

**MAREES TERRESTRES**

**BULLETIN D'INFORMATIONS**

**N° 77**

**15 avril 1978**

**Association Internationale de Géodésie  
Commission Permanente des Marées Terrestres**

**Éditeur Prof. Paul MELCHIOR  
Observatoire Royal de Belgique**

**3, Avenue Circulaire  
1180 Bruxelles**



TABLE DES MATIERES

P.S. MATVEYEV, V.G. GOLOUBITSKII, I. IOU BOGDAN, E.A. SLAVINSKAYA (Traduction)	
Observations clinométriques à Christoforovki	4504
O.V. TCHOUPROUNOVA (Traduction)	
Variations lentes des inclinaisons dans les observations à la station de Simféropol (galerie de mine) pour 1963 à 1966	4508
K.T. BOGDANOV (Traduction)	
Marées des mers Australo-Asiatiques	4511
G. JENTZSCH	
Improved Tidal Filters	4523
S.M. MOLODENSKII (Traduction)	
Sur l'influence des hétérogénéités horizontales du manteau sur les amplitudes des ondes de marées	4534
M.S. MOLODENSKII (Traduction)	
Equations différentielles habituelles de l'oscillation élémentaire de la Terre élastique en rotation	4543
V.G. BALENKO, P.S. KORBA (Traduction)	
Du problème de la réduction des observations les marées terrestres	4552
L.A. LATININA S.D. RIZAEVA (Traduction)	
Sur les variations des déformations de marées avant les tremble- ments de Terre	4560

## OBSERVATIONS CLINOMETRIQUES A CHRISTOFOROVKI

P.S. MATVEYEV, V.G. GOLOUBITSKII, I. IOU BOGDAN, E.A. SLAVINSKAYA.

---

Rotation et déformations de marées de la Terre - 8 pp 33-35 - 1976

Le programme d'observations clinométriques sur le profil Soumi-Kherson réalisé par l'observatoire gravimétrique de Poltava vise à obtenir de nouvelles données sur les déformations de marées dans les régions se caractérisant par une structure géologique et tectonique différente. Ces données expérimentales sont importantes pour l'étude des effets indirects d'origine tectonique. La possibilité d'utiliser des galeries de recherche pour l'installation d'appareils facilite la réalisation des observations clinométriques dans des points choisis à l'avance en raison de l'une ou l'autre caractéristique de la région étudiée.

On a décidé d'organiser un point clinométrique temporaire dans le profil de Soumi-Kherson à Krivoi Rog.

On avait déjà réalisé des observations clinométriques en deux points de cette région (Chmakovo et Ingoulietz) (1). On y avait utilisé les pendules horizontaux Repsold-Levitskii. Il était donc très intéressant d'obtenir de nouvelles données à l'aide de clinomètres photoélectriques d'Ostrovskii (2).

On a réussi à constituer un local convenable pour organiser un nouveau point clinométrique à la limite sud-est du bourg Christoforovki situé à peu près à 20 km au nord ouest de Krivoi Rog. Les coordonnées géographiques approximatives du point de Christoforovki sont relevées de la carte à l'échelle 1/2500000 (publication URSS 1964) sont les suivantes : latitude  $\varphi = 48^{\circ}0' N$ , longitude  $\lambda = 33^{\circ}E$

L'aménagement de la galerie clinométrique de Christoforovki a été fait de juillet à septembre 1972. Sa profondeur est de 12.5 m. Elle est percée dans un sol argileux. Par sa construction cette galerie diffère peu d'une

galerie analogue équipée à Soudievka (3). Les signes principaux la différencient de cette dernière sont les suivants :

- 1) diminution du diamètre jusqu'à 1,2 m ;
- 2) section supérieure utilisée à titre de salle d'enregistrement non pas de forme cylindrique mais en forme de salle rectangulaire (2,3 x 2,3 x 2,2 m) ;
- 3) application pour la fermeture des ouvertures ..... dans les revêtements intercalaires des dalles de béton armé au lieu de toitures en bois.

La direction du méridien local a été déterminée par observations de la Polaire et transmise sur le fond de la galerie à l'aide de deux fils à plomb. On peut estimer approximativement l'erreur totale possible de cette direction à  $\pm 0^{\circ}1$  en tenant compte de l'erreur de détermination de l'azimut, de la fixation de la position des plombs et de la fixation des marques murales spéciales sur le fond de la galerie.

Les observations à Christoforovki se font à l'aide d'une paire de clinomètres photoélectriques d'Ostrovskii (N° 49 : NS et N° 62 : EW). Les appareils ont été installés en enregistrement en avril 1973 à peu près une demi année après la pose du socle et de l'équipement de la galerie. Le dernier étalonnage des appareils a été fait en juillet 1971 sur une plate-forme clinométrique de contrôle de l'Observatoire sismique central de l'Institut de Physique de la Terre de l'Académie des Sciences d'URSS à Ohninsk (4).

Pour des raisons techniques la qualité de l'enregistrement photographique au cours des trois premiers mois a été basse. On n'a réussi à mettre au point l'enregistrement des inclinaisons convenant à la réduction que depuis juillet 1973. L'alimentation électrique des lampes des appareils d'éclairage des photoéléments des clinomètres jusqu'en mai 1974 a été faite à partir du réseau de courant alternatif par la stabilisateur et dans la suite depuis les batteries d'accumulateurs alcalines d'une capacité de 1500 a.h. Le domaine de variation de la sensibilité des appareils se caractérise par de larges limites - 200 à 900 mm/sec d'arc.

Dans le but de déceler des erreurs systématiques possibles d'origine instrumentale on a permuté les appareils le 5 février 1975 après quoi la composante NS est enregistrée par le N° 62 et la composante EW par le N° 49.

Nous donnons dans la Table les résultats préliminaires de la détermination de la marée terrestre semi-diurne principale au point de Christoforovki.

obtenus d'après les données de la première période des observations de juillet 1973 à février 1975 c'est à dire jusqu'à la permutation des appareils. Nous donnons les moyennes vectorielles des paramètres et leurs erreurs quadratiques moyennes. Nous noterons que le signe moins correspond au retard de la marée observée par rapport à sa valeur théorique.

Résultats de la détermination des valeurs  $\gamma$  et  $\Delta\varphi$  pour l'onde  $M_2$  à Christoforovki

Instant initial de la série $t_0 = 0^h$ UT	49 (NS)		62 (EW)	
	$\gamma$	$\Delta\varphi$	$\gamma$	$\Delta\varphi$
15.VII 1973 r.	0,788	-5,15	0,726	-4,42
9.VIII	0,728	-3,25	0,738	-5,59
3.IX	0,765	-2,34	0,730	-7,16
28.IX	0,777	-2,10	0,731	-6,79
23.X	0,753	-2,79	0,741	-6,46
11.XI	0,747	-4,89	0,743	-4,78
25.I 1974 r.	0,754	-2,94	0,711	-8,36
19.II	0,803	-3,63	0,731	-5,41
16.III	0,764	-2,10	0,748	-4,77
10.IV	0,778	-3,88	0,750	-4,66
5.V	0,793	-4,63	0,741	-6,77
17.V	0,759	+0,24	0,744	-5,73
30.V	0,758	-0,04	0,758	-5,75
8.VI	0,744	-1,39	0,755	-8,03
3.VII	0,789	+0,30	0,732	-7,00
28.VII	0,771	-2,50	0,741	-6,85
28.VIII	0,825	-0,28	0,762	-5,93
3.IX	0,798	-1,49	0,710	-6,41
28.IX	0,774	-2,62	0,726	-4,67
23.X	0,771	+0,41	0,722	-4,86
17.XI	0,768	-1,13	0,717	-4,44
12.XII	0,738	+0,40	0,717	-5,53
2.I 1975 r.	0,783	-0,76	0,709	-7,22
moyenne vectorielle	0,770	-2,02	0,734	-5,97
	$\pm 5$	$\pm 0,36$	$\pm 3$	$\pm 0,24$

Les valeurs obtenues ont une particularité caractéristique : pour le facteur  $\gamma$  l'inégalité  $\gamma_S > \gamma_W$  alors que pour la plupart des autres stations du profil de Soumi-Kherson nous avons une inégalité opposée c'est à dire  $\gamma_S < \gamma_W$  (8). Ici les indices S et W désignent les directions nord-sud et est-ouest respectivement.

Un essai d'éclaircissement de cette question importante sera entrepris après la réalisation d'une seconde série d'observations clinométriques et l'obtention de résultats définitifs caractérisant la déformation de marée en ce point.

B I B L I O G R A P H I E

1. Matveyev P.S., "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 4 "Naoukova Doumka" Kiev 1972.
2. Ostrovskii A.E., "Etude des marées terrestres", Publ. 2 Edit. Ac. des Sc. URSS M. 1961.
3. Matveyev P.S. et autres, "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 5 "Naoukova Doumka" Kiev 1973.
4. Matveyev P.S. et autres, "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 6 "Naoukova Doumka" Kiev 1974.
5. Matveyev P.S., Bogdan I.D., Lissenko G.M., "Géophysique et Astronomie II", "Naoukova Doumka" Kiev 1967.
6. Matveyev P.S., "Marées terrestres" "Naoukova Doumka" Kiev 1966.
7. Korba S.N., "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 5 "Naoukova Doumka" Kiev 1973.

VARIATIONS LENTES DES INCLINAISONS DANS LES OBSERVATIONS A LA STATION  
DE SIMFEROPOL (galerie de mine) pour 1963 à 1966.

---

O.V. TCHOUPROUNOVA

Rotation et déformations de marées de la Terre

8 - pp 50-52 - 1976

L'Observatoire gravimétrique de Poltava a commencé l'étude des inclinaisons de marées en Crimée par l'organisation d'une station clinométrique à Simféropol (1,2). Ces observations ont duré 34 mois (septembre 1963 à juillet 1966).

En juillet 1966, les observations à la station de Simféropol ont été arrêtées, les appareils ont été démontés et transportés dans une nouvelle station à Inkerman (près de Sébastopol).

Nous donnerons dans notre travail les courbes de la variation lente de la dérive à la station de Simféropol pour tout le laps de temps des observations. On peut considérer que la dérive sur un court laps de temps est une fonction linéaire du temps. Pour un temps prolongé cette dérive est une fonction complexe de beaucoup de variables avec des termes carrés cubiques et d'ordre plus haut.

Nous donnons sur la figure I les courbes de la dérive pour les deux pendules avec en ordonnées, les moyennes journalières exprimées en secondes d'arc. Les laps de temps pendant lesquels il n'y a pas eu d'observations sont comblés par des ordonnées calculées par interpolation linéaire.

Pour le pendule I enregistrant les inclinaisons dans la direction nord-sud on a pris la direction nord comme positive. Pour le pendule M. enregistrant les inclinaisons dans la direction est-ouest on a pris la direction ouest comme positive. En examinant ces courbes nous verrons qu'à chacune d'elles, outre le facteur linéaire, s'ajoute encore une partie périodique.



Il faut chercher la cause de ces inclinaisons aussi bien dans des erreurs de caractère instrumental que dans l'influence des effets indirects, en y incluant aussi les facteurs d'origine tectonique.

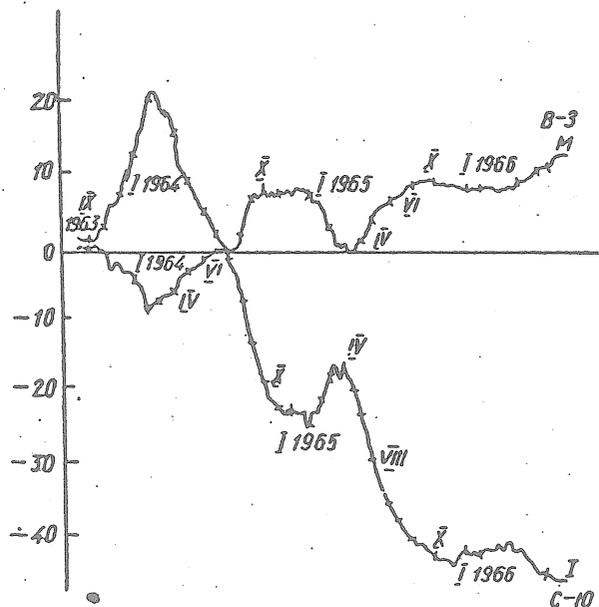


Fig. 1 Courbes de variation de la dérive

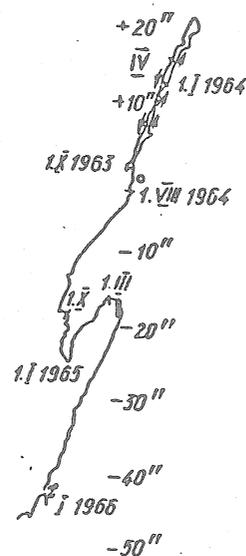


Fig. 2 Diagramme vectoriel

Nous donnons dans la table les vitesses moyennes des pendules par jour par mois. On constate que les pendules se comportent très différemment en atteignant en un certain temps une plus grande vitesse de variation par exemple en janvier 1964 dans la direction du méridien la vitesse atteignait jusqu'à 0,5 par jour et dans la direction perpendiculaire jusqu'à 0,3 par jour. En octobre-novembre 1964 les pendules n'ont presque pas changé leur position du zéro. En moyenne, la vitesse de la dérive est égale à 0,19 par jour (3).

#### BIBLIOGRAPHIE

1. Aksentieva Z.N., Tchouprounova O.V., marées terrestres "Naouka Doumka", Kiev 1966.
2. Tchouprounova O.V., rotation et déformations de marées de la Terre. Publ. 1 "Naoukova Doumka", Kiev 1970.
3. Tchouprounova O.V., Géophysique et Astronomie "Naouka Doumka" Kiev, II, 1967.

## MAREES DES MERS AUSTRALO-ASIATIQUES

K.T. Bogdanov

Travaux de l'Institut d'Océanologie

Questions d'océanologie physique, Tome LXVI, pp. 59-65, Moscou 1963.

Les marées des mers Australo-Asiatiques (Andaman, Chine du Sud, Soulou, Célèbes, Java, Banda, Timor et Arafura) ont été peu étudiées bien qu'elles jouent un rôle très important en navigation et qu'elles ont une grande valeur pratique. La hauteur des marées atteint en certains endroits de cette région huit mètres et plus mais le caractère des variations diffère sensiblement d'un point à un autre. On n'a à présent qu'un nombre extrêmement faible de travaux généraux sur les marées de ces mers.

Le premier travail dédié aux marées et aux courants de marées des mers de l'archipel malais est dû à la plume du lieutenant de la flotte russe I.I. Isliamova publié en anglais à Jakarta en 1897. Ce travail est basé sur des données peu nombreuses mais présente un intérêt historique. Au cours des dernières années, quelques travaux ont encore paru tel le chapitre sur les marées dans le livre de Van der Stock (1922) dans lequel on trouve les lignes cotidales pour certains rivages. En 1933 Ogura a publié des cartes cotidales des composantes  $M_2$  et  $K_1$  pour la partie est de l'archipel en excluant les mers de Timor et Arafura. Le travail de Dietrich (1944) qui donne les cartes cotidales de  $M_2$  et  $K_1$  pour toute la surface des mers Australo-Asiatiques et les caractéristiques des marées près de leurs rives est le dernier et le plus complet.

Le défaut de tous ces travaux est la méthode imparfaite et désuète de création de cartes cotidales qui ont été construites sans étudier ni tenir compte de la propagation des ondes dans la mer ouverte principalement d'après la variation des heures cotidales sur les rivages.

Ceci explique partiellement le fait que les cartes cotidales de Van der Stock et Ogura ne sont construites que pour la partie de la surface où la propagation des ondes de marée a un caractère simple.

Dans une série de cas la propagation des ondes de marées indiquée sur les cartes cotidales ne correspond pas à la répartition montrée par les données observées et dans d'autres cas la propagation des ondes de marée est donnée de façon très imprécise.

L'augmentation du nombre d'observations sur les rives et dans les nombreuses îles et l'élaboration d'une méthode plus moderne ont donné la possibilité d'établir des cartes plus précises et de combler les lacunes existantes.

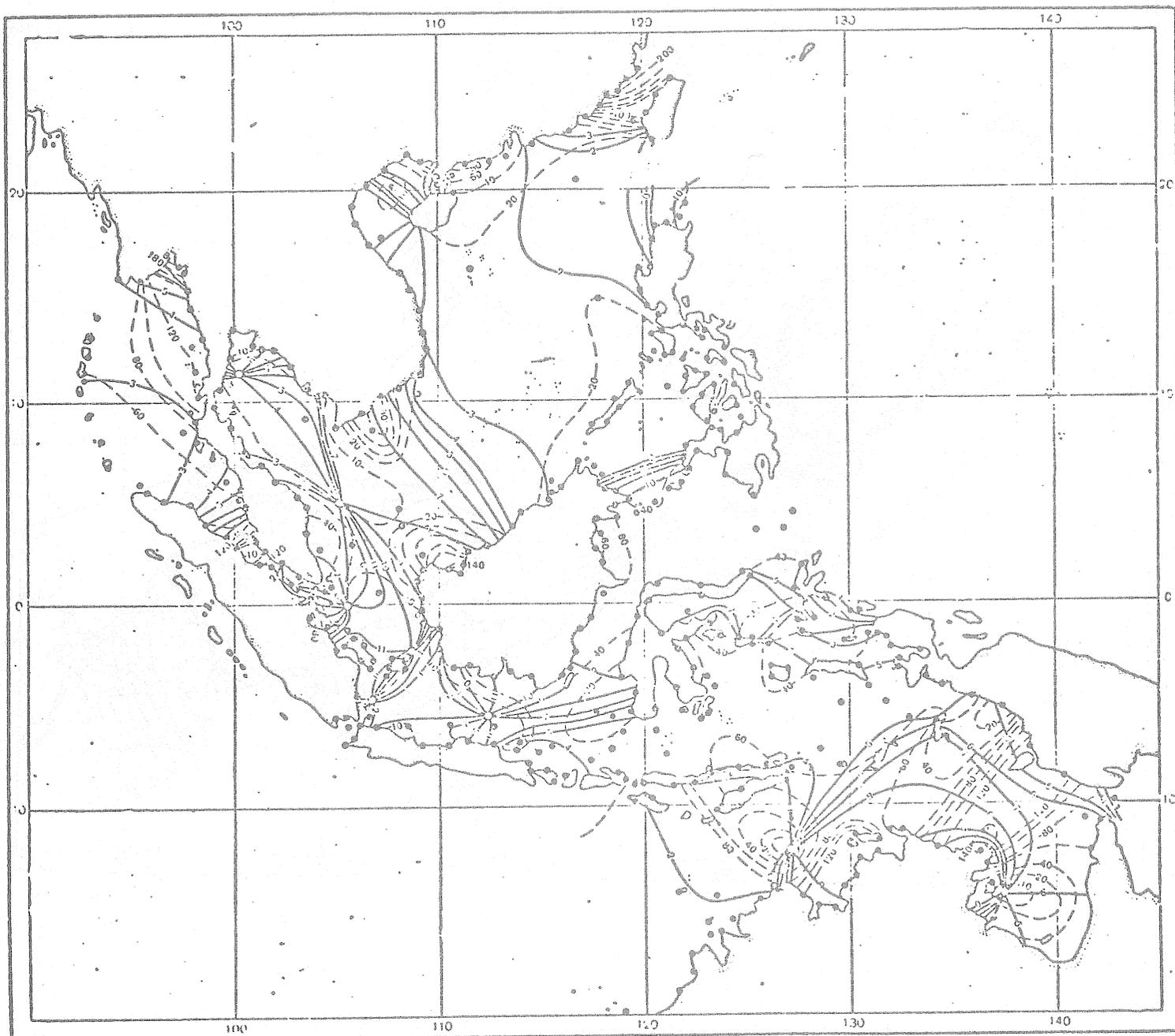
Dans ce travail nous utilisons la méthode des isohypses (Timonov 1959) employée à maintes reprises précédemment pour établir les cartes cotidales des différentes mers. Cette méthode garantit une précision assez élevée (Bogdanov 1961).

Les mers Australo-Asiatiques sont une région idéale pour l'application de la méthode des isohypses : une surface de mers relativement petite, une grande étendue de rivages et une très grande quantité d'îles créent des conditions excellentes pour son application. Nous avons utilisé les constantes harmoniques des quatre composantes principales  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$  et  $O_1$  en sept cent cinquante points répartis sur les rivages et dans de nombreuses îles de la surface étudiée. Ces indications ont été tirées de différentes sources étrangères (éditions du Bureau Hydrographique International, Tables de marées d'Amirautés et autres). Elles ont été ramenées à un seul système de calcul des angles de position. Pour faciliter la comparaison avec d'autres cartes et d'autres régions de l'océan mondial, tous les calculs et l'établissement des cartes cotidales ont été faits en temps solaire du méridien de Greenwich. Le calcul préliminaire des hauteurs du niveau pour chaque composante a été fait pour des conditions astronomiques moyennes où les corrections qui tiennent compte de l'époque de culmination de la Lune, de sa déclinaison et de sa parallaxe sont  $B = 1$ ,  $b = 0$ ,  $C = 1$  et  $c = 0$ .

Les hauteurs précalculées pour chaque heure en tous les points ont servi de base pour établir les cartes d'isohypses de la surface instantanée du niveau. A leur tour, les cartes d'isohypses des composantes des ondes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$  et  $O_1$  ont constitué la base pour l'établissement de nouvelles cartes cotidales qui ont été publiées précédemment dans les rapports de l'Académie des Sciences d'URSS (K.T. Bogdanov et V.P. Nefediev, 1961, 1962).

Les valeurs des constantes harmoniques  $H$  (semi-amplitude de l'onde) ont servi pour l'établissement des amplitudes. Les cartes d'amplitudes ont été établies par interpolation linéaire des valeurs  $H$  en tenant compte des valeurs nulles aux points amphidromiques. Les cartes établies de cette façon ont été amalgamées avec les cartes cotidales correspondantes. Dans ce processus on a rencontré d'importantes difficultés dans l'interprétation de la propagation des ondes de marées déterminées par la grande complexité du phénomène examiné.

Les figures 1 à 4 présentent les nouvelles cartes cotidiales des ondes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$  et  $O_1$ . On constate que les marées entrent dans le bassin par l'Est - à partir de l'océan Pacifique et par l'Ouest et le Sud depuis l'Océan Indien, ce qui produit une interférence.



**Fig. 1** Carte cotidiale pour l'onde  $M_2$  (les lignes pointillées indiquent les isoamplitudes  $H$ ; les points indiquent la position des points où les constantes harmoniques sont connues).

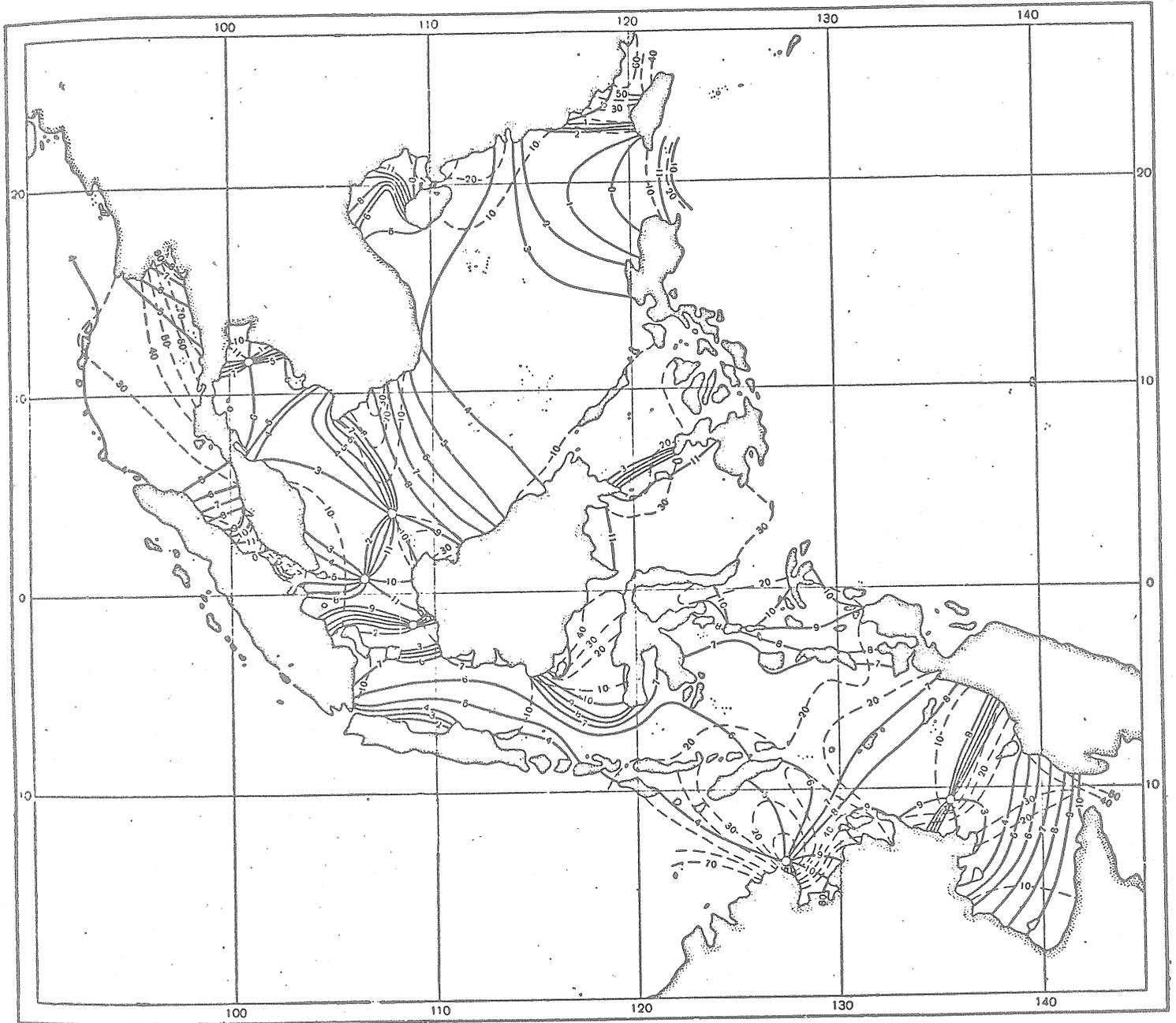


Fig. 2 Carte cotidiale de l'onde  $S_2$  (les lignes pointillées donnent les isoamplitudes H)

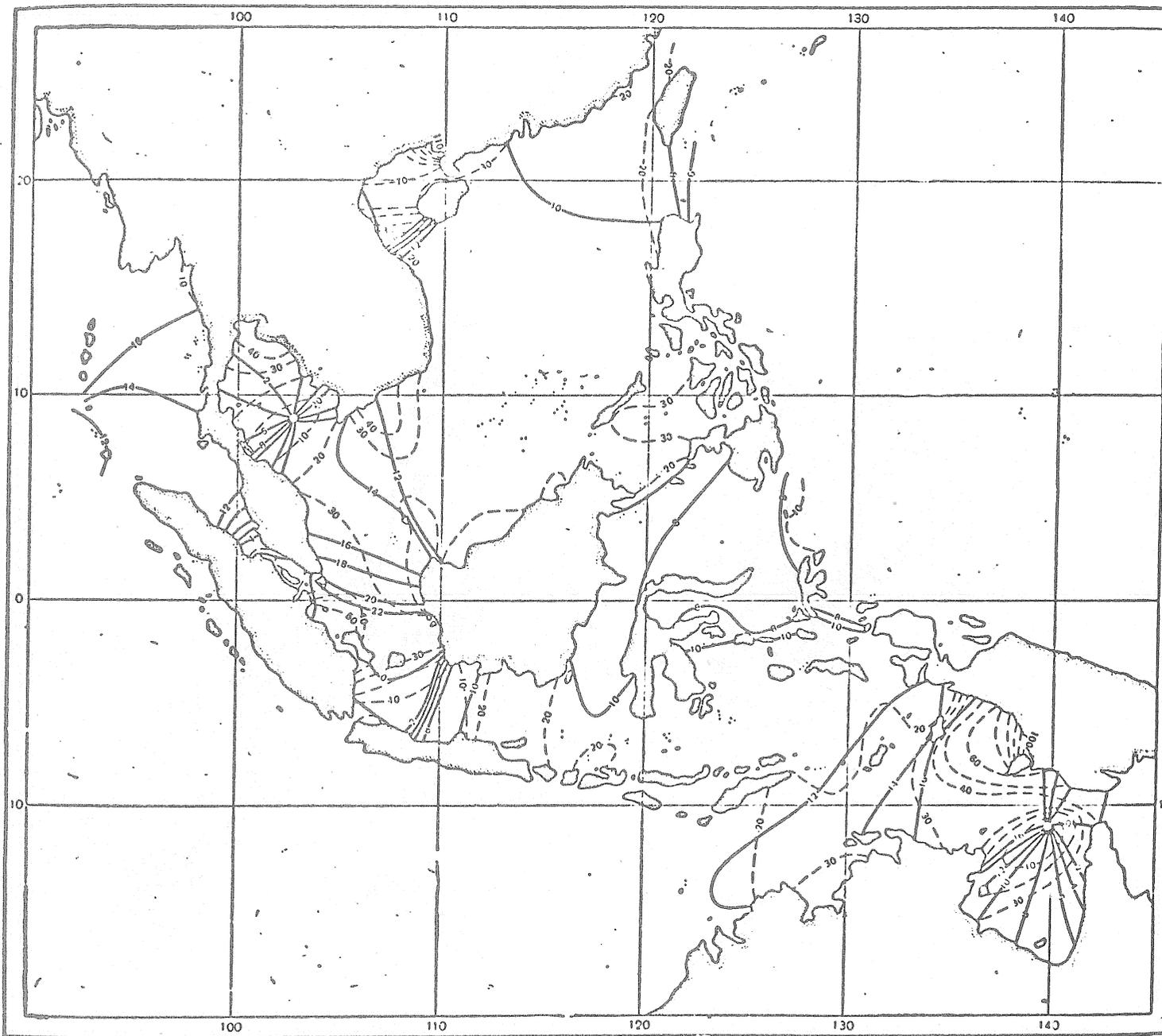


Fig. 3 Carte cotidiale de l'onde  $K_1$  (les lignes pointillées indiquent les isoamplitudes H).

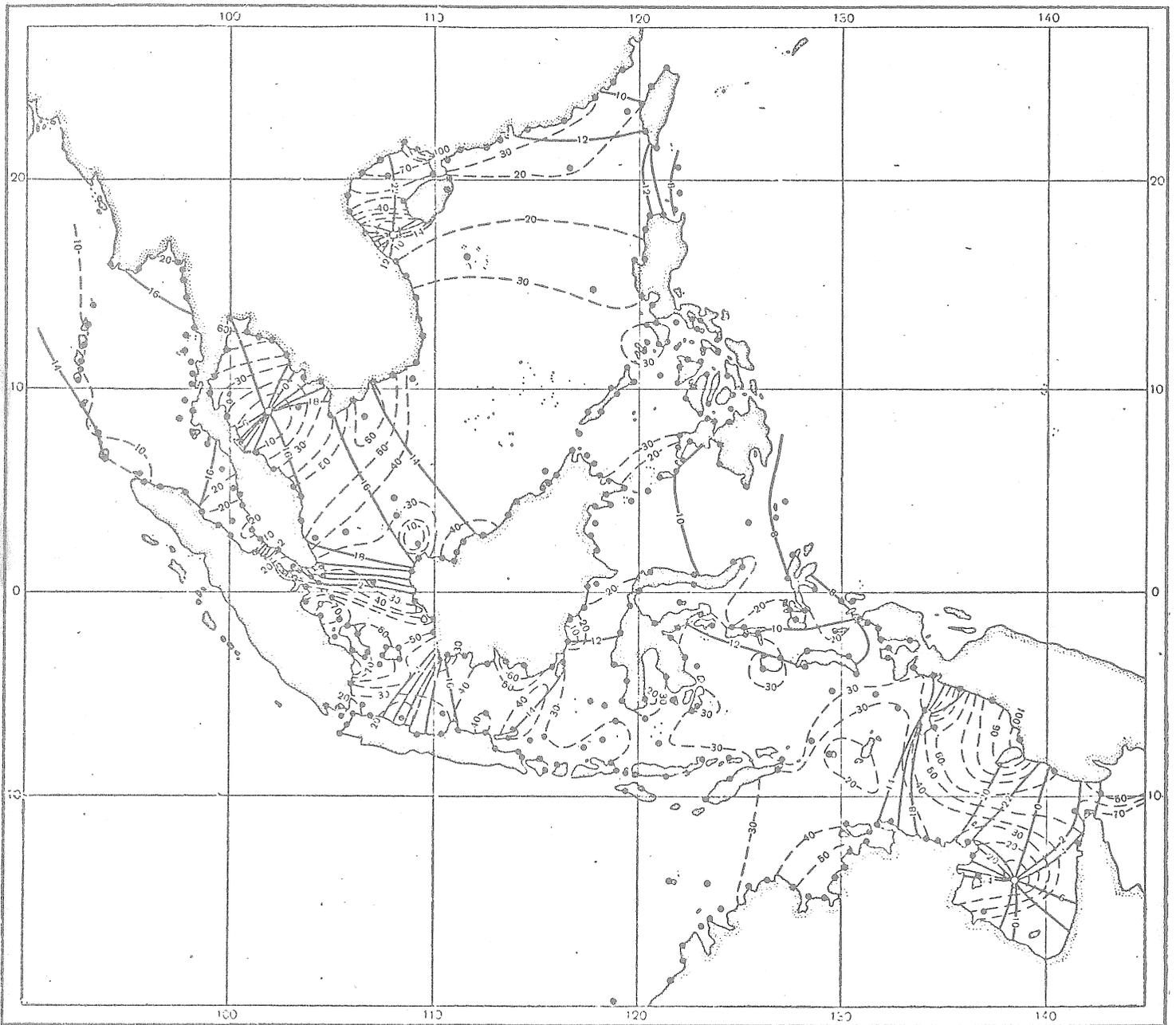


Fig. 4 Carte cotidiale de l'onde  $O_1$  (les lignes pointillées indiquent les isoamplitudes  $H$ ).

Cette circonstance de même que la forme complexe des mers, les chutes brusques des profondeurs, la grande quantité de golfes et de détroits créent des conditions complexes pour la propagation des ondes de marées dans les limites de la surface d'eau étudiée. Sur les cartes cotidales on trouve une grande quantité de systèmes amphidromiques et une répartition irrégulière des lignes cotidales. On constate que les phénomènes de marées dans les mers Australo-Asiatiques sont déterminés dans une très grande mesure par les ondes de marées entrant dans le bassin du côté des océans Indien et Pacifique, cependant il ne faut pas négliger les faibles variations propres déterminées par l'action directe des forces génératrices luni-solaires. Les dimensions de mers comme celle de Java, de Chine du Sud et d'Arafura sont assez grandes pour que des mouvements de marées sensibles puissent être induits par ces forces génératrices.

Le calcul montre que les amplitudes maximales de la marée déterminées par les forces luni-solaires atteignent 8 cm.

La présence d'une grande quantité de systèmes amphidromiques témoigne de ce que les marées des mers Australo-Asiatiques ont une composante verticale importante. La rotation des systèmes amphidromiques suivant des directions opposées dans un même hémisphère témoigne de ce que les systèmes amphidromiques sont déterminés dans une grande mesure par l'interférence et l'addition d'ondes progressives qui se meuvent dans différentes directions. Il n'y a que dans la mer de Chine du Sud que les ondes de marées s'approchent dans une certaine mesure du type progressif dans une grande partie de sa surface. Les variations de niveau dans différentes régions des mers Australo-Asiatiques se font en phase opposée l'une par rapport à l'autre, en relation avec la prédominance des variations verticales pour lesquelles la présence de zones de ventre partagées par des systèmes amphidromique est caractéristique.

Outre les traits généraux de la propagation des ondes de marées  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_1$  et  $O_1$ , les cartes cotidales de chaque composante ont leur particularité. Il paraît utile d'examiner en détail et en particulier chaque carte cotidale. La différence générale réside dans le fait que la propagation des ondes de marées semi-diurnes  $M_2$  et  $S_2$  a un caractère très complexe par rapport aux ondes diurnes  $K_1$  et  $O_1$  : dessin plus compliqué des lignes cotidales et grande quantité de systèmes amphidromiques sur les cartes cotidales des ondes semi-diurnes. Dans la table (voir page 62) nous donnons les coordonnées des centres des systèmes amphidromiques relevées sur les cartes cotidales correspondantes.

La validité des nouvelles cartes cotidales et leur précision ont été vérifiées par le calcul des amplitudes pour certains points situés dans des files où les constantes harmoniques de la marée sont connues. Ces points n'ont intentionnellement pas été pris en considération lors de la réalisation des cartes cotidales et certains d'entre eux se trouvent à une distance importante des points les plus proches intervenant dans la réalisation des cartes. Les calculs préliminaires ont été faits aussi bien pour chaque onde en particulier que pour les variations totales du niveau. Les courbes calculées préalablement pour une date déterminée d'après les constantes harmoniques disponibles (aussi bien séparément pour chaque composante de l'onde que pour la somme des quatre ondes) et d'après les valeurs des constantes harmoniques relevées sur les nouvelles cartes cotidales correspondent bien l'une avec l'autre.

TABLE

## Coordonnées des centres des systèmes amphidromiques

N° P/P	Onde	Indi- ce	Coordonnées		N° P/P	Onde	Indi- ce	Coordonnées			
			φ	λ				φ	λ		
1	M <sub>2</sub>	A	11°25' c. ш.	100°15' в. д.	11	S <sub>2</sub>	B	1°00' c. ш.	106°30' в. д.		
2		Б	5 10	105 10				Г	1 25 ю. ш.	109 00	
3		В	0 00 ю. ш.	105 30				Д	13 28	127 15	
4		Г	2 07	108 31				Е	10 30	135 30	
5		Д	4 44	106 30				K <sub>1</sub>	А	17 30 c. ш.	108 00
6		Е	5 35	112 30					Б	9 00	102 00
7		Ж	12 00	127 00					В	14 00 ю. ш.	138 40
8		З	14 30	137 30					O <sub>1</sub>	А	9 00 c. ш.
9	S <sub>2</sub>	А	11 45 c. ш.	100 45	Б	10 50 ю. ш.	139 40				
10		Б	40 10	107 50							

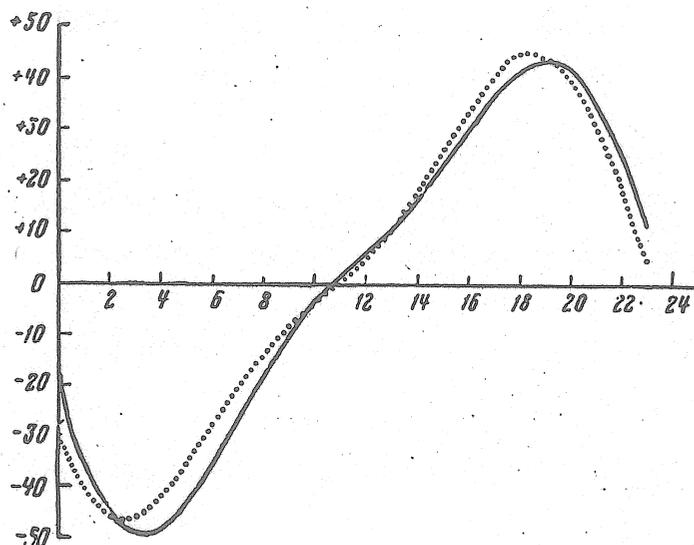


Fig. 5 Courbes de l'allure journalière du niveau calculées d'après les constantes harmoniques existantes (ligne continue) et d'après les constantes harmoniques relevées sur les cartes cotidales (ligne pointillée) pour le point  $\phi = 11^{\circ}27' N$ ,  $\lambda = 114^{\circ}19' E$ .

Nous donnons sur la figure 5 un exemple pour le point ( $\phi = 11^{\circ}27' N$ ,  $\lambda = 114^{\circ}19' E$ ), choisi parmi quelques exemples analogues des calculs préliminaires de contrôle qui caractérise la similitude entre les courbes du niveau calculées d'après les constantes harmoniques effectives de la marée et d'après les valeurs relevées sur les cartes cotidales.

C'est un contrôle indépendant de la précision des nouvelles cartes cotidales qui indique que leur précision est suffisamment élevée et qu'on peut les recommander pour les calculs pratiques des hauteurs du niveau de la marée dans la mer ouverte, dans les îles et la côte, là où il n'y a pas de constantes harmoniques connues.

Pour calculer la hauteur du niveau à n'importe quelle date en n'importe quel point de la surface étudiée il faut relever pour le point donné, sur chaque carte cotidale la valeur des angles de position  $g^h$  exprimée en heures et la valeur des amplitudes  $H$  en cm. L'angle de position de chaque onde, exprimé en degrés  $g^{\circ}$ , se détermine d'après les formules  $g^{\circ} = 30 g^h$  pour les ondes semi-diurnes et  $g^{\circ} = 15 g^h$  pour les ondes diurnes. Les valeurs des angles de position  $g^h$  peuvent être relevées des cartes cotidales avec une précision allant jusqu'à des dixièmes d'heure.

Les constantes harmoniques ainsi obtenues constituent les données de départ du calcul de la hauteur du niveau d'après le schéma connu du calcul préliminaire des marées par la méthode de navigateur.

Les nouvelles cartes cotidales données dans ce travail diffèrent sensiblement des cartes plus anciennes d'Ogura et Dietrich. On y donne une autre interprétation de la propagation des ondes de marées et une série de nouveaux systèmes amphidromiques qui n'avaient jamais été notés précédemment. La sûreté des nouvelles cartes est confirmée par toute une série d'observations effectives.

Les cartes des isoamplitudes donnent la possibilité de calculer le caractère des marées. Pour le centre de chaque carré on a relevé les valeurs interpolées des amplitudes  $H$ . Le caractère des marées a été calculé d'après la formule

$$\frac{H(K_1) + (H(O_1))}{H(M_2)}$$

On a établi (fig. 6) ensuite la carte du caractère de la marée en conformité avec les critères numériques de la classification de A.I. Douvanine (0,5; 2,0; 4,0).

On constate que des marées des quatre types les semi-diurnes irrégulières prédominent. Les marées diurnes et diurnes irrégulières prédominent dans les régions des centres des systèmes amphidromiques des composantes semi-diurnes des ondes et occupent une petite surface en comparaison avec les marées des autres types.

C'est en fonction de la répartition des marées de différents types que leur variabilité dans le temps apparaît différemment.

Dans les régions de prédominance des marées semi-diurnes et semi-diurnes irrégulières c'est à dire sur une grande partie de la surface l'inégalité de phase des marées joue un grand rôle. Les grandes amplitudes s'observent dans les périodes de nouvelle et pleine lune (marées de syzygies) et les petites amplitudes s'observent dans les périodes de quadrature.

Dans les régions de prédominance des marées diurnes et diurnes irrégulières l'inégalité tropique a une grande importance, elle dépend de la déclinaison de la Lune et du Soleil. Les plus grandes valeurs des ondes diurnes et

diurnes irrégulières s'observent lors de la grande déclinaison de la Lune (marée tropique) et les petites quand la Lune passe par l'équateur (marée d'équinoxe).

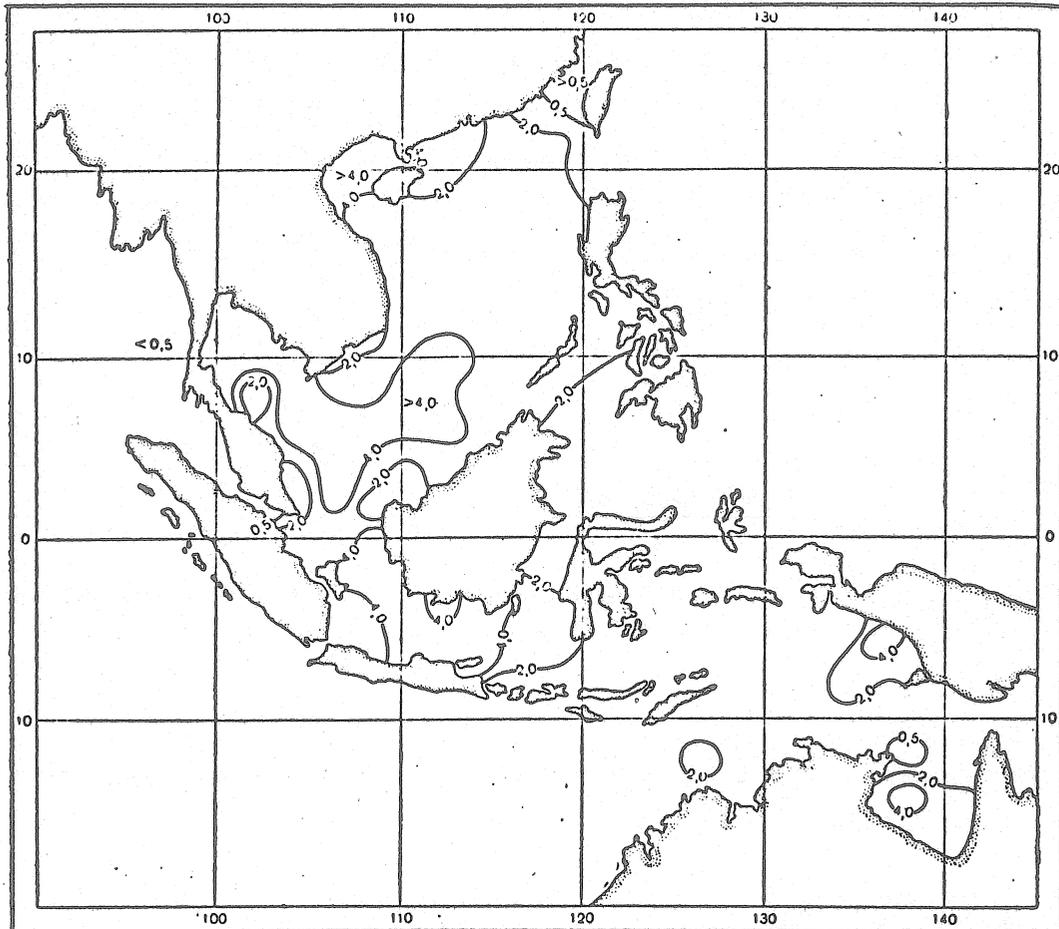


Fig. 6 Carte du caractère des marées (de 0 à 0,5 marée semi-diurne, de 0,5 à 2,0 - marée semi-diurne irrégulière, de 2,0 à 4,0 - marée diurne irrégulière et plus de 4,0 - marée diurne).

Les marées des mers Australo-Asiatiques varient dans de larges limites : d'une valeur de moins d'un mètre dans les régions proches des systèmes amphidromiques jusqu'à 7 m et plus sur le sommet du golfe de Martaban (Birmanie) et sur la rive sud de la mer de Timor. Dans une grande partie de la surface des mers Australo-Asiatiques l'amplitude des marées varie dans les

limites de 1,5 m à 3 m. Il est utile d'en donner les valeurs maximales possibles puisque ces indications sont données dans l'atlas des mers T. II et avec les constantes harmoniques de la marée on peut les calculer d'après les formules connues.

On ne connaît à présent aucune observation sur les courants de marée dans les parties ouvertes des mers de la surface étudiée. On n'a apparemment pas de données. Mais dans les détroits et les rétrécissements où les courants de marées sont tellement forts qu'ils exercent une influence importante sur la navigation il y a des constantes harmoniques sûrement précises des courants de marées. Sur la base de ces données pour les endroits les plus dangereux du point de vue de la navigation on a établi des tables des courants de marées qu'on utilise largement pour la navigation dans de telles régions.

#### BIBLIOGRAPHIE

Bogdanov K.T., Sur la précision d'établissement de cartes cotidales par la méthode des isohypses. Trav. de TO H. Publ. 57. 1961.

Bogdanov K.T. et Nefediev V.P., Nouvelles cartes cotidales des ondes de marées semi-diurnes ( $M_2$  et  $S_2$ ) des mers Australo-Asiatiques. Rapp. de l'Ac. des Sc. d'URSS. T. 141, N° 5. 1961.

Bogdanov K.T. et Nefediev V.P., Nouvelles cartes cotidales des ondes de marées diurnes ( $K_1$  et  $O_1$ ) des mers Australo-Asiatiques. Rapp. de l'Ac. des Sc. d'URSS. T. 144. N° 5, 1962.

Timonov V.V., Sur l'analyse cinématique des marées. Trav. de TO H. Publ. 37, 1959.

## IMPROVED TIDAL FILTERS

by

G. Jentzsch

Institute for Geophysical Sciences  
of the Free University of Berlin

## 1. Introduction

The tidal filters used up to the present are of a relatively simple design, i.e. the filter weights are confined to  $\pm 1$  or 0 (PERTSEV 1959) and/or the functions are very short (VENEDIKOV 1966a, 1966b). All this makes the transmitting properties not ideal: The sharpness of roll-off and the attenuation of the non-tidal spectrum is insufficient to adjust the informative contents of the time series to the theoretical tides. For this reasons, improved filters will be proposed in the following.

## 2. Development of numerical band-pass filters

Computation of filter operators of the ORMSBY-type (ORMSBY 1961) is done through giving a proposed characteristic in the frequency range and retransformation in the time range (equ. 1). This retransformation is done analytically and for different

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

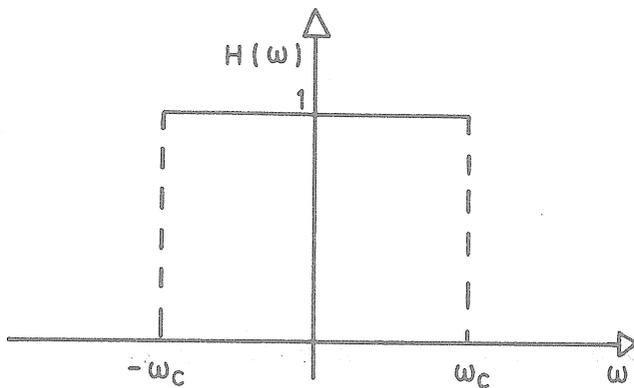
(1)

$h(t)$  - filter function

$H(\omega)$  - frequency function

spectral sections from the succession of which the frequency function is composed. The parameters are the respective cut-off frequencies.

### 2.1 Low-pass



$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{for } |\omega| \leq \omega_c \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

Fig. 1: Low-pass filter

Transformation yields

$$h_L(t) = \frac{1}{\pi \cdot t} \sin(\omega_c \cdot t) \quad \text{for } t \neq 0$$

$$h_L(0) = \frac{1}{\pi} \omega_c$$

(2)

with  $\omega_c$  as cut-off frequency

## 2.2 Band-pass

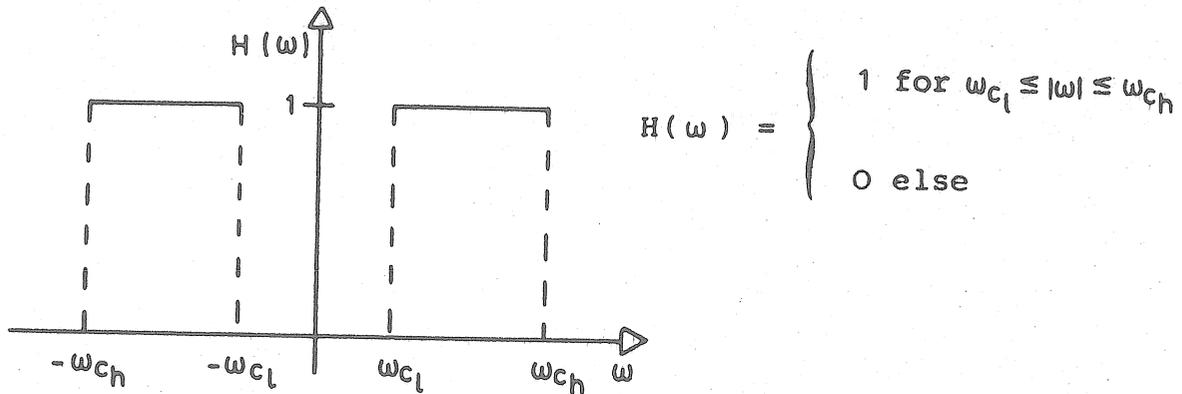


Fig. 2: Band-pass filter

Transformation yields

$$h_B(t) = \frac{1}{\pi \cdot t} \left\{ \sin(\omega_{c_h} \cdot t) - \sin(\omega_{c_1} \cdot t) \right\}$$

and

$$h_B(0) = \frac{1}{\pi} (\omega_{c_h} - \omega_{c_1})$$

(3)

with  $\omega_{c_1}$  as low and  $\omega_{c_h}$  as high cut-off frequency

## 2.3 Slope low-pass

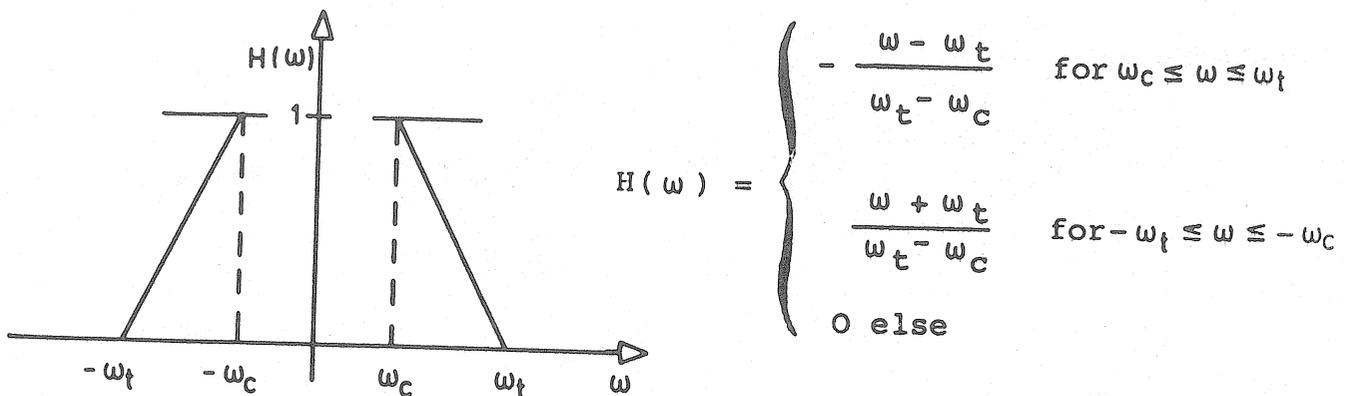


Fig. 3: Slope for low-pass filter

Transformation yields

$$h_{SL}(t) = \frac{1}{\pi(\omega_t - \omega_c)t^2} \left\{ \cos(\omega_c \cdot t) - \cos(\omega_t \cdot t) \right\} - \frac{1}{\pi \cdot t} \sin(\omega_c \cdot t)$$

for  $t \neq 0$

and

(4)

$$h_{SL}(0) = \frac{1}{2\pi} (\omega_t - \omega_c)$$

with  $\omega_c$  as cut-off frequency

and  $\omega_t$  as filter termination roll-off frequency

#### 2.4 Slope high-pass

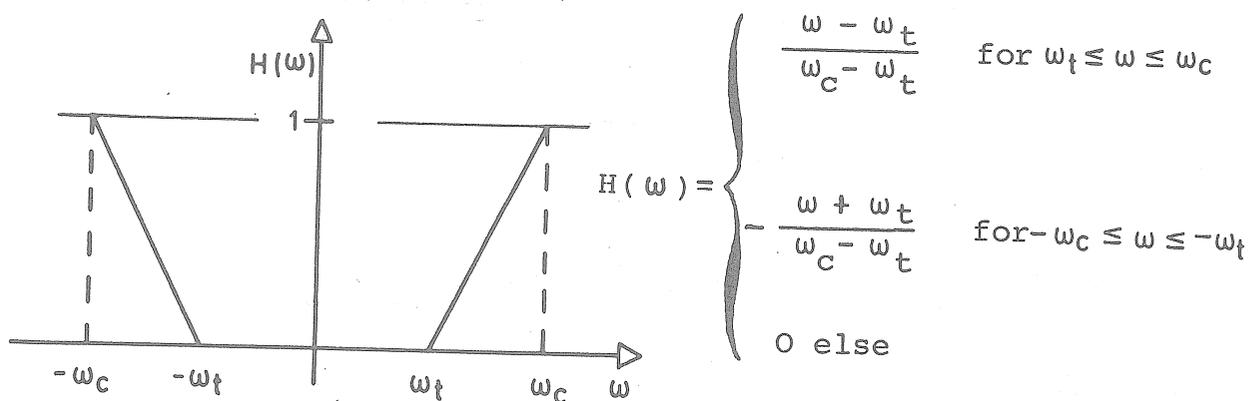


Fig. 4: Slope for high-pass filter

Transformation yields

$$h_{SH}(t) = \frac{1}{\pi(\omega_c - \omega_t)t^2} \left\{ \cos(\omega_c \cdot t) - \cos(\omega_t \cdot t) \right\} + \frac{1}{\pi \cdot t} \sin \omega_c \cdot t$$

for  $t \neq 0$

and

(5)

$$h_{SH}(0) = \frac{1}{2\pi} (\omega_c - \omega_t)$$

with  $\omega_c$  as cut-off frequency

and  $\omega_t$  as filter termination roll-off frequency

## 2.5 Treatment of the different sections

Fig. 5a shows a characteristic that has been composed of these different spectral sections. Apart from the GIBBS-phenomenon, the over-oscillation of the Fourier series at a discontinuity, the time function of the spectral presentation is dependent only on  $T < \infty$  : The finite length of the time operator leads to undulations of the frequency function obtained by Fourier transformation of the filter function calculated for  $t \in [-T, T]$ .

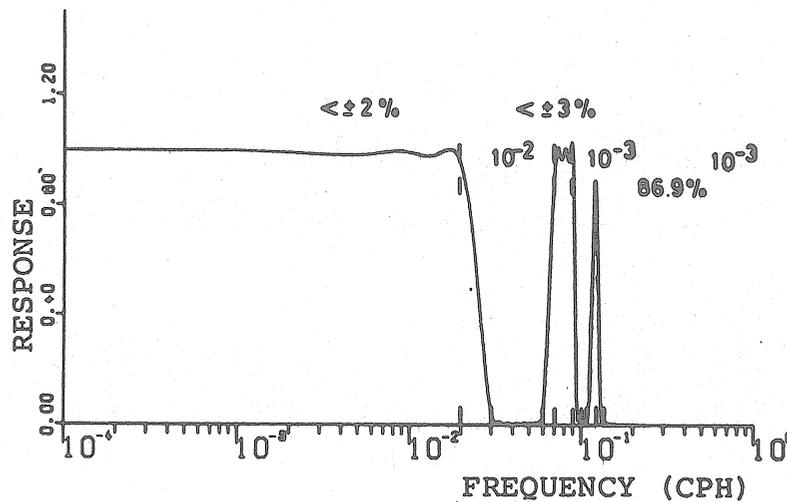


Fig. 5a: Combination of different sections to produce low-pass, band-pass, and spike-filter; undulations in pass-bands  $\leq \pm 2\%$  and  $\leq \pm 3\%$  respectively, attenuation  $10^{-2}$  to  $10^{-3}$ ; spike is shortened to 86.9%. Cut-off frequencies are marked by vertical broken lines.

In order to reduce this effect, the time function is, therefore, again multiplied by the HANNING data window; this corresponds to the folding of the filter function with the Fourier transform of this data window and results in the smoothing:

$$W_H(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \frac{\pi \cdot t}{T} \right) & \text{for } |t| \leq T \\ 0 & \text{for } |t| > T \end{cases} \quad (6)$$

Fig. 5b shows the smoothed characteristic of Fig. 5a. The undulation is smaller by one order of magnitude and the side lobes are strongly suppressed. Thus, however, the amplitude of the band reject section is reduced from .87 to .77.

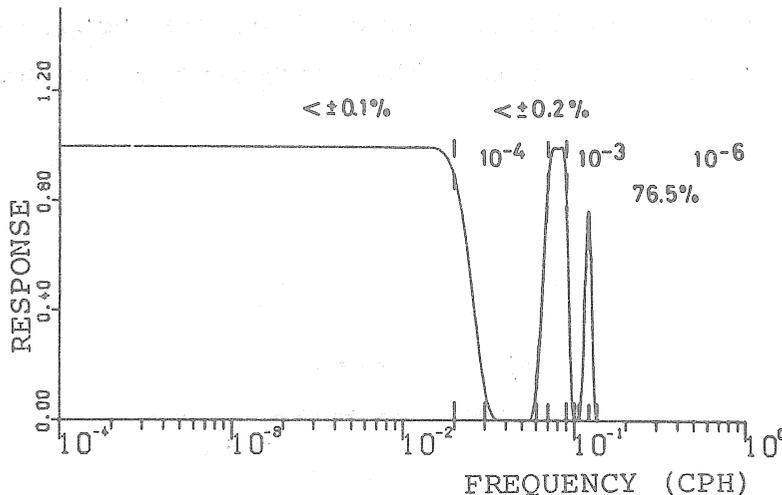


Fig. 5b: Frequency function of Fig. 5a after folding by HANNING data window. Note smaller undulations and better attenuation, but reduction of spike to 76.5%.

## 2.6 Discussion of filter properties

In the beginning and at the end of the interval to be filtered data sections of half the operator length get lost since in these places, the operator is not fully available. This is especially disadvantageous in the case of very long time operators.

By means of the predominating periodicities of tidal records, this drawback can be reduced: by a re-normalization of the filter weights for use in the beginning and at the end of the data set, the mean value of the filter function is not changed (for the band-pass, the mean value is 0, for the low-pass 1). This reduces the total loss of data to about 20% of the operator length. It may be generally said: the deeper the cut-off frequency and the sharper the slope, the longer the time function of the filter. Statements, however, can be made only in special cases: in the case of low-pass undulations occur in the pass-band amounting to about .25%, when

$$L \approx \frac{5}{f_c}$$

L being the operator length

and 
$$\frac{f_c}{f_\Delta} \approx 3$$

with  $f_c$  being the cut-off frequency of the transmission range and  $f_\Delta$  the difference between the attenuation from -3dB to -40dB.

### 2.7 Tidal filters

By means of the provided frequency sections filter operators were constructed for the diurnal and semi-diurnal tidal bands. Fig. 6 gives the frequency functions, Table 1 contains the data. The operators can be used separately as well as together.

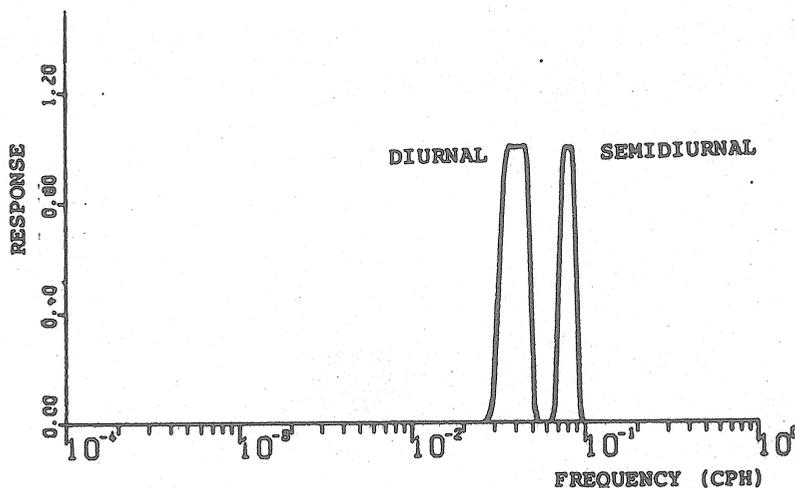


Fig. 6: Frequency functions of two tidal filters (diurnal and semi-diurnal). Data see Table 1. Error in transmission range less than .2%.

Tab. 1: Properties of the two tidal filters ( $F_S$ -semi-diurnal,  $F_D$ -diurnal), the upper line indicating the input frequencies, the lower line resulting frequencies due to finite length (attenuation from -3dB to -40dB). (from JENTZSCH 1977)

Filter	roll-off frequency [cph]	band-pass		roll-off frequency [cph]	length of operator [h]	attenuation	
		$f_1$ [cph]	$f_2$ [cph]			filtered tides	else
$F_S$	0.067	0.072	0.089	0.092	$\pm 150$	$10^{-5}$	$10^{-6}$
	0.065	0.068	0.088	0.096			
$F_D$	0.030	0.034	0.048	0.050	$\pm 250$	$10^{-5}$	$10^{-6}$
	0.027	0.033	0.049	0.054			

### 3. Results

Figs. 7, 8a and 8b present the frequency functions of the filters after PERTSEV and VENEDIKOV. A comparison shows: The attenuation near to tidal bands is much worse, i.e. large energy portions of non-tidal frequencies are allowed to pass.

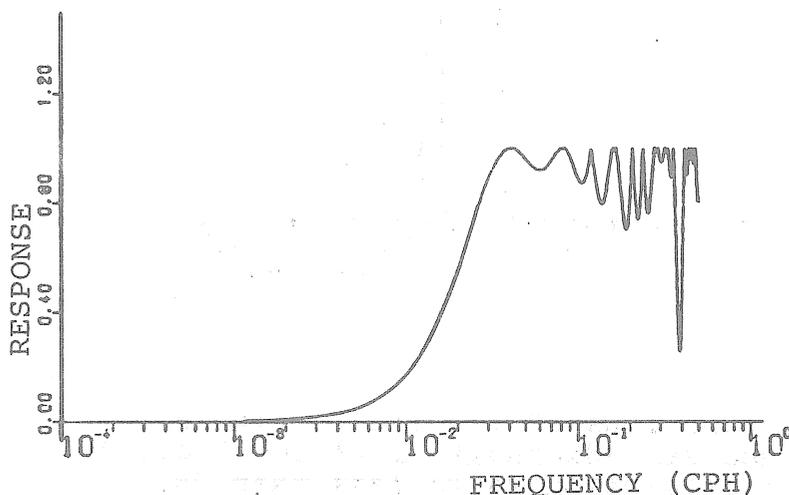


Fig. 7: Frequency function of the PERTSEV-filter (1959) as band-pass. Note poor attenuation of non-tidal frequencies.

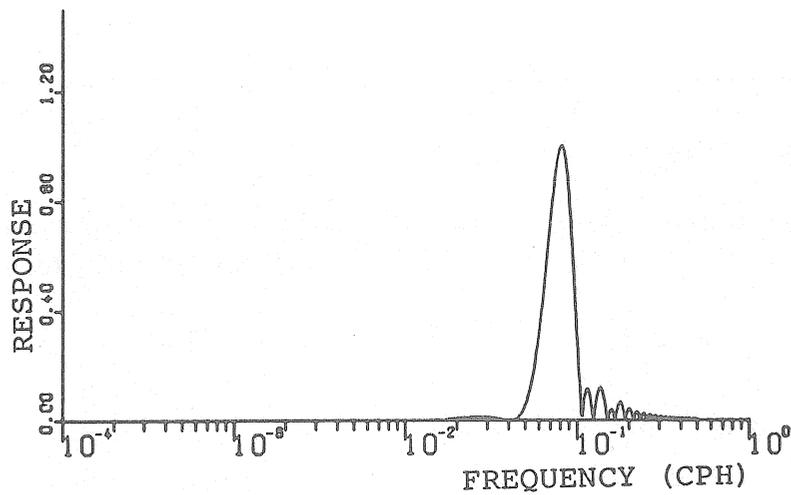


Fig. 8a: Frequency function of the semi-diurnal filter of VENEDIKOV (1966b) (normalized); attenuation of diurnal tides about  $10^{-3} \dots 10^{-4}$  and high frequency noise of about  $2 \cdot 10^{-1} \dots 10^{-2}$

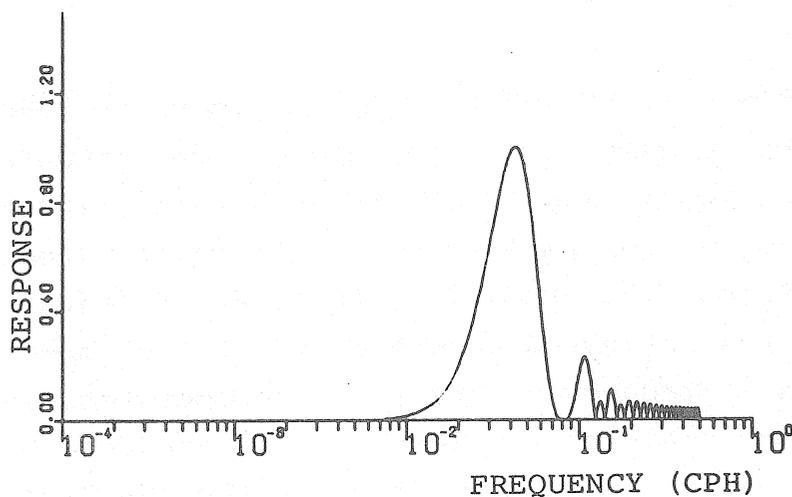


Fig. 8b: Frequency function of the diurnal filter of VENEDIKOV (1966b) (normalized); attenuation of semi-diurnal tides about  $3 \cdot 10^{-4} \dots 10^{-4}$  and high frequency noise of about  $5 \cdot 10^{-1}$

Tab. 2:  $M_0$  after CHOJNICKI for differently filtered time intervals; the two years' analysis interval contains only selected parts of mainly undisturbed sequences; filtered denotes the application of the ORMSBY-type band-pass filters; I, II indicate steps of processing: before and after PERTSEV-filtering (from FLACH et al. 1975).

$M_0$ [ $\cdot 10^{-3}$ ]	EW						NS					
	1972		1973		1972/73		1972		1973		1972/3	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
not filtered	24.87	2.17	43.19	1.98	37.91	2.20	19.30	1.01	40.65	1.28	41.92	.98
filtered												
filtered semi-diurnal	.71	.54	.73	.56	-	-	.48	.37	.57	.45	-	-
dirunal	3.08	2.01	2.92	1.76	-	-	1.29	.91	1.77	1.15	-	-

This is important especially for tiltmeter data: Tab. 2 contains the values of  $M_0$  (after CHOJNICKI 1972) for analysis of filtered and non-filtered data of the same records. It is conspicuous that the adjustment of the tidal model for filtered data is, from the beginning, better than for not-filtered data.

#### 4. Conclusions

These results show that the application of improved tidal filters leads to a better adjustment of the informative contents of the data to the tidal model. The tidal parameters calculated from that time series are more reasonable than the parameters coming from time series filtered with PERTSEV or VENEDIKOV-filters. The disadvantage of the increased length of the filter operator in the loss of data is reduced to about 20% of operator length which is only about the double of the loss of data produced by PERTSEV-filtering. Especially in the case of noisy records (i.e. tilt measurements) the use of these improved tidal filters is highly recommended.

## 5. Acknowledgements

The results presented here were obtained within the framework of the working group "Earth Tides" at the Institute for Geophysics of the Technical University of Clausthal. These studies were supported by the Deutsche Forschungsgemeinschaft.

## 6. References

- Chojnicki, T., 1972: Détermination des paramètres de marée par la compensation des observations au moyen de la méthode de moindres carrés - Publications of the Institute of Geophysics, Polish Academy of Sciences, Vol. 55.
- Flach, D., W. Große-Brauckmann, K. Herbst, G. Jentzsch & O. Rosenbach, 1975: Ergebnisse von Langzeitregistrierungen mit Askania-Bohrlochneigungsmessern - Vergleichende Analyse hinsichtlich der Gezeitenparameter und lang-periodische Anteile sowie instrumentelle Untersuchungen. - Deutsche Geodät. Komm., Reihe B, Nr. 211, 72-95.
- Jentzsch, G., 1977: The analysis of tidal constituents by selective filtering. - 8th Int. Symp. on Earth Tides, Bonn.
- Ormsby, J.F.A., 1961: Design of numerical filters with applications to missile data processing. - J. Assoc. Computing Mach., 8/40.
- Pertsev, B.P., 1959: The calculation of zero point drift during observations on elastic tides. - Izv. Geophys.
- Venedikov, A.P., 1966a: Une méthode pour l'analyse des marées terrestre à partir d'enregistrements de longueurs arbitraires. - BIM, 43, 1687 ff.
- Venedikov, A.P. 1966b: Sur la constitution de filtres numériques pour le traitement des enregistrements des marées terrestres. - Bull. Acad. Roy. Belg., 76, 827-845.

SUR L'INFLUENCE DES HETEROGENEITES HORIZONTALES DU MANTEAU SUR LES  
AMPLITUDES DES ONDES DE MAREES

S.M. Molodenskii

Physique de la Terre, 2, pp. 3-8, 1977

Dans l'approche de la théorie statique des marées on envisage le problème de la recherche des amplitudes des ondes de marées aux différents points de la surface de la Terre en présence d'hétérogénéités horizontales du manteau. Les déformations de marées de la surface de la Terre et la variation du potentiel sont représentées par des décompositions en fonctions sphériques; les coefficients de décomposition orthogonaux sont en relation avec les valeurs des hétérogénéités horizontales de la densité et des paramètres de Lamé à différentes profondeurs.

Les mesures actuelles des marées de la pesanteur sur de grands territoires mettent en évidence une dépendance des facteurs de marées du site d'observation qui ne peut apparemment pas être expliquée par l'influence des marées océaniques {1, 2}. C'est pourquoi l'estimation de l'influence possible des hétérogénéités horizontales de l'enveloppe sur les amplitudes des marées terrestres présente un intérêt.

Le système complet des équations différentielles usuelles tenant compte des effets de l'ordre de l'aplatissement dans une Terre sphériquement non symétrique a été obtenu dans le travail {3}. Dans notre communication on n'envisage que l'influence des hétérogénéités horizontales du manteau sur les amplitudes des déformations de marées et des variations du potentiel à la surface de la Terre dans le cadre de la théorie statique des marées terrestres. Les déviations de la structure de la Terre par rapport à la symétrie sphérique seront considérées comme si faibles qu'il est impossible d'appliquer la méthode des perturbations.

Nous déduirons du système d'équations aux dérivées partielles décrivant les conditions d'équilibre statique de la Terre sphériquement non symétrique, élastique, auto-gravitante :

$$L_i(u, R) = \rho[\nabla_i(R + (u, \nabla V)) - f\nabla_i V] + \nabla_k \sigma_{ik} = 0, \quad (1)$$

où  $u_k$  sont les composantes du vecteur déplacement,  $\rho$  est la densité,  $V$  le potentiel de gravitation,  $R$  la variation du potentiel lors de la déformation;  $f = \nabla_i u_i$  la variation relative de l'élément de volume;  $\sigma_{ik}$  le tenseur des tensions lié aux composantes des déformations par la loi de Hooke :

$$\sigma_{ik} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) + \lambda f \delta_{ik};$$

$R$  satisfait à l'équation de Poisson :

$$\Delta R = 4\pi\kappa[\rho f + (u, \nabla \rho)]; \quad (2)$$

$\lambda$ ,  $\mu$ , sont les paramètres de Lamé;  $\kappa$  est la constante de gravitation. Ici et dans la suite la sommation s'effectue sur les indices.

Dans le cas de la symétrie centrale dans la répartition des paramètres  $\rho = \rho(r)$ ,  $\lambda = \lambda(r)$ ,  $\mu = \mu(r)$  ( $r$  est la distance depuis le centre de la Terre) les équations (1) et (2) se ramènent au système des équations différentielles habituelles par décomposition des solutions en séries de fonctions sphériques. Pour les déformations de marées cette décomposition a la forme suivante :

$$u_i^0 = \sum_{n_0=0}^{\infty} \sum_{m_0=-n_0}^{n_0} \frac{x_i}{r} H_{n_0}(r) Y_{n_0}^{m_0}(\theta, \varphi) + T_{n_0}(r) \nabla_i Y_{n_0}^{m_0}(\theta, \varphi); \quad (3)$$

$$R^0 = \sum_{n_0=0}^{\infty} \sum_{m_0=-n_0}^{n_0} R_{n_0}(r) Y_{n_0}^{m_0}(\theta, \varphi),$$

où  $Y_{n_0}^{m_0}(\theta, \varphi)$  est la fonction sphérique d'ordre  $n_0$ ; les termes d'indices  $n_0 = 2$ ; 3 correspondant aux termes principaux de la décomposition du potentiel générateur de marées en fonctions sphériques sont fondamentaux. En l'absence de symétrie centrale les équations (1) et (2) ne se ramène pas par le même procédé au système complet des équations différentielles habituelles.

Dans le cas du problème des oscillations libres de la Terre U.N. Jarkov et V.M. Loubimov proposent la méthode des perturbations basée sur l'auto-conjugaison du problème aux limites correspondant, à l'aide duquel le calcul de l'influence de faibles hétérogénéités horizontales sur les fréquences propres se ramènent aux quadratures [4]. La méthode proposée en [4] permet de tenir compte de la variation des fréquences des oscillations propres sans trouver les variations correspondantes des fonctions propres. La différence du problème envisagé ici réside dans le fait que dans la suite nous ne nous intéresserons

par contre qu'aux déplacements et à la variation du potentiel à la surface de la Terre c'est à dire à la variation des solutions mêmes des équations de l'élasticité dans des conditions aux limites hétérogènes dans l'approximation de l'équilibre statique. Cependant comme on le montrera plus loin ce problème peut également être résolu par un procédé voisin de celui proposé en {4}.

Nous résoudrons le problème par la méthode des perturbations en considérant les solutions  $u_i^0, R^0$  correspondant à la répartition centrale symétrique des paramètres comme des inconnues. On admet que l'opérateur  $L_i$  subit une faible perturbation  $\delta L_i$  correspondant au passage à la répartition asymétrique des paramètres par les faibles accroissements donnés  $\delta\rho(r, \theta, \phi), \delta\mu(r, \theta, \phi), \delta\lambda(r, \theta, \phi)$ . Les variations correspondantes des solutions (1) et (2) seront données d'une façon analogue à (3) :

$$\delta u_i = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n H_{nm}^*(r) \frac{x_i}{r} Y_n^m(\theta, \varphi) + T_{nm}^*(r) \nabla_i Y_n^m(\theta, \varphi); \quad (4)$$

$$\delta R = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n R_{nm}^*(r) Y_n^m(\theta, \varphi).$$

Pour déterminer les amplitudes observées des marées terrestres il faut calculer à la surface les valeurs de tous les coefficients des décompositions entrant en (4)

En variant les équations (1), (2), nous avons

$$L_i(\delta u, \delta R) + \delta L_i(u^0 R^0) = 0; \quad (5a)$$

$$\Delta(\delta R) = 4\pi\kappa[\delta\rho f_0 + \rho\delta f_0 + (\nabla\rho, \delta u) + (\nabla\delta\rho, u^0)]. \quad (5b)$$

Supposons que  $u_i^j, R^j$  représentent les solutions régulières (au centre de la Terre) des équations non perturbées :

$$L_i(u^j R^j) = 0, \quad (6)$$

$$\Delta R^j = 4\pi\kappa[\rho f^j + (\nabla\rho, u^j)]. \quad (7)$$

Nous multiplierons (5a) par  $u_i^j$ , nous ferons la somme des résultats sur  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) et nous intégrerons sur le volume. Tenant compte de (6) nous obtiendrons

$$\iiint_{(v)} u_i^j \delta L_i(u^0, R^0) d\tau + I = 0, \quad (8)$$

où

$$I = \int \int \int_{(v)} [u_i^j L_i(\delta u, \delta R) - \delta u_i L_i(u', R')] d\tau. \quad (9)$$

A cause de l'auto conjugaison des équations (1) et (2) l'intégrale (9) se ramène à la somme de l'intégrale de volume ne renfermant pas de variations des solutions et de l'intégrale de surface. Cette dernière dans le cas du problème des oscillations libres de la sphère non chargée devient zéro si on pose  $u^j = u^0$ ,  $R^j = R^0$  [5]. Comme nous le montrerons plus loin dans le problème que nous envisageons, l'intégrale de surface peut être exprimée par les variations cherchées des nombres de Love. Après cela, la substitution de (9) en (8) déterminera complètement la solution.

La réduction de (9) à une intégrale de surface se réalise moyennant l'intégration par parties [5] :

$$\begin{aligned} I &= \int \int \int_{(v)} \left[ \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i^j \sigma_{ik}^* - \delta u_i \sigma_{ik}^j) - \sigma_{ik}^* \frac{\partial u_i^j}{\partial x_k} + \sigma_{ik}^j \frac{\partial \delta u_i}{\partial x_k} + \right. \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i^j \psi^* - \rho \delta u_i \psi^j) - \psi^* \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i^j) + \psi^j \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \delta u_i) + \\ &+ \left. \delta u_i \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u^j, \nabla V) - u_i^j \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \delta u, \nabla V) \right] d\tau = \\ &= \int \int_{(S)} (u_i^j \sigma_{ik}^* - \delta u_i \sigma_{ik}^j + \rho u_k^j \psi^* - \rho \delta u_k \psi^j) dS_k + \\ &+ \int \int \int_{(v)} [R^j (\rho f^* + \delta u_i \nabla_i \rho) - \delta R (\rho f^j + u_i^j \nabla_i \rho)] d\tau, \end{aligned} \quad (10)$$

où

$$\sigma_{ik}^* = \mu \left( \frac{\partial \delta u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial \delta u_k}{\partial x_i} \right) + \lambda f^* \delta_{ik};$$

$$\sigma_{ik}^j = \mu \left( \frac{\partial u_i^j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k^j}{\partial x_i} \right) + \lambda f^j \delta_{ik};$$

$$f^* = \nabla_i \delta u_i; \quad f^j = \nabla_i u_i^j;$$

$$\psi^* = \delta R + \delta u_i \nabla_i V; \quad \psi^j = R^j + u_i^j \nabla_i V; \quad dS_k = \frac{x_k}{r} dS.$$

En utilisant les conditions de l'absence de tensions à la surface pour le problème aux limites initial et perturbé nous obtiendrons :

$$\sigma_{ik}^* \Big|_S = - \left[ \delta \mu \left( \frac{\partial u_i^0}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k^0}{\partial x_i} \right) + \delta \lambda f^0 \delta_{ik} \right] \Big|_S.$$

L'intégrale de volume restant en (10) peut être transformée en utilisant l'équation de Poisson (2) pour les solutions  $(u_i^j, R^j)$

$$\rho f' + (u', \nabla \rho) = \frac{1}{4\pi\kappa} \Delta R', \quad (11)$$

et également du résultat de la variation (2) :

$$\rho f' + (\delta u, \nabla \rho) = \frac{1}{4\pi\kappa} \Delta (\delta R) - f_0 \delta \rho - (u^0, \nabla \delta \rho). \quad (12)$$

Par la substitution de (11) et (12) en (10), cette intégrale se transforme en :

$$\iiint_{(v)} \left[ \frac{1}{4\pi\kappa} (R' \Delta (\delta R) - \delta R \Delta R') - R' (\delta \rho f_0 + (u^0, \nabla \delta \rho)) \right] d\tau. \quad (13)$$

Le premier terme de (13) se ramène à l'intégrale de surface par la formule de Green :

$$\iiint_{(v)} (R' \Delta (\delta R) - \delta R \Delta R') d\tau = \iint_{(s)} \left( R' \frac{\partial (\delta R)}{\partial n} - \delta R \frac{\partial R'}{\partial n} \right) dS, \quad (14)$$

où on désigne par  $\frac{\partial}{\partial n}$  la dérivée suivant la normale extérieure. Le second terme ne renferme pas de variations de solutions et peut être considérée comme connu.

Nous exprimerons ensuite les intégrales de surface restant en (10) par les variations des nombres de Love. L'expression intégrale dans le premier terme de (10) peut être transformée de la façon suivante :

$$\begin{aligned} (u_i' \sigma_{ik} - \delta u_i \sigma_{ik}') \frac{x_k}{r} &= u_i' \frac{x_k}{r} \sigma_{ik} - \\ &- \frac{\delta u_i}{r} \{ \mu [ (x_k, \nabla_k u_i') + \nabla_i (x_k, u_k') - u_k' \delta_{ik} ] + \lambda x_k f' \delta_{ik} \}. \end{aligned} \quad (15)$$

Les solutions auxiliaires  $u_i^j, R^j$  des équations non perturbées (6), (7) seront prises proportionnelles à la fonction sphérique d'ordre  $n$

$$\begin{aligned} u_i^j &= H_n^j(r) \frac{x_i}{r} Y_n^m(\theta, \varphi) + T_n^j(r) \nabla_i Y_n^m(\theta, \varphi); \\ R^j &= R_n^j(r) Y_n^m(\theta, \varphi). \end{aligned} \quad (16)$$

L'indice  $j = 1, 2, 3$  désignera ensuite le numéro de la solution (16) régulière au centre pour  $n, m$  fixes. En substituant (4), (16) dans (10), en tenant compte de (13) à (15) et en intégrant les termes ne renfermant pas de variations de la densité et des paramètres de Lamé suivant les variables angulaires nous obtenons :

$$I = \frac{2\pi\varepsilon(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \left[ -H_{nm}^{\circ}(1)N_n^j(1) - n(n+1)T_{nm}^{\circ}(1)M_n^j(1) + \frac{1}{4\pi\kappa} (L_{nm}^{\circ}(1)R_n^j(1) - R_{nm}^{\circ}(1)L_n^j(1)) \right] - \int\int\int_{(v)} R^j(\delta\rho f_0 + u_i^{\circ}\nabla_i\delta\rho) d\tau + \int\int_{(s)} (u_i^j\sigma_{ih}^{\circ} + R^i u_h^{\circ}\delta\rho) dS_h, \quad (17)$$

où

$$N_n^j(r) = (\lambda + 2\mu)H_n^{j'} + \lambda \left( \frac{2}{r}H_n^{j'} - \frac{n(n+1)}{r^2}T_n^j \right);$$

$$M_n^j(r) = r^2\mu \left( T_n^{j'} + H_n^{j'} - \frac{2}{r}T_n^j \right); \quad L_n^j(r) = r^2(R_n^{j'} - 4\pi\kappa\rho H_n^j);$$

$$L_{nm}^{\circ}(r) = r^2(R_{nm}^{\circ'} - 4\pi\kappa\rho H_{nm}^{\circ}) - 4\pi\kappa r^2\delta\rho H_{no};$$

$$\varepsilon = \begin{cases} 1 & \text{pour } m \neq 0 \\ 2 & \text{pour } m = 0 \end{cases}$$

(la différenciation suivant  $r$  est désignée par un prime).

On tient compte en (17) des propriétés suivantes d'orthogonalité des gradients des fonctions sphériques :

$$\int\int_{(s)} (\nabla_i Y_n^m(\theta, \varphi), \nabla_i Y_n^l(\theta, \varphi)) dS = \frac{2\pi\varepsilon r^2(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} n(n+1)\delta_{nl}\delta_{m_l}.$$

Nous utiliserons ensuite les conditions aux limites pour les variations du potentiel à la surface, pour la marée d'ordre  $n$  :

$$(n+1)R_{nm}^{\circ}(1) + L_{nm}^{\circ}(1) = 2n+1. \quad (18)$$

En variant (18) nous obtiendrons les conditions aux limites pour les variations des solutions :

$$(n+1)R_{nm}^{\circ}(1) + L_{nm}^{\circ}(1) = 0. \quad (19)$$

La substitution de (19) en (17) donne

$$L_{nm}^{\circ}(1)R_n^j(1) - R_{nm}^{\circ}(1)L_n^j(1) = -R_{nm}^{\circ}(1)((n+1)R_n^j(1) + L_n^j(1)). \quad (20)$$

Le dernier terme en (17) dépendant des variations de la densité et des paramètres de Lamé à la surface s'annule après la substitution de (17) en (8) et de l'intégration par parties :

$$\begin{aligned}
& \iint_{(v)} u_i' \delta L_i(u^0, R^0) d\tau + \iint_{(s)} (u_i' \sigma_{in}' + R' u_n^0 \delta \rho) dS_n = \\
& = \iint_{(v)} \left\{ u_i' [\delta \rho (\nabla_i \psi_0 - f^0 \nabla_i V) + \rho (\nabla_i (u_i \nabla \delta V) - f^0 \nabla_i \delta V)] + \right. \\
& \quad + R' (\delta \rho f^0 + (u^0, \nabla \delta \rho)) + \delta \rho (u^0, \nabla R') - \\
& \quad \left. - \frac{\partial u_i'}{\partial x_n} \left[ \delta \mu \left( \frac{\partial u_i^0}{\partial x_n} + \frac{\partial u_n^0}{\partial x_i} \right) + \delta \lambda f^0 \delta_{in} \right] \right\} d\tau.
\end{aligned} \tag{21}$$

En tenant compte de (20) et (21) nous obtenons le résultat final

$$\begin{aligned}
& \frac{2\pi\epsilon(n+m)!}{(2n+1)(n-m)!} \left[ H_{nm}^0(1) N_n^j(1) + n(n+1) T_{nm}^0(1) M_n^j(1) + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{4\pi\kappa} ((n+1) R_n^j(1) + L_n^j(1)) R_{nm}^0(1) \right] = F^j(\delta\rho, \delta\mu, \delta\lambda),
\end{aligned} \tag{22}$$

où

$$\begin{aligned}
F^j(\delta\rho, \delta\mu, \delta\lambda) = & \iint_{(v)} \left\{ \delta \rho (u^0, \nabla R') + u_i' \delta L_{ip}(u^0, R^0) - \right. \\
& \left. - \delta \mu \left( \frac{\partial u_i^0}{\partial x_n} + \frac{\partial u_n^0}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i'}{\partial x_n} - \delta \lambda f^0 f^j \right\} d\tau;
\end{aligned} \tag{23}$$

$\delta L_{ip}$  est la variation de l'opérateur  $L_i$  due à la variation de la densité :

$$\delta L_{ip}(u^0, R^0) = \delta \rho \{ \nabla_i [R^0 + (u^0, \nabla V)] - f^0 \nabla_i V \} + \rho [ \nabla_i (\nabla \delta V, u^0) - f^0 \nabla_i \delta V ]; \tag{24}$$

$u^0, u^j$  sont déterminés par les relations (3) et (16) ;

$$f^0 = \left( H_{n_0}' + \frac{2}{r} H_{n_0} - \frac{n_0(n_0+1)}{r^2} T_{n_0} \right) Y_{n_0}^{m_0}(\theta, \varphi);$$

$$f^j = \left( H_{nm}^j + \frac{2}{r} H_{nm}^j - \frac{n(n+1)}{r^2} T_{nm}^j \right) Y_{nm}^m(\theta, \varphi);$$

$$\delta V(r) = \gamma \iint_{(v)} \frac{\delta \rho(r')}{|r-r'|} d^3r'.$$

Les solutions auxiliaires entrant en (22) des équations non perturbées  $u_i^j, R^j$  seront données par les conditions suivantes à la surface :

$$\begin{aligned}
& 1) j=1 \quad N_n^j(1)=1; \quad M_n^j(1)=0; \quad K_n^j(1)=0; \\
& 2) j=2 \quad N_n^j(1)=0; \quad M_n^j(1)=\frac{1}{n(n+1)}; \quad K_n^j(1)=0; \\
& 3) j=3 \quad N_n^j(1)=0; \quad M_n^j(1)=0; \quad K_n^j(1)=1;
\end{aligned} \tag{25}$$

où

$$K_n^j(1) = \frac{(n+1)R_n^j(1) + L_n^j(1)}{4\pi\kappa}.$$

La substitution successive de ces solutions partielles dans (22) détermine les coefficients cherchés des décompositions (4) :

$$\begin{aligned} & H_{nm} \quad (1) \text{ pour } j = 1, \\ \frac{(2n+1)(n-m)!}{2\pi\varepsilon(n+m)!} F^j(\delta\rho, \delta\mu, \delta\lambda) &= T_{nm} \quad (1) \text{ pour } j = 2, \\ & R_{nm} \quad (1) \text{ pour } j = 3. \end{aligned} \quad (26)$$

Avec des variations arbitraires des paramètres  $\delta\rho$ ,  $\delta\mu$ ,  $\delta\lambda$ ,  $F^j(\delta\rho, \delta\mu, \delta\lambda)$  est différent de zéro pour toutes les valeurs de  $n$  et  $m$ . Ainsi, l'absence de symétrie centrale dans la structure de la Terre conduit à ce que la décomposition des ondes de marées en fonctions sphériques se représente par une somme infinie (4) avec des coefficients de décompositions déterminés (26).

Ainsi, la procédure de calcul des amplitudes des marées dans la Terre sphériquement non symétrique se ramène à trouver le système fondamental des solutions des équations non perturbées donné par les conditions (25) et quadratiques (23). La substitution successive des trois valeurs  $F^j(\delta\rho, \delta\mu, \delta\lambda)$  dans la relation (26) correspondant aux différentes intégrales (25) détermine tous les coefficients de décomposition des composantes radiale et tangentielle des déformations de marées et également des variations du potentiel à la surface de la Terre.

Il convient de noter que pour de grandes valeurs  $n$  entrant en (23) les solutions  $u_i^j$ ,  $R^j$  décroissent vers le centre comme  $r^n$ . A cause de cela les coefficients des décompositions des ondes de marées avec de grands  $n$  ne dépendent que de l'hétérogénéité des paramètres voisine de la surface, dans une couche d'épaisseur effective  $1 - r \sim 1/n$ .

L'auteur remercie N.N. Pariiskii et M.S. Molodenskii pour l'examen d'une série de questions en relation avec ce travail.

BIBLIOGRAPHIE

1. Kuo J.T., Jachens R.C., White C., Ewing M. Transcontinental tidal gravity profile across the United States.  
Science, 198, 968-971, 1970.
2. Picha J., Skalsky L. On the distribution of the gravimeter factors obtained from earth-tide observations in Europe.  
Veroff. Zentralinst Phys. Erde, N° 30, teil 1, 195, 1974.
3. Molodenskii M.S. Marées dans la Terre élastique en tenant compte des termes de l'ordre de la compression.  
Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre. N° 1, 1974.
4. Jarkov V.N., Lioubimov V.M. Théorie des oscillations sphéroïdales pour les modèles sphériquement non symétriques de la Terre.  
Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre. N° 10, 1970.
5. Jarkov V.N., Lioubimov V.M., Osnatch A.Y. Sur la théorie des perturbations pour les oscillations propres de la Terre.  
Izv. Ac. des Sc. d'URSS. Physique de la Terre. N° 10, 1968.

EQUATIONS DIFFERENTIELLES HABITUELLES DE L'OSCILLATION  
ELEMENTAIRE DE LA TERRE ELASTIQUE EN ROTATION.

---

M.S. MOLODENSKII

Physique de la Terre, 1977-7, pp. 9-15

Dans l'étude des oscillations propres et des marées d'une planète à symétrie sphérique et non en rotation on classe habituellement les oscillations en sphéroïdales et torsionnelles selon Lamb. Les solutions élémentaires des types sphéroïdal et torsionnel sont utilisées aussi en cas de rotation, lorsque la fréquence des oscillations envisagées est sensiblement plus élevée que la vitesse angulaire de rotation de la planète (comme c'est le cas pour les oscillations propres de la Terre) car quand la fréquence des oscillations est assez basse, on peut négliger les forces d'inertie dans l'approximation nulle (marées terrestres).

Les moyens de rendre plus précise la solution du problème dans le premier cas peuvent résider dans l'utilisation de la méthode des perturbations avec un petit paramètre  $\omega/\sigma$  (où  $\omega$  est la vitesse angulaire de rotation de la Terre et  $\sigma$  la fréquence de l'oscillation propre) sur la base des équations aux dérivées partielles et des expressions approchées pour les déplacements dans le cas d'oscillations torsionnelles et sphéroïdales {2}. Cependant à cause d'une dépendance entre les oscillations sphéroïdales d'ordre  $n$  et les oscillations torsionnelles d'ordres  $n-1$  et  $n+1$ , l'application de la méthode des perturbations peut être compliquée dans cette forme, particulièrement dans le cas "quasi-dégénéré" quand la fréquence de l'oscillation sphéroïdale est voisine de la fréquence d'une des oscillations torsionnelles {3}. En outre, la rapidité de la convergence de la série en puissances de  $\omega/\sigma$  n'est pas éclaircie, particulièrement pour les oscillations à plus longues périodes, quand le rapport  $\omega/\sigma \sim 0,04$  n'est pas très petit et que les termes d'ordre  $(\omega/\sigma)^2$  sont sensibles {3}.

Si les fréquences des oscillations sont du même ordre que  $\omega$  (cas des marées et des oscillations à longue période), la décomposition en puissances de  $\omega/\sigma$  devient tout à fait impossible. Dans l'examen des phénomènes de résonance

(par exemple la nutation diurne ou les oscillations à longue période, décrites en {1}), l'approximation  $\omega/\sigma = 0$  devient inadmissible.

Dans la recherche d'une solution plus efficace et moyennant une petite généralisation de la forme des déplacements pour l'oscillation élémentaire d'ordre  $n$  du modèle à symétrie sphérique, on a réussi à obtenir le système des équations usuelles précises non dépendantes des équations des ordres voisins.

Le système des équations usuelles tenant compte des forces de Coriolis peut être obtenu formellement par les équations bien connues des oscillations sphéroïdales d'ordre  $n$  et des oscillations torsionnelles des ordres  $n-1$  et  $n+1$  si on y remplace les termes d'inertie contenant le facteur  $\rho\sigma^2$  (où  $\rho$  est la densité) par des expressions plus complexes reliant les oscillations des différents types dans une oscillation générale. Les fonctions caractérisant pour  $\omega = 0$  l'énergie cinétique de l'oscillation sphéroïdale ( $\sigma^2 \rho H_n$  et  $\sigma^2 \rho S_n$ ) et les oscillations torsionnelles voisines ( $\sigma^2 \rho T_{n-1}$  et  $\sigma^2 \rho T_{n+1}$ ) se remplacent pour  $\omega \neq 0$  par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \sigma^2 \rho H_n - \frac{n+1}{2n+1} \Psi_{n+1} - \frac{n}{2n+1} \Psi_{n-1}; \quad \sigma^2 \rho T_{n+1} - \Psi_{n+1}, \\ \sigma^2 \rho S_n + \frac{n(n+1)}{2n+1} r (\Psi_{n+1} - \Psi_{n-1}); \quad \sigma^2 \rho T_{n-1} - \Psi_{n-1}, \end{aligned} \quad (1)$$

où

$$\begin{aligned} \Psi_{n+1} &= \sigma^2 \rho \frac{a_n}{b_n} \left( H_n - \frac{1}{(n+1)r} S_n + \frac{(n+1)^2 - m^2}{(n+1)(n+2) + m^2} T_{n+1} \right) = \sigma^2 \rho \frac{a_n}{b_n} \Psi_{n+1}^0; \\ \Psi_{n-1} &= \sigma^2 \rho \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} \left( H_n + \frac{1}{nr} S_n + \frac{n^2 - m^2}{n(n-1) + m^2} T_{n-1} \right) = \sigma^2 \rho \frac{a_{n-1}}{b_{n-1}} \Psi_{n-1}^0; \\ T_{n+1} &= -\frac{2n+1}{n+1-m} w_{n+1} + H_n - \frac{1}{(n+1)r} S_n; \\ T_{n-1} &= H_n + \frac{1}{nr} S_n - \frac{2n+1}{n+m} w_{n-1}; \\ \frac{a_n}{b_n} &= \frac{\frac{2\omega}{\sigma} \frac{m}{n+1} + \frac{4\omega^2}{\sigma^2} \frac{(n+1)(n+2) + m^2}{(n+1)(2n+3)}}{1 + \frac{2\omega}{\sigma} \frac{m}{n+1} \frac{(n+1)(2n+3)}{(n+1)(n+2) + m^2}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Le remplacement, dans les formules (1) et (8) du travail {1}, des fonctions  $\omega_{n-1}$  et  $\omega_{n+1}$  par les fonctions  $T_{n-1}$  et  $T_{n+1}$  justifie cette affirmation. Les fonctions  $\psi_{n-1}$  et  $\psi_{n+1}$  regroupent les équations des oscillations sphéroïdales et torsionnelles en un système général d'équations différentielles. Après avoir ajouté l'équation de Poisson on obtient un système complet d'équations d'ordre dix. Parmi les dix conditions aux limites déterminant l'intégrale particulière,

5 conditions garantissent la limitation de toutes les fonctions au centre de la sphère (conditions d'exactitude de la solution). Cinq conditions à la surface de la Terre sont données par les valeurs sur cette surface :

1. du potentiel des forces extérieures perturbatrices  $V_e$  de la Terre :

$$R_n' - 4\pi\kappa\rho H_n + (n+1)\frac{R_n}{r} = (2n+1)\frac{V_e}{r},$$

où  $R_n$  est le potentiel à l'intérieur de la Terre déformée;

2. de la pression normale  $N_n$  ;

3. de trois valeurs caractérisant les tensions tangentielles

$$M_n = \left( \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_z}{\partial z} \right)_n ; \quad (M_z)_{n+1} = -\frac{(n+1-m)}{2n+1} \mu \left( \frac{T_{n+1}}{r} \right)' r';$$

$$(M_z)_{n-1} = -\frac{n+m}{2n+1} \mu \left( \frac{T_{n-1}}{r} \right)' r.$$

Ici  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$  sont les projections de la tension tangentielle sur les axes de coordonnées (l'axe Z est parallèle à l'axe de rotation de la Terre). On peut donner cinq intégrales exactes linéairement indépendantes, telles que des cinq fonctions  $H_n$ ,  $\delta_n$ ,  $R_n$ ,  $T_{n-1}$ ,  $T_{n+1}$  une d'elles égalera dans l'unité et les zéros sur la surface. Toute solution exacte de F est déterminée par ces solutions partielles notées par les indices H,  $\delta$ , R, n-1, n+1 sous forme d'une combinaison

$$F(r) = H(1)F_H(r) + S(1)F_S(r) + R(1)F_R(r) + T_{n-1}F_{n-1}(r) + T_{n+1}F_{n+1}(r). \quad (3)$$

Si F (1) satisfait aux conditions aux limites, les constantes entrant en (3) sont les nombres de Love.

Pour une oscillation libre, elles sont égales à zéro à la surface :

$$1) \quad P = (R' - 4\pi\kappa\rho H)r + (n+1)R = \frac{1}{r}L + (n+1)R,$$

où  $\rho$  est la densité, R est la variation du potentiel; 2) N est la pression à la surface suivant la normale; 3) M est la divergence des composantes tangentiellement à la sphère de tension; 4) la composante de la tension tangentielle

$$t_1 = \mu \left( \frac{T_{n-1}}{r} \right); \quad 5) \text{ la composante } t_2 = \mu \left( \frac{T_{n+1}}{r} \right).$$

La condition d'ensemble des équations (3) déterminant les nombres de Love est telle que :

$$\Delta = \begin{vmatrix} P_H & P_S & P_R & (P_{n-1}) & (P_{n+1}) \\ N_H & N_S & N_R & (N_{n-1}) & (N_{n+1}) \\ M_H & M_S & M_R & (M_{n-1}) & (M_{n+1}) \\ (t_{1H}) & (t_{1S}) & (t_{1R}) & t_{1, n-1} & (t_{1, n+1}) \\ (t_{2H}) & (t_{2S}) & (t_{2R}) & (t_{2, n-1}) & t_{2, n+1} \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

Les éléments du déterminant (4) compris entre parenthèses sont égaux à zéro pour  $\omega = 0$ . C'est pourquoi pour  $\omega = 0$ .

$$\Delta = \begin{vmatrix} P_H & P_S & P_R \\ N_H & N_S & N_R \\ M_H & M_S & M_R \end{vmatrix} t_{1, n-1} t_{2, n+1}. \quad (5)$$

La valeur de la fréquence pour laquelle l'un des facteurs en (5) est égal à zéro, détermine pour  $\omega = 0$  la fréquence de l'oscillation sphéroïdale d'ordre  $n$  ou de l'oscillation torsionnelle d'ordre  $n-1$  ou  $n+1$ . Ces conditions sont bien connues.

L'équation (4) constitue une équation précise pour la détermination des fréquences des oscillations propres pour  $\omega \neq 0$ . Si les éléments du déterminant (4) sont calculés pour une fréquence  $\sigma$  voisine d'une des fréquences d'oscillations libres  $\sigma_0$  alors  $\Delta$  est la partie d'ordre  $\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma}$ . Pour  $\Delta = 0$  les nombres de Love sont proportionnels aux mineurs de n'importe quelles ligne du déterminant (4), et pour  $\Delta \neq 0$  le rapport des mineurs diffère de la relation des nombres de Love d'une valeur de l'ordre de  $\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma}$ .

Nous transformerons (4) de telle sorte que dans une des colonnes (par exemple dans la première) se trouvent de petites valeurs. Pour cela nous calculerons les valeurs approximatives des nombres de Love, nous multiplierons les éléments de chaque colonne par le nombre de Love correspondant, nous additionnerons les résultats et remplacerons les éléments de la première colonne par eux. Dans le nouveau déterminant la valeur  $\Delta$  se conserve avec précision et tous les éléments de la première colonne seront des valeurs de l'ordre de  $\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma}$  puisque pour  $\Delta = 0$  ils ont été tous égaux à zéro. Ainsi

$$\Delta = A_{11}\delta P + A_{21}\delta N + A_{31}\delta M + A_{41}\delta t_{n-1} + A_{51}\delta t_{n+1}, \quad (6)$$

où  $\Delta_{1t}$  sont les mineurs de la première colonne et  $\delta P, \delta N, \delta M, \delta t_{n-1}, \delta t_{n+1}$  sont

calculés d'après la formule (3) avec des valeurs approximatives des nombres de Love.

Relions la valeur du déterminant (4) avec la variation de la fréquence et des fonctions entrant dans les équations différentielles. Nous noterons que pour résoudre les deux systèmes d'équations linéaires différentielles

$$y_h' = a_{h1}y_1 + a_{h2}y_2 + \dots + a_{hi}y_i \quad (7)$$

et

$$-z_i' = (a_{1i} + \delta a_{1i})z_1 + (a_{2i} + \delta a_{2i})z_2 + \dots + (a_{ii} + \delta a_{ii})z_i \quad (8)$$

et l'identité évidente

$$\sum_{h=1}^i \sum_{j=1}^i \int_0^r \delta a_{hj} y_h z_j dz + \sum_{h=1}^i y_h(r) z_h(r) = 0, \quad (9)$$

Si  $Y_k$  et  $Z_j$  sont les solutions continues exactes des équations (7) et (8). Si tous les  $\delta a_{kj} = 0$  alors les fonctions  $Z_i$  et  $Y_i$  sont réciproquement liées. Si  $|\delta a_{kj}| < \epsilon$  pour toutes les valeurs de l'argument et des indices  $k$  et  $j$  ( $\epsilon$  est une petite constante) on peut approximativement prendre en (9) la tension  $Y_i$  et  $Z_i$  en admettant une erreur de l'ordre de  $\epsilon^2$ .

Supposons que le système (7) soit le système des équations des oscillations élastiques en tenant compte des forces de Coriolis (1) et que la solution partielle est obtenue avec des valeurs à la surface  $H(1) = A_{11}$ ,  $S(1) = A_{12}$ ,  $R(1) = A_{13}$ ,  $T_{n-1}(1) = A_{14}$ ,  $T_{n+1}(1) = A_{15}$  ( $A_{11}$  sont les mineurs de la première ligne du déterminant 4). Aux mineurs sont liés les éléments correspondants du déterminant. Dès lors on peut prendre  $Z_1 = P_H$ ,  $Z_2 = P_S$ ,  $Z_3 = P_R$ ,  $Z_4 = P_{n-1}$ ,  $Z_5 = P_{n+1}$  pour le système (8). C'est pourquoi au lieu de (9) on peut écrire

$$\int_0^1 \delta f dr + \Delta = 0, \quad (10)$$

où

$$f = \sum_{h=1}^i \sum_{j=1}^i a_{hj} y_h z_j. \quad (11)$$

Ainsi, en fonction de (10), avec  $\Delta$  connu, on détermine  $\sigma - \sigma_0$  c'est à dire la fréquence de l'oscillation libre. Pour le problème des oscillations élastiques de la Terre les équations liées avec (7) notamment les équations (8) pour  $\delta a_{ik} = 0$  ont pour solution

$$z_i = b_{i1}y_1 + b_{i2}y_2 + \dots + b_{ii}y_i, \quad (12)$$

où tous les  $b_{ij}$  dépendent uniquement de P. Dans ce cas l'élimination de tous les  $Z_i$  provenant de (8) à l'aide de (12) ramène au système des équations (7). Pour les équations représentant les oscillations de la Terre élastique à symétrie sphérique les expressions du type (12) sont très simples. Dans le système des fonctions M, N, H, S, R, L,  $X_{n-1}$ ,  $Y_{n-1}$ ,  $X_{n+1}$ ,  $Y_{n+1}$  ils sont tels que {4} :

$$\begin{aligned} \bar{N}_n &= r^2 H_n; & n(n+1) \bar{M}_n &= S_n; & 4\pi\kappa \bar{R}_n &= -L_n; \\ \bar{X}_{n+1} &= r^2 \mu Y_{n-1}; & \bar{X}_{n-1} &= r^2 \mu Y_{n+1}; & \bar{H}_n &= -r^2 N_n; \\ n(n+1) \bar{S}_n &= -M_n; & 4\pi\kappa L_n &= R_n; & Y_{n+1} &= -r^2 \mu X_{n+1}; \\ & & Y_{n-1} &= -r^2 \mu X_{n-1}, \end{aligned} \tag{13}$$

où

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= p i T_{n+1}; & Y_{n+1} &= X'_{n+1}; & p^2 &= \frac{n+1}{2n+1} \frac{(n+1)^2 - m^2}{(n+1)(n+2) + m^2}; \\ X_{n-1} &= q i T_{n-1}; & Y_{n-1} &= X'_{n-1}; & q^2 &= \frac{n}{2n+1} \frac{n^2 - m^2}{n(n-1) + m^2}; \end{aligned}$$

i est l'imaginaire; les fonctions associées sont désignées par un signe diacritique. Si les fonctions  $M_n$  et  $N_n$  sont remplacées par les fonctions  $\phi_n$  et  $P_n$  :

$$\begin{aligned} \Phi_n &= N_n + \frac{2\mu}{r^2} S_n - \frac{4\mu}{r} H_n; \\ P_n &= \mu \left( \frac{2}{r} S_n - 2n(n+1) H_n - M_n r^2 \right), \end{aligned}$$

les quatre premières expressions en (13) seront :

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_n &= r^2 H_n; & n(n+1) \bar{P}_n &= S_n, \\ \bar{H}_n &= -r^2 \Phi_n; & n(n+1) \bar{S}_n &= -P_n, \end{aligned} \tag{14}$$

les autres sont conservées.

On peut vérifier directement l'exactitude des formules (13) et (14) si on compose le système des équations différentielles associées habituelles, si on élimine toutes les fonctions associées à l'aide de (13) et (14) et si on s'assure de ce que les équations obtenues concordent avec celles cherchées. Les valeurs à la surface ( $r=1$ ) de cinq intégrales exactes sont données par 25 nombres. Etant donné (13) et (14) ces nombres ne sont pas indépendants. Nous donnerons la matrice des intégrales exactes pour  $r = 1$  de la façon suivante :

$$\begin{array}{cccccccccc} H_n & S_n & R_n & X_{n-1} & X_{n+1} & \Phi_n & P_n & L_n & Y_{n-1} & Y_{n+1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Phi_1 & P_1 & L_1 & Y_{n-1,1} & Y_{n+1,1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Phi_2 & P_2 & L_2 & Y_{n-1,2} & Y_{n+1,2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Phi_3 & P_3 & L_3 & Y_{n-1,3} & Y_{n+1,3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \Phi_4 & P_4 & L_4 & Y_{n-1,4} & Y_{n+1,4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Phi_5 & P_5 & L_5 & Y_{n-1,5} & Y_{n+1,5} \end{array} \tag{15}$$

Nous compléterons cette matrice par cinq intégrales inexactes avec des unités suivant les diagonales pour une des fonctions  $\phi_n$ ,  $P_n$ ,  $Y_{n-1}$  et  $Y_{n+1}$  et par les zéros en tous les autres éléments. Cette matrice du dixième ordre se transforme facilement et donne des expressions simples pour les éléments de la matrice inverse - des intégrales partielles du système associé des équations différentielles.

Le résultat de la transformation sera comparé avec (13) et nous obtiendrons

$$\begin{aligned} n(n+1)\Phi_2 &= P_1; & 4\pi\kappa\Phi_3 &= L_1; & 4\pi\kappa P_3 &= n(n+1)L_2; \\ \Phi_4 &= -\mu Y_{n-1,1}; & P_n &= -n(n+1)\mu Y_{n-1,2}; & L_4 &= -4\pi\kappa\mu Y_{n-1,3}; \\ \Phi_5 &= -\mu Y_{n+1,1}; & P_5 &= -n(n+1)\mu Y_{n+1,2}; & L_5 &= -4\pi\kappa\mu Y_{n+1,3}; & Y_{n+1,4} &= Y_{n-1,5}. \end{aligned} \quad (16)$$

Les 15 autres égalités sont satisfaites identiquement. C'est pourquoi parmi les 25 nombres entrant dans le second membre de la matrice (15), 10 peuvent contrôler la précision du calcul c'est à dire la précision de l'intégration numérique des équations différentielles.

Supposons que le système d'équations différentielles soit constitué par le système (7) correspondant à la valeur propre  $\sigma_1$  et par le système (8) - le système associé correspondant à la valeur propre  $\sigma_2$ . Nous calculerons les intégrales partielles exactes telles que pour  $Z = 1$   $y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = y_5 = 0$  en vertu des conditions aux limites déterminant  $\sigma_2$  (ce qu'on peut réaliser dans le système de fonctions utilisé lors de la composition de la condition 3). Alors en (10)  $\Delta = 10$ , et sont différents de zéro uniquement les  $\delta_{ij}$  qui dépendent de  $\sigma$ . Nous utiliserons encore l'auto conjugaison des équations différentielles permettant d'exprimer toutes les fonctions du système associé par la fonction de celui de départ. Par (10) nous obtiendrons

$$\begin{aligned} & \int_0^1 (\sigma_2^2 - \sigma_1^2) \left[ \frac{n+1}{2n+1} \left( H_n - \frac{1}{(n+1)r} S_n \right)_1 \left( H_n - \frac{1}{(n+1)r} S_n \right)_2 + \right. \\ & \quad + \frac{n}{2n+1} \left( H_n + \frac{1}{nr} S_n \right)_1 \left( H_n + \frac{1}{nr} S_n \right)_2 + \\ & \quad + \frac{n+1}{2n+1} \frac{(n+1)^2 - m^2}{(n+1)(n+2) + m^2} (T_{n+1})_1 (T_{n+1})_2 + \\ & \quad + \frac{n}{2n+1} \frac{n^2 - m^2}{n(n-1) + m^2} (T_{n-1})_1 (T_{n-1})_2 - \left( \left( \frac{\sigma^2 a_n}{b_n} \right)_2 - \left( \frac{\sigma^2 a_n}{b_n} \right)_1 \right) \times \\ & \quad \times (\Psi_{n+1})_1 (\Psi_{n+1})_2 - \left( \left( \frac{\sigma^2 a_{-n-1}}{b_{-n-1}} \right)_2 - \left( \frac{\sigma^2 a_{-n-1}}{b_{-n-1}} \right)_1 \right) (\Psi_{n-1})_1 (\Psi_{n-1})_2 \Big] \rho r^2 dr = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Les fonctions propres correspondant aux valeurs propres  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont notées par les indices 1 et 2. La condition intégrale (17) est nécessaire et suffisante pour déterminer les coefficients des séries représentant les fonctions caractérisant l'oscillation forcée par la solution statique et les fonctions propres des oscillations libres.

Lors de la variation uniquement de la fréquence dans  $f$  (formule (11)) seulement les termes suivants sont importants

$$f(\sigma) = \sigma^2 \rho \left( H_n^2 + \frac{S_n^2}{n(n+1)} + p^2 T_{n+1}^2 + q^2 T_{n-1}^2 \right) - \frac{n+1}{2n+1} \frac{\sigma^2 a_n}{b_n} \rho \Psi_{n+1}^2 - \frac{n}{2n+1} \frac{\sigma^2 a_{n-1}}{b_{n-1}} \rho \Psi_{n-1}^2 \quad (18)$$

Pour comparer avec cette expression nous calculerons l'énergie cinétique. En utilisant les expressions pour le déplacement de (1) provenant de {1} nous déterminerons les vitesses de déplacement et ensuite l'intégrale de volume dans toute la Terre, l'énergie cinétique  $W$  de l'oscillation élémentaire caractérisée par les paramètres  $\sigma$ ,  $n$ ,  $m$  :

$$2W = \frac{2\pi}{2n+1} \frac{(n+m)!}{(n-m)!} \int \left[ (\sigma^2 - 4\omega^2) \frac{(n+1)(n+2)+m^2}{(2n+1)(2n+3)} \Psi_{n+1}^2 + (\sigma^2 - 4\omega^2) \frac{n(n+1)+m^2}{(2n-1)(2n+1)} \Psi_{n-1}^2 + \frac{2n+1}{2n+3} \frac{n+1+m}{n+1-m} \sigma^2 w_{n+1}^2 + \frac{2n+1}{2n-1} \frac{n-m}{n+m} \sigma^2 w_{n-1}^2 \right] \rho r^2 dr \quad (19)$$

Après élimination de  $\psi_{n+1}$  et  $\psi_{n-1}$  à l'aide de (1) et  $\omega_{n-1}$ ,  $\omega_{n+1}$  à l'aide de (7) provenant de {1} on peut s'assurer de ce que l'expression intégrée en (19) diffère de (18) uniquement par le facteur constant et les termes de l'ordre du carré des perturbations.

La dépendance de la fréquence propre  $\sigma$  de  $m$  (dédoublément des lignes spectrales par suite de la rotation de la Terre) s'obtient par substitution de (18) en (10) et variation du résultat en  $m$  si l'on tient compte de la dépendance de  $f$  en fonction de  $m$  par les coefficients  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $a_{n-1}$ ,  $b_{n-1}$ ,  $p$ ,  $q$ . Nous noterons que par ce procédé le dédoublément de rotation des lignes spectrales à l'inverse de {2} peut être trouvée avec précision et pour n'importe quelle relation  $\omega/\sigma$ .

Si, lors du calcul de  $\sigma$ , on se limite à une précision relative de l'ordre de  $\frac{\omega^2 a}{g} \sim \frac{1}{300}$ , la dépendance  $\Delta$  de  $m$  ne doit pas être prise en considération et nous obtiendrons à la suite de la variation de (10) en  $m$

$$\delta\sigma = \frac{\int_0^1 (f(n, m) - f(n, 0)) dr}{\int_0^1 \frac{\partial f}{\partial \sigma} dr} \quad (20)$$

où  $\delta\sigma$  est la différence des fréquences propres d'indices  $n$ ,  $m$  et  $n$ ,  $m = 0$ .

Ainsi comme dans {2} le dédoublement des lignes spectrales est liée à l'énergie cinétique de l'oscillation élémentaire.

En conclusion, nous noterons la circonstance suivante. Des formules (2) il résulte qu'il existe des fréquences pour lesquelles le caractère des oscillations change de façon sensible. Dans le cas de la proximité  $b_n$  ou  $b_{n-1}$  de zéro les termes perturbant  $\psi_{n+1}$  ou  $\psi_{n-1}$  devraient croître sans restriction. Cependant si l'on tient compte de la limitation de l'énergie cinétique et si l'on exprime les perturbations par  $\psi_n$ ,  $\psi'_n$  (d'après la formule (7) venant de {1}) alors on s'explique qu'il n'apparaît dans ce cas aucune particularité dans le caractère des oscillations.

#### B I B L I O G R A P H I E

1. Molodenskii M.S., Marées et oscillations propres de la Terre en tenant compte des forces de Coriolis.  
Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre N° 1, 1976.
2. Pekeris Ch., Alterman Z., Yarosh Rh., Multiples de rotation dans le spectre de la Terre.  
Dans le publ. "Oscillations propres de la Terre" "Mir" 1964.
3. Luh P.C.H., The normal modes of the rotating, self-gravitating inhomogeneous earth.  
Ph. D. Thesis, University of California, San Diego, 1973.
4. Molodenskii S.M., Sur le lien des nombres de Love avec des coefficients de charge.  
Izv. Ac. des Sc. URSS. Physique de la Terre N° 3, 1977.
5. Molodenskii S.M., Marées terrestres et nutation de la Terre.  
Edit. Ac. des Sc. URSS. M. 1961.

DU PROBLEME DE LA REDUCTION DES OBSERVATIONS  
LES MAREES TERRESTRES.

---

V.G. BALENKO, P.S. KORBA

Rotation et déformations de marées de la Terre  
VII - 1975, pp. 58-62.

Le choix d'une méthode optimale d'analyse harmonique des marées terrestres est étroitement lié à la précision de mesure de la sensibilité des appareils et au niveau de bruit dans l'enregistrement.

L'étalonnage des clinomètres se fait à l'aide de plate-formes spéciales avec générateur interférométrique d'angles d'inclinaison de l'ordre de l'amplitude de la marée {1}. L'erreur de mesure de ces angles est à présent de 0,3 à 0,5 %. Les recherches faites à l'Institut de Physique de la Terre de l'Académie des Sciences d'U.R.S.S. et à l'Observatoire gravimétrique de Poltava de l'Académie des Sciences d'Ukraine ont montré qu'il est douteux qu'on réussisse dans un temps proche {2, 3} à diminuer cette erreur en dessous de 0,1 %.

La méthode de mesure de la sensibilité des pendules horizontaux à suspension Zöllner élaborée à l'Observatoire gravimétrique de Poltava correspond en précision avec l'étalonnage à l'aide d'une plate-forme {6}.

Ainsi, la sensibilité des clinomètres des différents systèmes est à présent contrôlée avec une erreur d'environ 0,5 %. Dans un avenir proche, elle pourra être abaissée jusqu'à 0,1 à 0,2 %.

L'étalonnage des pendules par les autres procédés, par exemple par les crapaudines dilatables, le cède sensiblement en précision à l'étalonnage à l'aide de la plate-forme {14}.

Pour les gravimètres, l'échelle d'enregistrement de la marée est un peu plus mal déterminée que pour les clinomètres. En effet, l'étalonnage des gravimètres se fait même avec plus de précision mais la difficulté principale réside dans le contrôle insuffisant de la sensibilité de l'enregistrement. Par

exemple, l'erreur d'une détermination de l'échelle de l'enregistrement pour les gravimètres "Askania" est de quelques pourcents {15}.

Pour une durée suffisante d'observations, le niveau de bruit accidentel dans les constantes harmoniques des ondes des marées, peut être de moins de 5 % des valeurs mesurées.

Comme la précision des méthodes de réduction doit dépasser de quelques fois la précision des observations, on peut affirmer qu'à présent les erreurs introduites par les méthodes d'analyse harmonique ne doivent pas être de plus de 0,1 %.

En U.R.S.S. on a publié des dizaines de travaux sur la comparaison des méthodes mensuelles d'analyse harmonique de Doodson-Lennon, Lecolazet, Pertsev et Matveyev. Ces recherches ont montré que ces méthodes sont à peu près égales en précision mais que la méthode de Matveyev est un peu plus précise puisqu'elle ne donne pas de pulsations lors de la réduction des données avec déplacement d'une heure et d'un jour.

Pour les ondes  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $M_2$  et  $S_2$ , les erreurs du facteur d'amplitude d'une série mensuelle de variations théoriques de la pesanteur ne sortent pas des limites de 0.5 % et de 0°25 en phase et pour l'onde  $N_2$  respectivement de 1 % et 0°5 {7}.

Ainsi, dans la réduction d'un an d'observations en séries mensuelles, les erreurs des constantes harmoniques des ondes de marées principales provenant de l'imperfection de la méthode d'analyse harmonique atteignent environ 0,1 %.

Les méthodes d'analyse harmonique de séries de durée arbitraire de Venedikov, Usandivaras et Chojnicki apparues ces quelques dernières années, ne sont pas encore publiées de manière aussi détaillée que les méthodes mensuelles.

Nous donnerons plus bas certaines données sur la comparaison des méthodes de Pertsev et Matveyev avec la méthode de Venedikov sur les données des observations gravimétriques et clinométriques.

De 1965 à 1968, on a fait à l'Observatoire gravimétrique de Poltava des longues séries d'observations avec le gravimètre "Askania" à Simféropol {8} et à Yalta {9} qui ont été réduites par les trois méthodes de Pertsev, Matveyev et Venedikov. Les valeurs obtenues sont données dans les tables 1 et 2 \*. Pour la station "Yalta" nous donnons les résultats de l'analyse de la première année d'observations et de la série de deux ans.

\* Dans les tables 1, 2 et suivantes  $x > 0$  correspond au retard de la marée observée par rapport à la marée théorique.

TABLE 1

Valeurs  $\delta$  et  $\alpha$  pour la station "Simféropol" provenant de l'analyse d'une série d'une durée de 1,5 an.

Onde	Méthode de Pertsev		Méthode de Matveyev		Méthode de Venedikov	
	$\delta$	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$
$Q_1$	1,153 ± 9	- 0,4 + 0,5	1,154 ± 9	- 0,4 + 0,5	1,160 ± 12	- 0,3 + 0,4
$N_1$	1,159 ± 20	- 1,3 + 1,4	1,149 ± 9	- 0,8 + 0,5	1,146 ± 9	- 1,0 + 0,3
$N_2$	1,197 ± 34	+ 0,9 + 0,9	1,145 ± 25	+ 0,8 + 1,0	1,142 ± 39	- 0,2 + 1,4
$M_2$	1,176 ± 4	+ 0,5 + 0,2	1,173 ± 4	+ 0,4 + 0,2	1,171 ± 7	+ 0,4 + 0,3
$S_2$	1,247 ± 14	- 0,5 + 1,0	1,249 ± 15	0,0 + 0,9	1,243 ± 16	+ 0,2 + 0,5

TABLE 2

Valeurs  $\delta$  et  $\alpha$  pour la station "Yalta" provenant de l'analyse d'une série d'une durée de deux ans.

Onde	Méthode de Pertsev				Méthode de Matveyev				Méthode de Venedikov			
	1 an		2 ans		1 an		2 ans		1 an		2 ans	
	$\delta$	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$	$\delta$	$\alpha$
$Q_1$	1,152 ± 7	- 0,1 + 0,3	1,141 ± 7	- 0,1 + 0,2	1,153 ± 7	- 0,1 + 0,3	1,141 ± 7	- 0,1 + 0,2	1,149 ± 11	- 0,4 + 0,4	1,140 ± 8	- 0,5 + 0,3
$N_1$	1,131 ± 14	- 0,7 + 0,6	1,111 ± 14	- 0,6 + 0,6	1,122 ± 9	- 0,9 + 0,5	1,093 ± 10	- 1,2 + 0,5	1,116 ± 8	- 1,0 + 0,3	1,097 ± 5	- 1,0 + 0,3
$N_2$	1,142 ± 32	+ 4,8 + 1,6	1,137 ± 23	+ 3,0 + 1,3	1,163 ± 22	- 0,6 + 1,0	1,164 ± 16	- 1,4 + 0,9	1,182 ± 34	+ 0,8 + 1,2	1,159 ± 33	+ 0,3 + 1,2
$M_2$	1,175 ± 7	- 0,3 + 0,3	1,171 ± 4	- 0,4 + 0,2	1,174 ± 3	- 0,4 + 0,1	1,159 ± 3	- 0,2 + 0,1	1,174 ± 7	- 0,5 + 0,2	1,163 ± 6	- 0,6 + 0,2
$S_2$	1,204 ± 10	- 3,6 + 1,5	1,178 ± 13	- 3,8 + 1,2	1,199 ± 13	- 2,8 + 1,4	1,175 ± 13	- 4,8 + 1,1	1,195 ± 14	- 2,4 + 0,5	1,164 ± 13	- 5,7 + 0,5

TABLE 3

Valeurs  $\delta$  et  $x$  obtenues d'après les séries mensuelles.

Onde	Station "Karlo-Libknehtovsk										Station "Schevchenko"					
	Composante NS					Composante EW					Composante NS		Composante EW			
	M. Matveyev		M. Venedikov		M. Matveyev		M. Venedikov		M. Venedikov		M. Matveyev	M. Venedikov	M. Matveyev	M. Venedikov	M. Matveyev	M. Venedikov
	Sie I	Sie II	Sie I	Sie II	Sie I	Sie II	Sie I	Sie II	Sie I	Sie II	Sie I	Sie II	Matveyev	Venedikov	Matveyev	Venedikov
$Q_1$	0,991	0,651	0,968	0,625	0,674	0,791	0,705	0,768	0,264	0,652	0,703	0,700				
$K_1$	1,005	1,114	1,014	1,025	0,728	0,749	0,699	0,789	0,830	1,315	0,749	0,771				
$M_1$	0,621	0,711	0,640	0,678	0,784	0,681	0,789	0,688	0,741	0,724	0,726	0,687				
$M_2$	0,687	0,695	0,688	0,692	0,717	0,707	0,714	0,708	0,709	0,701	0,726	0,725				
$S_2$	0,585	0,545	0,606	0,545	0,822	0,784	0,821	0,800	0,795	0,793	0,602	0,609				
					Facteur d'amplitude $\delta$											
$Q_1$	+ 1,3	+ 3,9	- 5,7	+22,6	+ 3,1	- 6,2	+ 3,7	- 4,3	+178,3	+52,7	-2,6	-3,8				
$K_1$	- 7,6	+ 4,0	+ 4,8	+ 4,8	+ 4,8	+ 2,7	+ 3,1	+ 1,6	- 2,6	+21,9	+ 9,2	+ 9,5				
$M_1$	+ 2,1	- 2,7	- 4,2	- 0,8	+ 1,0	+ 6,0	+ 2,1	+ 7,2	+ 6,7	+ 3,7	+ 6,0	+ 5,1				
$M_2$	- 2,0	- 1,4	- 2,0	- 1,4	+ 2,5	+ 4,8	+ 2,5	+ 5,0	- 3,7	- 3,6	- 0,9	- 0,5				
$S_2$	-11,3	- 9,6	-11,1	-10,9	+ 5,4	+ 4,0	+ 5,6	+ 3,5	+50,6	+31,5	-11,3	-12,5				
					Retard de phase $x$											

On peut en tirer la conclusion que lors de la réduction de longues séries (un an et plus), les méthodes de Pertsev, Matveyev et Venedikov donnent des résultats les mêmes et également précis. Il convient de noter que un an est là durée optimale puisque dans ce cas l'influence de l'onde  $S_1$  s'élimine plus complètement.

Nous avons obtenu également les données de la réduction par les méthodes de Matveyev et Venedikov de parties mensuelles d'enregistrement des clinomètres. Les résultats de l'analyse de six séries mensuelles d'inclinaisons de marées à Karlo-Libknekhtovsk {4} et à Schevchenko {10} sont donnés dans la table 3. La table 4 donne les résultats de trois mois d'observations clinométriques est-ouest "Beresovaïa Roudka" {11} en séries mensuelles par la méthode de Matveyev et en série globale par la méthode de Venedikov.

On obtient des résultats concordants.

T A B L E 4

Valeurs  $\gamma$  et  $x$  pour la station "Beresovaïa Roudka" provenant d'une série d'une durée de trois mois.

Onde	Meth. Matveyev		Meth. Venedikov	
	$\gamma$	$x$	$\gamma$	$x$
$O_1$	0,628 $\pm 173$	- 5,3 $\pm 14,6$	0,520 $\pm 176$	-10,1 $\pm 13,7$
$M_1$	0,521 $\pm 322$	+44,1 $\pm 35,7$	0,541 $\pm 112$	+24,7 $\pm 8,4$
$M_2$	0,641 $\pm 109$	+ 8,0 $\pm 4,0$	0,697 $\pm 86$	+ 5,9 $\pm 5,0$
$M_2$	0,750 $\pm 26$	- 0,7 $\pm 1,4$	0,745 $\pm 20$	- 0,6 $\pm 1,2$
$S_2$	0,967 $\pm 146$	+ 2,9 $\pm 3,3$	0,986 $\pm 42$	+ 3,4 $\pm 1,7$

La méthode de Venedikov donne non seulement les valeurs des constantes harmoniques des ondes de marées, mais aussi leurs erreurs. Cependant pour une durée d'un mois, les erreurs obtenues ne reflètent pas la réalité. Il est probable que ce soit en relation avec certaines simplifications dans le mécanisme du calcul des erreurs, faites dans la méthode de Venedikov. On constate par les tables 1, 2 et 4 que pour une série de trois mois et plus, les erreurs obtenues en dispersion des séries mensuelles séparées et les erreurs

données par la méthode de Venedikov correspondent. La réduction par la méthode de Venedikov des observations clinométriques à Kiev Lavro-Petcherskii {12} et à Pokrovskaïa Bagatchka {13} a montré que les erreurs des constantes harmoniques croissent si la partie réduite de l'enregistrement a des lacunes importantes.

On peut tirer la conclusion que les méthodes de Pertsev, Matveyev et Venedikov sont également précises et garantissent le niveau actuel de la mesure de la sensibilité des appareils enregistreurs de marées et de l'élimination des facteurs perturbateurs. Mais elles ne satisferont pas aux exigences d'un avenir proche où on réussira à augmenter la précision réelle de l'étalonnage des appareils jusqu'à 0,1 %. C'est pourquoi le problème se pose de créer des méthodes plus parfaites d'analyse harmonique capables d'augmenter d'un ordre la précision des résultats de la réduction des tests théoriques.

Il convient encore de souligner que bien que la méthode de Venedikov soit également précise avec les méthodes mensuelles d'analyse harmonique, elle a tout de même une série d'avantages :

- 1) Elle exige une réduction initiale moindre des données d'observations qui ne peut être traduite à présent par IBM sans altérer sensiblement leur qualité;
- 2) Elle permet d'utiliser complètement les données d'observations et donne la possibilité d'éliminer les mauvaises parties d'enregistrement.

#### C O N C L U S I O N S

1. Il faut élaborer des nouvelles méthodes d'analyse harmonique et moderniser les autres en augmentant de quelques fois leur précision.
2. Pour un contrôle expéditif du travail d'une station de marée terrestre il est utile à présent de réduire les observations par la méthode de Venedikov en séries mensuelles et, après les observations en station, les soumettre à l'analyse en intervalles annuels avec une moyennisation vectorielle des résultats.

## B I B L I O G R A P H I E

1. BAGMET A.L., KOUTNII A.M., Rotation et déformations de marées de la Terre  
"Naoukova Doumka" 1973.
2. KOUTNII A.M., BAGMET A.L., Idem
3. GOLOUBITSKII V.G., KOUTNII A.M., Idem
4. BALENKO V.G., KOUTNII A.M., NOVIKOVA A.N., ALEXANDROV I.M., Rotation et  
déformations de marées  
Publ. IV K "Naoukova Doumka" 1972
5. GOLOUBITSKII V.G., KOUTNII A.M., Rotation et déformations de marées de la  
Terre.  
Publ. VI K "Naoukova Doumka" 1974.
6. BALENKO V.G., OVTCHINNIKOV V.A., KOUTNII A.M., GOLOUBITSKII V.G., Idem
7. KORBA S.N., MATVEYEV P.S., SLAVINSKAIA E.A., Rotation et déformations de  
marées de la Terre.  
Publ. III K. "Naoukova Doumka" 1971.
8. KORBA P.S., Rotation et déformations de marées  
Publ. I K "Naoukova Doumka" 1970.
9. KORBA P.S., KORBA S.N., Rotation et déformations de marées de la Terre  
Publ. II K "Naoukova Doumka" 1970.
10. BALENKO V.G., KOUTNII A.M., NOVIKOVA A.N., Rotation et déformations de marées  
de la Terre  
Publ. II K "Naoukova Doumka" 1970.
11. BALENKO V.G., KOUTNII A.M., Rotation et déformations de la Terre  
Publ. V K "Naoukova Doumka" 1973
12. BALENKO V.G., KOUTNII A.M., NOVIKOVA A.N., Rotation et déformations de  
marées de la Terre  
Publ. I K "Naoukova Doumka" 1970
13. BALENKO V.G., KOUTNII A.M., NOVIKOVA A.N., , cette publication p. 15.

14. LENNON G.W., VANICEK P., Calibrations tests and the comparative performance of horizontal pendulums at a single station.  
Com. Obs. Roy. Belg. (serie Geoph. N° 96), 1970.
  
15. KORBA P.S., Note sur la fréquence de la détermination de l'échelle de l'enregistrement dans les observations des marées terrestres par le gravimètre Askania.  
Com. Obs. Roy. Belg. (serie Geoph. N° 96), 1970.

SUR LES VARIATIONS DES DEFORMATIONS DE MAREES AVANT  
LES TREMBLEMENTS DE TERRE

---

L.A. LATININA S.D. RIZAEVA

Physique de la Terre - 1975 - 9, pp. 84-87.

Les amplitudes des marées luni-solaires déterminées d'après les données gravimétriques, clinométriques et extensométriques ne concordent pas avec les amplitudes de la marée calculée pour une Terre sphériquement homogène. Cette divergence est liée principalement à des hétérogénéités de l'écorce terrestre et du manteau supérieur {1, 2}.

Le présent travail est consacré à une analyse des déformations de marées linéaires sur la répartition desquelles les fractures dans l'écorce terrestre exercent une influence importante.

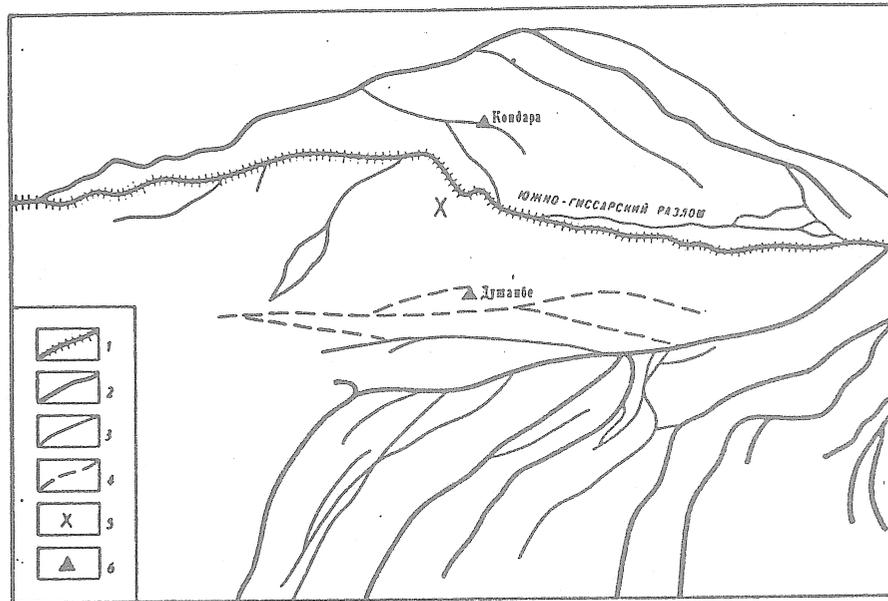
D'après les données extensométriques, les amplitudes des déformations linéaires en beaucoup de sites d'observations sont plus petites aussi bien que leurs valeurs théoriques que les valeurs qui proviennent des données gravimétriques et clinométriques. Mais dans les zones de perturbations tectoniques l'amplitude de ces déformations est anormalement élevée. La déformation de l'écorce terrestre provient principalement de la déformation de ces zones affaiblies.

Direction	$\epsilon_0$		$\epsilon_t$	
	$M_2$	$O_1$	$M_2$	$O_1$
dans la direction de la fracture	$0,30 \cdot 10^{-8}$	$0,75 \cdot 10^{-8}$	$(0,70-0,07) \cdot 10^{-8}$	$0,73 \cdot 10^{-8}$
perpendiculairement à la fracture	$2,10 \cdot 10^{-8}$	$1,10 \cdot 10^{-8}$	$1,45 \cdot 10^{-8}$	$0,57 \cdot 10^{-8}$

Nous examinerons ici les déformations dans la zone de la fracture tectonique de Kondara. Cette fracture d'une étendue de 10 à 15 km est située dans les limites de l'anticlinal de Tian-Shan Sud, qui est limitée au Sud par la profonde fracture du Sud-Hissar (Fig. 1) {3}. La fracture de Kondara s'étend en latitude (E 15°S) et tombe abruptement sur le nord est sous un angle de 75 à 85°. Les zones au nord et au sud de la fracture sont du granit à gros grains et la fracture elle-même présente une zone de granites de quartz fortement cassés d'une largeur d'environ 50 m. La profondeur de la fracture est de l'ordre de 1 à 2 km.

Des extensomètres en quartz sont installés dans une excavation souterraine de la zone de la fracture. Ces extensomètres d'environ 20 m sont placés transversalement et dans la direction de la fracture. La table permet de comparer les amplitudes théoriques  $\epsilon_t$  et observées  $\epsilon_o$  des ondes lunaires principales ( $M_2$  et  $O_1$ ). Les valeurs  $\epsilon_t$  et  $\epsilon_o$  pour  $O_1$  correspondent dans la direction de la fracture. La valeur  $\epsilon_t$  pour l'onde  $M_2$  dans la direction de la fracture est déterminée de façon imprécise car dans les directions voisines du parallèle des erreurs insignifiantes dans l'orientation de l'appareil provoquent des variations importantes. (L'orientation de l'appareil est déterminée avec la précision d'un degré). Dans la direction perpendiculaire à la fracture, les amplitudes de  $M_2$  et de  $O_1$  dépassent leurs valeurs théoriques respectivement de 45 % et de 100 %.

Nous avons tenté d'évaluer l'influence des fractures sur les déformations linéaires de l'écorce {4}. A titre de modèle du bloc de l'écorce terrestre qui est limité par les fractures qui sont des zones de faible élasticité et qui subit une distension ou une compression, on a examiné la bande élastique sur les limites transversales de laquelle sont données les tensions normales croissant jusqu'à une profondeur correspondant à la profondeur de la fracture.



**Fig. 1** Schéma des fractures tectoniques de la région de Douchambe : Fractures 1 - du premier ordre, 2 - du second ordre, 3 - du troisième ordre, 4 sont les fractures dans la base, 5 est l'épicentre du tremblement de Terre du 3/10/1967, 6 - sont les stations sismiques.

Les calculs de ce modèle ont montré que si les mesures transversales du bloc sont égales à la profondeur de la fracture alors la déformation à la surface est faible en comparaison avec la déformation en l'absence de fracture. Si les dimensions du bloc sont 5 fois plus grandes que la profondeur de la fracture, la déformation à la surface est deux fois plus petite que la déformation dans le milieu non perturbé. Ces estimations sont approximatives mais elles montrent que la déformation à la surface du bloc peut paraître de dix pourcent plus bas que dans le milieu non perturbé.

L'influence de la fracture sur la répartition des déformations est déterminée par ses caractéristiques mécaniques. La variation de celles-ci dans le temps doit conduire à la variation des déformations dans la zone de la fracture et de ses alentours et par conséquent à une augmentation ou à une diminution des amplitudes des ondes de marées. Ceci peut conduire à une méthode de recherche des signes précurseurs des tremblements de Terre.

La zone de la fracture est une zone de roches lézardées dont les paramètres élastiques varient sensiblement soit par variation de leur saturation d'eau soit par variation de la tension. Les recherches de laboratoire sur des

modèles fissurés poreux montrent que l'application d'une pression de l'ordre de 1 Kbar change les modules élastiques de 10 à 100 % (pour les granites jusqu'à 30 %, pour les calcaires jusqu'à 100 %) [5]. En augmentant la pression cet effet diminue. Des variations analogues et probablement plus grandes peuvent être attendues dans la zone de la fracture. L'estimation quantitative de la variation des déformations de marées lors de la variation d'élasticité de la zone de fracture est complexe car il faut tenir compte que la conduite des matériaux varie avec la perturbation en profondeur. Ici nous nous limiterons à un examen qualitatif.

L'existence de la fracture fait varier l'amplitude de la marée de dix et même cent pourcents. La compression d'une partie de l'écorce terrestre amène à une consolidation dans la zone de la fracture et son élasticité augmente. La distension donne un effet inverse. L'augmentation de la saturation d'eau augmente l'élasticité de volume. S'il se produit une solidification de la zone de fracture, l'amplitude de l'onde de marée doit diminuer dans les limites de cette zone et augmenter hors de celle-ci.

La variation des paramètres mécaniques de la fracture peut être provoquée par des processus se produisant dans la zone de foyer du tremblement de Terre dans la période de sa préparation : perturbation progressive, par dilatance, augmentation de pression du liquide.

Nous avons tenté d'appliquer ces représentations à l'analyse des déformations de marées dans la zone de fracture de Kondara en relation avec le tremblement de Terre de Loutchov le 3.X.1967 ( $M = 4.5$ ,  $\Delta = 20$  km,  $h = 10$  km).

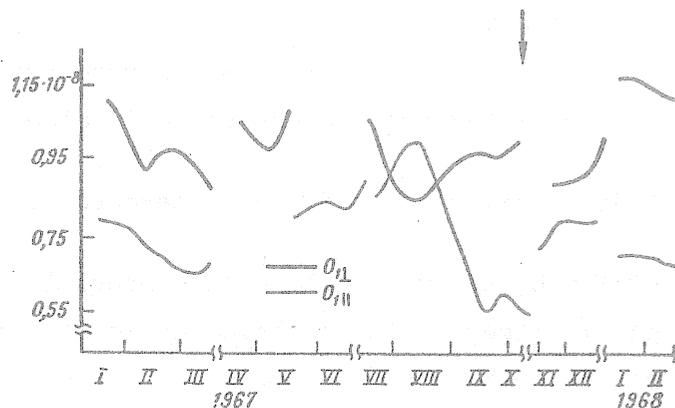
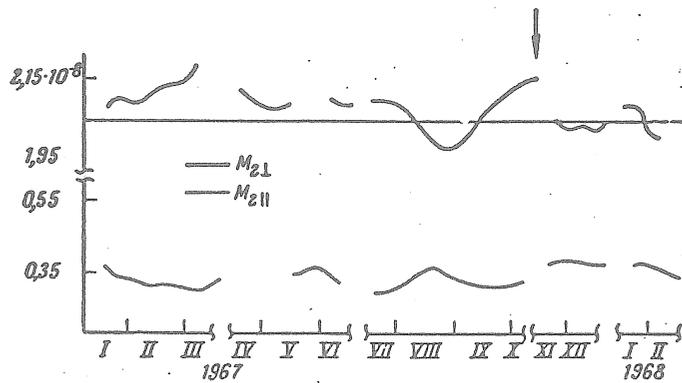


Fig. 2 Variation temporelle de l'onde  $O_1$  dans la direction de la fracture  $O_{1I}$  et perpendiculairement. La flèche désigne l'époque du tremblement de Terre.



**Fig. 3** Variation temporelle de l'amplitude de l'onde  $M_2$  dans la direction de la fracture  $M_2$  et perpendiculairement. La flèche désigné l'époque du tremblement de Terre.

Le foyer se situe dans la zone de la profonde fracture du Sud-Hissar. Kondara se trouve dans une région où, au moment du tremblement de Terre, des tensions de compression ont été relevées [6] et l'on peut penser que dans la période de préparation du tremblement de Terre se produisait une compression de cette région. La compression a été observée également à l'aide des extensomètres par lesquels on a enregistré de 1965 à 1970 une compression avec une vitesse de  $5 \cdot 10^{-7}$  à  $10 \cdot 10^{-7}$  par an. La vitesse de la déformation a crû en 1967; au cours de 6 mois jusqu'au tremblement de Terre il s'est produit une compression égale à  $5 \cdot 10^{-6}$  [7].

Nous examinerons les variations temporelles des ondes de marées pour la période du I. 1967 au II. 1968. Les amplitudes des ondes lunaires principales  $M_2$  et  $O_1$  sont séparées par l'analyse harmonique par la méthode de 29 jours de Pertsev avec un pas d'un jour [8]. Nous donnons sur les figures 2 et 3 les variations des amplitudes de  $M_2$  et  $O_1$  dans la direction de la fracture et perpendiculairement. Chaque point est le résultat de la séparation de l'onde sur 29 jours et de la moyenne successive de 7 valeurs successives.

Ainsi, chaque point donne la caractéristique moyenne sur 36 jours.

L'onde  $O_1$  est obtenue avec une précision moindre que  $M_2$ . Comme on le constate par la figure 2 la précision de la détermination de  $O_1$  est faible ( $\sim 20\%$ ) et on n'a noté dans les limites de cette précision aucune variation de l'onde  $O_1$  avant le tremblement de Terre.

L'amplitude de l'onde  $M_2$  dans la direction de la fracture est faible  $(0,33 \pm 0,03) \cdot 10^{-8}$  et reste constante avec une précision de l'ordre de 10 %. On peut parler d'une certaine amplification de cette onde après le tremblement de Terre, mais l'effet ne sort pas des limites des erreurs.

On détermine avec la plus grande précision l'amplitude de  $M_2$  dans la direction transversale à la fracture  $M_2$  car cette direction est voisine du méridien et la fracture est un amplificateur naturel des déplacements de marées. L'amplitude de  $M_2$  est constante pour la période examinée avec une précision élevée pour les données extensométriques :  $\pm 3,0$  % et égale  $(2,03 \pm 0,06) \cdot 10^{-8}$ .

On peut voir par la figure 3 qu'il n'y a pas de différences systématiques dans l'onde  $M_2$  avant et après le tremblement de Terre. Cependant l'attention est attirée par la diminution de l'amplitude de  $1,90 \cdot 10^{-8}$  à la fin d'août. Cette variation dépasse de 2 fois l'erreur quadratique moyenne de la détermination et représente 6 % de l'amplitude de l'onde. L'effet est trop faible pour qu'on puisse parler avec assurance du lien avec le tremblement de Terre cependant certains arguments en faveur de l'existence de ce lien peuvent être avancés. D'abord il y a une coïncidence avec le tremblement de Terre. La variation de l'amplitude de  $M_2$  s'est produite 1,5 à 0,5 mois avant le tremblement de Terre (il faut tenir compte que chaque point de la courbe est le résultat de la réduction d'un intervalle de 36 jours) et au moment du tremblement de Terre l'amplitude a augmenté jusqu'à sa valeur normale. Ensuite, la diminution d'amplitude doit être en relation avec la compression de la zone de la fracture et conformément aux données présentées plus haut, la région dans la période de préparation du tremblement de Terre était en état de compression.

Ainsi donc les fractures exercent une grande influence sur l'intensité des déformations de marées. Si à la suite des processus préparant le tremblement de Terre, les caractéristiques élastiques de la zone de la fracture varient, cela cause une variation de l'amplitude de l'onde de marée.

Il est difficile d'espérer des variations sensibles puisque la distance depuis la station jusqu'au foyer dépasse de quelques fois les dimensions du foyer et parce que la fracture sur laquelle se font les mesures de la marée n'entre pas dans le système des fractures d'après laquelle s'est produit le mouvement.

Bibliographie.

1. WOOD M.D., ALLEN R.V., ALLEN S.S.,  
Methods for predication and evaluation of tidal tilt data from borehole and  
observatory sites near active faults.  
Phil. Trans. R. Soc., London, A, 274, 1973.
2. OZAWA I.,  
Expressions of the anisotropy of the crust by means of the observations in  
the Earth tidal strains. Contributions  
Geophys. Inst., Kyoto Univ., N° 11, 1971.
3. BOUNE V.I., REIMAN V.M.,  
Sur la caractéristique séismotectonique de la partie centrale de la dépression  
du Tadjikistan.  
Trav. Inst. d'équipement séismologique et de séismologie. Ac. des Sc. Tadj.  
CCP VII 1960.
4. LATININA L.A.,  
Sur la possibilité d'étudier les fractures dans l'écorce terrestre d'après  
les déformations de marées linéaires.  
Izv. Ac. des Sc. URSS, Physique de la Terre N° 3, 1975.
5. VOLAROVITCH M.P., BAIIDUK E.I., LEVIKIN A.I., TOMASCHEVSKAIA I.S.,  
Propriétés physico-mécaniques des roches et des minéraux sous de hautes  
pressions et de hautes températures.  
pp. 43 à 86 M. "Naouka" 1974.
6. SOHOLEVA O.V., KINIANINA G.A., SCHKLIAR G.P.,  
Mécanisme des foyers des forts tremblements de Terre de la région de Douchank -  
Vakkchsk.  
Publ. "Forts tremblements de Terre de l'Asie Centrale et du Kazakstan"  
Publ. 2 "Douchank" "Donisch", 1975.
7. LATININA L.A., KARMALEYEVA R.M., RISAEVA S.D., STARKOVA E.Ia., MORDONOV B.,  
Déformations de la surface de la Terre à Kondara avant le tremblement de  
Terre du 3.X.1967.  
Publ. "Essais de prévisions des tremblements de Terre dans les polygones  
de prévision "M. Naouka" 1974.
8. PERTSEV B.P.  
Analyse harmonique des marées élastiques.  
Izv. Ac. des Sc. URSS, Série Géophys. N° 8, 1958.