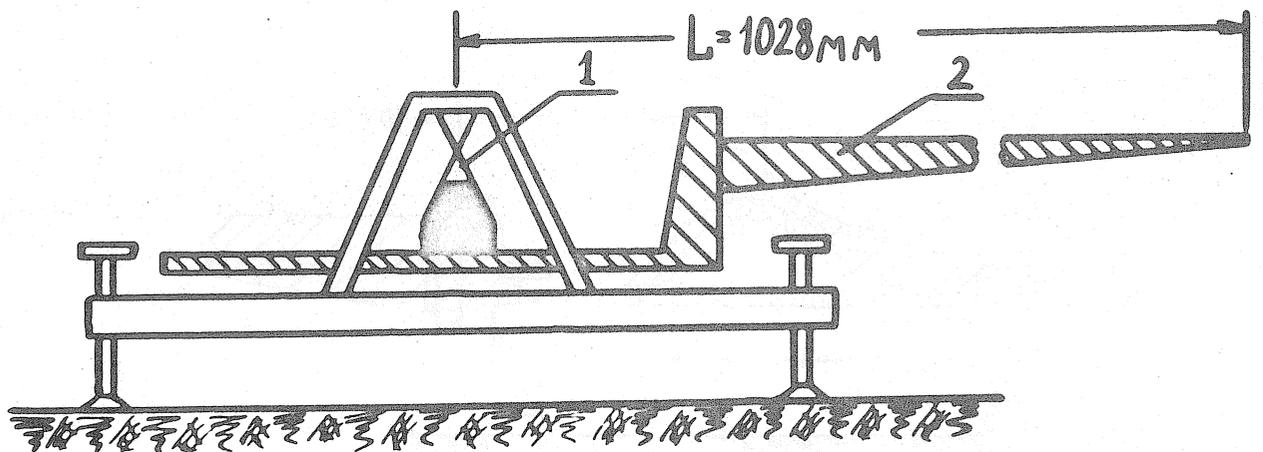


Fig. 2: The equipment of the platform PCT-2.

- (1 - the hanger;
 2 - the travelling part of the platform (shading)).

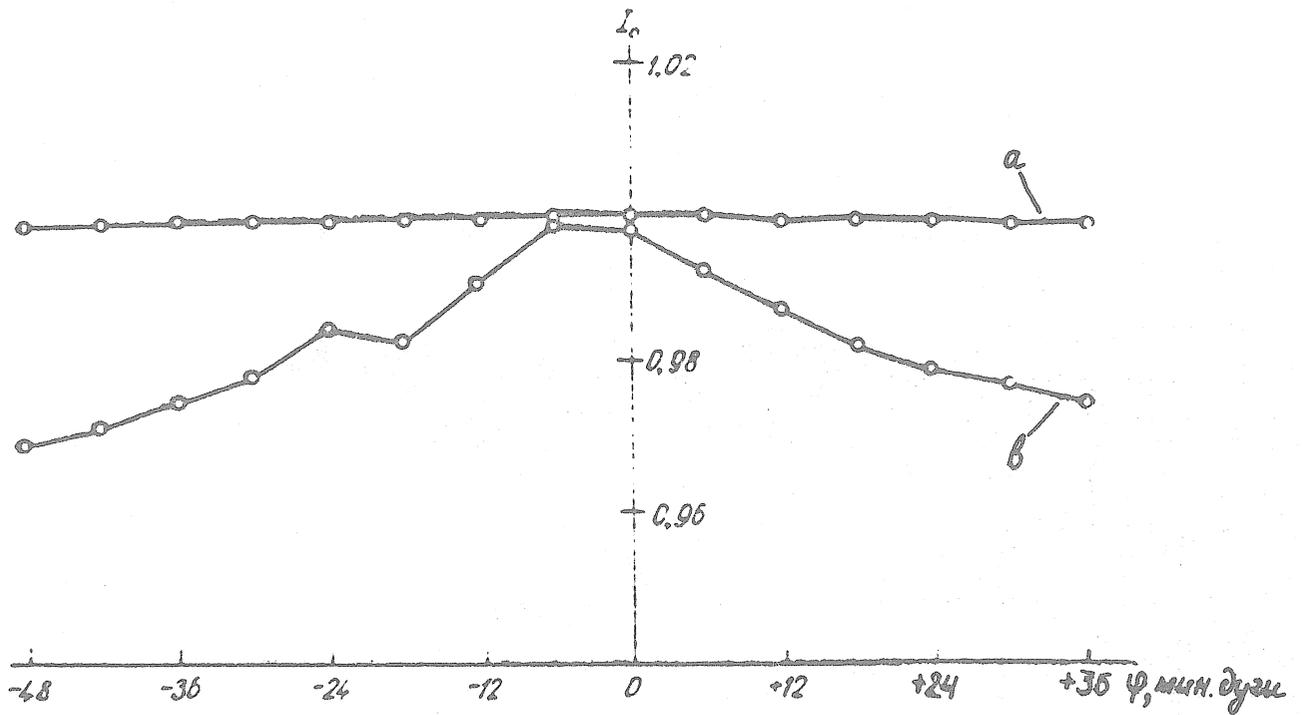


Fig. 3: The plot of I_0 vs ϕ .
 (a - the lever is loaded;
 b - the lever isn't loaded).

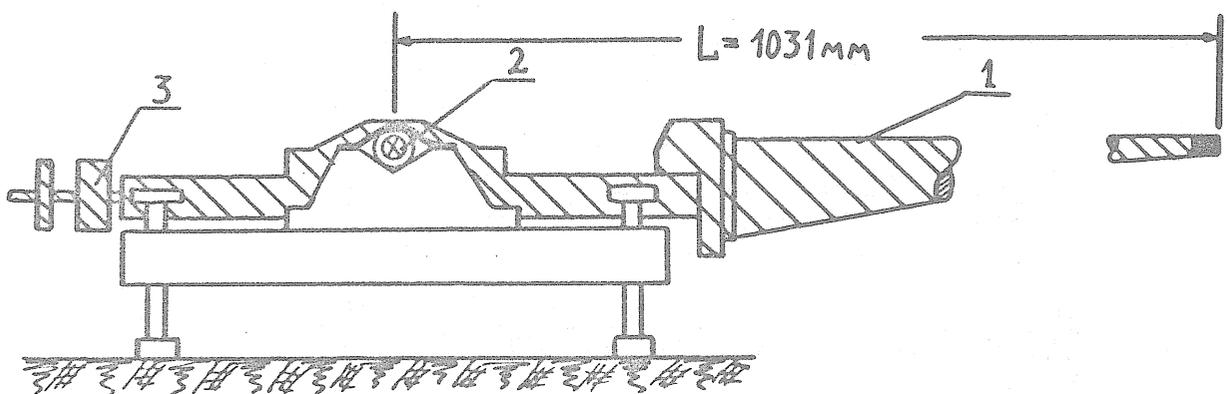


Fig.4: The equipment of the platform PCT-3
 (1 - the travelling part of the platform (shading);
 2 - the hanger;
 3 - the counterbalance.

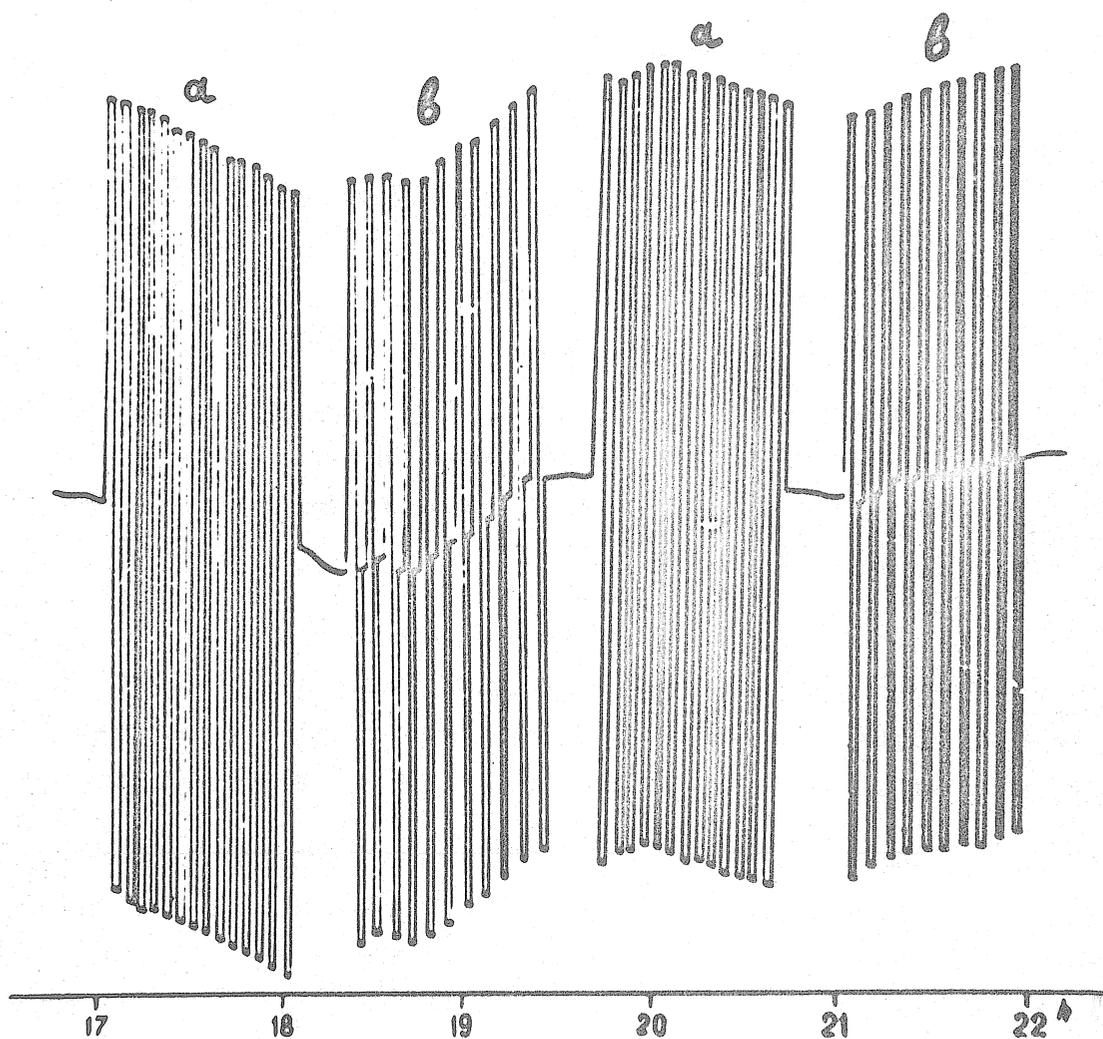


Fig.5: The example of the recording for calibration of the tiltmeter by low angles of tilts.

(a - the series of tilts;

b - the series of shifts by current of the reference pulse.
the double amplitude of tilts and shifts of 0.04 sec. arc).

RESULTS OF OBSERVATIONS OF THE EARTH'S SURFACE
TIDAL DEFORMATIONS AT THE PROTVINO STATION
(RUSSIAN PLATFORM)

KARMALEEVA R.M., LATYNINA L.A.

Measurements of luni-solar tidal deformations carried out in regions with different tectonic activity showed the dependence of the intensity of these deformations on the velocities of recent movements in the region under investigation (Latynina, Karmaleeva, 1976).

In particular, tidal wave amplitudes in fault zones appeared to be higher than those in platform or monolith areas. We believe it is caused by different rigidity of rocks composing these or other areas. Rock strength decrease leads to an increase of its deformation under the same extension efforts.

We judge on the value of the observed tidal deformation by the correlation between its amplitude for some tide harmonics and the amplitude of a respective harmonic normal for this point. Normal values of tidal harmonic amplitudes are computed from the known correlations connecting the Earth's deformation component with the tidal W_2 potential. These correlations contain the values of the Earth's tidal constants: the Love number h and the Shida constant l . $h = 0.6$ and $l = 0.07$ values are assumed to be valid for them obtained by means of a computation for the Earth's models and confirmed by the data of tiltmeter and gravity observations.

This work deals with the results of tidal deformation measurements performed by means of quartz extensometers at the Protvino station situated in the largest negative structure of the Russian platform - Moscow synclinal. A general tendency of the latter is slow submersion, its velocity decreasing since the Devonian as shown by the geological cross-section at the station area. In the Quarternary period the submersion velocity is practically zero.

The station is a mine at the depth of 15 m from the surface made in a limestone layer. The mine consists of two galleries 20 m long each in N-S and E-W azimuths. Temperature in the underground station is kept up constant all year round and equals $6^{\circ}.6$. Its annual variations do not exceed $0.1^{\circ} \div 0^{\circ}.2$. Temperature variations do not correspond to those in the air as it should have

been if the inner temperature variations were caused by penetration of the outside air to the galleries.

Extensometers are bars of quartz glass 17.3 m long in the N-S direction and 17.5 m long in the E-W direction. Registration is carried out by means of two transformers on each bar : a photo-optical with magnification of $4 \cdot 10^3$ and a photoelectrical with magnification of 10^5 . The recording scanning velocity is 3 mm/hour. Calibrations of instruments are made twice a day. The value of calibration displacement is 0.2 microns.

Deformations during the year are mainly caused by floods at the Protva river flowing at the distance of 2 km from the station. The major part of seasonal variation is thermal deformation caused by the rock temperature variation under the effect of ground waters (Latynina et al., 1973).

In March-April with a flood observed at the river the water level elevates by 6-12 m, the ground water level ascent at the same time is 1-5 m. Prior to the flood commencement the waterbearing horizon level is about 7 m below the drift horizon, so that its ascent affects deformations essentially. During the flood intensive rock compression occurs which in a few days reaches the value of 10^{-6} . 4-5 months following the flood are characterized by slow compression with the value of $(2-3) \cdot 10^{-6}$ replaced by extension in September-October. The latter is going on till the next flood. Seasonal deformation is more clearly observed on the N-S component (directed towards the river). Fig. 1 shows deformations at this station for 1967-1972. The largest effect of the river flood was observed in 1967-68-7. Long-term variation of deformation in time is compression occurring with the velocity not exceeding $0.5 \cdot 10^{-6}$ per year. For comparison we can give the values of slow deformation velocities in the zones of tectonic faults. At the Kondara station (Tadjik SSR) situated within the Kondara fault deformation velocity according to the data of continuous since 1965 extensometer observations is equal to $10^{-6} - 3.5 \cdot 10^{-6}$ per year. At the Sari-Pul station (Garm test-field) which is in the zone of the regional Surkhob fault the deformation velocity is 10^{-4} per year.

Thus at the Protvino station located on the platform the deformation velocity is by 0.5 - 2 orders less than in tectonically active zones.

This work considers the results of the 8-month analysis of a number of continuous observations after tidal deformation at this station. The material obtained for the period from May to December 1970 is processed according to the

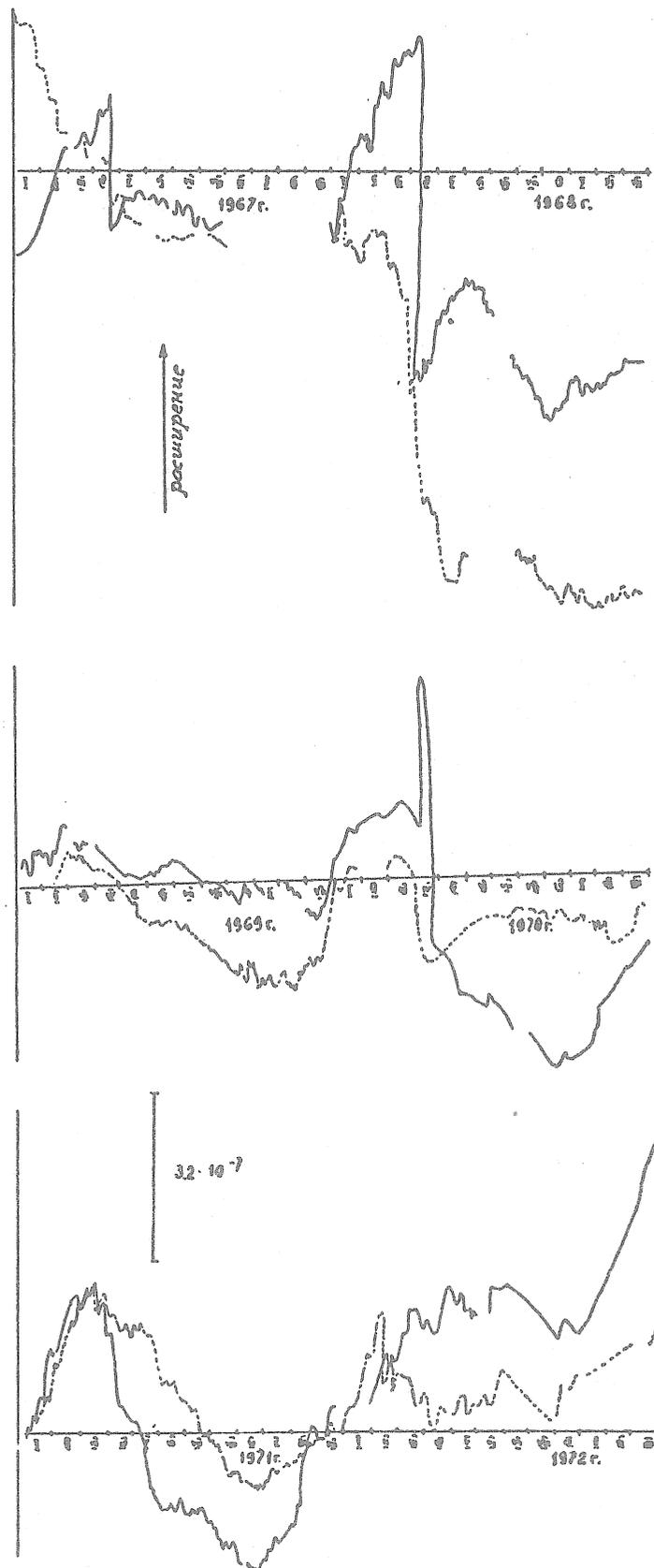


Fig. 1 Deformations at station Protvino for 1967-1972.

29-day Pertsev method of a harmonic analysis with a shift by 24 hours (Pertsev, 1961). Tables 1 and 2 give the values of amplitudes and phases of two main lunar waves of the Earth's tide M_2 and O_1 referred to an average day of the series for independent series. Parameter values of tidal waves by each of the direction are computed by the data of two transformers - a photooptical and a photo-electrical one.

The mean value of the M_2 wave amplitude for N-S direction is obtained to be equal to 0.1357 microns or $0.78 \cdot 10^{-8}$ with a mean square error comprising 0.7 % of the measured amplitude value. For the O_1 wave the mean amplitude value in the N-S direction is equal to 0.0570 microns or $0.33 \cdot 10^{-8}$. The mean square error in this case comprises 1.8 %. Respective values of phasal differences are $-6^{\circ}2$ for the M_2 wave and $+5^{\circ}5$ for O_1 . It should be noted that mean $\Delta\phi$ values are within the limits of time marking errors (0.1 mm of the record corresponds to the phase variation by 10° in a semidiurnal wave and by 5° in a diurnal one). In the E-W direction the mean value of the O_1 wave amplitude equals 0.0874 microns or $0.50 \cdot 10^{-8}$, a respective error comprises 4 %, for the M_2 wave $A = 0.050 \pm 15$ %. In latitudinal direction no regular value of phasal shift is observed for the M_2 wave which is evidently explained by the fact that the wave amplitude value is at the limit of measurement accuracy. For the O_1 wave the mean value of phasal shift is equal to 0° with a large error (due to discrepancies between the transformers).

Thus, the range of amplitudes and phasal displacements relative to their mean values is small with the exception of the M_2 wave in the E-W direction. Mean amplitude values for both waves obtained by the data of photo-electrical and photooptical transformers differ between themselves by 9 and 2 % for M_2 and O_1 respectively.

M_2 and O_1 deformation wave amplitudes in meridional and latitudinal directions are expressed by a tidal potential in the following way respectively :

$$\begin{aligned} \text{for } M_2 \quad e_{\theta\theta} &= \frac{W_2(M_2)}{ag} \cdot \frac{h \sin^2 \bar{\theta} + 2 \ell \cos 2\bar{\theta}}{\sin^2 \bar{\theta}} \\ e_{\phi\phi} &= \frac{W_2(M_2)}{ag} \cdot \frac{h \sin^2 \bar{\theta} - 2 \ell (1 + \sin^2 \bar{\theta})}{\sin^2 \bar{\theta}} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{for } O_1 \quad e_{\theta\theta} = \frac{W_2(M_2)}{ag} (h - 4\ell) \quad \ell_{\phi\phi} = \frac{W_2(O_1)}{ag} (h - 2\ell)$$

where $\bar{\theta}$ - is the colatitude

$$\frac{W_2 (M_2)}{ag} = 0,90812 \cdot 3/4 \cdot M/E \cdot (a/D)^3 \sin^2 \bar{\theta} \cdot \cos 2 (t + \phi) \text{ for } M_2$$

$$\text{and } \frac{W_2 (O_1)}{ag} = 0,37689 \cdot 3/4 \cdot M/E \cdot (a/D)^3 \sin^2 \bar{\theta} \cdot \cos (t + \phi) \text{ for } O_1.$$

Here a - is the mean Earth's radius, D - the major semiaxis of lunar orbit.

Theoretical values of M_2 and O_1 wave amplitudes computed by the formulae (1) for the given point of observations with the mean for the Earth values of constants ($h = 0.6$; $\ell = 0.07$) are equal as follows :

$$A_{\theta\theta}^{\circ} (M_2) = 0.94385 \cdot 10^{-8}; \quad A_{\theta\theta}^{\circ} (O_1) = 0.4789 \cdot 10^{-8}; \quad A_{\phi\phi}^{\circ} (M_2) = 0.0525 \cdot 10^{-8};$$

$$A_{\phi\phi}^{\circ} (O_1) = 0.5876 \cdot 10^{-8}.$$

Comparing amplitude values obtained from observations with theoretical ones we can see the first ones to be 1.2 times less than the normal values for this point.

Similar results are obtained when computing the S_2 , N_2 and K_1 wave amplitudes defined with less accuracy than M_2 and O_1 . We shall give their mean values here in the N-S direction in comparison with theoretical values.

Wave	Observed amplitude	Theoretical amplitude
S_2	$0.4108 \cdot 10^{-8}$	$0.4394 \cdot 10^{-8}$
N_2	$0.1618 \cdot 10^{-8}$	$0.1807 \cdot 10^{-8}$
K_1	$0.3890 \cdot 10^{-8}$	$0.6745 \cdot 10^{-8}$

The observed S_2 and N_2 wave amplitudes are 1.1 times and K_1 - 1.7 times lower than the theoretical ones. The S_2 and K_1 waves are known to be most strongly distorted by thermal effects. Decreased if compared with theoretical ones the values of amplitudes obtained for them point to the reality of the observed effect.

Anomalously low values of wave amplitudes lead to anomalously low values of h and ℓ constants obtained for this point. Their mean values are equal as follows $h = 0.48$ $\ell = 0.066$.

Such a tidal anomaly at the Protvino station can be explained by small mobility of this area. As it was said above according to geological dates, the region under investigation is a marginal part of the Moscow syncline which at present is at the stage of minimal movement velocity for its whole history. Extensometer observations carried out continuously here since 1966 up to now confirm these data. Similar results (minor amplitudes of tidal waves) are obtained at the Talgar station which is on a deep fault wall where deformation is decreased due to its active development in the zone of the fault itself.

Just the opposite, extensometer measurements in the zones of tectonic faults reveal anomalously high amplitudes of tidal waves. Thus, in the zone of the Kondara fault the observed amplitudes are 1.5 - 2 times and in that of the Surkhob fault 2-4 times higher than their normal values.

The data obtained indicate the possibility of using the results of the Earth's tide observations to define the extent of mobility of the area under investigation.

TABLE I

N-S component

An average day of the series	wave M_2				Wave O_1			
	photooptical		photoelectrical		photooptical		photoelectrical	
	$A \cdot 10^{-8}$	$\Delta\phi^\circ$						
16.V .1970	0,7283	-2,9	0,6936	-12,9	0,3468	-0,3	0,1965	-14,4
16.VI .1970	0,8184	-2,4	0,8554	-10,4	0,3398	+9,8	0,3121	+18,8
16.VII .1970	0,7871	+5,6	0,7225	- 3,1	0,2832	+5,3	0,2832	+20,2
16.VIII.1970	0,7838	+2,9	0,8439	-19,0	0,3468	+8,8	0,2832	+25,2
16.IX .1970	0,7630	+0,9	0,9421	- 7,9	0,2774	-1,6	0,3930	+15,1
16.X .1970	0,8115	-3,0	0,7514	- 8,7	0,4369	+8,4	0,3294	+ 0,6
16.XI .1970	0,6936	-5,4	0,7225	-23,1	0,4369	-1,7	0,2832	- 9,9
16.XII .1970	0,7491	-2,8	0,8150	- 7,8	0,4092	+2,9	0,3410	+ 1,6
Mean value	0,7669	-0,89	0,7933	-11,60	0,3596	+3,95	0,3027	+ 7,15
	$\pm 0,015$	$\pm 1,2$	$\pm 0,021$	$\pm 2,4$	$\pm 0,036$	$\pm 1,7$	$\pm 0,020$	$\pm 5,2$
Normal value	0,9439				0,4789			

TABLE 2

E-W component

An average day of the series	wave M_2				wave O_1			
	photooptical		photoelectrical		photooptical		photoelectrical	
	$A \cdot 10^{-8}$	$\Delta\phi^\circ$						
16.V .1970	0,0114		0,0571		0,4012	+18,5	0,4971	- 5,0
16.VI .1970	0,0800	VALUES	0,0171	VALUES	0,5862	- 9,8	0,4285	- 1,8
16.VII .1970	0,0686		0,0514		0,5760	-11,9	0,4857	-23,7
16.VIII.1970	0,0571	IRREGULAR	0,0514	IRREGULAR	0,5655	+ 0,6	0,5028	+ 2,0
16.IX .1970	0,0514		0,0571		0,5760	+ 3,7	0,4914	- 2,7
16.X .1970	0,0800		0,0171		0,4500	+11,8	0,5142	- 8,0
16.XI .1970	0,0457		0,0571		0,4306	+ 4,5	0,5257	+ 1,9
16.XII .1970	0,0571		0,0457		0,4370	+ 6,9	0,5200	- 5,6
Mean value	0,0564		0,0443		0,5028	+6,00	0,4956	- 5,4
	$\pm 0,008$		$\pm 0,006$		$\pm 0,028$	$\pm 3,00$	$\pm 0,015$	$\pm 2,6$
Normal value	0,0525				0,5876			

REFERENCES

1. L.A. Latynina, R.M. Karmaleeva. On the intensity of luni-solar tidal deformations under different tectonic conditions
Sb. Sovremennye dvizhenia zemnoi kory, Novosibirsk, 1976.
2. L.A. Latynina, R.M. Karmaleeva, S.D. Rizaeva, E.Ya. Starkova. On seasonal deformations of the Earth's surface.
Sb. Sovremennye dvizhenia zemnoi kory, N 5, 1973.
3. B.P. Pertsev. Harmonic analysis of 50-day series of observations of tidal gravity variations.
Sb. Izutcheniye zemnykh prilivov. M. Izd-vo AN SSSR, 1961.

ANOMALIES IN AMPLITUDES AND PHASES OF TIDAL TILTS

A.E. OSTROVSKY, V.I. STARKOV, E.Ya. STARKOVA

In the work the effect of geological structure of the Earth's crust on amplitudes and phases of tidal tilts is considered. The results of comparison of harmonic constants obtained on monolithic granites and dislocations with breaks in continuity are given. The amplitude factor γ on a break appeared to be 2,5 times as low as that one on a monopolithe. The phase shift on a break amounts to 15° .

INTRODUCTION

The enormous stuff obtained of recent twenty years by observations of tidal tilts shows that harmonic constants of tidal tilts γ and k° highly depends upon the conditions of installation of a chamber for observations. Together with the effect of meteorological factors : temperature, pressure and precipitation, it has been found that the local changes of amplitudes and phases of tidal tilts were observed in chambers installed into rocks. These anomalies strongly reduce a precision of both an amplitude factor and a phase shift k° (1) and, together with meteorological noises, offer additional difficulties for obtaining of global meanings of these values averaged for all the Earth planet.

The question suggests itself : is it possible to use the method of tilts for study of inhomogeneities in crustal architecture through anomalies of amplitudes and phases of tidal tilts ? The attempts of decision of this problem were undertaken long (2,3). But the interpretation of observations proved to be most complicated and difficult. The special observations of tilts on a break were also carried out by the authors of the present article (4). The observations were then conducted at low depth and the effect of a break was very strongly masked by temperature tilts.

In the present work the new experiment is considering. The observations on a break were carried out under better conditions. The length of the adit was about 100 m, thus the temperature background was rather weaker than in the early experiment.

Two series of experiments were carried out. The duration of first series was about six months, and the duration of second ones was more than one year.

THE GEOLOGICAL CONDITIONS OF THE KONDARA ADIT.

Fig. 1 gives the scheme of the adit at the Kondara station. The adit was drifted into the granite massif along a tectonic zone of a width 30 to 40 m. The break crossed by three cleavings from the main trunk of the adit passes through the central part of the zone.

At first cleaving the break is a crack 10-15 cm wide, filled by loose rocks, clay, and fragments of a destroyed rock. At second and third cleavings, at the depth of the adit, one cannot see the break so clearly, but it was well observed by composition of rocks. The end of the main trunk of the adit enters into sturdy granite involving a monolithic rock. The concrete base K 3 of a height 20-25 cm and of an area 1.5 m^2 was installed over granite. The observations of tidal tilts were early carried out here, they being used by us for comparison with tilts on a break in the Kondara 1 station (K 1).

The station K 1 scaled up is showed in Fig. 2. The concrete base 50-60 cm high, $1.5 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$ in a plane, was here installed at the end of third cleaving where it crossed the break. The photoelectric tiltmeters N_{OS} 4558, 4561, 4560 and 4562 were installed on this base. Two former instruments recorded the N-S component, and two latter ones recorded the E-W component. The pendulums of every pair of the instruments were directed against each other, such installation is referred to as an antiparallel one.

As mentioned above, two series of observations were carried out at every point. When first series (september 22, 1973 - March 10, 1974) had finished the tiltmeters had taken off and had then installed again. In this case the tiltmeters recording N-S had exchanged by sites. The tiltmeters 4558 (the point P2) and 4561 (P1) has installed at the points P1 and P2, respectively. The tiltmeters 4560 (P3) and 4562 (P4) had installed at the previous sites.

INSTRUMENTAL CONSTANTS.

The calibration of tiltmeters were carried out in the beginning and in the end of observations. In the middle of the sets of observations the sensitivity was controlled by means of a current pulse supplied from a mercury-zinc

cell twice for 24 hours using clock.

The difference between the values of the fundamental constant as the beginning and at the end of observations was for this four instruments :

Tiltmeter	4558	-	0.2	%
Tiltmeter	4561	-	0.04	%
Tiltmeter	4562	-	0.08	%
Tiltmeter	4560	-	0.8	%

Thus, the difference in a sensitivity of the tiltmeters doesn't exceed 1 %.

By the tiltmeters 4558 and 4562 the harmonic constants had early obtained in the station K3 located on monolithic granite.

THE RESULTS OF OBSERVATIONS OF TIDAL TILTS.

Table 1 presents the results of harmonic analysis at the tilts' points P1, P2, P3 and P4 in the Kondara 1 station. Here the amplitude factor γ and the phase shift k° are separately given for various points and various series of observations - S1, S2.

At the point P1 the value with a great internal convergence was obtained for 6 months. The standard error doesn't exceed 0.004. The more long second set of observations had given a less convergence (0.012). This paradox is accounted for by first set carrying out at autumn months when thermostable diurnal and semidiurnal waves were low and didn't distorted amplitudes and phases of tidal tilts. This question was early considered in detail (5). The phase shift for first and second sets was about zero.

Two sets of observations were carried out by the same instruments at the point P2 (see Table 1).

At this point the quite unique result was obtained. The amplitude factor had decreased by a factor of 2.5 for a distance of 1m between the points. The precision of measurements correlated as well as at the point P1, viz. the long set of observations had an internal convergence two times as low as first one. The phase shift and its error increased markedly. The error of the phases determination may have been partly caused by temperature distortions.

At the point P3 the amplitude factor along the E-W component was "normal" for Kondara. This component was less along E-W than along N-S at all stations of the adit in all years of observations. But the most surprise was that the phase shift was more than 15° at this point. In this case the precision of measurements of a phase shift totally agreed with a duration of the set : the set was twice as long and the error was twice as low. Thus, this phase shift wasn't caused by temperature distortions and is highly attributed by the direction of the tectonic break.

At the point P4 the standard errors have the same regularity, viz. second prolonged set gives more error than first one. The amplitude factor is just less than at the point P1 and is much greater than at the point P2.

Thus, the observations carried out by tiltmeters installed directly on a break give an anomaly in an amplitude factor decreasing its value by a factor of 2,5 as well as in a phase shift exceeding 15° .

TIDAL TILTS ON A MONOLITHE AND ON A BREAK.

For comparison Table 2 gives the mean values of harmonic constants obtained on a break at four points of the Kondara 1 station and at two points of the Kondara 3 station.

Here the points P2/1 and P3/1 are of most interest. The point P2/1 is characterized by the anomalous value of an amplitude factor, and the more phase shift.

This result can be represented as a profile showed in Fig. 3. Though there are few points at the middle of the profile and there aren't observations at the end of the profile, i.e. at the cleaving's part passing over the weakened section of a tectonic zone, but the interest to the obtained result doesn't fall because of this.

CONCLUSION.

The comparison of the results of observations of tidal tilts on monolithic granites and on a break shows that an amplitude factor γ on a break can be anomalously low. In the case of the Kondara break the value γ along the component normal to a direction of the break was 0.355, i.e. 2.5 times as low as on a monolithe.

The phase shift along the component parallel to the break proved to be anomalous. The phase difference was 15° with an experimental error less than 1° .

Thus, the observations of tidal tilts can be used for study of mechanical conditions of rocks lying at fundamentals of high dams and other hydro-technical constructions.

REFERENCES

1. A.E. Ostrovsky. Results of observations of tidal tilts of the Earth's surface on the territory of the USSR for the period of 1957-1972. "Prilivnye Deformatsii Zemli" ("Tidal Deformations of the Earth"). "Nauka", 1975.
2. R. Tomaschek, E. Groten. The problem of the residual ellipses of Tilt measurements. IV-ième Symp. Intern. sur les marées terrestres, Bruxelles, 1961.
3. P.S. Matveyev. On possibility of the use of results of properties of the crustal architecture. "Vrashchenie i prilivnye deformatsii Zemli" ("Rotation and tidal deformations of the Earth"). Kiev, 1970.
4. V.I. Starkov, E.Ya. Starkova. The effect of a break on the value γ by observations in Kondara.
ibid.
5. K.M. Anokhina, A.E. Ostrovsky. On the effect of temperature on tidal tilts of the Earth's surface.
Communications Observ. Royal de Belgique, N 9, Série Géophysique A, N96.

TABLE 1

Harmonic constants γ and k° for M_2
at the station Kondara 1

Point, series, instrument N°	N-S		Point, series, instrument N°	E-W	
	γ	k°		γ	k°
P1, S1, 4561	0.846 4	- 0.49 1.10	P3, S1, 4560	0.66 8	15.49 1.28
P1, S2, 4558	0.806 12	1.15 0.69	P3, S2, 4561	0.622 12	15.24 0.63
P2, S1, 4558	0.352 3	8.58 2.11	P4, S1, 4562	0.591 5	- 0.96 1.00
P2, S2, 4561	0.364 7	5.80 2.24	P4, S2, 4562	0.532 12	- 1.22 0.77

TABLE 2

Harmonic constants γ and k° for M_2
on a monolithe and on a break

Station	Point	N-S		E-W	
		γ	k°	γ	k°
Kondara 3 on a monolithe	P1/3	0.814	- 2.90		
	P2/3			0.631	- 3.30
Kondara 1 on a break	P1/1	0.836	0.60		
	P2/1	0.355	7.69		
	P3/1			0.655	15.33
	P4/1			0.571	- 2.09

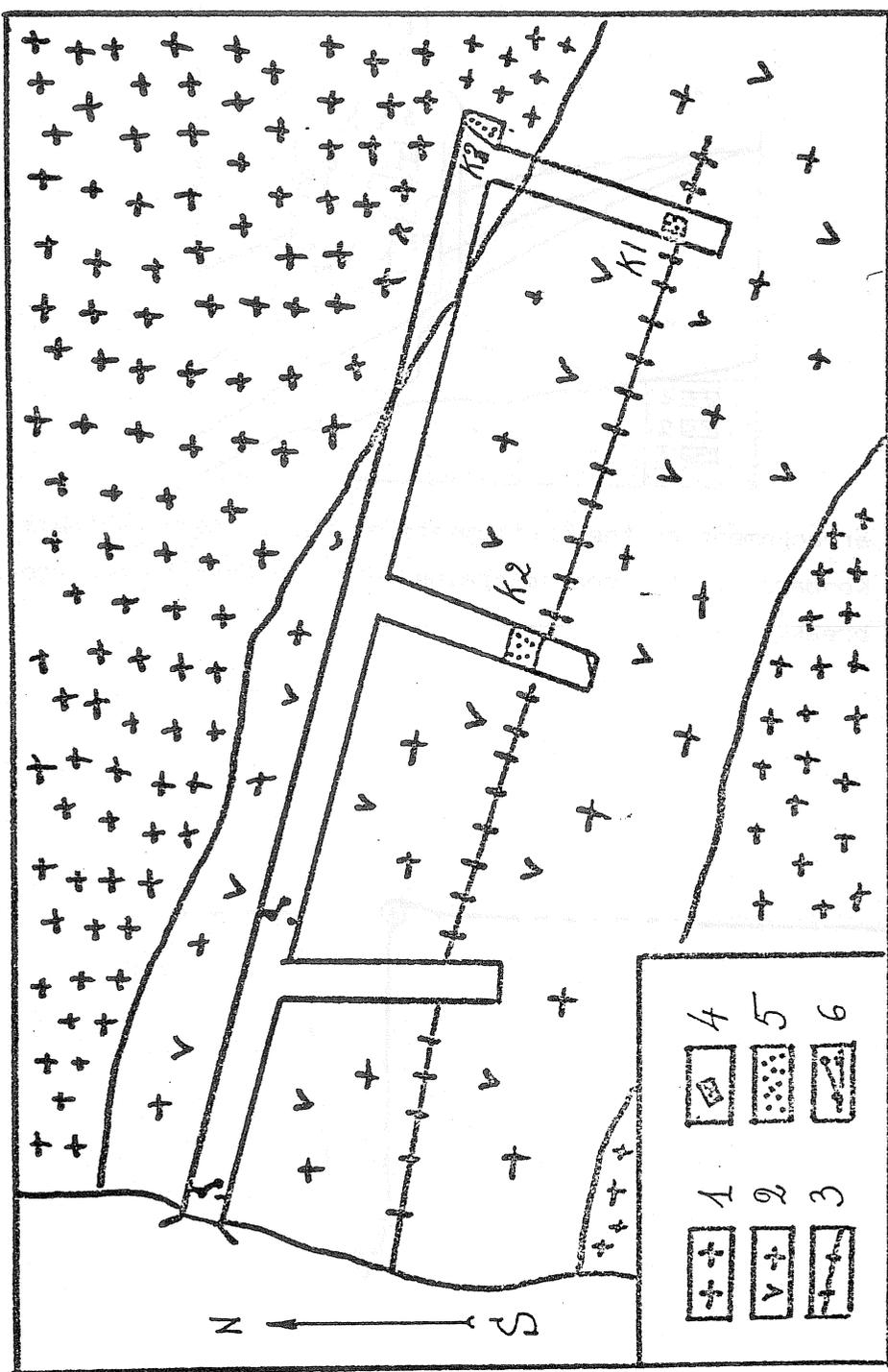


Fig. 1. The scheme of the Kondara adit. 1-coarse-grained granite; 2-quartziferous granite; 3-break; 4-concrete base; 5-concrete floor of the adit; 6-door.

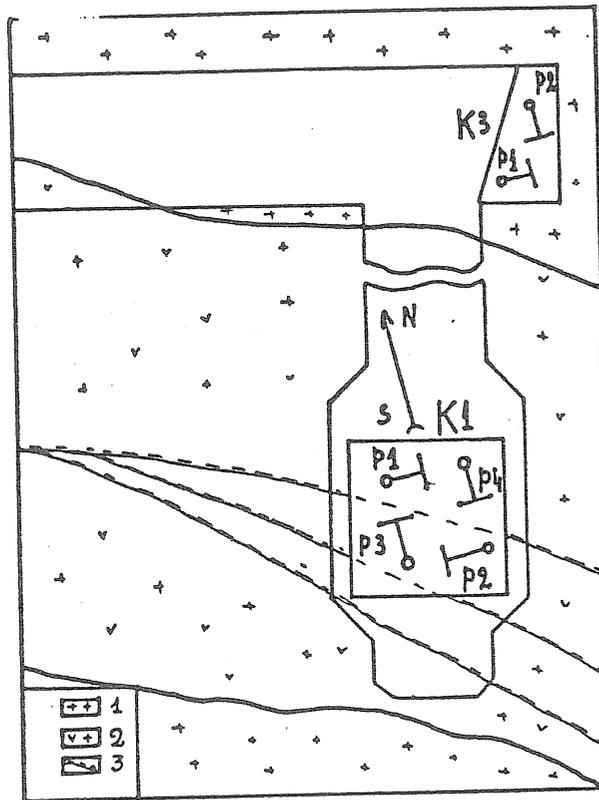


Fig. 2. The arrangement of the instruments at the stations Kondara 3 and Kondara 1. 1 - coarse-grained; 2 - quartziferous granite; 3 - break.

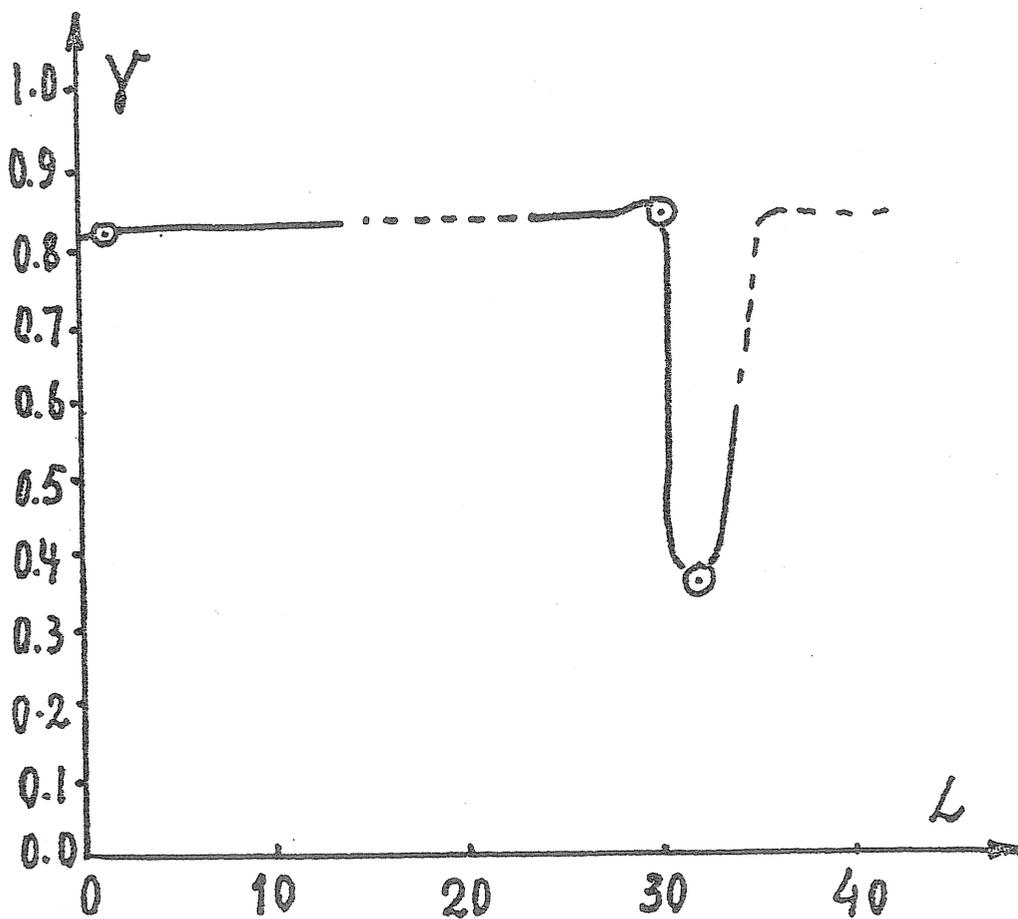


Fig. 3. Plot of γ with respect to the distance between the adit's trunk and the instrument.

DISSIPATION GLOBALE ET ECHANGE D'ENERGIE ENTRE
LES MAREES OCEANIQUES ET TERRESTRES

B.A. KAGAN, E.V. POLIAKOV.

Fisica Atmosferi i Okeana
Tome 13 - n°7 - pp 719-726, 1977

1. ESTIMATIONS ASTRONOMIQUES DE LA DISSIPATION DE L'ENERGIE DE MAREE.

Imaginons que la surface de la Terre est couverte d'une couche d'eau de profondeur constante. S'il n'y avait pas de friction les bourrelets de marée se répartiraient symétriquement par rapport à la ligne des centres des masses des deux corps agissant réciproquement (la Terre et la Lune) et tout se passerait comme si la planète tournait sous les bourrelets. La présence de la friction change cette symétrie en provoquant un retard des bourrelets. Si la vitesse de rotation de la planète est beaucoup plus grande que la vitesse angulaire de rotation de son satellite, le bourrelet, arrivant en retard, se porte en avant de la Lune d'un certain angle. La position asymétrique des bourrelets et la différence dans la direction et la valeur des forces d'attraction de la Lune sur ceux-ci donne lieu à un moment de forces entre la Terre et de la Lune. Ce moment ralentit la rotation de la Terre et accélère le mouvement de la Lune sur son orbite. L'énergie cinétique de la rotation de la Terre se dissipe partiellement et se transmet partiellement en énergie cinétique et potentielle du mouvement orbital de la Lune.

Le taux de dissipation $-\dot{E}$ de l'énergie de marée et l'accélération séculaire de la Lune \dot{n} sont liées par la relation (voir {1})

$$-\dot{E} = -1,22 \cdot 10^{18} \dot{n} \text{ erg s}^{-1} \quad (1)$$

où n s'exprime en $''/\text{sec.}^2$.

On peut déterminer la vitesse séculaire de la Lune d'après les observations de la Lune et du Soleil (ou de Mercure). Spencer Jones {2} qui a réduit les variations observées de la longitude moyenne de la Lune et du Soleil pour la période de 1680 à 1930 trouva $-\dot{n} = (22,4 \pm 1,0)''/\text{sec.}^2$. En substituant la valeur de \dot{n} trouvée par eux-mêmes dans (1), Munk et Mac Donald {3} ont

obtenu $-\dot{E} = 2,76 \cdot 10^{19}$ erg/s. Cette estimation classique caractérisant la dissipation totale de l'énergie des marées lunaires dans l'océan et le corps solide de la Terre a été soumise à révision ces dernières années.

En particulier d'après Stephenson {4} qui a examiné le travail de Fotheringham {5} et a complété ses données d'observations antiques des éclipses solaires par les données de l'Orient ancien, on aurait $-\dot{n} = (33 \pm 4,6)''/\text{sec}^2$. Pour les éclipses du Soleil qui ont été observées avant 500 jusqu'à notre ère, Newton {6} a trouvé $-\dot{n} = (41,8 \pm 5,2)''/\text{sec}^2$. L'interprétation la plus récente des anciennes éclipses solaires due à Müller et Stephenson {7} a donné $-\dot{n} = (37,5 \pm 5)''/\text{sec}^2$. D'après les données des observations de 15 années (commençant en 1955*) des occultations d'étoiles par la Lune, Van Flandern a obtenu $-\dot{n} = (52 \pm 16)''/\text{sec}^2$.

En utilisant les observations méridiennes du Soleil, de la Lune et des Planètes commencées en 1913, Oesterwinter et Cohen {9} ont obtenu $-\dot{n} = (38 \pm 8)''/\text{sec}^2$. Enfin à la suite de l'analyse de 4000 occultations d'étoiles par la Lune observées de 1943 à 1972, Morrisson {10} a établi $-\dot{n} = (42 \pm 6)''/\text{sec}^2$.

Comme on le constate les déterminations récentes de l'accélération séculaire de la Lune témoignent d'un accroissement presque double de la dissipation de l'énergie de marée en comparaison avec l'estimation de Munk et Mac Donald.

2. ESTIMATIONS GEOPHYSIQUES DE LA DISSIPATION DE L'ENERGIE DE MAREE.

Supposons que les marées terrestres soient décrites par la théorie quasi-statique c'est à dire que les déplacements radiaux peuvent être représentés par le second harmonique sphérique et les effets de friction par l'introduction d'un angle de retard constant ϕ . Dans ce cas la dissipation due aux marées terrestres s'écrit

$$-\dot{E} = 2,4 \cdot 10^{20} \sin 2\phi \text{ erg s}^{-1} \quad (2)$$

* Depuis l'introduction de l'échelle de temps atomique permettant d'éliminer l'influence de fluctuations irrégulières dans la rotation de la Terre.

Pour de petites valeurs de l'angle de retard $\sin 2\phi \approx 2\phi$ et cet angle est lié à la vitesse infinie de la dissipation $Q^{-1} = -\dot{E}/E_m \sigma$ de l'énergie de marée par la relation $2\phi \approx Q^{-1}$ (voir {11}). Ici E_m est la valeur maximale de l'énergie dans un cycle de marée. Nous obtenons alors :

$$-\dot{E} = 2,4 \cdot 10^{20} Q^{-1} \text{ erg s}^{-1} \quad (3)$$

Si Q ne dépend pas de la fréquence et de l'amplitude des variations, en conformité avec les données sur l'amortissement des oscillations propres de la Terre Q est égal à 450 pour l'écorce et varie à peu près de 100 à 1000 en fonction de la profondeur dans le manteau {12}. Il s'ensuit que pour les marées terrestres les valeurs $-\dot{E}$ sont concentrées dans l'intervalle de $(2 \cdot 10^{17}, 2 \cdot 10^{18})$ erg/s et par conséquent que le dissipateur principal de l'énergie de marée est l'océan {3}.

Nous étudierons les mécanismes de la dissipation de l'énergie de marée dans l'océan. L'un d'eux est la friction. Pour l'estimation $-\dot{E}$ on peut dans ce cas écrire la formule

$$-\dot{E} = \rho_0 r \int_S \langle |u|^3 \rangle dS \text{ erg s}^{-1} \quad (4)$$

où u est la vitesse du courant de marée, r est le coefficient de friction, ρ_0 la densité moyenne de l'eau de mer, S la surface de l'océan mondial, les crochets désignent la moyenne pour un cycle de marée. Ce calcul a été fait par Munk {13}, Brosche et Sundermann {14} et Gordeev avec les co-auteurs {15} qui ont obtenu pour l'onde M_2 respectivement 10^{18} , $2 \cdot 10^{17}$ et $2 \cdot 10^{16}$ erg/s. L'estimation de Munk est basée sur l'utilisation de mesures de la vitesse du courant de marée dans la couche de fond et de leur propagation sur toute la surface de l'océan mondial. Les estimations de Brosche et Sundermann et de Gordeev avec les co-auteurs sont basées sur l'utilisation des résultats de calcul de la répartition spatiale de la vitesse du courant de marée dans l'océan mondial barotrope. La différence entre les deux dernières estimations s'explique par le choix de différentes valeurs du coefficient de la viscosité horizontale de turbulence et du pas utilisé lors du calcul de la vitesse. Ainsi, dans l'océan ouvert, $-\dot{E}$ est un peu plus petit que la valeur astronomique et il ne reste pas d'autre solution que de supposer (comme en particulier {3}) que la dissipation dans le système Océan-Terre s'effectue principalement dans la zone de shelf et dans les ondes de marées internes.

La surface de la zone de shelf est à peu près d'un ordre plus petit que la surface de l'océan ouvert*. Si on tient compte que les variations de marées du niveau sur le shelf (à l'exception du domaine de la résonance locale) et dans l'océan ouvert ne diffèrent pas très fort l'une de l'autre, les valeurs du travail accompli par la force génératrice de marée dans les deux parties seront entre elles à peu près dans le rapport de 1 à 10. Cependant nous avons déjà expliqué plus haut que la dissipation de l'énergie de marée dans l'océan ouvert est extrêmement faible. Par conséquent toute l'énergie transmise à l'océan* (cas de l'océan homogène) doit se reporter dans la zone du shelf et dissiper là. C'est pourquoi pour le shelf on aura la relation

$$-\dot{E} = g\rho_0 \int_{\Gamma} < (\zeta - \zeta^+) w_n > d\ell \text{ erg s}^{-1} \quad (5)$$

où la seconde partie caractérise le transfert de l'énergie par la limite extérieure Γ (lisière) du shelf, $-\dot{E}$ se détermine comme précédemment à l'aide de (4), mais S est maintenant la surface du shelf, ζ , ζ^+ sont les variations de marées effectives et statiques du niveau de l'océan, w_n la composante normale pour Γ du courant complet, g est l'accélération de la pesanteur.

De (4), (5) découlent deux procédés d'estimation de la dissipation de l'énergie de marée. Le premier (formule (4)) a été utilisé par Jeffreys {16} et Heiskanen {17} le second (formule (5)) par Miller {18}. Les résultats de leurs calculs donnent respectivement $1,1 \cdot 10^{19}$; $1,9 \cdot 10^{19}$ et $1,7 \cdot 10^{19}$ erg/s. La dernière des estimations indiquées est la plus sûre. Toutefois il ne faut pas oublier qu'elle n'a été obtenue que d'après les données de mesures directes de la vitesse et des oscillations de marées du niveau en 50 points de la zone de shelf de l'océan mondial. Selon l'avis de Miller l'erreur probable de ses calculs est de $\pm 50\%$ cependant les indications apparues depuis peu témoignent de ce qu'elle est apparemment encore plus grande.

En effet d'après Garrett {19} le système de Fundy dissipe $9,9 \cdot 10^{17}$ erg/s c'est à dire à peu près 3 fois plus que cela a été indiqué par Miller. Par contre dans le golfe de Californie, d'après les données de Filloux {20} l'estimation de Miller exagère les pertes réelles d'à peu près 10 fois. La même chose se produit aussi dans la mer de Bering. Ici d'après les estimations de Brosche et Sundermann {14} $0,28 \cdot 10^{18}$ erg/s sont dissipés contre $2,4 \cdot 10^{18}$ erg/s d'après Miller. Les divergences sont comme on le voit suffisamment grandes pour ne pas accepter sans preuve l'estimation de la dissipation de l'énergie de marée sur le shelf proposé par Miller.

* $2,8 \cdot 10^{17} \text{ cm}^2$ et $30,5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^2$, le dernier chiffre est la surface de l'océan ouvert avec des profondeurs dépassant 2.000 m.

La seconde dissipation, en valeur, est liée avec le passage d'énergie dans les ondes internes. L'estimation de Munk {21} ($0,5 \cdot 10^{19}$ erg/s) a été obtenue sur la base du modèle connu de Cox et Sandstrom {22} traitant de la formation des ondes internes de marée comme résultat de l'action réciproque des ondes de marées de surface et de l'irrégularité du fond de la mer. Comme l'a montré Bell la partie principale de l'énergie des ondes de marées internes est concentrée dans la gamme des nombres des ondes $|K|$ de f/u_b à N/u_b (ici f est le paramètre de Coriolis, N est la fréquence de Brunt-Väisälä, u_b est la vitesse du courant de marée dans la couche près du fond de l'océan). Ainsi, si le spectre à une mesure de l'irrégularité du fond de la mer est proportionnel à $|K|^{-5/2}$, il est utile d'employer, pour la densité \dot{e} du courant de l'énergie dans les ondes internes, la relation

$$\dot{e} = 2\rho_0 f N u_b \bar{h}^2 \left[1 + 0 (f^2/N^2) \right] \quad (6)$$

où \bar{h} est la hauteur quadratique moyenne de l'irrégularité du fond de la mer ayant une échelle horizontale de moins de u_b/f . En choisissant à titre de valeurs typiques $h \approx 17$ m, $N \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$, $u_b \approx 3 \text{ cm/c}$ et $f \approx 7 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$, Bell obtient $\dot{e} \approx 0,9 \text{ erg/cm}^2 \text{ s}$.

Les valeurs qu'il a prises pour la hauteur et de l'étendue horizontale de l'irrégularité du fond de la mer correspondent aux caractéristiques des collines abyssales. Ces dernières d'après Menard {24} sont les plus répandues dans les formes du relief du fond de l'océan mondial : elles couvrent 80 à 85 % de la surface du fond de l'Océan Pacifique et une partie un peu plus petite de la surface du fond des autres océans. En supposant que les collines abyssales occupent à peu près 75 % de toute la surface du fond de l'océan mondial et en considérant l'estimation \dot{e} obtenue plus haut nous trouverons d'après Bell : $-\dot{E} = 0,25 \cdot 10^{19} \text{ erg/s}$. Cette valeur est deux fois plus petite que l'estimation de Munk {21}.

La dissipation de l'énergie des ondes de marées internes sur le shelf est à peu près d'un ordre plus petit que dans l'océan ouvert. Pour confirmer cette conclusion nous serons d'accord avec l'estimation de Wunsch {25} ($3,6 \cdot 10^{17} \text{ erg/s}$) et également avec les données de mesures instrumentales du profil vertical de la vitesse et de la température dans la région de la pente de la Nouvelle Angleterre {26} et de l'Ecosse {27}. Ces dernières, après un calcul sur toute la longueur du shelf, donnent respectivement $0,9 \cdot 10^{16}$ et $2,4 \cdot 10^{17} \text{ erg/s}$.

3. ECHANGE DE L'ENERGIE DE MAREE ENTRE L'OCEAN ET LA TERRE.

Nous donnerons des calculs préliminaires. D'après les représentations actuelles, la dissipation dans le système Terre-Océan est à peu près de 5.10^{19} erg/s. Par cette quantité d'énergie dissipée sur une partie de la zone de shelf (si l'on croit à l'estimation de Miller) on arrive à $1,7.10^{19}$ erg/s et à $0,25.10^{19}$ erg/s sur la partie de l'océan ouvert. Ainsi se dissipe dans l'océan environ 2.10^{19} erg/s. Dans l'écorce de la Terre \dot{E} ne dépasse pas $0,2.10^{19}$ erg/s. En ajoutant les deux derniers chiffres nous obtenons pour la dissipation dans le système Océan-Terre la valeur $2,2.10^{19}$ erg/s. Elle est à peu près 2 fois plus petite que l'estimation astronomique. Comment expliquer cette différence ? La plus simple au premier coup d'oeil, et ceci n'est pas loin de la vérité, sera l'hypothèse que sa cause sont des erreurs dans l'estimation des composantes séparées de $-\dot{E}$. Pour vérifier cette hypothèse il faut prendre une certaine méthode indépendante de la détermination $-\dot{E}$, que nous appellerons la méthode du moment des forces (voir {3}).

Si on désigne par ζ_s et ζ_b les déplacements de la surface libre et du fond de l'océan et le déplacement relatif ζ de la surface libre on détermine $\zeta = \zeta_s - \zeta_b$ après intégration pour toute la surface de l'océan (la partie ouverte plus la zone de shelf) et la moyenne en temps dans les limites du cycle de marée. L'équation pour l'énergie de marée prend la forme*

$$-\dot{E} = \rho_o \int_s \left[V \frac{\partial}{\partial t} (\zeta + D) \right] dS + g\rho_o \int_s \left[(\zeta + D) \frac{\partial \zeta_b}{\partial t} \right] dS \quad (7)$$

où V est le potentiel de gravitation total, D est la profondeur de l'océan.

L'expression (7) caractérise l'équilibre entre le travail accompli par la force massique de potentiel V et la force de la pression hydrostatique sur le fond d'une part et la dissipation de l'énergie de marée dans l'océan d'autre part. Il faut donc que la quantité d'énergie dissipée dans l'océan (terme de gauche) varie en fonction des propriétés de la surface. Elle est égale au travail des forces massiques (premier terme à droite) pour $\zeta_b = 0$ (Terre rigide) et plus petite que lui dans le cas où l'écorce terrestre est considérée comme élastique et déformée par les marées.

* Cette équation se trouve par multiplication scalaire de l'équation intégrée suivant la verticale du mouvement par $\rho_o \bar{u}$ (\bar{u} est le vecteur vitesse moyenne verticale du courant de marée) et ensuite de l'addition de l'expression obtenue avec l'équation d'irrégularité multipliée par $g\rho_o \zeta$.

Dans ce cas une partie de l'énergie agissant dans l'océan se transmet à la Terre grâce au travail des forces de pression sur le fond (second terme à droite). En général la direction du courant d'énergie (de l'océan vers la Terre ou dans la direction opposée) est fonction du déphasage entre les marées océaniques et terrestres. Il faut établir la direction et la valeur de ce courant.

Comme on le sait la Terre est élastique et visqueuse. C'est pourquoi les forces génératrices de marée doivent provoquer des déformations de marées. Pour comprendre le caractère de ces déformations, nous comparerons leur période avec la période des oscillations propres de la Terre. L'analyse spectrale des séismogrammes du Kamtchatka (1952) et du Chili (1960) a montré que la période maximale des oscillations propres de la Terre est égale à 53 - 57 min. (voir {28 à 30}) c'est à dire beaucoup plus petite que la période même courte (semi-diurne) de la force génératrice de marée. Par conséquent on peut considérer les marées terrestres comme statiques et les déformations et variations du potentiel égales à $h_2 \Omega_2/g$ et $k_2 \Omega_2$, où h_2 et k_2 sont les nombres de Love.

Cependant dans la formation des marées terrestres participent non seulement les forces génératrices de marées. Les marées océaniques ont aussi leur apport. Leur influence se transmet par trois mécanismes : attraction des masses d'eau, fléchissement sous l'effet de la charge et variation du potentiel à cause des déformations ainsi produites. Soit ζ le déplacement relatif de la surface libre de l'océan. Nous représenterons ζ en série de fonctions sphériques. Alors conformément à Munk et Mac Donald {3} le potentiel perturbateur correspondant au $n^{\text{ème}}$ terme de cette série sera égal à $g\alpha_n \zeta_n$ et déplacement du fond de l'océan apparaissant à la suite de l'effet combiné de la charge et de l'attraction $h'_n \alpha_n \zeta_n$. Ces déformations du fond provoquent à leur tour l'apparition du potentiel complémentaire $k'_n g\alpha_n \zeta_n$. Ici h'_n , k'_n sont les nombres de Love de charge d'ordre n , $\alpha_n = (3/(2n+1)) (\rho_0/\rho)$, ρ_0/ρ est le rapport de la densité moyenne de l'eau de mer à la densité moyenne de la Terre.

Nous introduirons les déterminations suivantes pour les déformations de marées de la surface de la Terre

$$\zeta_0 = h_l \xi^l + \sum_n h'_n \alpha_n \xi_n \quad (8)$$

et le potentiel de gravitation total

$$V = (1+k_l) g \xi^l + g \sum_n (1+k'_n) \alpha_n \xi_n. \quad (9)$$

Nous noterons par Z et q l'amplitude et la phase des variations de marées relatives du niveau de l'océan (les champs de ces caractéristiques sont donnés en {31}) et par Z_n et q_n leurs valeurs correspondant au $n^{\text{ème}}$ terme de la décomposition de ζ en série de fonctions sphériques.

Alors V et ζ_b peuvent être écrits

$$V = (1+k_L)gA^+A \cos(\sigma t - \alpha), \quad \zeta_b = h_L A^+ B \cos(\sigma t - \beta), \quad (10)$$

où $A^+ = 24,25$ cm - (amplitude de la marée statique dans l'océan)

$$A = \left[\left(\sin^2 \theta \cos 2\varphi + \sum_n a_n \cos q_n \right)^2 + \left(\sin^2 \theta \sin 2\varphi + \sum_n a_n \sin q_n \right)^2 \right]^{1/2},$$

$$\alpha = \text{arctg} \frac{\sin^2 \theta \sin 2\varphi + \sum_n a_n \sin q_n}{\sin^2 \theta \cos 2\varphi + \sum_n a_n \cos q_n},$$

$$a_n = \frac{(1+k_n')\alpha_n Z_n}{(1+k_L)A^+},$$

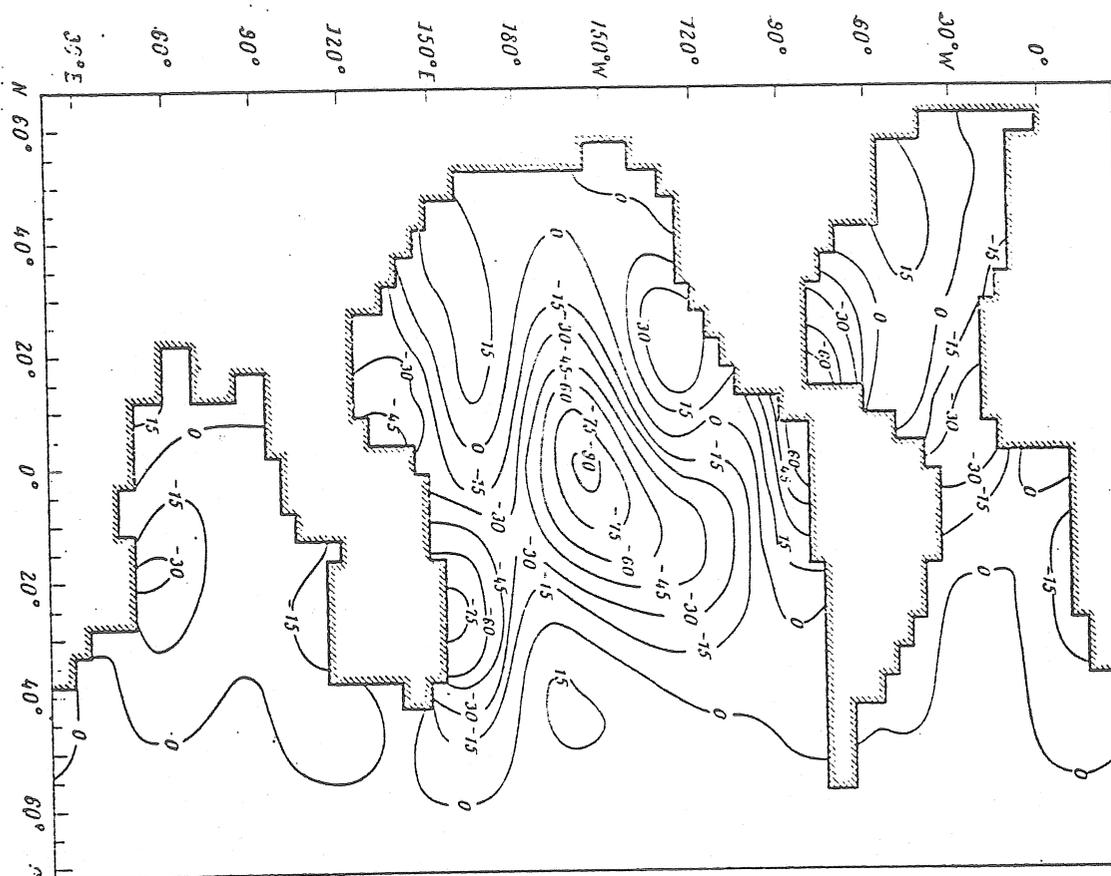
B et β s'obtiennent en remplaçant a_n par b_n en A et α respectivement, ainsi $b_n = h_n' \alpha_n Z_n / h_2 A^+$; σ est la fréquence de l'harmonique envisagé des forces de marées (dans le cas donné, l'onde M_2); θ et φ sont la colatitude et la longitude.

La substitution de (10) dans les expressions du travail accompli par la force massique de potentiel V et par la force de la pression sur le fond de l'océan, donne

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{dW_s}{dt} \right\rangle &= \rho_0 \int_s \left\langle V \frac{\partial}{\partial t} (\zeta + D) \right\rangle dS = \\ &= -\frac{1}{2} g \rho_0 (1+k_L) \sigma A^+ \int_s A Z \sin(\alpha - q) dS, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\left\langle \frac{dW_b}{dt} \right\rangle = g \rho_0 \int_s \left\langle (\zeta + D) \frac{\partial \zeta_b}{\partial t} \right\rangle dS = -\frac{1}{2} g \rho_0 h_L \sigma A^+ \int_s B Z \sin(q - \beta) dS. \quad (12)$$

Les résultats des calculs pour ces formules (où n est supposé égal à 40 et où les valeurs des nombres de Love ont été prises dans {32}) montrent qu'en moyenne, pour un cycle de marée, l'océan reçoit $5,04 \cdot 10^{19}$ erg/s et restitue à la Terre $2,36 \cdot 10^{19}$ erg/s. On comprend que l'admission d'énergie par les marées terrestres ne doit pas s'observer partout. Par conséquent, dans certaines régions de l'océan mondial se produit un courant inverse d'échange d'énergie (voir la figure) englobant presque tout l'océan du sud et les vastes étendues de la partie nord de l'Océan Pacifique et de l'Atlantique nord.



Echange d'énergie (en $\text{erg/cm}^2\text{s}$) entre les marées océaniques et terrestres. Les valeurs négatives correspondent au passage de l'énergie de l'océan vers la Terre, les positives dans la direction inverse.

4. DISSIPATION DE L'ENERGIE DE MAREE DANS LE SYSTEME TERRE-OCEAN.

Conformément à l'équation (7) donnant l'énergie de marée, la somme des expressions (11), (12) doit se caractériser par la dissipation de l'énergie de marée dans l'océan. En prenant les valeurs données plus haut $\langle dW_s/dt \rangle$ et $\langle dW_D/dt \rangle$, nous obtenons $-\dot{E} = 2,68 \cdot 10^{19}$ erg/s. Il est intéressant de comparer cette estimation avec celles trouvées par d'autres auteurs par la même méthode. A présent nous possédons sept estimations : trois d'entre elles ($2,1 \cdot 10^{19}$, $2,5 \cdot 10^{19}$ et $3,0 \cdot 10^{19}$ erg/s) ont été obtenues respectivement par Heiskanen {17}, Groves et Munk (voir {3}) et Hendershott {33}, quatre ($10,2 \cdot 10^{19}$, $8,0 \cdot 10^{19}$, $13,0 \cdot 10^{19}$ et $14,2 \cdot 10^{19}$ erg/s) ont été obtenues en utilisant les résultats du calcul du moment des forces de marées contenues en {34, 35}. Lors de la déduction de ces estimations, à l'exception de celle trouvée par Hendershott*, on n'a pas

* Cette estimation a été trouvée d'après les données de l'étape intermédiaire de la solution du problème des marées dans le système océan-Terre et c'est pourquoi on ne peut la considérer comme définitive.

tenu compte de l'échange d'énergie entre les marées océaniques et terrestres^{**}. Toutefois si la Terre est considérée comme rigide ($h_L, k_L, b_n = 0$) et s'il n'existe pas d'autres décharges d'énergie outre la dissipation, \dot{E} d'après nos estimations croît à peu près de deux fois et devient égal à -5.10^{19} erg/s. Cette dernière circonstance témoigne de ce que l'échange d'énergie entre les marées océaniques et terrestres joue un rôle important dans le budget global de l'énergie de marée et il n'y a pas de raison de les négliger.

Se tournant à nouveau vers l'analyse de la dissipation de l'énergie de marée dans le système Océan-Terre nous sommerons l'estimation $-\dot{E}$ que nous obtenons dans les marées barotropiques ($2,68.10^{19}$ erg/s) avec les estimations données plus haut $-\dot{E}$ dans le corps solide de la Terre ($0,2.10^{19}$ erg/s) et dans les ondes internes ($0,25.10^{19}$ erg/s). Ainsi nous trouverons que dans le système Océan-Terre environ $3,2.10^{19}$ erg/s doivent se dissiper c'est à dire une quantité à peu près 1,5 fois plus petite que le prédisent les données des observations astronomiques. Le problème de savoir par quoi est provoquée cette divergence (soit par les erreurs de calculs des composantes isolées du budget de l'énergie de marée ou par l'influence de toute autre cause, disons, des bourrelets non calculés de l'énergie dans les marées diurnes) reste jusqu'à présent ouvert.

^{**} Les différences de ces estimations l'une par rapport à l'autre s'expliquent par le choix d'une information de départ différente sur les marées dans l'océan mondial.

Cette remarque ne se rapporte pas au quatrième et cinquième estimations qui ont été basées sur la même carte de marée.

Cependant la première ($10,2.10^{19}$ erg/s) répond au cas où le potentiel des forces massiques est égal au potentiel de marée, la seconde ($8,0.10^{19}$ erg/s) au potentiel de gravitation total (voir {9}) décrit dans l'hypothèse de l'absence des effets de charge et d'attraction.

BIBLIOGRAPHIE

1. Morrison L., Accélération séculaires du mouvement orbital de la Lune et de la rotation de la Terre.
Dans le livre : "Marées et résonances dans le système solaire"
"Mir" 1975.
2. Jones, Sir H. Spencer., The rotation of the earth and the secular acceleration of the sun, moon and planets. Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 99, N° 7, 1939.
3. Munk W., Mac Donald G., Rotation de la Terre "Mir" 1964.
4. Stephenson F. R. Ph. D., Thesis. Univ. Newcastle (Cité par Morrison [1]).
5. Fotheringham J., Secular acceleration of sun and moon as determined from ancient lunar and solar eclipses, occultations and equinox observations. Monthly Notices Roy. Astron. Soc., 80, N° 6, 1920.
6. Newton R.R., Ancient astronomical observations and accelerations of the Earth and Moon. Johns Hopkins Press, 1970.
7. Müller P.M., Stephenson F.R., The acceleration of the earth and moon from early astronomical observations. In "Growth rhythms and history of the Earth's rotation", Eds. G.D. Rosenberg and S.K. Runcorn, 1975.
8. Van Flandern T.L., The secular acceleration of the moon. Astron. J., 75, N° 5, 1970.
9. Oesterwinter C., Cohen C.J., New orbital elements for moon and planets. Celestial Mech., 5, N° 3, 1972.
10. Morrison L.V., Rotation of the Earth from AD 1663-1972 and the constancy of G. Nature, 241, N° 5391, 1973.
11. Monin A.S., Rotation de la Terre et climat. Edit. hydro-météorol. 1972.
12. Jarkov V.N., Troubitsine V.P., Samsonenko L.V., Physique de la Terre et des planètes "Sciences" 1971.

13. Munk W.H., Once again - tidal friction. *Quart. J. Roy. Astron. Soc.*, 9, N° 4, 1968.
14. Brosche P., Sundermann J., On the torques due to tidal friction of the oceans and adjacent seas. In "Rotation of the Earth", Eds. P. Melchior and S. Yumi. 1972.
15. Gordeev R.G., Kagan B.A., Rivkind V.Ia., Estimation de la vitesse de dissipation de l'énergie de marée dans l'océan ouvert. *Océanologie* 14, publ. 2, 1974.
16. Jeffreys H., Tidal friction in shallow seas. *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, A221, N° 8 (589). 1920.
17. Heiskanen W., Über den Einfluss der Gezeiten auf die Sakulare Acceleration des Mondes. *Ann. Acad. Sci. Fennicae*, A18, N° 2, 1921.
18. Miller G.R., The flux of tidal energy out of the deep oceans. *J. Geophys. Res.* 71, N° 8, 1966.
19. Garrett C.J.R., Normal modes of the Bay of Fundy and Gulf of Maine. *Canad. J. Earth Sci.*, 2, N° 4, 1974.
20. Filloux J.H., Tidal pattern and energy balance in the Gulf of California. *Nature*, 243, N° 5403, 1973.
21. Munk W.H., Abyssal recipes. *Deep-Sea Res.*, 13, N° 4, 1966.
22. Cox C.S., Sandstrom H., Coupling of internal and surface waves in water of variable depth. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, 20-th Anniv. vol., 1962.
23. Bell T.H., Topographically generated internal waves in the open ocean. *J. Geophys. Res.*, 80, N° 3, 1975.
24. Menard G., Marine geology of the Pacific. Mc-Grow Hill, New York, 1964.
25. Wunsch C., Internal tides in the ocean. *Rev. Geophys. and Space Phys.*, 13, N° 1, 1975.

26. Wunsch C., Hendry R., Array measurements of the bottom boundary layer and the internal wave field on the continental slope. *Geophys. Fluid Dyn.*, 4, N° 2, 1972.
27. Petrie B., M₂-surface and internal tides on the Scottian shelf and slope. *J. Marine Res.*, 33, N° 3, 1975.
28. Benioff H., Gutenberg B., Richter C.F., Progress report, seismological laboratory. *Trans. Amer. Geophys. Union*, 35, N° 6, 1954.
29. Benioff G., Press F., Smith S., Eveil des oscillations propres de la Terre lors des tremblements de Terre dans la publication "Oscillations propres de la Terre". "Mir" 1964.
30. Alsop L.E., Sutton J., Young M., Observation des oscillations propres de la Terre à l'aide des séismographes à pendules.
31. Gordeiev R.G., Kagan B.A., Poliakov E.V., Intégration numérique des équations de la dynamique des marées dans l'océan mondial lors du calcul des effets de charge et l'autoattraction. *Rapp. Ac. des Sc. URSS*. 228, N° 4, 1976.
32. Longman I.M., A Green's function for determining the deformation of the Earth under surface mass loads, 2. Computations and numerical results. *J. Geophys. Res.*, 68, N° 2, 1963.
33. Hendershott M., The effects of solid Earth deformation on global ocean tides. *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.*, 29, N° 4, 1972.
34. Pariiskii N.N., Kouznetsov M.V., Kouznetsova L.V., Sur l'influence des marées océaniques sur le ralentissement séculaire de la rotation de la Terre. *Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre* N° 2. 1972.
35. Kouznetsov M.V., Calcul du ralentissement séculaire de la rotation de la Terre d'après les cartes cotidiales actuelles. *Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre*. N° 12, 1972.

SUR L'ETUDE DE LA NUTATION FORCEE

G.P. PILNIK

Revue astronomique - Moscou
Tome 53 - vol 4 - pp 889-898 - 1976

Lors de l'établissement de la théorie de la nutation on a admis l'hypothèse que la Terre est un corps absolument rigide. Les coefficients déduits du travail {1, 2} pour les composantes harmoniques de la nutation forcée sont largement utilisés sans la pratique astronomique. On peut considérer qu'à présent cette théorie satisfait les nécessités pratiques. Ainsi lors de l'étude de l'effet des marées terrestres sur les observations astronomiques du temps on a la possibilité de vérifier la justesse de cette théorie. Ce problème est très difficile mais très intéressant. La solution de ce problème peut donner une information précieuse sur la structure interne de la Terre élastique et hétérogène.

L'équation fondamentale reliant les observations astronomiques $y(t)$ avec les harmoniques de l'irrégularité de marée de rotation de la Terre et de la nutation $s(t)$ a la forme

$$y(t) = s(t) + v(t), \quad (1)$$

où $v(t)$ sont les erreurs accidentelles.

Puisqu'on introduit dans les observations astronomiques de $y(t)$ des corrections de la nutation on peut considérer en première approximation que la fonction $s(t)$ renferme seulement des harmoniques de marées. Dans ce cas l'expression (1) s'écrit sous la forme

$$y(t) = kx(t) + v(t), \quad (2)$$

où k est le nombre de Love et $x(t)$ est la fonction théorique de l'irrégularité de rotation de la Terre {3, 4}. Les caractéristiques de cette fonction sont données dans la table 1 ainsi que les coefficients de la nutation pour l'époque de 1975.0. Les arguments en sont : λ la longitude moyenne de la Lune, λ' l'anomalie moyenne de la Lune, Ω la longitude moyenne du noeud lunaire; Θ la longitude moyenne du Soleil, λ'' l'anomalie moyenne du Soleil.

Pour étudier l'onde $0^{\text{s}}.5198 k \sin \Omega$ on peut utiliser le temps d'éphéméride $ET - TU = \Delta T$. Cependant étant donné la petite durée de la série d'observations, l'étude de cette onde est difficile à présent

TABLE 1

Caractéristiques des ondes de marées et de nutation

Symbole	Période	Argument	$\Delta\psi$ nutation $\Delta\epsilon$		
			Marées coefficient sin	coefficient sin	coefficient cos
M_{tm}	94.133	$2(\oplus + l)$	+0 ^s .00032 k	-0 ^s .0261	+0 ^s .0113
	9.121	$2(\oplus + l - \Omega)$	+0.00013 k	-0.0044	+0.0023
M_f	13.661	$2(\oplus - \Omega)$	+0.00249 k	-0.2037	+0.0884
	13.633	$2(\oplus - \Omega)$	+0.00103 k	-0.0342	+0.0183
	13.606	$2(\oplus - 2\Omega)$	+0.00010 k	+0.0025	-
MS_f	13.777	$2l$	+0.00011 k	+0.0028	-
	14.765	$2(\oplus - 2\odot)$	+0.00023 k	+0.0060	-
M_m	27.555	l	+0.00265 k	+0.0675	-
	27.667	$l + \Omega$	-0.00017 k	+0.0058	-0.0034
	27.443	$l - \Omega$	-0.00017 k	+0.0057	+0.0030
	27.093	$2(\oplus - l)$	-0.00014 k	+0.0114	-0.0050
	26.985	$2(\oplus - l - \Omega)$	-0.00006 k	+0.0019	-0.0010
MS_m	31.812	$2(\oplus - l - 2\odot)$	+0.00059 k	+0.0149	-
	122	$2\odot + l'$	+0.00061 k	-0.0496	+0.0216
S_{sa}	183	$2\odot$	+0.01553 k	-1.2730	+0.5520
	183	$2\odot - \Omega$	-0.00038 k	-	-
S_a	365	l'	+0.00496 k	+0.1259	-
	365	$2\odot - l'$	-0.00023 k	+0.0214	-0.0093
	9 ^m .3	2Ω	-0.0027 k	+0.2088	-0.0904
	18.6	Ω	+0.5198 k	-17.2327	+9.2107

Les ondes $0^{\text{s}}.01553 k \sin 2\odot$ et $0^{\text{s}}.00496 k \sin l$ peuvent être étudiées en principe d'après les différences $TU_1 - TAI = \Delta A$ mais jusqu'à présent on rencontre des difficultés insurmontables. L'irrégularité saisonnière de la rotation de la Terre ΔT_s comporte trois composantes ayant les mêmes périodes : atmosphérique - ΔT_a , de marée - ΔT_t et de l'influence des erreurs des coordonnées des étoiles - ΔT_e :

$$\Delta T_s = \Delta T_a + \Delta T_t + \Delta T_e \quad (3)$$

La séparation ne semble pas possible et par conséquent on ne peut déduire le nombre de Love k d'après les ondes S_{sa} et S_a . Ainsi les ondes de marée les plus grandes en amplitude ayant des périodes de 18.6, 1.0, 0.5 ans n'ont pu être utilisées jusqu'à présent pour déduire le nombre de Love k . Il convient de le noter avec regret car pour déduire la valeur finale de k il faut utiliser le nombre le plus grand possible d'harmoniques de marées et ce n'est que dans ce cas qu'on peut supposer que l'influence des erreurs des coefficients de nutation sur la déduction du nombre de Love k sera faible.

Dans la suite, pour étudier la nutation on utilisera les autres écarts $v(t) = y(t) - k x(t)$. Pour éliminer des observations astronomiques $y(t)$ l'irrégularité de marée de rotation de la Terre il faut prendre k et les déphasages $\phi_y - \phi_x$. Notre travail a un caractère préliminaire de recherche et c'est pourquoi nous nous limiterons uniquement à l'examen des ondes de marées et de nutations de périodes de 9.1 à 31.8 jours (voir table 1).

La perspective d'étudier les ondes de marées M_f et M_m pour les observations astronomiques du temps universel est exposée dans les travaux {5 à 8}. Dans tous les cas on a utilisé les autres écarts $u_* - u = O-C$ pour la composition de la fonction aléatoire $y(t)$. Dans le travail {7} les observations du temps étalon pendant 20 ans sont soumises à l'analyse harmonique et dans le travail {8} - les données de tout le Service International de l'Heure pendant 7 ans. Dans le travail {7} outre le nombre de Love $k = 0.300 \pm 0.005$ on a déduit aussi les déphasages $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x$. Nous prendrons en compte ces données.

Dans tous nos travaux antérieurs pour séparer le signal sinusoïdal faible hors du bruit on a utilisé les transformations de corrélation et spectrales. La méthode de Tukey semblait efficace à cet égard avec quelques changements relativement à la solution du problème posé {5 à 7}. Dans notre travail pour étudier les marées terrestres et la nutation nous utiliserons la transformation rapide de Fourier. Le programme a été composé par N.N. Kirsanova. La propriété de la méthode réside dans la détermination des coefficients de Fourier de la série effective $x_0, x_1, x_2 \dots$ d'après les formules

$$A_p = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{2N-1} x_j \cos \frac{\pi}{N} p_j = \left\langle x_j \cos \frac{\pi}{N} p_j \right\rangle, \quad (4)$$

$$B_p = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{2N-1} x_j \sin \frac{\pi}{N} p_j = \left\langle x_j \sin \frac{\pi}{N} p_j \right\rangle,$$

où $p = 0, 1, 2, \dots, N$. Les ordonnées de la série $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{2N-1}$ s'inscrivent dans l'ensemble $2N$ de mesures. Le nombre N doit être $N = 2^M$ où M est un nombre naturel 2, 3, 4 etc. Par l'observation de cette condition il est possible d'organiser les calculs sans opérations de répétition ce qui diminue sensiblement le temps de calcul.

Puisque dans la suite on examinera les amplitudes et les phases des harmoniques séparées, nous en examinerons les formules élémentaires mais très utiles. La variation harmonique simple peut être écrite

$$x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t. \quad (5)$$

D'autre part on peut écrire cette variation sous la forme

$$x(t) = c \sin(\omega t + \varphi_1) = c \sin \omega t \cos \varphi_1 + c \cos \omega t \sin \varphi_1, \quad (6)$$

$$A = c \sin \varphi_1, B = c \cos \varphi_1, c = \sqrt{A^2 + B^2}, \operatorname{tg} \varphi_1 = A/B,$$

ou sous la forme

$$x(t) = c \cos(\omega t + \varphi_2) = c \cos \omega t \cos \varphi_2 - c \sin \omega t \sin \varphi_2, \quad (7)$$

$$A = c \cos \varphi_2, B = -c \sin \varphi_2, c = \sqrt{A^2 + B^2}, \operatorname{tg} \varphi_2 = -B/A.$$

Pour les phases initiales nous obtiendrons les égalités $\phi_2 = \phi_1 + 90^\circ$. Pour éviter la nutation, les phases initiales doivent toujours se calculer d'après la même formule. Nous noterons également que $x(t)$ et $y(t)$ sont constitués par la somme des variations harmoniques simples de la forme (5) c'est à dire sont des fonctions polyharmoniques.

Comme on l'a déjà noté lors de l'utilisation du programme la longueur de la série analysée doit satisfaire rigoureusement à la condition $N = 2^M$ ou $2N = 2^{M+1}$. Cela crée évidemment certaines difficultés mais la rapidité du calcul oblige à faire des concessions à la méthode.

Pour utiliser les observations du temps étalon pour l'étude des marées terrestres on a d'abord pris les observations de 1955 à 1964, ensuite de 1953 à 1967 ensuite de 1953 à 1970 et enfin dans le travail {7} pour 1953 à 1972.

TABLE 2

Déduction de k d'après 2048 ordonnées

Ensemble	M_f		M_m		$c_{\text{m}} (0^{\circ}0001)$	$E_1 (0^{\circ}0001)$	Remarque
	k	σ	k	σ			
$M_{0.1}$	0.278±0.059		0.363±0.089		3.99	±1.95	I, 1951-VIII, 1956 VIII, 1956-III, 1962 III, 1962-X, 1967 X, 1967-VI, 1973
$M_{0.2}$	0.504±0.072		0.336±0.075		2.50	1.33	
$M_{0.3}$	0.322±0.048		0.175±0.059		2.01	1.17	
$M_{0.4}$	0.295±0.024		0.284±0.057		1.63	0.83	
Moyenne σ_0	0.350±0.026 ±0.052		0.290±0.036 ±0.042				

TABLE 3

Déphasages $\phi_y(p) - \phi_x(p) = \Delta\phi(p)$

Ensemble	M_{tm}	M_f	MS_f	M_m	MS_m	$2N$	Méthode
$M_{0.1}$	-48°	+19	+99	-38	-55°	2048	БПФ
$M_{0.2}$	+170	+46	+24	-51	-118	2048	БПФ
$M_{0.3}$	-14	+9	+66	-17	+102	2048	БПФ
$M_{0.4}$	+8	-16	+97	-26	-2	2048	БПФ
Moyenne	+29	+14	+72	-33	-18	-	-
σ_0	±48	±13	±18	±7	±47	-	-
M_0	-42	+15	+68	-23	-37	8192	БПФ
M_6	-46	+11	+72	-20	-50	8192	Тюки

TABLE 4

Calcul des déphasages

Onde	M_0	M_1	M_2	M_3	Onde	M_0	M_1	M_2	M_3
M_{tm}	-20°	+36	+22	-12°	M_m	-17	-22	-37	+12
M_f	+26	+48	-19	+4	MS_m	-34	-34	-42	-8
MS_f	+80	+90	+82	+58					

Nous avons craint de prendre en compte les observations de 1951 à 1952 car un groupe d'horloges pendulaires était encore les gardes du temps pendant cette période mais pour constituer une série renfermant $2N = 2^{13} = 8192$ ordonnées journalières il a fallu introduire aussi ces observations. On a pris en compte toutes les observations astronomiques du temps étalon de 1951 à juin 1973. On a utilisé environ 80.000 corrections d'horloges obtenues dans 25 observatoires. Comme dans les autres cas pour la réduction de $u_* - u$ à un point nul, on a utilisé les erreurs moyennes mensuelles purement instrumentales {5 à 7}.

Les fonctions $x(t)$ et $y(t)$ renfermant 8192 ordonnées journalières ont été partagées au début en quatre groupes indépendants de $2048 = 2^{11}$ ordonnées et on a appliqué à chacune d'elles la transformation rapide de Fourier. Les amplitudes $c = \sqrt{A^2 + B^2}$ ont été calculées pour tous les nombres harmoniques $p = 0, 1, 2, \dots, N$. Par la comparaison avec les amplitudes des ondes de marées on a déduit le nombre de Love $k = C_y(p) / C_x(p)$ (voir table 2). L'amplitude moyenne du bruit c_m a été calculée d'après les dizaines d'ordonnées de suite de la fonction $C_y(p)$. En écart de la moyenne on a trouvé l'erreur de l'unité de poids du bruit $E_1 = \sqrt{\{vv\}/n-1}$. L'erreur de la valeur k a été calculée d'après la formule $\sigma = E_1/C_x$ et d'après la convergence des quatre déterminations indépendantes (voir table 2).

TABLE 5

Amplitude du bruit C_m et erreurs E_1 (en $0^5.00001$)

Zone en p	M_0	M_1	M_2	M_3
	$c_{III} E_1$	$c_{III} E_1$	$c_{III} E_1$	$c_{III} E_1$
1-360	1.39±0.66	2.20±1.12	2.46±1.25	2.48±1.01
531-650	1.38±0.62	2.36±1.11	2.27±1.24	2.34±1.19
851-950	1.39±0.74	1.87±1.00	1.95±0.87	2.16±1.00
4001-4090	1.02±0.48	1.18±0.58	0.91±0.46	1.20±0.61
Moyenne	1.30±0.62	1.90±0.95	1.90±0.96	1.97±0.95

Comme on le constate dans la table 2 une série de six années d'observations est insuffisante pour la déduction du nombre de Love k . La méthode de Tukey appliquée dans les travaux {5 à 7} a sans aucun doute un avantage sur celle de Fourier. Les résultats du calcul de l'amplitude du bruit moyen C_m et de l'erreur de l'unité de poids du bruit E_1 sont les plus intéressants dans la table 2. La diminution sensible de ces erreurs avec le temps s'explique par l'augmentation du nombre des observations et dans une certaine mesure par l'augmentation de leur précision. Nous noterons que pour la série théorique $c_x(p)$ ces erreurs sont pratiquement nulles. Les caractéristiques C_m et E_1 pour la série $c_y(p)$ doivent être prises conventionnellement puisque les ordonnées de cette fonction ne sont pas indépendantes.

Les déphasages des ondes de marées $\phi_y(p) - \phi_x(p) = \Delta\phi(p)$ obtenus d'après différents groupes d'observations (voir table 3) présentent un intérêt. Comme les erreurs de détermination $\Delta\phi(p)$ sont assez grandes il est nécessaire d'allonger la série d'observations. Les valeurs $\Delta\phi(p)$ obtenues par deux procédés d'après 8192 ordonnées sont données dans la table 3 (deux dernières lignes).

Les résultats de la table 3 témoignent de ce que l'inquiétude soulevée dans les travaux {6,7} au sujet de la différence importante du déphasage pour M_F d'après les observations en Europe et en Asie est prématurée. L'accroissement de M_0 constituée par toutes les observations a influencé sensiblement la valeur $\Delta\phi_{MF}$. Nous noterons que la déduction et l'analyse du spectre de phase en comparaison avec celle d'amplitude est une chose plus complexe.

Pour éliminer l'irrégularité de marée de la rotation de la Terre par les observations astronomiques $y(t)$ on a pris des valeurs préliminaires $\Delta\phi(p) = \frac{1}{2} \{ \Delta\phi_{20.0}(p) + \Delta\phi_{22.5}(p) \}$. Les valeurs $\Delta\phi_{20.0}(p)$ sont prises du travail {7} et $\Delta\phi_{22.5}$ sont calculés d'après 8192 ordonnées d'après la méthode de Fourier. Puisque dans le travail {7} on a analysé M_0, M_1, M_2, M_3 nous examinerons ici ces données prolongées jusqu'à 8192 ordonnées.

Comme on l'a déjà noté M_0 est composé d'après toutes les observations. Le partage des observations en trois groupes M_1 , M_2 , M_3 a été nécessaire pour l'étude du spectre de phase {7}. M_1 est composée d'après les observations en Asie de deux autres groupes M_2 et M_3 d'après les observations en Europe {7}. Les déphasages pris en compte $\Delta\phi(p) = \frac{1}{2} \{ \Delta\phi_{20.0}(p) + \Delta\phi_{22.5}(p) \}$ sont donnés dans la table 4.

Puisque $\phi_y(p) = \phi_x(p) + \Delta\phi(p)$ on a ajouté aux phases initiales des harmoniques fondamentales de la théorie les données de la table 4 et on a calculé pour chacun des quatre groupes $v(t) = y(t) - 0.3 x(t)$. Pour le nombre de Love on a pris la valeur moyenne $k = 0.300$. Ensuite pour $v(t)$ par la méthode de Fourier on a obtenu les coefficients de Fourier et les amplitudes pour tous les nombres harmoniques $p = 0, 1, 2, \dots, N$. Ces mêmes calculs ont été faits d'après les ordonnées $x(t)$ et $y(t)$ (voir fig. 1).

Comme on le constate par la fig. 1 la composante de bruit des spectres $t_y(p)$ et $c_y - 0.3 x(p)$ est assez grande et on n'a pu jusqu'à présent tirer aucune conclusion sur l'exactitude des coefficients adoptés pour la nutation. Il faut soit augmenter la précision des ordonnées de la fonction de la table $Y(t)$ soit allonger la série des observations. Le problème de savoir quel est le nombre de Love k qu'il faut prendre pour toute la Terre est également problématique. Par conséquent, l'analyse détaillée des coefficients de la formule (8) d'après laquelle on calcule l'influence des termes à courte période de la nutation sur l'ascension droite de l'étoile est prématurée.

$$d\alpha = d\psi(\cos \epsilon + \sin \epsilon \sin \alpha \operatorname{tg} \delta) - d\epsilon \cos \alpha \operatorname{tg} \delta. \quad (8)$$

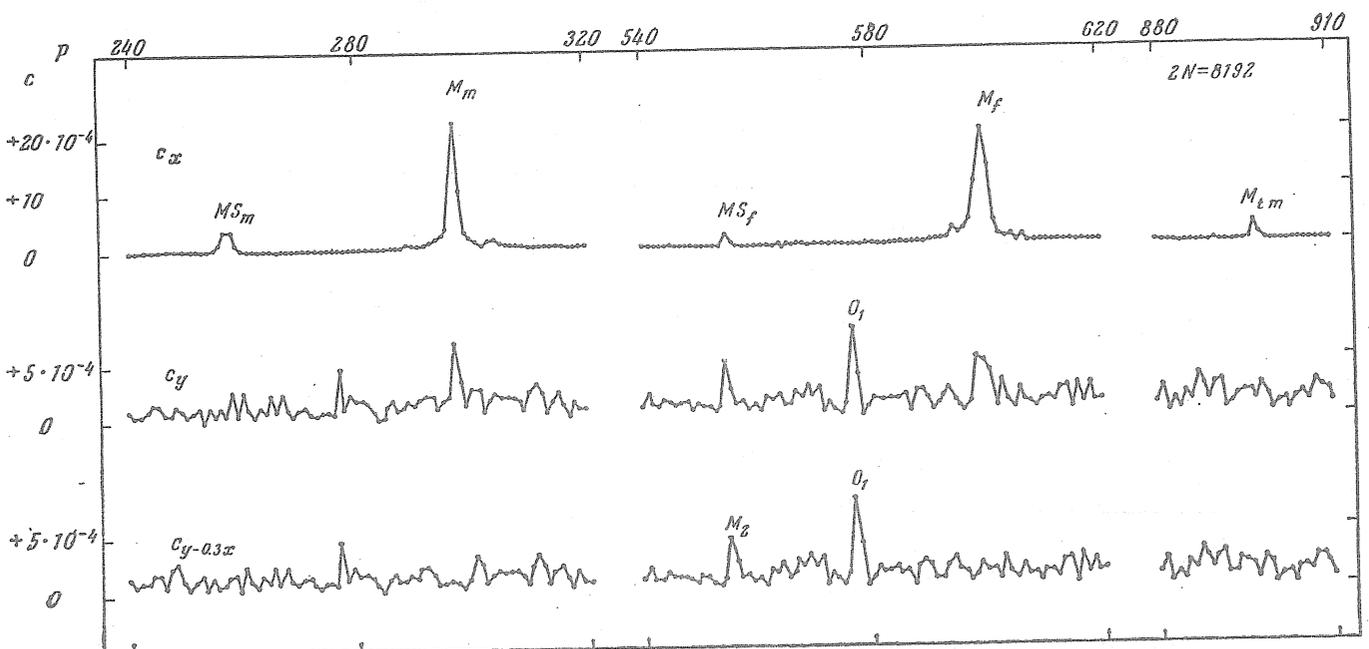


Fig. 1. Spectres d'amplitudes obtenus par la méthode de Fourier d'après 8192 ordonnées (M_0).

On a parlé précédemment du calcul de l'amplitude moyenne et de l'erreur de l'unité de poids du bruit d'après les dizaines consécutives des ordonnées de la fonction spectrale. Nous donnons sur la figure 2 les résultats pour les 36 premières ordonnées de la fonction $C_y - 0.3 \times (p)$ calculée d'après le groupe M_0 . Nous donnons dans la table 5 les valeurs moyennes de l'amplitude du bruit c_u et les erreurs de l'unité de poids E_1 pour les quatre groupements.

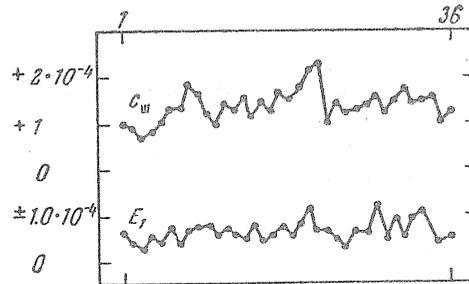


Fig. 2. Amplitudes moyennes et erreurs de l'unité de poids du bruit.

Pour M_0 l'amplitude moyenne du bruit $c_u = 0.00013$ (voir table 5). On peut affirmer que l'influence des erreurs des coefficients de la nutation à courte période sur la correction des horloges est plus petite que l'unité.

Pour résoudre le problème posé il faut allonger la série des observations et étudier les autres méthodes mathématiques d'analyse. Dans les travaux {5 à 7} on a étudié la possibilité d'appliquer la méthode de Tukey. Les densités spectrales ont été calculées d'après la formule

$$S(p) = \delta_p \left\langle r(\tau) \left(1 + \cos \frac{\pi\tau}{m} \right) \cos \frac{p\pi\tau}{m} \right\rangle, \quad (9)$$

où $r(\tau)$ est la fonction de corrélation, m est le nombre de valeurs prises $r(\tau)$, p est le nombre harmonique en relation avec la période de l'harmonique T par la relation $p = 2\pi/T$. Le coefficient $\delta_p = 1/2$ pour $\tau = 0$, $p = 0$ et $p = m$ quand m est paire et $\delta_p = 1$ pour tous les autres p et τ . Le déphasage a été calculé d'après la formule

$$\varphi_y(p) - \varphi_x(p) = \text{arctg} \frac{Q(p)}{P(p)}. \quad (10)$$

Le cospectre $P(p)$ et le spectre en quadrature $Q(p)$ ont été trouvé d'après les formules

$$\begin{aligned} P(p) &= \delta_p \left\langle \frac{r_{xy}(\tau) + r_{yx}(\tau)}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi\tau}{m} \right) \cos \frac{p\pi\tau}{m} \right\rangle, \\ Q(p) &= \delta_p \left\langle \frac{r_{yx}(\tau) - r_{xy}(\tau)}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi\tau}{m} \right) \sin \frac{p\pi\tau}{m} \right\rangle, \end{aligned} \quad (11)$$

où $r_{xy}(\tau)$ et $r_{yx}(\tau)$ sont les fonctions de corrélation réciproques.

L'avantage de cette méthode réside avant tout dans le fait qu'il n'est pas exigé ici de limitation de la longueur de la masse par la condition $2N = 2^{M+1}$. Dans la méthode de Tukey on peut utiliser pour séparer le signal sinusoïdal faible du bruit les transformations de corrélation réciproques [5 à 7]. L'utilisation de la fonction de poids $(1 + \cos \frac{\pi \tau}{m})$ augmente la précision des résultats finaux. La capacité de résolution de la dernière méthode est également très grande. La fréquence ω et le pas de fréquence $\Delta\omega$ sont donnés ici par les égalités

$$\omega_p = p\Delta\omega; \quad \Delta\omega = 2\pi/2m. \quad (12)$$

Dans la méthode de Fourier la fréquence est :

$$\omega_p = p \frac{2\pi}{2N}. \quad (13)$$

Comme on le sait, la période de l'harmonique T et la fréquence circulaire ω sont liées par la relation

$$\omega = 2\pi/T \quad (14)$$

Des expressions (12) à (14) découlent les égalités

$$p = 2m/T; \quad p = 2N/T. \quad (15)$$

Les dernières égalités témoignent de ce que la capacité de résolution de la méthode de Tukey peut être deux fois plus grande que celle de Fourier. Ici se pose la question de la relation statique faible de la sûreté des résultats pour le cas extrême $2m \approx 4N$. Dans le travail [7] on a pris en compte de 14 à 96 % des valeurs $r(\tau)$ et on a obtenu des valeurs proches du nombre de Love k . Lors de l'analyse des observations envisagées les questions de sûreté statistique n'ont pas été jusqu'à présent fondamentales. Nous donnons dans la table 6 les nombres harmoniques pour certaines ondes calculées pour les observations de 22.5 ans - 8192 ordonnées diurnes et pour 45 ans - 16384 ordonnées.

TABLE 6

Onde	Période	Capacité de résolution des deux méthodes			
		22.5 ans 2N = 8192		45 ans 2N = 16384	
		Тюки $p=2m/T$	БПФ $p=2N/T$	Тюки $p=2m/T$	БПФ $p=2N/T$
M_m	27 ⁰ .555	595	297	1189	595
	27.667	592	296	1184	592
M_t	13.661	1199	600	2399	1199
	13.633	1201	601	2404	1202
M_{tm}	9.133	1794	897	3588	1794
	9.121	1796	898	3593	1796

Comme on le sait, l'énergie de l'harmonique se répartit sur cinq bandes de fréquence. Le partage des ondes voisines en fréquence arrive dans le cas où l'intervalle entre les ordonnées centrales de deux pics ne sera pas moins de $4P$. A cause de l'influence possible des maxima latéraux dans notre cas de cet intervalle peut être insuffisante. On constate par la table 6 que la méthode de Tukey a ici un avantage. Les recherches ultérieures de la nutation à courte période d'après les autres écarts $v(t) = y(t) - kx(t)$ doivent être faites par cette méthode.

Nous donnons sur la figure 3 les densités spectrales calculées par la méthode de Tukey pour 8192 ordonnées de la fonction $y(t)$ pour $m = 7999$. Les ondes de marées se séparent ici plus sûrement que dans le cas de l'application de Fourier (voir figures 1 et 3). Nous noterons que les pics désignés sur la figure 1 par M_2 et O_1 sont provoqués par l'influence des ondes semi-diurne et diurne dans la variation de la verticale. Comme on l'a déjà noté dans le travail [5] il faut introduire dans les observations astronomiques des corrections pour ces variations.

Nous donnons dans la table 7 les valeurs du nombre de Love k calculées d'après les densités spectrales pour $1999 \leq m \leq 7999$ par le même procédé que dans les travaux [6, 7]. Les erreurs sont trouvées d'après la convergence des calculs par sept procédés différents. L'importante variation de k avec l'augmentation de m pour l'onde M_{f1} attire l'attention. Ceci est apparemment provoqué par le fait que de l'onde principale commence à se séparer l'harmonique M_{f2} de période 13.633 jours (voir table 1 et figures 3, 4). Ce même phénomène s'observe aussi pour l'onde M_{tm} , mais les erreurs sont ici assez grandes (voir table 7). Pour l'onde M_{f2} pour la plus grande solution $m = 7999$ on a d'abord réussi à obtenir $k = 0.249 \pm 0.123$. L'allongement de la série des observations a ici une grande importance.

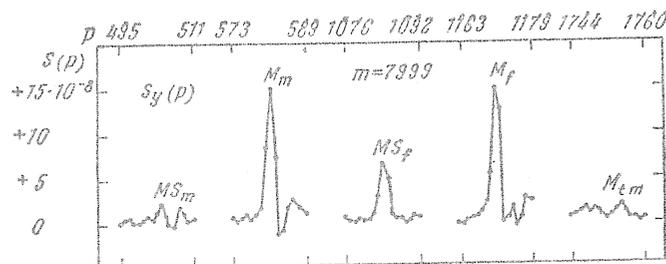


Fig. 3. Densités spectrales calculées par la méthode de Tukey pour 8192 ordonnées $Y(t)$.

La comparaison des données de la table 7 avec les résultats analogues des travaux {6, 7} témoigne de ce que l'allongement de la série de réduction influence la déduction de k d'après les ondes faibles M_{tm} et MS_m .

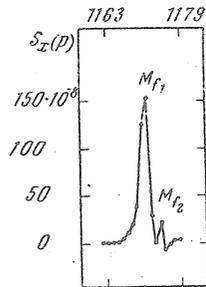


Fig. 4. Densités spectrales de la théorie pour les ondes du type M_f pour $m = 7999$.

Les déphasages varient de façon importante pour toutes les ondes. Les grandes valeurs $\Delta\phi_{MS}$ (voir tables 3, 4) s'expliquent par l'influence sur cette onde de la variation de la verticale avec une période M_2 {5}. Si on a introduit préliminairement dans les observations les corrections dues à la variation de la verticale $\Delta\phi_{MSf}$ seraient sensiblement autres. Au Bureau International de l'Heure ces corrections sont prises en compte depuis 1972 {9}. L'utilisation de toutes les observations du Service International de l'Heure pour étudier les marées et la nutation est très perspective. Malheureusement les autres écarts $RT = O - C$ ne sont disponibles que depuis 1967 {8}. Ces différences n'ont apparemment pas été calculées autrefois. Dans les bulletins "Temps étalon" les différences $u_* - u = O - C$ et les erreurs moyennes mensuelles purement instrumentales Δ sont publiées depuis 1951. Pour la solution de notre problème aussi bien la précision des ordonnées de la fonction de la table $y(t)$ que la durée de la série des observations a beaucoup de valeur. Une grande importance a aussi le calcul des corrections des horloges avec un plus grand nombre de chiffres significatifs {7}.

Des recherches précédentes il apparaît qu'il faut étudier simultanément l'irrégularité de rotation de la Terre et la nutation. Les difficultés de ces recherches sont assez grandes et on parle de certaines de celles-ci dans le livre {10}. En réalité il y a encore plus de difficultés. Avant tout pour résoudre le problème posé il faut connaître la valeur exacte de k et les déphasages des harmoniques de marées. Dans notre travail on a pris $k = 0,300 \pm 0.005$, obtenu comme moyenne pondérée des déterminations pour M_{tm} , M_f , M_m , M_{Sm} {7}.

Les erreurs des valeurs séparées de k sont assez grandes et quatre ondes sont tout à fait insuffisantes pour déduire sa valeur finale pour toute la Terre. En outre, comme on le note dans le travail {11}, les effets indirects venant des marées océaniques peuvent influencer la déduction de k . Il est

possible qu'il faut prendre ici en compte les autres déterminations de k par exemple celles de satellites.

Les recherches théoriques de l'irrégularité de marée de la rotation de la Terre sont également extrêmement souhaitables. L'analyse critique de la théorie est donnée dans le travail {12}.

TABLE 7

Déduction de k d'après les densités spectrales

m	$\frac{M_{1m}}{k E_1}$	$\frac{M_{j1}}{k E_1}$	$\frac{M_{j2}}{k E_1}$	$\frac{M_m}{k E_1}$	$\frac{M S_m}{k E_1}$
1999	0.510±0.168	0.287±0.004	— —	0.291±0.012	0.432±0.031
3999	0.439±0.154	0.298±0.009	— —	0.288±0.013	0.369±0.064
5999	0.421±0.155	0.306±0.010	— —	0.293±0.015	0.383±0.053
7999	0.377±0.104	0.309±0.010	0.249±0.123	0.293±0.015	0.382±0.080
Moyenne	0.435±0.129	0.300±0.007	0.249±0.123	0.291±0.012	0.391±0.043

Les études ultérieures de cette théorie pour le cas de la Terre compressible sont données dans le travail {13}. La théorie que nous avons prise {3, 4} est à peu près juste mais il faut l'élargir et la préciser. Il faut avant tout calculer les amplitudes de marées pour toutes les ondes pour lesquelles on a les coefficients de nutation {1, 2}. Il est possible qu'il faut donner les coefficients de marée en tenant compte des termes séculaires, comme cela a été fait pour la nutation.

Dans notre article nous n'avons sciemment pas touché aux recherches théoriques de la nutation et également aux travaux basés sur les observations de latitudes. Le but fondamental de notre travail consiste dans les recherches de la possibilité d'utiliser les observations du temps universel pour étudier la nutation forcée. Pour autant que nous sachions ce problème se pose pour la première fois si on ne considère pas le travail {14}. Les difficultés sont liées ici au fond avec la durée insuffisante des séries d'observations. D'une année à l'autre ces séries s'allongeront et on peut affirmer que le temps travaille sur ce problème.

En conclusion j'exprime mes remerciements à N.N. Kirsanova et à V.A. Morosov.

CONCLUSIONS

1. Les observations astronomiques de l'heure conviennent tout à fait pour étudier les marées terrestres et la nutation. Ces phénomènes doivent être envisagés ensemble.
2. La méthode de Tukey a une série d'avantages en comparaison avec la transformation rapide de Fourier par rapport à l'analyse des observations du temps universel.
3. L'allongement des séries des observations et ensuite leur étude peut donner des indications précieuses pour la géodynamique et l'astronomie.

BIBLIOGRAPHIE

1. E.W. Woolard, Astron. Papers, 15, 1, Washington, 1953.
2. E. Woolard, Théorie de la rotation de la Terre autour du centre de masses. Phys. Math. 1963.
3. E.W. Woolard, Astron. J., 64, 140, 1959.
4. G.P. Pilnik, Revue Astronom. 45, 1326, 1968.
5. G.P. Pilnik, Revue Astronom. 47, 1308, 1970.
6. G.P. Pilnik, Izv. Ac. des Sc. d'URSS. Physique de la Terre, N° 4, 3, 1974.
7. G.P. Pilnik, Revue Astronom. 52, 178, 1975.
8. B. Guinot, Astron. and Astrophys., 36, 1, 1974.
9. Bureau International de l'Heure, Ann. report for 1972. Paris, 1973.
10. P. Melchior, Marées terrestres "Mir" 1968. page 374.
11. B.P. Pertsev, Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre. N° 7, 3, 1975.
12. A. Stoyko, N. Stoyko. La détermination de l'influence des marées terrestres à longue période sur la rotation de la Terre. Sixième Symposium International. Comm. Observ. de Belgique, Serie A, N°9, Serie geophys., N°96, 1970.
13. N.N. Pariiskii, B.P. Pertsev, Izv. Ac. des Sc. d'URSS. Physique de la Terre N° 3, 11, 1972.
14. V.S. Goubanov, Revue Astronom. 43, 441, 1966.

Erratum au Bulletin 79, décembre 1978

page 4777, ligne 5 du bas, lire :

"Les observations de satellites artificiels ont donné $k = 0.327 \pm 0.036$ {17}

Addendum to the paper
Determination of the long
period tidal waves by A. Venedikov
BIM n° 81, pp. 5051-5058

p. 5051 insert after line 9 of Introduction :

A first determination of Mf was obtained by Lecolazet and Steinmetz (Premiers résultats expérimentaux concernant la variation semi-mensuelle de la pesanteur à Strasbourg. C.R. Acad. Sciences, Paris, B, t. 263, pp. 716-719, 1966).

In 1969, Usandivaras and Ducarme developed a programme which includes a determination of Mf and Mm as a routine (Analyse des enregistrements de marée terrestre par la méthode des moindres carrés. Bull. Acad. Roy. Belgique, 5ème série, Tome LV, 6, pp. 560-569, 1969).

