MAREES TERRESTRES

BULLETIN D'INFORMATIONS

N° 76

30 septembre 1977

Association Internationale de Géodésie

Commission Permanente des Marées Terrestres

Éditeur Prof. Paul MELCHIOR

Observatoire Royal de Belgique

3, Avenue Circulaire

1180 Bruxelles

TABLE DES MATIERES

V.A. VOLKOV, S.S. SASIMOV (Traduction)

Du problème de l'amortissement et de la linéarité des systèmes enregistreurs de marées "Askania" GS - 15 4409

A.L. BAGMET, V.G. GOLOUBITSKII, A.M. KOUTNII, R.G. NISAMOV (Traduction)

Etude de la stabilité de la constante électrodynamique des clinomètres avec agrandissement photoélectrique 4415

V.G. GOLOUBITSKII, A.M. KOUTNII, V.G. BALENKO, I. YOU. BOGDAN, A.D. BAGMET

Etalonnage des clinomètres photoélectriques de l'Observatoire gravimétrique de Poltava (Traduction) 4419

H.G. WENZEL

Estimation of accuracy for the earth tide analysis results 4427

S.M. MOLODENSKII (Traduction)

De la fonction de Green pour les équations des déformations sphéroïdales élastiques de la Terre 4446

S.M. MOLODENSKY (Traduction)

Sur la relation liant les nombres de Love avec les coefficients de surcharge 4455

M.S. MOLODENSKII, S.M. MOLODENSKII, N.N. PARIISKII (Traduction)

Sur le lien possible des variations de la force de pesanteur et de la vitesse de rotation de la Terre 4462

P.S. KORBA, V.G. BALENKO, Y.A. DITCHKO, V.P. SCHLIKHOVOI, V.Y. TOKAR

Variations de marées de la force de pesanteur à Poltava en 1973-1974 (Traduction) 4476

P.S. MATVEYEV, E.Y. EVTOUCHENKO, V.S. VEREDA (Traduction)

Observations clinométriques dans la région à Hartsiska 4481

V.G. BALENKO, A.M. KOUTNII, A.N. NOVIKOVA, V.G. GOLOUBITSKII

Observations clinométriques dans la mine N° I "Artemsol" (salle n°3) (Traduction) 4485

B.S. DOUBIK (Traduction)

Estimation de l'erreur quadratique moyenne d'une ordonnée de la courbe de marée analysée et moyenne des résultats de l'analyse harmonique 4496

Traduction.

Du problème de l'amortissement et de la linéarité des systèmes enregistreurs de marées "Askania" GS - 15

V.A. Volkov, S.S. Sasimov

Rotation et Déformations de Marées de la Terre

VII - pp 39-42 - 1975

On a commencé à employer ces derniers temps pour l'enregistrement continu de marées de la pesanteur des gravimètres Askania GS-15 avec un transformateur de puissance du déplacement du pendule en courant électrique.

Tous les systèmes enregistreurs de marées "Askania" se caractérisent par un retard instrumental {1 à 7} dont il faut tenir compte lors de l'interprétation géophysique des observations. Les gravimètres GS-11 avec système galvanométrique introduisent un écart de phase dans les ondes semi-diurnes de 1 à 5° en fonction des caractéristiques de galvanomètre.

Les gravimètres GS-11 avec agrandisseur photographique et enregistreur Polycomp introduisent un écart de phase pour l'onde semi-diurne de 0,3 à 0,5°. Les gravimètres GS-11 (par exemple N° 201) avec un voltmètre de compensation "Hewlett-Packard" et un enregistreur "Multicord 250" introduisent dans les ondes semi-diurnes un écart de phase jusqu'à 8° {7}.

Dans l'introduction pour l'exploitation de l'appareil enregistreur de marée GS-15 on donne la fonction de transfert du filtre actif Butterwortn déterminant les caractéristiques d'amplitude.

A (ω) et de phase x (ω) du filtre :

$$\phi(i\omega) = \frac{1}{1 + bi\omega\tau - \omega^2\tau^2} \qquad (1)$$

où $\tau = 1000/2\pi = 159$ sec, $b = \sqrt{2}$ est le facteur déterminant la caractéristique de Butterworth.

La fonction $\phi(i\omega)$ est complexe et peut-être écrite sous la forme :

$$\phi(i\omega) = P(\omega) + iQ(\omega) = A(\omega)e^{ix(\omega)}, \qquad (2)$$

ainsi le module $A(\omega)$ et l'argument $x(\omega)$ seront :

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}, \qquad x(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} \qquad (3)$$

En faisant les transformations nécessaires de l'expression (1) en tenant compte de (2) et (3) nous obtiendrons

$$x(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2}\,\omega\tau}{1-\omega^2\tau^2}, \qquad A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^4\tau^4}} \qquad (4)$$

En utilisant la valeur donnée par la forme $\tau = 159$ sec. Nous obtenons les écarts de phase $x_{moy.}$ introduits par le filtre actif dans les ondes de marées principales :

	M_2	δ_2	K_1	O_1
X_{cp} =	-1°81	-1°88	-0°94	-0°87

Il nous a paru intéressant de vérifier expérimentalement dans quel degré le filtre actif détermine la caractéristique de fréquence de tout le canal enregistreur de marées. La détermination a été faite par la méthode appliquée à l'Institut de Physique de la Terre depuis 1961 et notamment par l'analyse du processus de transition qui se produit à la sortie du système (compensographe) en fonction de l'action sur son entrée (pendule du gravimètre) de l'écart isolé (fonction de Heaviside){1}.

D'après la théorie des processus de transition nous avons les relations

$$Q(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{F(i\omega)} \qquad (5)$$

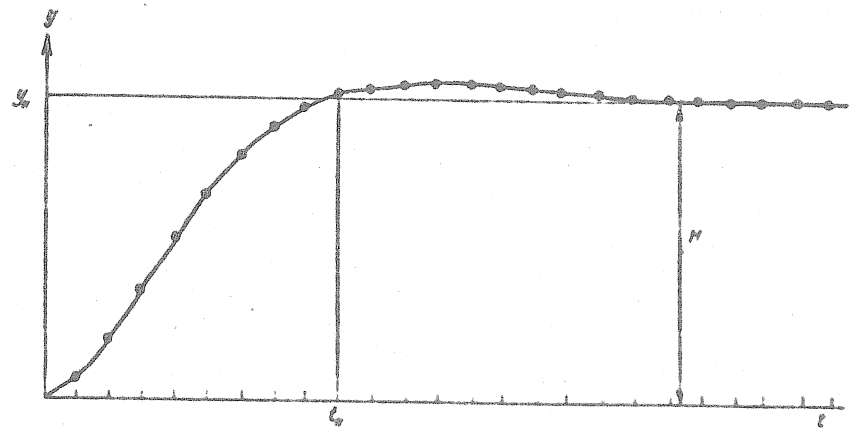


Fig. 1 Processus de transition y(t) sur la sortie du système enregistreur de marées GS-15
H est l'amplitude de l'écart de la plume de compensographe, t est le temps quand y(t) = H.

Ici $$Y(i\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-i\omega t}dt, \qquad F(i\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt,$$

où f(y) est la fonction d'entrée, y(t) est la fonction de sortie

Ainsi $$y(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} Y(i\omega)e^{i\omega t}d\omega.$$

Pour la fonction isolée $F(i\omega) = \frac{1}{i\omega}$

En utilisant l'expression (1) pour $\phi(i\omega)$ nous obtenons l'expression

$$y(t)=1-e^{-\frac{\delta}{2\tau}t}\left(\sin\frac{\delta}{2\tau}t+\cos\frac{\delta}{2\tau}t\right) \qquad (6)$$

le filtre actif détermine complètement la caractéristique de fréquence de tout le système enregistreur de marée GS-15. Le processus de transition tracé par la plume de compensographe après une correction unique donnée au pendule par un tour brusque de la vis est représenté sur la figure 1. Sur ce graphique on a noté par des points la courbe calculée d'après la formule (6) en utilisant la valeur du constructeur $\tau_{moy.}$ = 159 sec. Pour la détermination expérimentale de τ on a utilisé les époques t_n dans lesquelles la fonction (6) atteint une valeur égale à l'unité : y(t) = I

alors $$\sin\frac{\delta}{2\tau}t_H+\cos\frac{\delta}{2\tau}t_H=0. \qquad (7)$$

L'expression (7) est n'exacte que pour la valeur $\frac{b}{2t} t_H = \frac{3}{4}\pi$. D'où $\tau \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} t_H$.

D'après les résultats de dix déplacements nous avons $t_H = 9^m,02 \pm 0,08$.
D'où $\tau = 2^m,71 \pm 0,01$.
Pour les ondes principales de la marée nous obtenons les valeurs suivantes x_{exp} de l'écart de phase

	M_2	S_2	K_1	O_1
x_{exp} =	-1°,85	-1°,92	-0°,96	-0°,89
	±0,01	±0,01	±0,01	±0,01

Ainsi, le filtre actif de Butterworth détermine pratiquement complètement la caractéristique de phase.

En outre, {8}, on a fait la vérification de la linéarité de tout le bloc de commande et séparément du compensographe. Pour cela on a donné à l'entrée du bloc de commande (amplificateur) et du compensateur avec une précision jusqu'à 0,1 % des variations égales de la tension électrique. Les résultats étaient enregistrés sur le compensographe et étaient calculés d'après un voltmètre numérique.

Nous donnons sur la figure 2 les graphiques des corrections calculées V_K de la non linéarité du compensographe pour diverses positions de son zéro.

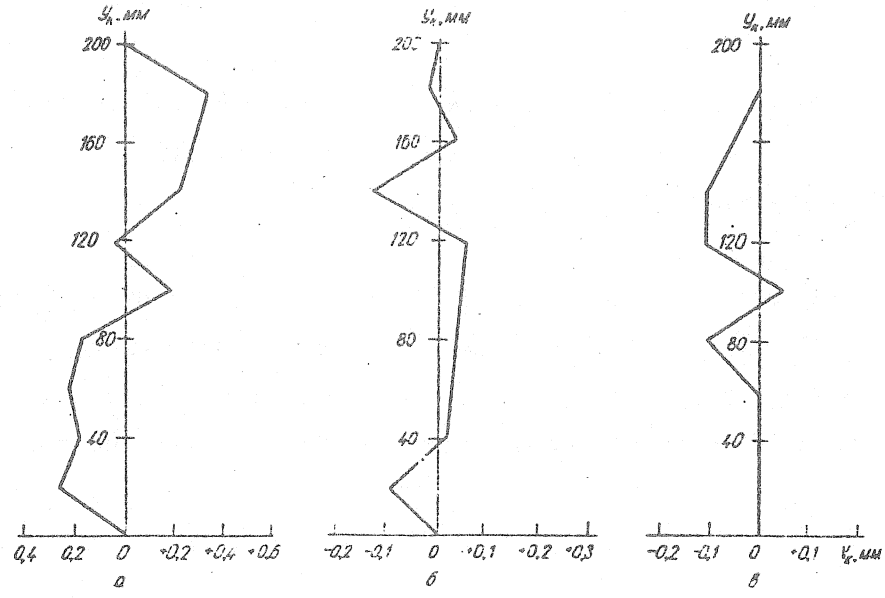


Fig. 2 Corrections V_K de non linéarité du compensographe :
a est le zéro du compensographe à gauche, h est le zéro du compensographe au milieu de l'échelle, C est le zéro du compensographe à droite.

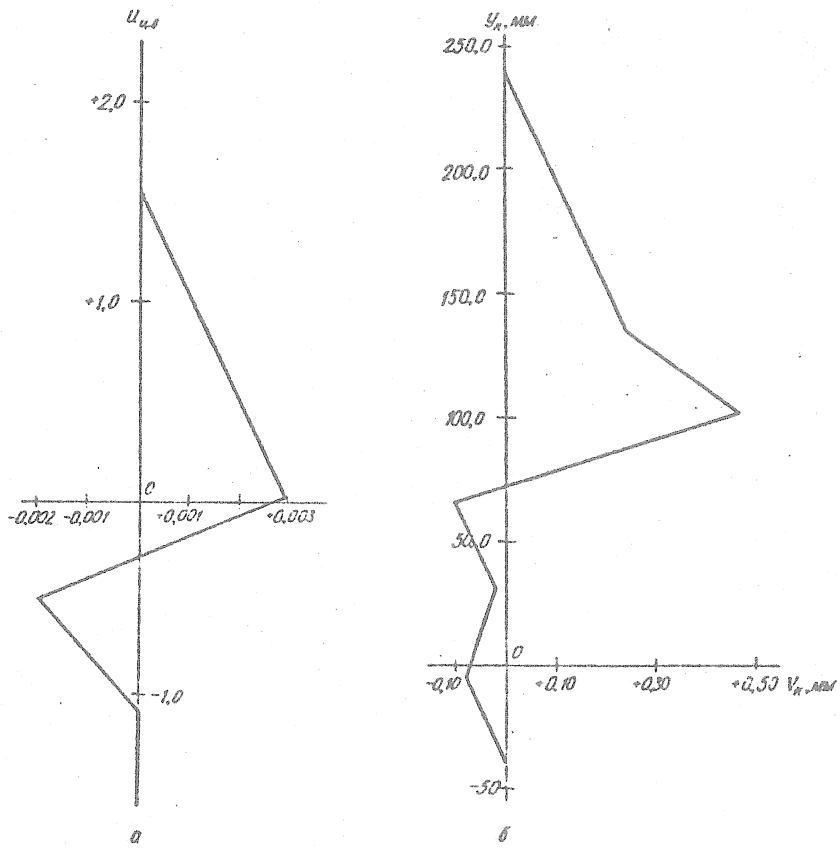


Fig. 3 Corrections de la non-linéarité du voltmètre numérique (a) et du compensographe (h).

Nous donnons sur la figure 3 les graphiques de la non-linéarité à la sortie du voltmètre à chiffres V_{UB} et du compensographe lors de la vérification de tout le bloc de commande.

Nous constatons par les figures 2 et 3 que sur tout le diapason des mesures les indications du voltmètre numérique et du compensographe sont linéaires dans les limites de précision de 0,1 %, ainsi les dérives du compensographe n'introduisent pas de linéarité supplémentaire dans le canal de mesure.

BIBLIOGRAPHIE

1. Volkov V.A., Détermination des caractéristiques de phases des systèmes enregistreurs de marées des gravimètres - galvanomètres.
   Variations de marées de la force de pesanteur. M. "Naouka" 1964.

2. Korba P.S., Ditchko I.A., Sur les conséquences de l'amortissement lors des observations des variations de la force de pesanteur avec le gravimètre "Askania"
   Dan. Acad. Sc. Ukraine K. 1965 N° 8.

3. Volkov V.A., Pariiskii N.N., Calcul des caractéristiques de phases des gravimètres "Askania" lors de la mesure du retard des marées terrestres.
   Etude des déformations de marées de la Terre M. "Naouka" 1973.

4. Ducarme B., Détermination expérimentale du déphasage des ondes de marée dans le cas gravimètres "Askania". Sixième Symposium International sur les Marées Terrestres. Strasbourg, 1969.

5. Melchior P., Marées terrestres M. "Mir" 1968.

6. Volkov V.A., Gousseva F.P., Barsenkov S.N., Détermination des caractéristiques dynamiques du système enregistreur de marées gravimètre - galvanomètre à l'aide de la plate-forme d'étalonnage des gravimètres
   Mouvements lents de l'écorce terrestre M. "Naouka" 1972.

7. Simon Z., Broz I., Untersuhung zwei gravimetrischer apparaturen für die ergezeitenregistrierung und die bestimmung ihrer konstanten. - Sbcrniku vyzkumnych Praci svazek 5, Praha, 1971.

8. Volkov V.A., Influence de la non-linéarité de l'échelle du galvanomètre de l'enregistreur sur les résultats des observations des marées terrestres.
   Etude des marées terrestres, n° 3 M.
   Edit. Ac. des Sc. URSS 1963.

Traduction

Etude de la stabilité de la constante electrodynamique des clinomètres avec agrandissement photoelectrique

A.L. Bagmet, V.G. Goloubitskii, A.M. Koutnii, R.G. Nisamov

Rotation et déformations de marées de la Terre

VII - 53-55 - 1975.

Nous donnons ici les résultats d'une étude de la stabilité de la constante fondamentale du clinomètre avec agrandissement photoélectrique I_o qui caractérise la sensibilité du pendule aux inclinaisons et au courant passant par la bobine du pendule pour son étalonnage (1) :

$$I_0 = \frac{I}{\psi}\left[\frac{\text{мка}}{\text{секдуги}}\right], \qquad (1)$$

où ψ est l'inclinaison de la base sur laquelle est placé l'appareil ; I est le courant qu'il faut faire passer par la bobine pour compenser cette inclinaison.

La précision de la mesure des inclinaisons dépend de la sûreté de la détermination de la valeur I_o et de sa stabilité. Par stabilité nous entendons la dépendance de I_o en fonction de la température et du temps

I

Les observations clinométriques dans différentes stations se font dans différentes conditions de température, de +16 (en Asie Centrale) jusque +2°C (dans la presqu'île de Kolsk).

On a fait à Obninsk un étalonnage de 12 clinomètres Ostrovskii dans la cave (t = + 22°C) et dans une mine (t = + 8°C). L'étalonnage a été fait

d'après la méthode décrite en détail dans le travail {2}. La précision de la détermination de I_o était de 0,2 %. L'humidité relative de l'air dans la mine atteint 100 % et on a pris des mesures spéciales pour la protection des appareils. Ainsi le potentiomètre P30G a été placé dans un container hermétique, on a mis des supports électro-isolants en téflon etc ...

Les résultats de l'étalonnage en mine (30 m sous la surface) étaient plus sûrs que dans la cave (profondeur 4 m).

Les données de la table montrent qu'on ne constate pas de dépendance I_o de la température - dans les deux cas I_o correspondent à 0,2 à 0,3 % près, c'est à dire dans les limites des erreurs de mesures.

Résultats de la détermination de I_o à différentes températures

Numéro de l'appareil	I_o (mka/sec. d'arc pour une température de l'air (°C)		ΔI_o,%	Numéro de l'appareil	I_o (mka/sec. d'arc pour une température de l'air (°C)		ΔI_o,%
	+22	+8			+22	+8	
23	0,9943	0,9962	- 0,19	59	1,0025	1,0051	- 0,26
24	0,9924	0,9910	+ 0,14	61	1,0157	1,0147	+ 0,10
25	1,0031	1,0062	- 0,31	2	2,0332	2,0301	+ 0,15
27	1,0102	1,0102	0	11	2,0334	2,0324	+ 0,05
30	1,0099	1,0086	+ 0,13	15	2,0344	2,0331	+ 0,07
55	1,0031	1,0036	- 0,05	19	2,0238	2,0256	- 0,09

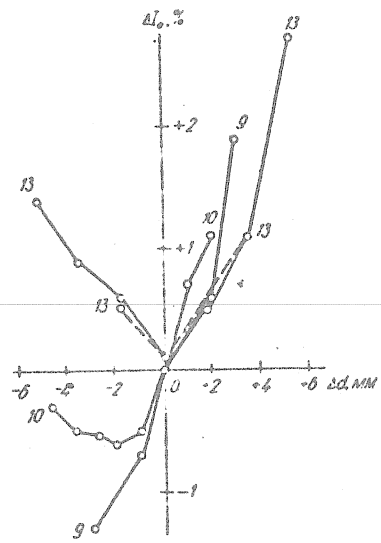
On a considéré précédemment, qu'à cause du vieillissement de l'aimant du système d'étalonnage du clinomètre I_o augmente à peu près de 0,5 % par an {3}. En effet, comme l'a montré l'expérience d'étalonnages répétés des clinomètres, les nouvelles valeurs de I_o diffèrent habituellement des valeurs du constructeur. Cependant l'augmentation de I_o n'est pas tellement sensible en tout cas pas de plus de 1 à 2 % pour 10 ans en outre les cas fréquents où $I_o<1$. Les faits indiqués sont bien illustrés par les résultats du travail {4}.

C'est pourquoi avant de tirer des conclusions quelconques sur le problème abordé il faut éclaircir toutes les causes possibles provoquant la

variation de I_o. Les plus probables sont apparemment les suivantes : d'abord, la variation de la position mauvaise de la bobine du pendule par rapport à l'aimant fixe et la chute dans l'espace libre entre l'aimant et la bobine de particules métalliques {4}.

Pour éclaircir le premier problème, nous avons étudié trois clinomètres Ostrovskii N° 9, 10, 13 pour lesquels nous avons déplacé l'aimant par rapport aux bobines ou les bobines par rapport à l'aimant par le changement de la position zéro de la tache lumineuse.

Nous donnons sur la figure les graphiques de la variation I_o lors du déplacement des bobines dans l'espace libre. Le même déplacement peut se produire par exemple lors de l'ajustage du système optique du clinomètre (on a remplacé les lampes du spot des photoéléments etc.). Comme on le voit lors du déplacement de la bobine de 1mm I_o peut varier de 0,3 à 0,4 %. Cette variation de I_o peut être prise comme un résultat du vieillissement de l'aimant.



Variation de la valeur de I_o lors du déplacement de la tache lumineuse du spot des photoéléments (ligne continue) et lors du déplacement de l'aimant par rapport aux bobines (pointillé).
Les chiffres sur les courbes désignent le numéro des appareils.

Avant de tirer des conclusions sur la stabilité dans le temps il faut s'assurer que les appareils étudiés n'ont été soumis à aucune modification quelle qu'elle soit, réaménagements du système optique etc. Malheureusement nous ne disposons pas de données suffisantes. On ne peut que signaler que lors de l'étalonnage des quatre clinomètres N° 03, 05, 06, 07 {4} à Obninsk et à Poltava sur un intervalle de trois ans (pour cet intervalle de temps ils n'ont pas été soumis à aucun ajustage) on n'a pas décelé de variations de I_o dans les limites de 0,2 à 0,3 %.

Conclusions

1. La valeur I_o reste invariable avec une précision de 0,2 % pour une variation de température de 14°C.

2. La constante électrodynamique I_o varie avec le temps de façon insignifiante, pas de plus de 0,1 à 0,2 % par an.

B I B L I O G R A P H I E

1. Ostrovskii A.É., Etude des marées terrestres M. Edit. Ac. des Sc. ; URSS N° 2, 1961.

2. Bagmet A.D., Goloubitskii V.G., Koutnii A.M., Cette publication P. 49.

3. Chirokov I.A., Marées terrestres et structure interne de la Terre M. Naouka 1967.

4. Goloubitskii V.G., Koutnii A.M., Balenko V.G., Bogdan I You., Bagmet A.L., Cette publication p. 55.

Traduction

Etalonnage des clinomètres photoelectriques de l'Observatoire gravimétrique de Poltava

V.G. Goloubitskii, A.M. Koutnii, V.G. Balenko, I. You. Bogdan, A.D. Bagmet

Rotation et déformations de marées de la Terre

VII - pp 55-58 - 1975.

L'Observatoire gravimétrique de Poltava réalise depuis plus de dix ans des observations de marées terrestres avec des clinomètres photoélectriques Ostrovskii {1}. Une grande partie des données pour les profils de Soumi-Kherson {9} et Kiev-Artemovsk {8} a été obtenue avec ces appareils. Nous donnons dans la table 1 les stations où on a placé des appareils, la durée des observations et des références.

La constante fondamentale des clinomètres d'Ostrovskii est la constante I_o appelée électrodynamique dont le principe et la méthode de détermination ont été proposés par A.E. Ostrovskii et décrits en détail dans les travaux {1,2,3}.

La valeur I_o dépend de l'accélération de la pesanteur, de la masse et de la longueur réduite du pendule, du nombre de spires de la bobine dans laquelle passe le courant, de la distance de ces dernières à l'axe de rotation du pendule et de la tension du champ magnétique de l'aimant constant. On peut négliger l'influence de la différence de l'accélération de la force de pesanteur entre l'endroit de l'étalonnage et le point des observations et considérer comme constants tous les autres paramètres du pendule et de la bobine, il n'y a que la variation de la tension du champ magnétique qui puisse influencer la valeur I_o.

La sensibilité des clinomètres d'Ostrovskii se détermine par la formule

(1)

où Z_i est l'écart du galvanomètre enregistré sur la bande photo, correspondant à la valeur du courant de l'impulsion de contrôle I_{KM}. Le courant de l'impulsion de contrôle I_{KM} est donné par un élément galvanique OP ou PU qui est branché sur le diviseur de tension constitué de décade régulatrice des résistances et résistors étalons de 3,985 ohms et 20 Kohms. La précision de la détermination de la sensibilité du clinomètre dépend dans une grande mesure de la stabilité de la tension de l'élément galvanique et des erreurs déterminées par les imprécisions dans la fabrication des résistors du diviseur de tension. Malheureusement on n'a pas donné l'attention voulue à la précision de la mesure de la valeur du courant de l'impulsion de contrôle. Cette valeur a été déterminée par le calcul dans l'hypothèse que l'e.d.c. de l'élément galvanique reste constant et égal à 1,350 et que les résistors du diviseur de tension sont fabriqués avec la précision exigée . On a montré en {4} la nécessité de mesurer avec soin la valeur I_{KM}, et on y propose le procédé de cette mesure. Elle consiste à mesurer la chute de tension sur le résistor principal du diviseur de tension (20 Kohms) à l'aide du potentiomètre et on calcule d'après celui-ci la valeur du courant de l'impulsion de contrôle. Depuis 1970 nous mesurons d'après cette méthode parallèlement avec la détermination de I_o la valeur du courant de l'impulsion de contrôle I_{KM} avec une erreur ne dépassant pas 0,05 %.

Le résumé des résultats à Obninsk et Poltava comparés avec ceux obtenus par I.A. Chirokov {2} est donné dans la table 2.

Table 1

Site	Numéro de l'appareil	Période des observations	Bibliographie
Kiev	06, 07	XII 1964 - VII 1967	{10, 11}
Roudka	1, 16, 18, 20	VI 1972 - 1972 continent	—
B agatehka	03, 05, 06, 07	I 1971 - XII 1973	{12}
Arentchenkovo	06, 07	VIII 1966 - IX 1968	{13}
Katerinovka	03, 05, 06, 07	XII 1968 - VII 1970	{14, 15}
Samatoëvka	49, 62	XI 1966 - VIII 1968	{16}
Boudicka	03, 05, 49,62	XI 1965 - II 1967	{17}
Soudievka	08, 09, 57, 66	III 1971 - 1971 continent	{15, 21}
Likhovka	08, 09	VII 1967 - X 1968	{16}
Khristorovka	49, 62	VII 1973 - 1973 continent	—
Mourakhovka	49, 62	VIII 1969 - VIII 1972	{19}
Darievka	08, 09	VII 1964 - XII 1965	{20}

Table 2

numéro de l'appareil	Moscou		Obninsk			Poltava			IKM MKa	Δ,%
	Date de l'étalonnage	I_o (pour 20)	Date de l'étalonnage	I_o (pour 3") avant	I_o (pour 3") après nettoyage	Date de l'étalonnage	I_o pour 1"1	I_o pour 0"2		
03	1963 УП	1,000	1970 XI	1,0129	1,0183	1974 I	1,0164	1,0156	0,0521	+2,42
05	УП	0,998	XI	1,0156	1,0541	I	1,0545	1,0464	0,0526	-0,24
06	УП	1,003	XI	0,9524	0,9819	I	0,9837	0,9851	0,0503	+2,27
07	УП	0,999	XI	0,9857	1,0194	I	1,0179	1,0112	0,0504	-1,01
08	УП	0,999	1973 II	0,9850	-	I	0,9851	0,9851	0,0492	-0,40
09	УП	1,007	II	1,0072	-	I	1,0073	1,0066	0,0492	-2,60
49	1965 УП	1,001	1971 УШ	1,0045	1,0086	-	-	-	-	-
57	УП	1,001	УП	0,9924	1,0147	-	-	-	-	-
62	УП	0,996	УШ	1,0146	1,0156	-	-	-	-	-
66	УП	1,000	УП	1,0003	1,0116	-	-	-	-	-
1						1974 II	2,0130	-	0,0501	-0,15
16						II	2,0195	-	0,0501	-0,47
18						II	1,9945	-	0,0490	-1,81
20						II	2,0177	-	0,0490	-3,00

Remarque : Les corrections Δ sont calculées d'après les valeurs I_o obtenues à Poltava lors de l'étalonnage sur un angle d'inclinaison 1"1.

Les premiers étalonnages des clinomètres d'Ostrovskii ont été faits pour des angles d'inclinaison de 20 à 500 sec. d'arc. Comme l'amplitude de la marée terrestre n'atteint qu'environ 0"02 la question se pose de savoir si on peut extrapoler les valeurs obtenues pour des grands angles vers des petits qu'enregistre l'appareil. Nous montrons dans les travaux {2,5} que lors de l'étalonnage des appareils sur des angles d'inclinaison de 10" à 0"02 la valeur I_o reste constante avec une précision allant jusque 0,5 %.

Les données de la table 2 confirment cette conclusion sur l'indépendance de la valeur I_o en fonction de l'angle d'inclinaison de l'appareil lors de son étalonnage puisqu'à Obninsk l'étalonnage a été fait sur des angles d'inclinaison égaux à 2 à 3" et à Poltava à 1", 1 et 0"2.

A Obninsk on a utilisé une plateforme π H-2 {7}. La valeur du courant de compensation a été déterminée d'après le schéma donné dans les travaux {1,2} à l'exception des appareils 1,08,09,16,18 et 20.

Pour augmenter la précision de l'étalonnage des clinomètres nous avons utilisé la méthode perfectionnée de mesure de I_o proposée dans le travail {3}. La différence fondamentale réside dans le fait qu'on mesure la chute de la tension sur le résistor étalon par le potentiomètre et d'après celui-ci on calcule la valeur du courant de compensation I. Nous avons utilisé ce schéma lors de l'étalonnage des clinomètres d'Ostrovskii N° 1, 08, 09, 16, 18, 20 à Obninsk et lors de l'étalonnage de ces appareils sur des angles d'inclinaisons égaux à 1"1 à Poltava.

Lors de l'étalonnage des clinomètres d'Ostrovskii à Poltava nous avons utilisé la plateforme de l'Observatoire de Poltava (variante à deux leviers) {5}. L'angle d'inclinaison de la plate-forme a été mesuré simultanément par deux interféromètres , ce qui permet d'éliminer l'instabilité de la position de l'axe de sa rotation. A titre de résistors constants on a utilisé des bobines sans réaction P 361 (de la classe de précision de 0,005) le magasin de résistances MCP-63 (classe de précision de 0,05) a servi de résistor variable. La chute de tension sur le résistor étalon a été mesurée par le potentiomètre du courant constant P37-1 de la classe de précision relative lors de la mesure de

I_o de l'ordre de 0,3 %.

Pour étalonner des appareils sur les angles d'inclinaison d'environ 0"2 on a appliqué la méthode proposée dans les travaux {5,10}.

L'appareil est placé sur une plate-forme et on lui donne des séries d'inclinaisons, égales à 0"1. Ces inclinaisons sont enregistrées sur bande photo. Ensuite à l'aide d'une horloge on imprime sur papier photographique des impulsions de contrôle. Avec l'équation (1) et la relation évidente

$$K = \frac{y}{\psi} \qquad (2)$$

où ψ est l'angle donné de l'inclinaison et y est l'écart correspondant de l'enregistrement sur l'enregistrement, il est facile de trouver I_o.

La connaissance des valeurs I_o et I_{km} donne la possibilité de déterminer la correction instrumentale Δ dans le facteur de marée γ à l'imprecision de détermination de la sensibilité provoquée par les erreurs dans l'étalonnage des appareils. Par la formule (I) cette valeur est déterminée par l'expression

$$\Delta = \frac{\left(\frac{I_{KN}}{I_o}\right)_N}{\left(\frac{I_{KN}}{I_o}\right)_p} - 1, \qquad (3)$$

où $\left(\frac{I_{km}}{I}\right)_p$ est obtenu pour $I_o = I$ et $I_{km} = 0{,}1,\ 0{,}05\ ;\ 0{,}02\ ;\ 0{,}01$ mka et la valeur $\left(\frac{I_{km}}{I_o}\right)_p$ se calcule sur la base des valeurs mesurées I_o et I_{km}.

La nécessité d'introduire cette correction est évidente puisque lors de la réduction des observations clinométriques on se sert habituellement de la valeur $\left(\frac{I_{km}}{I_o}\right)_p$. Quant aux valeurs Δ elles peuvent atteindre quelques pourcents (table 2).

Nous donnons dans la table 2 les valeurs I_o obtenues avant et après le nettoyage du système magnétique et d'arrêt des clinomètres pour lesquels on a fait cette opération. Pour certains appareils on a découvert que parfois dans l'intervalle entre l'aimant constant et la bobine du pendule il peut tomber des copeaux de fer et cela peut créer une variation de la valeur de la constante électrodynamique. Ainsi, la valeur I_o pour l'appareil 05 a varié après le nettoyage d'à peu près 4 % (table 2).

On constate par les données de la table 2 que les valeurs I_o obtenues à Moscou coïncident mal avec les étalonnages suivants à Obninsk et Poltava. La cause de ce désaccord ne peut pas être établie sûrement à présent.

Conclusions

1. Les valeurs des constantes électrodynamiques I_o des appareils HOO pour des angles d'inclinaison de 0"2 à 3"0 correspondent avec une précision allant jusqu'à 0,5 %.

2. D'après les résultats de l'étalonnage des appareils d'Obninsk et Poltava (intervalles de temps entre les étalonnages, trois à quatre ans) on n'a pas noté de variation de la constante I_o.

3. Puisque le courant de l'impulsion de contrôle varie dans le processus des observations il n'est pas nécessaire de faire l'étalonnage des clinomètres plus d'une fois en deux à trois ans.

B I B L I O G R A P H I E

1. Ostrovskii A.E., Etude des marées terrestres Edit. Ac. des Sc. d'URSS N° 2, 1961.

2. Chirokov I.A., Marées terrestres et structure interne de la Terre M. Naouka" 1967.

3. Bagmet A.L., Goloubitskii V.G., Koutnii A.M., Cette publication p. 49.

4. Bagmet A.L., Etude des déformations de marées de la Terre. M. "Naouka" 1973.

5. Bagmet A.L., Koutnii A.M., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 5.K. "Naoukova Doumka" 1973.

6. Goloubitskii V.G., Koutnii A.M., Rotation et déformations de marées de la Terre, Publ. 5.K. "Naoukova Doumka" 1973.

7. Okhotsimskaia M.V., Khoromskii A.V., Observations géophysiques complexes à Obninsk, n° 1 Obninsk 1970.

8. Balenko V.G., Koutnii A.M., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 5.K. "Naoukova Doumka" 1973.

9. Matveyev P.S., Balenko V.G., Bogdan I.D., Symposium sur échange d'expérience des observations clinométriques et sur l'examen critique du sens physique.
Acad. des Sc. URSS Comité géophysique soviétique 1969.

10. Balenko V.G., Koutnii A.M., Novikova A.N., Rotation et déformations de marées de la Terre
Publ. I.K. "Naoukova Doumka" 1970.

11. Balenko V.G., Koutnii A.M., Novikova A.N., Marées terrestres K. "Naoukova Doumka" 1966.

12. Balenko V.G., Koutnii A.M., Novikova A.N., Cette publication p. 15.

13. Balenko V.G., Koutnii A.M., Novikova A.N., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 2.K. "Naoukova Doumka" 1970.

14. Balenko V.G., Koutnii A.M., Novikova A.N., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 3.K. "Naoukova Doumka" 1971.

15. Balenko V.G., Koutnii A.M., Novikova A.N., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 4.K. "Naoukova Doumka" 1972.

16. Matveyev P.S., Bogdan I.D., Doubik B.S., Slavinskaia E.A., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 3.K. "Naoukova Doumka" 1971.

17. Bogdan I.D., Lissenko G.M., Matveyev P.S., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. I.K. "Naoukova Doumka" 1970.

18. Matveyev P.S., Ostrovskii A.E., Goloubistkii V.G., Bogdan I. You., Doubik B.S., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 5.K. "Naoukova Doumka" 1973.

19. Matveyev P.S., Goloubitskii V.G., Doubik B.S., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 3.K. "Naoukova Doumka" 1971.

20. Matveyev P.S., Bogdan I.D., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 4.K. "Naoukova Doumka" 1972.

21. Matveyev P.S., Ostrovskii A.E., Goloubitskii V.G., Bogdan I. You., Slavinskaia E.A. Cette publication p. 3.

Estimation of accuracy for the earth tide analysis results

by Hans-Georg Wenzel

Institut für Theoretische Geodäsie

Technische Universität Hannover

1. Summary

The estimation of accuracy of the computed tidal parameters is a main task for the analysis of earth tide observations. The facilities of analysis methods are in principle restricted to the influence of accidental errors (noise); systematic errors (as for instance errors in calibration, instrumental phase lag) cannot be detected by analysis methods and have to be estimated with separate investigations. For some earth tide analysis methods (FOURIER spectral analysis, Covariance spectral analysis, least squares methods of VENEDIKOV, USANDIVARAS-DUCARME, CHOJNICKI) the accuracy estimation of the computed tidal parameters is investigated in this paper. The principal features of accidental errors of gravimetric earth tide observations are demonstrated by some examples. For the analysis method of CHOJNICKI, which generally gives a too optimistic accuracy estimation of the tidal parameters, is given a modified method for the estimation of accuracy. Some of the standard analysis methods are tested with theoretical tides and simulated accidental observation errors.

2. Definition of errors

For the observed earth tide signal $l_{(t)}$ of a certain instrument the method of superimposed signals can be assumed (GROTEN 1971, WENZEL 1976):

$$l_{(t)} = p_{(t)} + s_{(t)} + d_{(t)} \qquad (2.1)$$

with

$p_{(t)}$ = tidal signal (reaction of the instrument to the tidal force and related deformations of the earth, ocean and atmosphere),

$s_{(t)}$ = disturbing signal (reaction of the instrument to real variations of the observed phenomenon, which are not related to the tidal force),

$d_{(t)}$ = drift signal (indication of the instrument, which is not related to real variations of the observed phenomenon).

The complex spectrum of the observed signal $L_{(\omega)}$ is given by

$$L_{(\omega)} = P_{(\omega)} + S_{(\omega)} + D_{(\omega)} \qquad (2.2)$$

with

$P_{(\omega)}$ = spectrum of tidal signal,
$S_{(\omega)}$ = spectrum of disturbing signal,
$D_{(\omega)}$ = spectrum of drift signal.

The earth tide analysis has to compute the spectrum of the tidal signal $P_{(\omega)}$ and to compare it with the known spectrum of the theoretical tides for the station:

$$P_{(\omega)} = H_{(\omega)} \cdot F_{(\omega)} \qquad (2.3)$$

with

$H_{(\omega)}$ = complex frequency transfer function of the information channel (earth, instrument, recorder),
$F_{(\omega)}$ = spectrum of the theoretical tides.

The problem of earth tide analysis would be solved, if we could separate the tidal signal either in time or in frequency domain from the observed signal; but this problem can only be solved by introducing some additional hypothesis. The different analysis methods use different additional hypothesis; therefore we cannot assume any analysis method as absolutely correct, but only as optimal comparing the structure of the observed data.

The statistical definition of the true error (GOTTHARDT 1968, GROSSMANN 1969) is

$$\varepsilon_{(l)} = E\{l\} - l \qquad (2.4)$$

with

$\varepsilon_{(l)}$ = true error of the observation l,
$E\{l\}$ = true value of the observation l.

The true value of the observation signal $l_{(t)}$ is the reaction of the instrument to real variations of the observed phenomenon, which is the sum of tidal signal and disturbing signal:

$$E\{l_{(t)}\} = p_{(t)} + s_{(t)}. \qquad (2.5)$$

Therefore we find the true error of the observation signal

$$\varepsilon_{(t)} = -d_{(t)}, \qquad (2.6)$$

i.e. the true error of the observation signal is the negative value of the drift signal. Without additional statements it is not possible to define both observation errors and a driftsignal. Nevertheless some earth tide analysis methods compute a "drift signal" as well as "observation errors", but this procedure is done by a very arbitrary definition of the spectrum of both values. For example, the analysis method of CHOJNICKI 1973 computes the "drift" by a low pass filter, that means the drift contains only long periodic parts of the observation signal. The "observation errors" are computed by comparison of the high pass filtered observations with a functional model, that means the computed "observation error" contains only short periodic parts of the observation signal. Both the computed "drift" and the computed "observation errors" depend on the characteristic of the used filter; they are computed with an arbitrary mathematical model and have no general meaning. This matter of facts is valid for all other analysis methods; the computed mean square error is an arbitrary value and cannot be used as a general description of the accuracy of observations (WENZEL 1976).

3. Error estimation of the analysis methods

We can divide the different analysis methods into three groups with
a pure functional model (FOURIER spectral analysis; the observations are described exactly with a mathematical model),
a pure stochastic model (Covariance spectral analysis; the observations are assumed as the result of a stochastic process and are described with statistical functions),
a combined functional and stochastic model (least squares adjustment methods of VENEDIKOV, USANDIVARAS-DUCARME, CHOJNICKI; the main part of the observations is described with a mathematical model, the residuals are assumed as accidental errors).

The FOURIER spectral analysis method (Fig. 1) is usuable for all observations with harmonic parts (TAUBENHEIM 1969, GODIN 1972, BENDAT and PIERSOL 1971); this method computes a spectrum $L_{(\omega)}$ of the observations

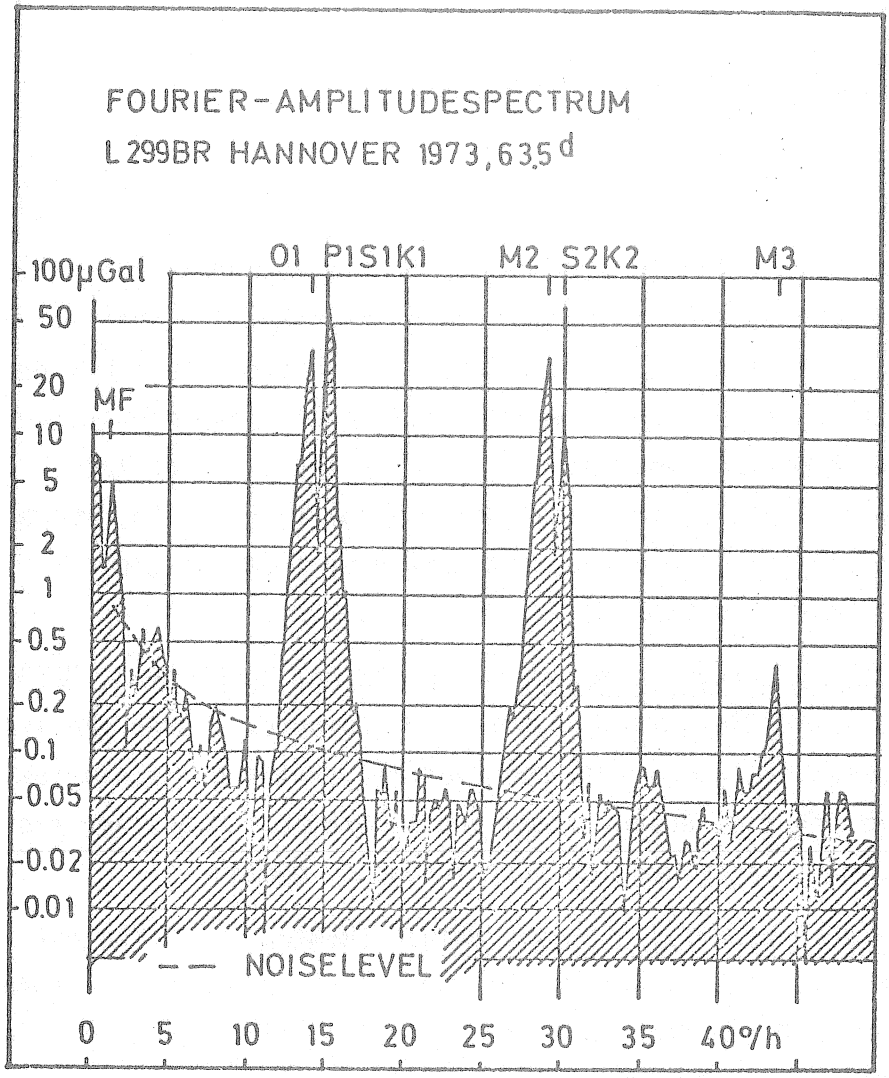


Fig. 1: FOURIER-amplitudespectrum

$l_{(t)}$ by numerical integration of FOURIER's integral equation. But there exist in principle no noise in the mathematical model neither in time nor in frequency domain. The analysis of earth tide observations is made by computing the FOURIER spectrum of observations $L_{(\omega)}$; the spectrum of tidal signal $P_{(\omega)}$ is estimated for the tidal frequency bands by

$$P_{(\omega)} \doteq L_{(\omega)}. \qquad (3.1)$$

Because there exist no waves between the tidal frequency bands in the theoretical tidal model, we can assume the computed spectrum of the observed signal between the tidal frequency bands as the result of observational errors. The estimation of noise by spectrum of the observed signal between

tidal frequency bands (FLACH et al. 1975) puts

$$|\varepsilon_{(\omega)}| = |S_{(\omega)} + D_{(\omega)}| \qquad (3.2)$$

on the contrary to (2.6). The so obtained frequency dependent noise level of the earth tide observation has to be interpolated for the estimation of the accuracy of computed tidal parameters. The interpolation may be wrong, if the noise level has not a monotonic frequency dependency (red noise). In fact we have found maxima of the noise level in the tidal frequency bands with least squares analysis methods (Fig. 8, 9), which would cause a too optimistic accuracy estimation of tidal parameters by FOURIER spectral analysis method.

The Covariance spectral analysis method (BLACKMAN and TUKEY 1958, TAUBENHEIM 1969, BENDAT and PIERSOL 1971, GODIN 1972) computes either the autocovariancefunction of the earth tide observations or the crosscovariancefunction for the earth tide observations and theoretical tides and the transformation of covariancefunction into frequency domain.

For the autocovariance spectral analysis method (WENZEL 1976) the estimation of accuracy of tidal parameters is made with noise level computation (Fig. 2) as for FOURIER spectral analysis method. Therefore we can make the same objections to the estimation of accuracy of tidal parameters as for FOURIER spectral analysis method. Additionally, the autocovariance spectral analysis method is not suitable for the analysis of earth tide observations, because we can not detect phase shifts between the observations and theoretical tides.

The crosscovariance spectral analysis method (Fig. 3) is capable to compute phase shifts as well as amplitude factors, but we cannot estimate the accuracy of tidal parameters with noise level computation between tidal frequency bands, because the crosscovariance spectrum between tidal frequency bands is caused by side loops of the used window and does not depend from the noise of the observations (WENZEL 1976). The accuracy estimation of tidal parameters by statistical confidence interval (BLACKMAN and TUKEY 1958, TAUBENHEIM 1969, BENDAT and PIERSOL 1971) also refuses because the confidence interval is practically independent of the noise and too optimistic for waves with large amplitudes (Table 1 and 2).

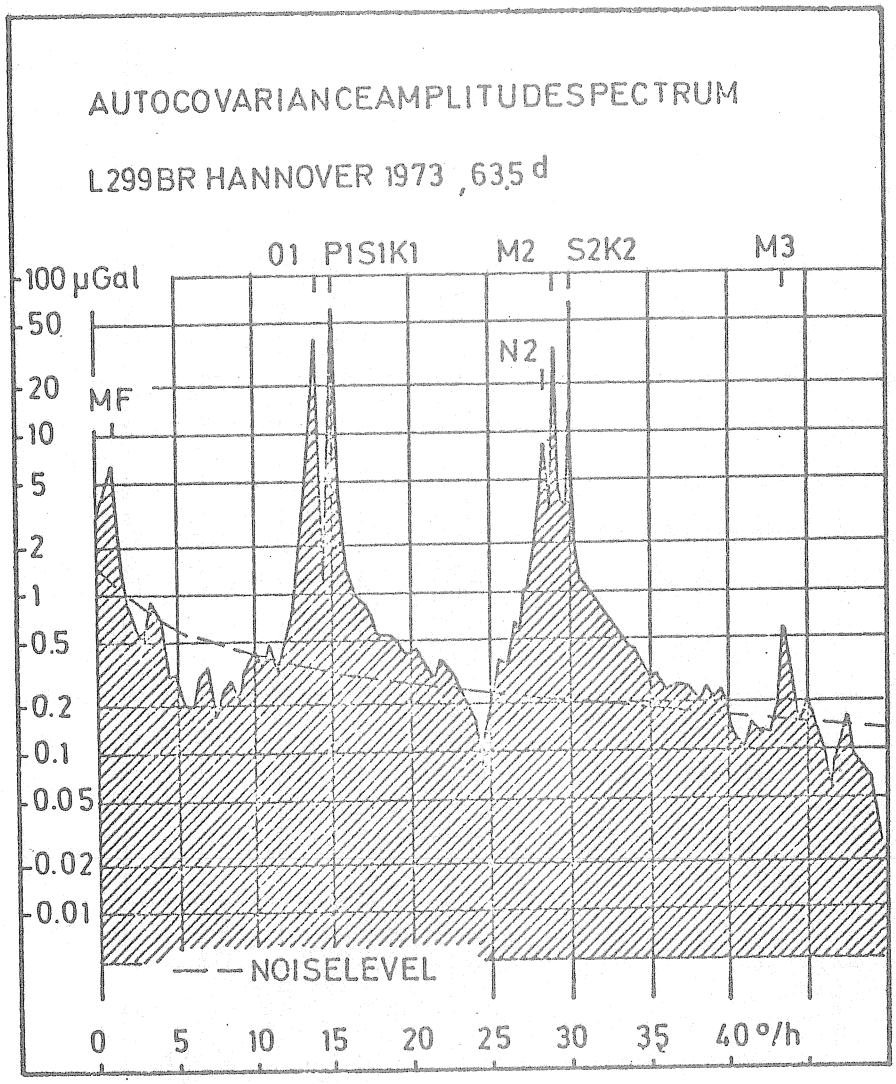


Fig. 2: Autocovarianceamplitudespectrum

The least squares method for the earth tide analysis introduce the complex frequency transfer function $H_{(\omega)}$ into a functional model for the tidal signal in time domain (VENEDIKOV 1966, CHOJNICKI 1973); but the functional model can describe the tidal signal $p_{(t)}$ only in approximation:

$$p_{(t)} = f_{(t,\ \gamma_i,\ \Delta\Phi_i)} + p^*_{(t)} \qquad (3.3)$$

with

$f_{(t,\ \gamma i,\ \Delta\Phi_i)}$ = functional tidal model,

γ_i = amplitude factor for wavegroup i,

$\Delta\Phi_i$ = phase shift for wavegroup i,

$p^*_{(t)}$ = residuals of tidal signal, which are not included in the functional model.

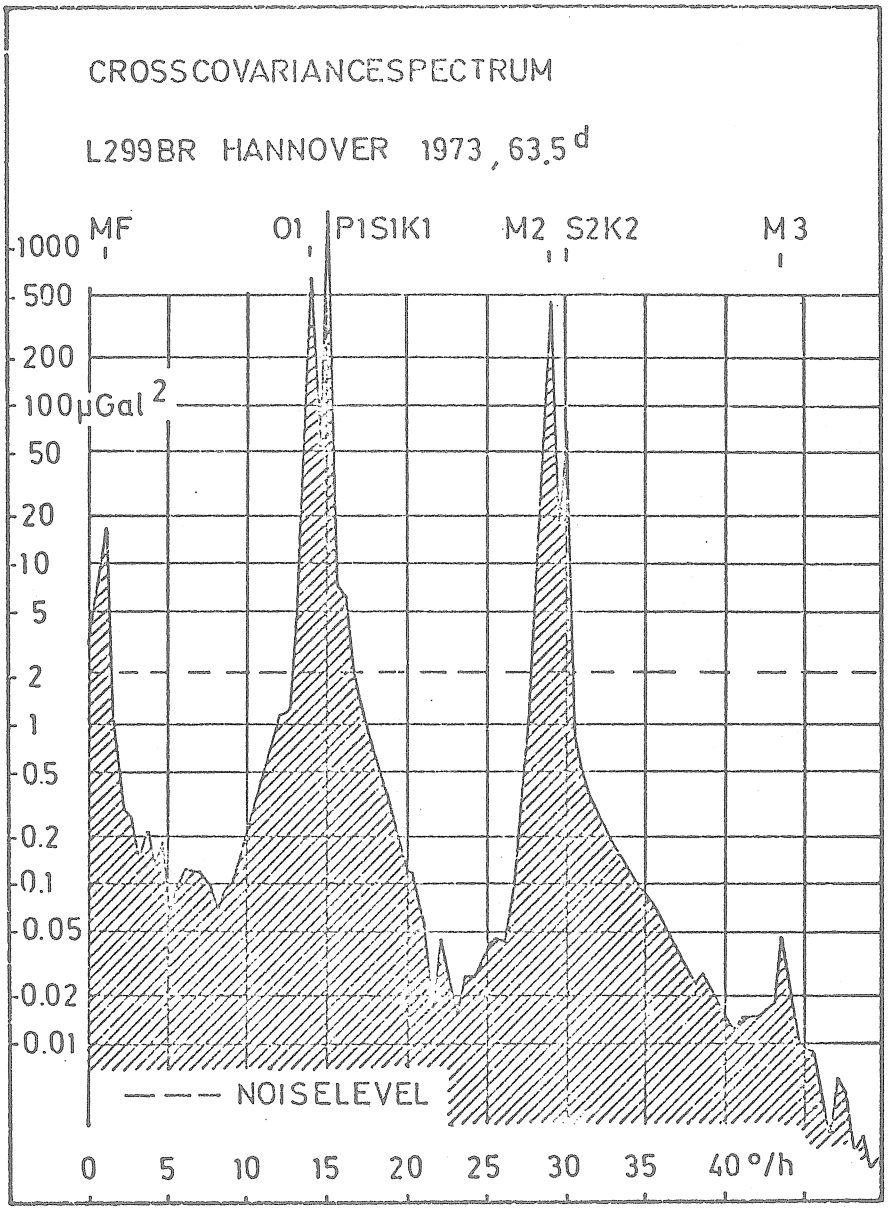


Fig. 3: Crosscovariancespectrum

The drift signal $d_{(t)}$ is also described in approximation by a functional model (polynominals, FOURIER-series):

$$d_{(t)} = w_{(t)} + d^*_{(t)} \qquad (3.4)$$

with

$w_{(t)}$ = functional drift model

$d^*_{(t)}$ = residuals of drift signal, which are not includes in the functional drift model.

The functional drift model $d_{(t)}$ is introduced either into the least squares algorithm (SCHULZ 1973) or extracted of the observations by means of numerical filters (VENEDIKOV 1966, CHOJNICKI 1973).

The disturbing signal $s_{(t)}$ is either partly absorbt by the functional drift model or approximated by a linear regression model for the recorded disturbing parameter (e.g. air pressure):

$$s_{(t)} = r_{(t)} + s^*_{(t)} \tag{3.5}$$

with

$r_{(t)}$ = linear regression model for the recorded disturbing parameters,

$s^*_{(t)}$ = residuals of the disturbing signal, which are not included in the regression model.

The general least squares model includes the functional tidal model, the functional drift model and the linear regression model for the recorded disturbing parameters:

$$l_{(t)} + v_{(t)} = f_{(t,\ \gamma_i,\ \Delta\Phi_i)} + w_{(t)} + r_{(t)} \tag{3.6}$$

with

$$v_{(t)} = -p^*_{(t)} - d^*_{(t)} - s^*_{(t)} \tag{3.7}$$

$v_{(t)}$ = residuals after least squares adjustment.

The residuals after least squares adjustment therefore contain the residuals of tidal signal, drift signal and disturbing signal (WENZEL 1976), they differ considerable from the definition (2.6). The residuals after least squares adjustment and the derivated mean square errors therefore depend on the different functional models introduced in the different analysis methods.

The method of least squares adjustment is often used for the evaluation of observations because of the simple computation of mean square errors for the estimated parameters. For the least squares analysis methods for earth tide observations (VENEDIKOV 1966a, 1966b, USANDIVARAS and DUCARME 1969, SCHUSTER 1970, CHOJNICKI 1973, SCHULZ 1973) is preassumed uncorrelated noise from computational reasons, because the least squares adjustment algorithm for correlated noise fail for earth tide observations due to the large number of observations (WENZEL 1976). The transformation of uncorrelated noise in the frequency domain results in a noise spectrum with constant amplitude (white noise); the frequency dependent noise spectrum of earth tide observations obtained from spectral analysis methods (Fig. 1, Fig. 2) is inconsistent with the preassumed uncorrelated noise for least

squares analysis methods. Therefore we have in principal to be very cautious with the results of least squares methods (adjusted tidal parameters and their estimated mean square errors) for the analysis of earth tide observations. The influence of autocorrelated noise to the results of least squares methods has to be investigated carefully for the different analysis methods.

For some analysis methods (VENEDIKOV, USANDIVARAS and DUCARME, CHOJNICKI) the original observations are transformed by means of numerical filters and only the filtered observations are introduced in the least squares algorithm. The properties of used filters affect different the neglected autocorrelation of observations noise, which can be demonstrated either in time domain (WENZEL 1976) or in frequency domain (Fig. 4).

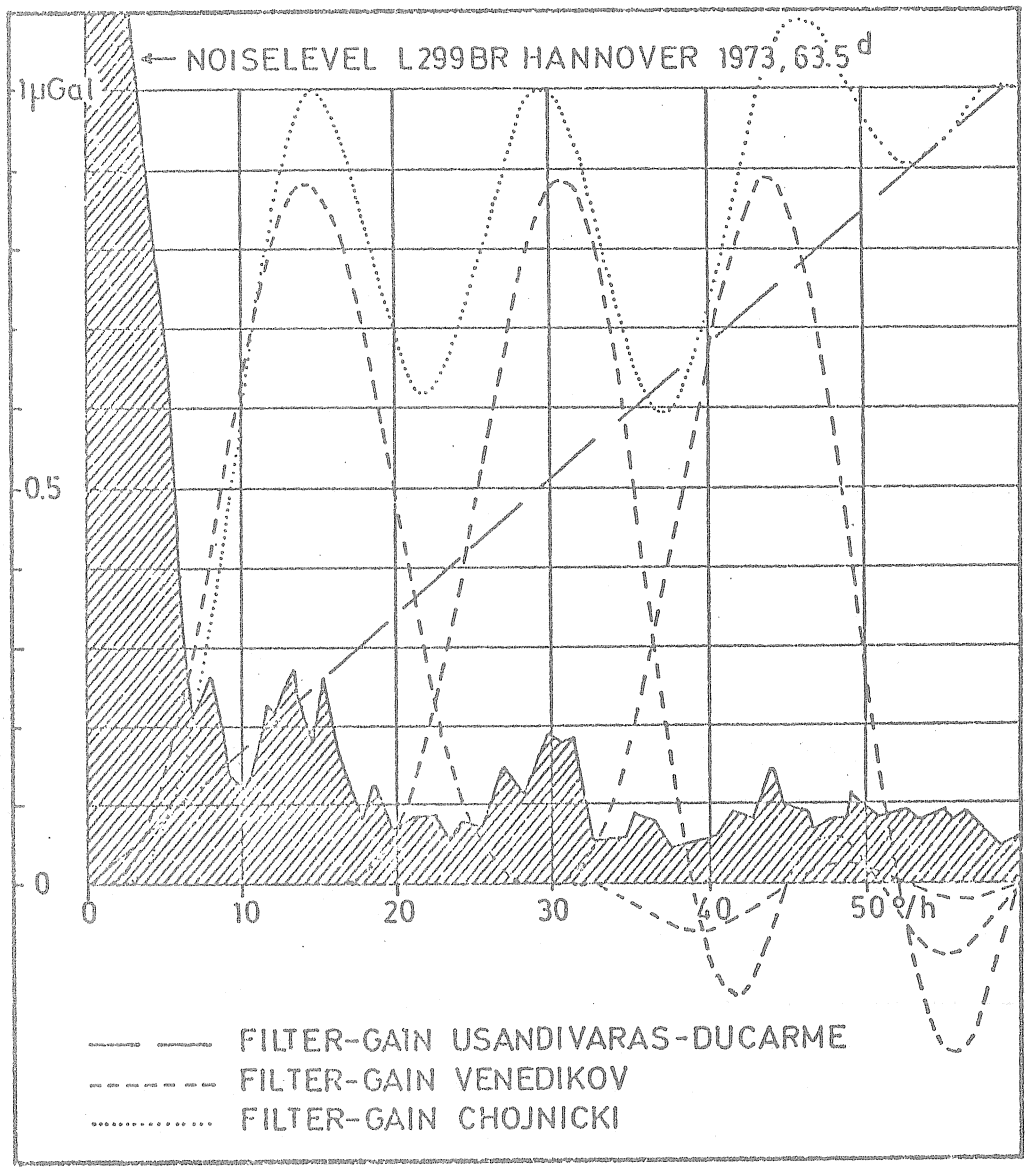


Fig. 4

The noise spectrum of original observations has large amplitudes in the low frequency band and weak peaks in the tidal frequency bands (dashed range in Fig. 4). For the analysis method of USANDIVARAS and DUCARME, the gain of the used high pass filter is practically proportional to the frequency. The noise spectrum of filtered observations can be obtained by multiplication of the noise spectrum of the original observations with the filter gain, which is practically constant (white noise) for the analysis method of USANDIVARAS and DUCARME. This statement can be checked by the computation of autocovariance spectrum of residuals after least squares adjustment, which is shown in Fig. 8. The autocorrelation of residuals after least squares adjustment is practically zero for the analysis method of USANDIVARAS and DUCARME, as shown in Fig. 5. The results of this analysis method (earth tide parameters and their estimated mean square errors) are unbiased (WENZEL 1976).

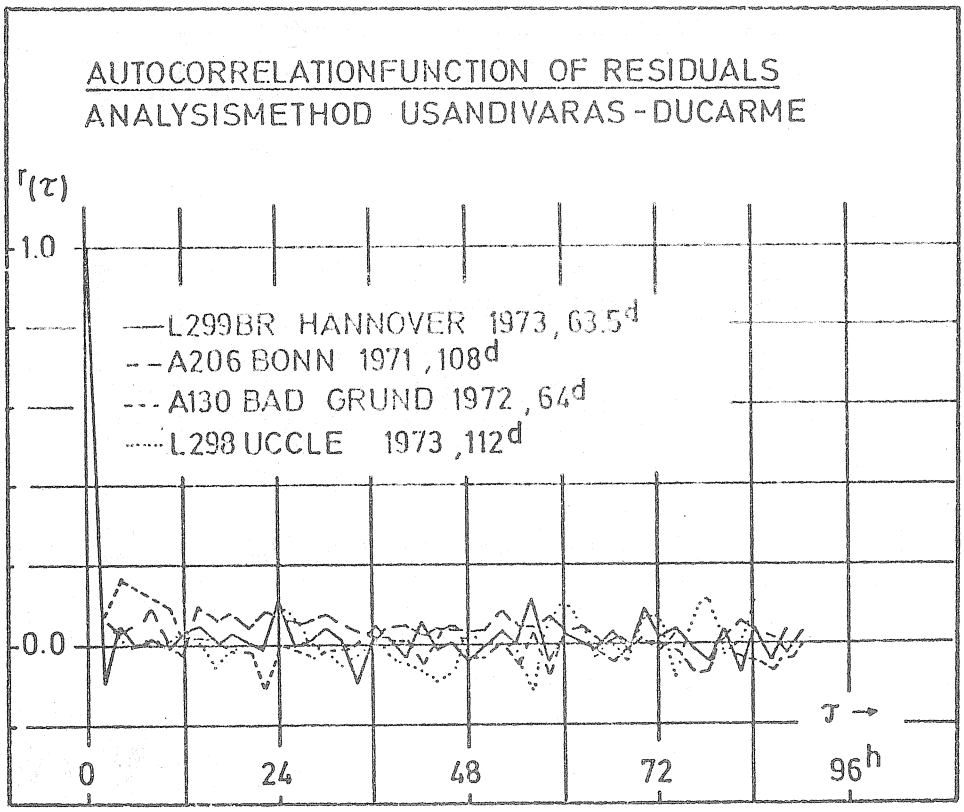


Fig. 5: Autocorrelationfunction of residuals
Analysis method USANDIVARAS-DUCARME

The analysis method of VENEDIKOV uses three sets of numerical filters for the three tidal frequency bands, the filtered observations are introduced into three different least squares adjustments (for daily, half-daily and third-daily waves). Therefore the analysis method preassumes a constant noise spectrum only for e.g. the daily tidal frequency band, which is a good approximation to the reality. The computation of mean square errors of weight unit is indeed well founded and necessary. The autocorrelation of residuals after least squares adjustment is practically zero, as demonstrated in Fig. 6. The result of VENEDIKOV analysis method (earth tide parameters and their estimated mean square errors) are unbiased.

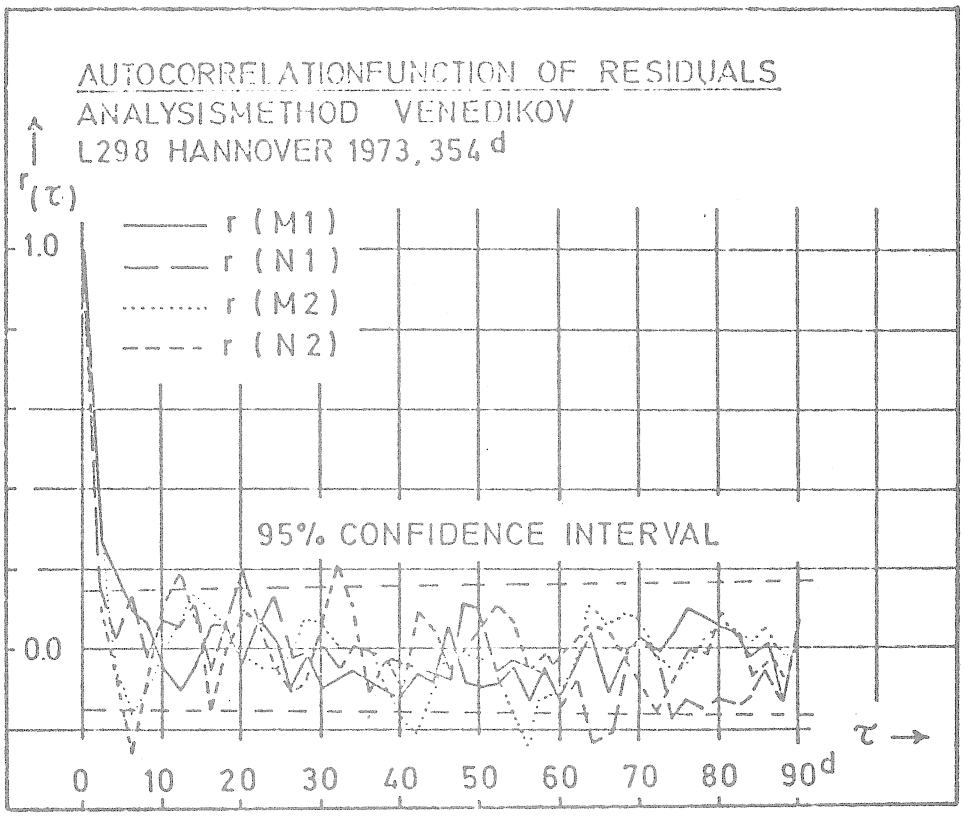


Fig. 6: Autocorrelationfunction of residuals
Analysismethod VENEDIKOV

The analysis method of CHOJNICKI uses a high pass filter with practically constant gain (see Fig. 4) for frequencies greater 10^{o}/h. Therefore the noise spectrum of filtered observations has the same frequency dependency as the original observations for frequencies greater 10^{o}/h. The autocorrelation of residuals after least squares adjustment (Fig. 7) differs sig-

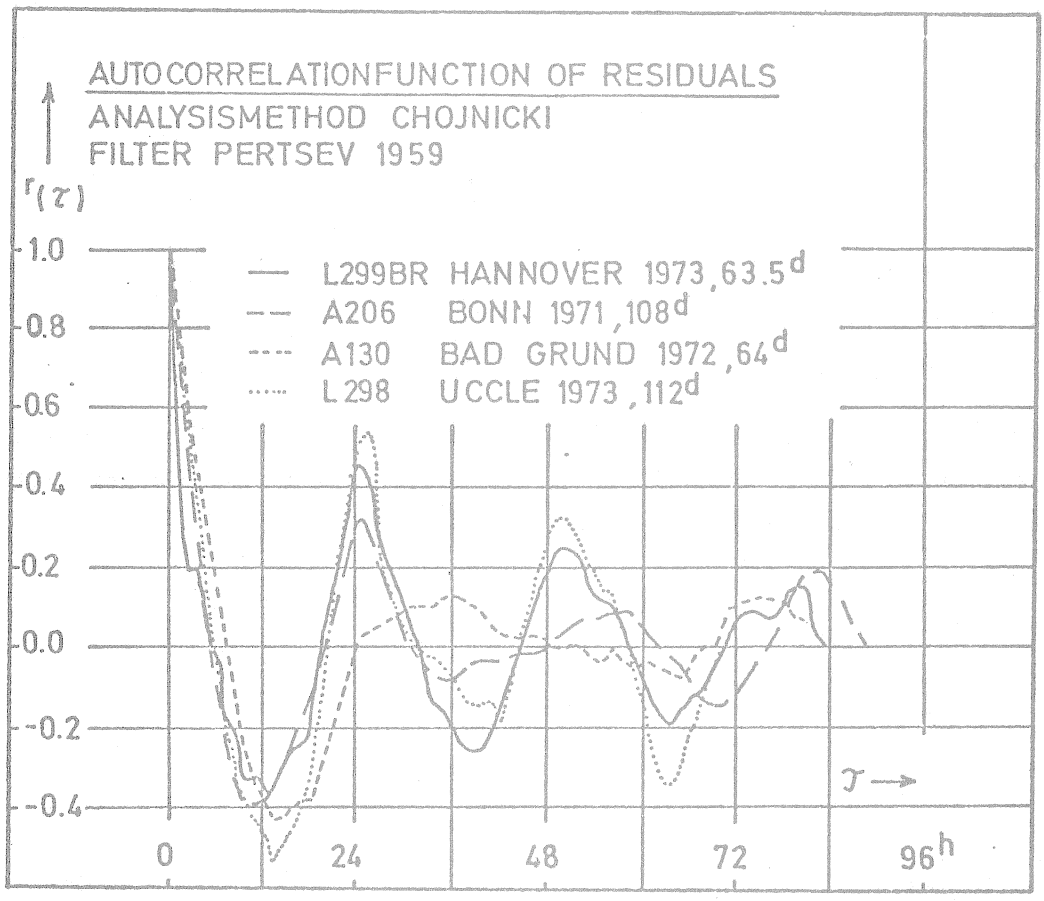

AUTOCORRELATIONFUNCTION OF RESIDUALS
ANALYSISMETHOD CHOJNICKI
FILTER PERTSEV 1959
r(τ)
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
-0.2
-0.4
L299BR HANNOVER 1973, 63.5d
A206 BONN 1971, 108d
A130 BAD GRUND 1972, 64d
L298 UCCLE 1973, 112d
τ
0
24
48
72
96h

Fig. 7

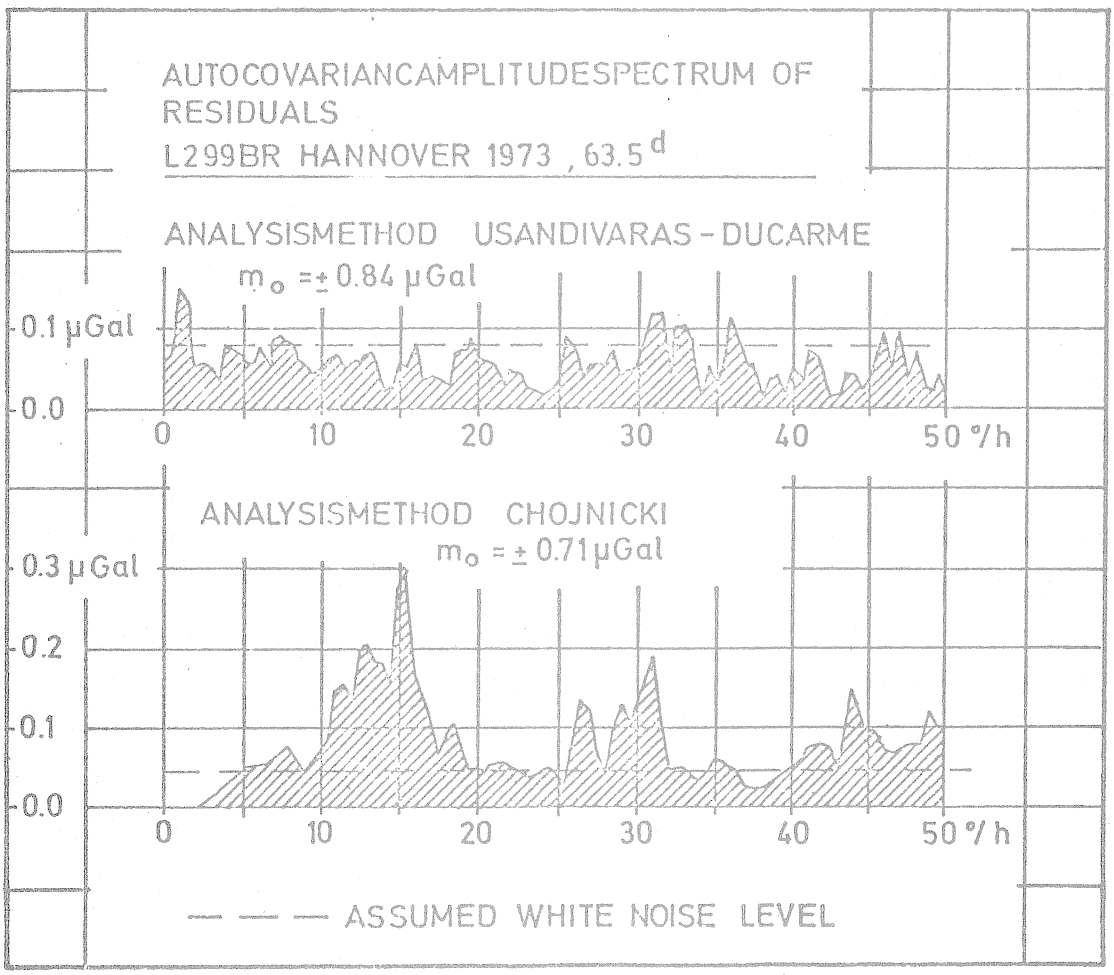

AUTOCOVARIANCAMPLITUDESPECTRUM OF RESIDUALS
L299BR HANNOVER 1973, 63.5d
ANALYSISMETHOD USANDIVARAS-DUCARME
m0 = ± 0.84 µGal
0.1 µGal
0.0
0
10
20
30
40
50 °/h
ANALYSISMETHOD CHOJNICKI
m0 = ± 0.71 µGal
0.3 µGal
0.2
0.1
0.0
0
10
20
30
40
50 °/h
ASSUMED WHITE NOISE LEVEL

Fig. 8

nificantly from zero, the computed autocovariance spectrum of residuals (Fig. 8) has significant peaks in the daily and half-daily tidal frequencie band. The adjusted tidal parameters of analysis method of CHOJNICKI are generally unbiased inspite of neglected autocorrelation of observation noise, but the mean square errors of adjusted tidal parameters are generally underestimated by a factor 2...10 (WENZEL 1976).

A more realistic estimation of accuracy for the adjusted tidal parameters from analysis method of CHOJNICKI can be obtained from a FOURIER-spectrum of residuals after least squares adjustment (Fig. 9):

$$S_{(\omega)} = \frac{A_{(\omega)}}{A_{V(\omega)}} \tag{3.8}$$

$$m_{\gamma(\omega)} = \pm\frac{\gamma(\omega)}{S_{(\omega)}} \tag{3.9}$$

$$m_{\Delta\Phi(\omega)} = \pm\frac{360^{o}}{2\pi S_{(\omega)}} \tag{3.10}$$

with

$S_{(\omega)}$ = signal to noise ratio,

$A_{(\omega)}$ = FOURIER-amplitude spectrum of tidal signal,

$A_{V(\omega)}$ = FOURIER-amplitude spectrum of residuals after least squares adjustment,

$m_{\gamma(\omega)}$ = mean square error of the amplitude factor,

$m_{\Delta\Phi(\omega)}$ = mean square error of phase shift.

4. Test for tidal parameters and accuracy estimation

The reliability of analysis methods should be tested before application to earth tide observations. Tests cannot be carried out with observations, because we do not know the true value of tidal parameters. Introducing theoretical tides and added simulated noise in the analysis methods, we can check the computed tidal parameters as well as their estimated mean square errors, if the structure of the simulated noise corresponds to reality. From the analysis of earth tide observations we know that the residuals after least squares adjustment are normally distributed.

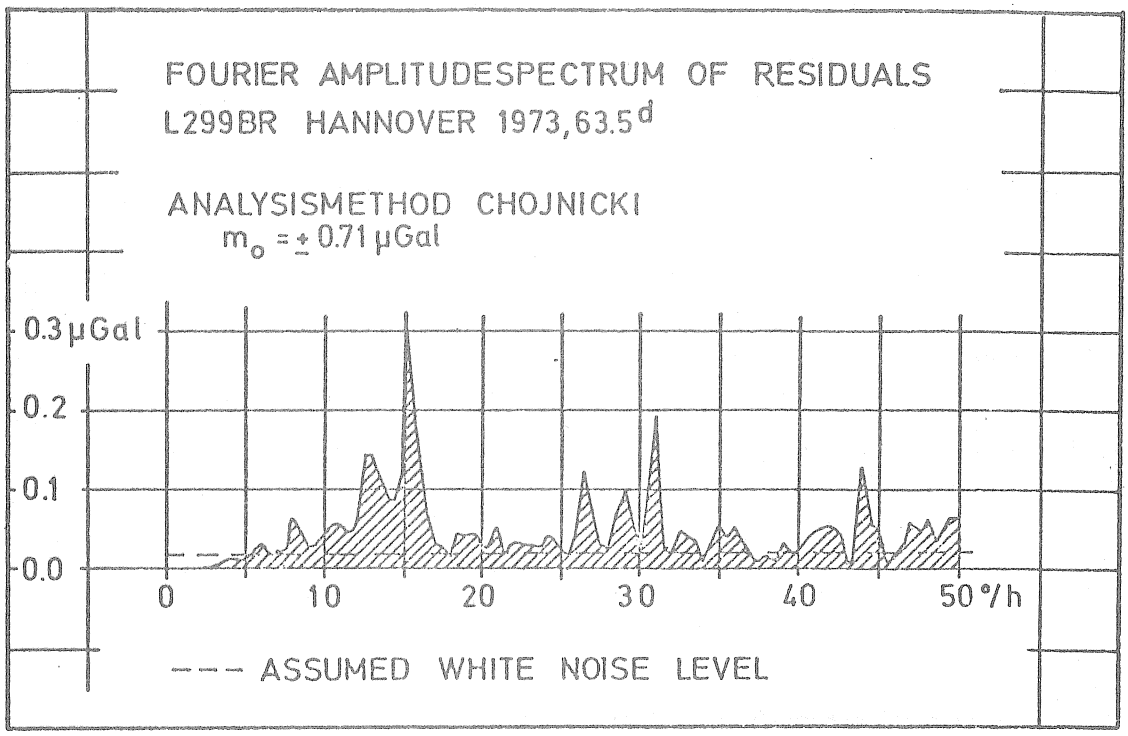


Fig. 9

For the simulation of normally distributed uncorrelated random noise exist several different generation algorithm (GLEINSVIK 1970, HEISTER and WELSCH 1972), but we should use normally distributed random noise with a given autocorrelation function for the test of earth tide analysis methods. Such a special generator has been developed in WENZEL 1976; some of the data sets with theoretical tides and simulated noise generated in that study and the results obtained with different analysis methods are described here briefly:

Data set No. 5:
Theoretical tides: station Hannover ($\phi = 52^{\circ}.387$, $\lambda = -9^{\circ}.712$, h = 50m), vertical component, hourly values from 1972.09.01 to 1972.12.09 (100 days), tidal potential development of CARTWRIGHT and EDDEN 1973.

Simulated noise: normally distributed random noise, standard deviation ±1 µGal, autocorrelation function see Fig. 10.

Data set No. 6:
Theoretical tides: station Hannover ($\phi = 52^{\circ}.387$, $\lambda = -9^{\circ}.712$, h = 50m), vertical component, hourly values from 1974.01.01 to 1974.12.31 (365 days), tidal potential development of CARTWRIGHT and EDDEN 1973, introduced artificial amplitude factors and phase shifts:

	amplitude factors	phase shift
longperiodic waves No. 1...128	3.000	$3^{o}.00$
daily waves No. 129...333	1.160	$0^{o}.00$
half-daily waves No. 334...488	1.190	$0^{o}.00$
third-daily waves No. 489...505	1.060	$0^{o}.00$

Simulated noise: normally distributed random noise, standard deviation ±5 µGal, autocorrelation see Fig. 11.

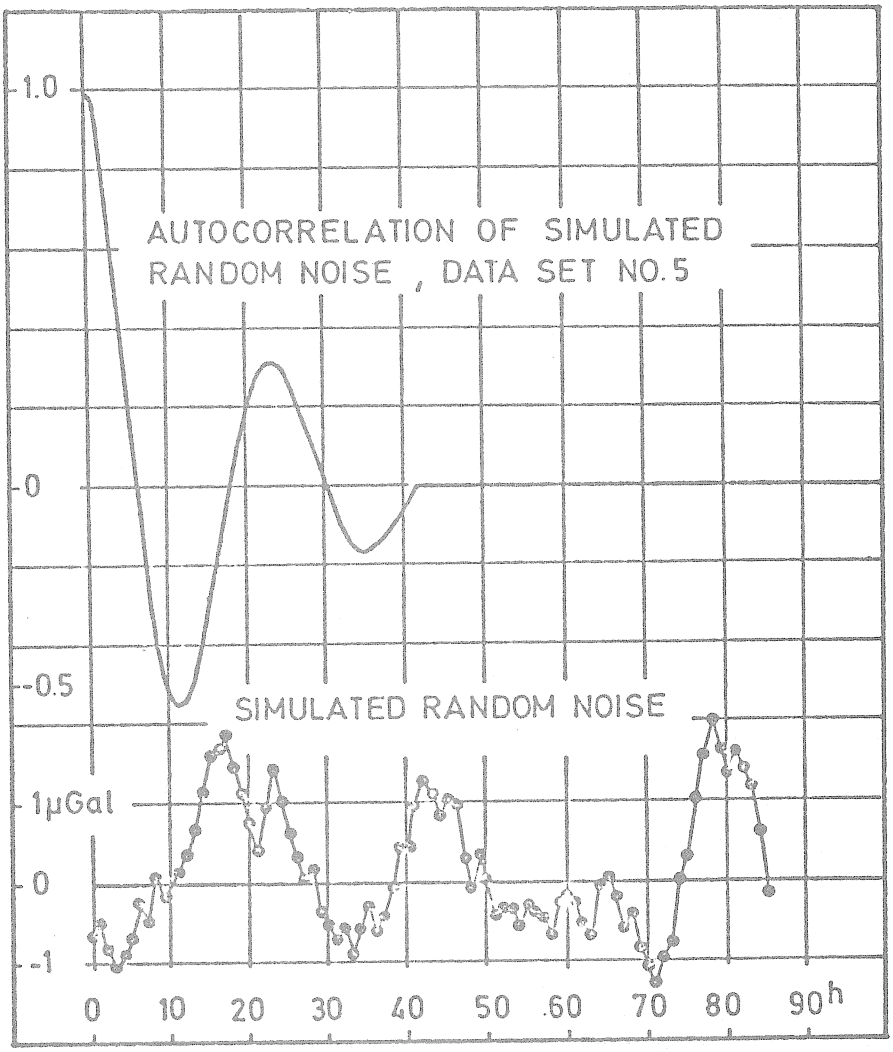


Fig. 10

Table 1: Comparison of different analysis methods

Data set No. 5: Theoretical tides 100^d, simulated normally distributed correlated random noise $\sigma = \pm 1$ µGal

Wave group	FOURIER spectral analysis		crosscov. spectral analysis		USANDIVARAS and DUCARME		VENEDIKOV		CHOJNICKI	
	γ	Δφ	γ	Δφ	γ	Δφ	γ	Δφ	γ	Δφ
Q1	1.0222*	-2°18*	1.0239	-2°16	1.0203	-2°06*	1.0146	-2°08*	1.0153	-1°80
	±.0106	±.59	±.0459	±2.57	±.0101	±.58	±.0169	±.97	±.0254	±1.44
O1	1.0018	0.49*	1.0021	0.33*	1.0023	0.27*	1.0029	0.28	1.0024	0.29
	±.0023	±.13	±.0016	±.09	±.0021	±.12	±.0036	±.21	±.0049	±.28
M1	1.0002	4.04	0.9681	0.57	0.9954	1.98	1.0158	1.52	1.0102	2.09
	±.0303	±1.73	±.1481	±8.76	±-0318	±1.82	±.0555	±3.18	±.0619	±3.51
P1S1K1	0.9994	-0.07	0.9986	-0.13*	0.9993	-0.23*	0.9970	-0.10	0.9977	-0.15
	±.0017	±.10	±.0009	±.05	±.0015	±.08	±.0026	±.15	±.0035	±.19
J1	0.9784	-4.15*	0.9907	-1.05	1.0138	-2.92*	1.0129	-2.44	1.0048	-2.84
	±.0194	±1.14	±.1195	±6.91	±.0199	±1.14	±.0374	±2.14	±.0620	±3.53
OO1	1.2350*	-0.05	0.9757	-0.25	1.1417*	-4.62*	1.1385	-3.79	1.1546	-3.94
	±.0378	±1.75	±.6061	±35.6	±.0355	±2.04	±.0708	±4.05	±.1131	±5.61
2N2	0.9543	-0.96	0.9073	0.24	0.9390*	-1.49	0.9322*	-0.11	0.9269	-0.58
	±.0259	±1.56	±1.492	±94.2	±.0240	±1.38	±.0223	±1.28	±.0366	±2.26
N2	1.0036	-0.04	1.0040	-0.23	1.0053	-0.36	1.0050	-0.22	1.0060	-0.20
	±.0056	±.32	±.0587	±3.35	±.0054	±.31	±.0050	±.28	±.0059	±.33
M2	1.0008	0.11	1.0004	0.08	0.9999	0.03	1.0009	0.06	1.0004	0.08
	±.0013	±.07	±.0024	±.14	±.0012	±.07	±.0011	±.06	±.0011	±.06
L2	1.0288	-6.38	0.9933	-0.64	0.9715	-5.34	1.0024	-1.60	0.9897	-4.03
	±.0984	±5.48	±.1401	±8.08	±.0570	±3.27	±.0518	±2.97	±.0396	±2.29
S2K2	1.0008	0.15	1.0001	0.05	1.0000	0.00	0.9988	0.07	1.0004	0.02
	±.0024	±.14	±.0083	±.48	±.0022	±.13	±.0020	±.12	±.0024	±.14
M3	0.8974	-7.88	0.9270	-2.61	1.0123	-2.09	0.9388	-3.73	0.9265	-4.83
	±.0724	±4.62	±11.314	±699.	±.0657	±3.76	±.0457	±2.62	±.0708	±4.38
					$m_o = \pm 0.41$µGal		$m_1 = \pm 3.60$µGal $m_2 = \pm 0.93$µGal $m_3 = \pm 0.46$µGal		$m_o = \pm 0.83$µGal	

*significant deviation (95% confidence interval)

Table 2: Comparison of different analysis methods

Data set No. 6: Theoretical tides 365^d, simulated normally distributed correlated random noise $\sigma = \pm 5$ µGal

Wave group	FOURIER spectral analysis		crosscov. spectral analysis		USANDIVARAS and DUCARME		VENEDIKOV		CHOJNICKI	
	γ	Δφ	γ	Δφ	γ	Δφ	γ	Δφ	γ	Δφ
Q1	1.1559 ±.0068	-2.°82* ±.34	1.1738 ±.0164	-2.°51* ±.80	1.1617 ±.0070	-2.°58* ±.40	1.1621 ±.0158	-2.°70* ±.91	1.1629 ±.0195	-2.°46* ±.96
O1	1.1570 ±.0013	0.16* ±.06	1.1592 ±.0007	0.10* ±.03	1.1589 ±.0014	0.05 ±.08	1.1590 ±.0031	0.05 ±.18	1.1588 ±.0037	0.06 ±.18
M1	1.1672 ±.0155	2.37* ±.76	1.1808 ±.0768	0.36 ±3.73	1.1619 ±.0164	-0.14 ±.94	1.1594 ±.0383	-1.04 ±2.19	1.1594 ±.0476	-0.26 ±2.35
P1	1.1660* ±.0026	-0.14 ±.13	1.1686* ±.0036	0.05 ±.18	1.1640 ±.0027	-0.07 ±.15	1.1637 ±.0065	-0.08 ±.37	1.1643 ±.0080	-0.09 ±.40
S1	1.1625 ±.0013	-0.28* ±.06	1.1616* ±.0007	-0.11* ±.03	1.2727 ±.1648	23.63* ±9.44	1.3627 ±.3975	20.44 ±23.0	1.2625 ±.3403	22.37 ±15.4
K1	1.1613 ±.0008	-0.09* ±.04	1.1609* ±.0003	-0.06* ±.02	1.1609 ±.0009	-0.06 ±.05	1.1598 ±.0022	-0.07 ±.12	1.1610 ±.0027	0.07 ±.13
J1	1.0900* ±.0133	2.38* ±.70	1.1067 ±.0668	-0.72 ±3.46	1.1111* ±.0143	-0.87 ±.82	1.1066 ±.0360	-0.52 ±2.06	1.1120 ±.0476	-1.00 ±2.45
OO1	1.2357* ±.0268	-2.04 ±1.24	1.2532 ±.6581	1.63 ±30.1	1.1981 ±.0267	1.32 ±1.53	1.2083 ±.0715	1.32 ±4.09	1.2003 ±.0869	1.33 ±4.15
2N2	1.1863 ±.0216	0.44 ±1.04	1.1914 ±.5456	0.38 ±26.2	1.1926 ±.0172	0.14 ±.98	1.1896 ±.0122	-0.20 ±.70	1.1957 ±.0179	0.09 ±.86
N2	1.1890 ±.0032	-0.14 ±.15	1.1902 ±.0167	-0.03 ±.81	1.1900 ±.0035	-0.01 ±.20	1.1908 ±.0024	0.06 ±.14	1.1902 ±.0029	0.05 ±.14
M2	1.1904 ±.0006	0.00 ±.03	1.1904 ±.0007	0.00 ±.03	1.1902 ±.0007	0.01 ±.04	1.1902 ±.0005	0.00 ±.03	1.1901 ±.0005	0.01 ±.03
L2	1.1992 ±.0368	0.09 ±1.76	1.1877 ±2.212	-1.02 ±107.	1.1995 ±.0368	0.07 ±2.11	1.1740 ±.0257	-0.33 ±1.47	1.2004 ±.0194	0.42 ±.92
S2	1.1896 ±.0014	-0.01 ±.07	1.1897 ±.0034	0.00 ±.16	1.1898 ±.0015	0.01 ±.08	1.1895 ±.0010	0.01 ±.06	1.1899 ±.0012	0.01 ±.06
K2	1.1926 ±.0053	0.13 ±.26	1.1875 ±.0443	0.22 ±2.14	1.1918 ±.0056	0.14 ±.32	1.1892 ±.0040	0.05 ±.23	1.1911 ±.0043	0.14 ±.21
M3	1.0901 ±.0358	-0.08 ±1.88	1.0745 ±5.611	0.05 ±299.	1.0798 ±.0372	-0.41 ±2.13	1.0717 ±.0128	0.01 ±.74	1.0844 ±.0220	-0.15 ±1.60
					$m_o = \pm 0.46$µGal		$m_1 = \pm 5.45$µGal $m_2 = \pm 0.80$µGal $m_3 = \pm 0.25$µGal		$m_o = \pm 1.22$µGal	

*significant deviation (95% confidence interval)

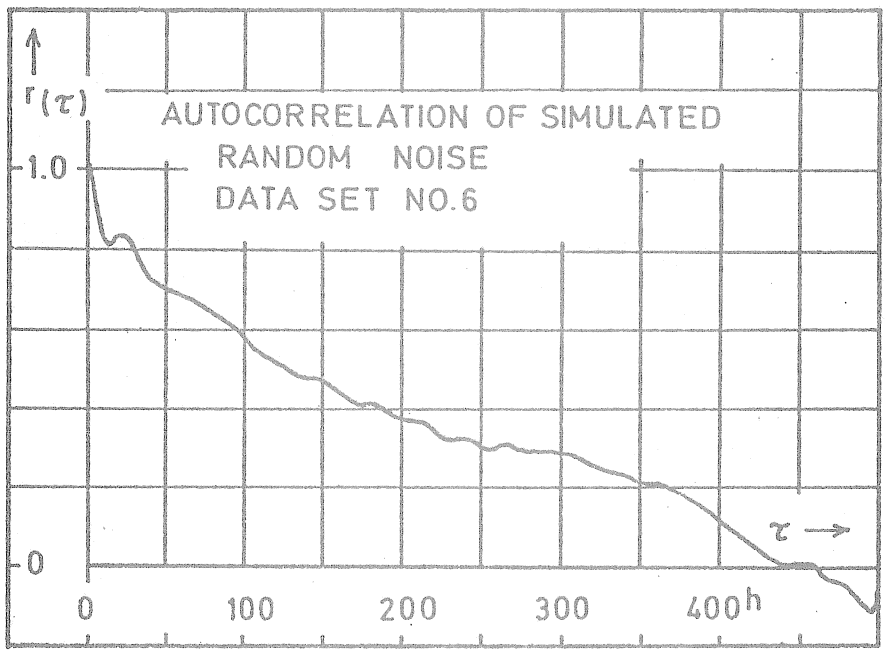


Fig. 11

The results obtained by different analysis methods (accuracy estimation for CHOJNICKI analysis method by FOURIER amplitude spectrum of residuals) are given in Table 1 and 2.

The reliability of the computed tidal parameters and their estimated mean square errors is optimal for the analysis methods of VENEDIKOV and CHOJNICKI (with modified accuracy estimation by FOURIER amplitude spectrum of residuals). The analysis method of CHOJNICKI gives more information about the earth tide observations (hourly drift values and hourly residuals) but needs 48 times more computation time than the analysis method of VENEDIKOV.

References

BENDAT, J., A. PIERSOL 1971: Random Data, Analysis and measurement procedures, New York 1971

BLACKMAN, R.B., J.W. TUKEY 1958: The measurement of power spectra, Dover Publications, New York 1958

BRONSTEIN, I.N., K.A. SEMENDJAJEW 1968: Taschenbuch der Mathematik, Zürich u. Frankfurt/M. 1968

CARTWRIGHT, D.E., A.C. EDDEN 1973: Corrected tables of tidal harmonics, The Geophysical Journal Vol. 33 No. 3, Oxford 1973

CHOJNICKI, T. 1973: Ein Verfahren zur Erdgezeitenanalyse in Anlehnung an das Prinzip der kleinsten Quadrate, Mitteilungen aus dem Institut für Theoretische Geodäsie der Universität Bonn Nr. 15 Bonn 1973

FLACH, D., G. JENTZSCH, O. ROSENBACH, U. YARAMANCI 1975: Untersuchungen von Gezeitenregistrierungen mit statistischen Verfahren, Deutsche Geodätische Kommission Reihe B Nr. 211, München 1975

GLEINSVIK, P. 1970: Experimentelle Prüfung von Auswertemethoden in der Meßtechnik durch Simulation, Zeitschrift für Vermessungswesen Nr. 10, Stuttgart 1970

GODIN, G. 1972: The Analysis of Tides, Liverpool University Press 1972

GOTTHARDT, E. 1968: Einführung in die Ausgleichungsrechnung, Karlsruhe 1968

GROSSMANN, W. 1969: Grundzüge der Ausgleichungsrechnung, Berlin 1969

GROTEN, E. 1971: Einige Zielsetzungen im Rahmen der Auswertung von Erdgezeitenmessungen, Rundgespräch Geodäsie/Geophysik, Bonn 1971

HEISTER, H., W. WELSCH 1972: Erzeugung und Test normalverteilter Zufallszahlen, Zeitschrift für Vermessungswesen Nr. 10, Stuttgart 1972

SCHÖLLER, K. 1975: Ein Vorschlag zur Beschleunigung des Analysenverfahrens Chojnicki, Bulletin d'Informations, Marrês Terrestres Nr. 70, Brüssel 1975

SCHULZ, B.S. 1973: Erdgezeitenanalyse mit den Mitteln der Ausgleichungsrechnung und unter Berücksichtigung der Modulationseffekte in den Frequenzbändern, Rundgespräch Geodäsie/Geophysik, Ettal 1973

SCHUSTER, O. 1970: Strenge Zweigruppen-Erdgezeitenanalyse nach der Methode der kleinsten Quadrate, Deutsche Geodätische Kommission Reihe C Nr. 146, München 1970

TAUBENHEIM, J. 1969: Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1969

USANDIVARAS, J.C., B. DUCARME 1969: Analyse des enregistrements de marée terrestre à par la méthode des moindres carrês, Communications de l'Observatoire Royal de Belgique Nr. 95, Brüssel 1969

VENEDIKOV, A.P. 1966a: Une méthode pour l'analyse des marrês terrestres à partir d'enregistrements de longuer arbitraire, Communications de l'Observatoire Royal de Belgique Nr. 71, Brüssel 1966

VENEDIKOV, A.P. 1966b: Sur la constitution de filtres numeriques pour le traitement des enregistrements des marées terrestres, Communications de l'Observatoire Royal de Belgique Nr. 76, Brüssel 1966

WENZEL, H.-G. 1976: Zur Genauigkeit von gravimetrischen Erdgezeitenbeobachtungen, Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der Technischen Universität Hannover, Hannover 1976

Traduction

DE LA FONCTION DE GREEN POUR LES EQUATIONS DES DEFORMATIONS SPHEROIDALES ELASTIQUES DE LA TERRE

S.M. MOLODENSKII

Physique de la Terre, pp 7-12, 11 - 1976.

La fonction de Green pour les équations aux déformations sphéroïdales élastiques de la Terre s'exprime par les solutions régulières du système homogène correspondant. On a trouvé un système de variables dans lequel la nature auto adjointe du problème apparaît dans la symétrie des coefficients des équations différentielles. On examine les déformations élastiques de la Terre provoquées par une source en δ de déplacements. Les déplacements et la variation du potentiel à la surface de la Terre sont exprimés par les tensions à la profondeur de la source entrant dans les solutions régulières du système homogène. On a obtenu une expression simple pour la variation des nombres de Love lors d'une variation du schéma de structure de la Terre ne conterant pas d'éléments de la matrice transformée des solutions fondamentales.

Dans les problèmes des déformations élastiques de la Terre de type sphéroïdal (de marée) il faut résoudre le système d'équations différentielles hétérogènes de l'élasticité d'une Terre gravitative avec des conditions aux limites homogènes. Dans la théorie des variations sphéroïdales, ce problème {1} se présente lors du calcul des amplitudes des variations de différents ordres provoquées par une source ponctuelle. Le calcul des éventuelles variations à longue période de la force de pesanteur et des variations correspondantes de la rotation de la Terre provoquées par le foyer des déformations dans le corps de la Terre se ramène également à la solution des équations hétérogènes de l'équilibre élastique dans les conditions de rupture d'une des composantes des déplacements à la profondeur donnée. Ces équations ont la forme {2}.

$$G_i'(r, r_0) - \sum_{k=1}^{6} a_{ik}(r, n, \rho(r), \lambda(r), \mu(r)) G_k(r, r_0) = \delta_{ii_0}\delta(r - r_0). \qquad (1)$$

où G_i est la solution vectorielle du système des équations (1) déterminant les déformations élastiques, les tensions et la variation du potentiel proportionnels

à la fonction sphérique d'ordre n; r est le rayon exprimé en fractions du rayon de la Terre; on a noté par un prime la différenciation par rapport à r; $\delta_{ii_o} = 1$ pour $i = i_o$ et $\delta_{ii_o} = 0$ pour $i \neq i_o$ (dans la formule (1) on a pour $i_o = 1$ la composante radiale du déplacement, et pour $i_o = 2$ la composante tangentielle); $1 - r_o$ est la profondeur relative du foyer des déformations; $\delta(r - r_o)$ est la fonction delta. Les coefficients a_{ik} dépendent de la densité $\rho(r)$ et des paramètres de Lamé $\lambda(r)$ et $\mu(r)$ {3}. Le système homogène correspondant

$$F_i'(r) - \sum_{k=1}^{6} a_{ik}(r, n, \rho, \lambda, \mu) F_k(r) = 0 \qquad (2)$$

pour les conditions aux limites hétérogènes détermine les marées élastiques d'ordre n.

Le problème de la variation des nombres de Love d'ordre n pour une variation assez faible du schéma de structure de la Terre se ramène également à la solution du système hétérogène des équations des déformations du type sphéroïdal avec des conditions aux limites homogènes {4}. En effet en attribuant aux coefficients a_{ik} en (2) de faibles accroissements δa_{ik} et en négligeant les termes du second ordre nous trouverons pour les variations δF_i (r) le système des équations hétérogènes

$$\delta F_i' - \sum_{k=1}^{6} a_{ik} \delta F_k = \sum_{k=1}^{6} \delta a_{ik} F_k. \qquad (3)$$

Enfin, le problème de la phase de la marée dans la Terre non idéalement élastique avec une fonction Q(r) de dissipation répartie en profondeur se ramène également à la solution du système des équations (3) avec des valeurs minimales des variations des coefficients δa_{ik} (r).

Le procédé direct de la solution du système des équations hétérogènes (par la méthode de la variation des dérivées des constantes) se ramène à une transformation pour toutes les valeurs r de la matrice du sixième ordre composé des solutions fondamentales des équations (2). Cependant comme on l'a montré dans le travail {5}, dans le cas du problème d'une variation des fréquences propres de cisaillement du modèle de la Terre, on peut éviter cette opération si on utilise la propriété auto-adjointe du problème aux limites. On peut faire la même chose lors de la solution des problèmes énumérés.

Le but de notre travail consiste à construire la fonction de Green déterminée par les équations (1) pour une valeur arbitraire de la fréquence δ et pour n'importe quels n et i_o.

1. Nous considérons comme connu le système des solutions fondamentales des équations homogènes (2) $F_i(r)$. Introduisons de pair avec $F_i(r)$ le système des fonctions $\tilde{F}_i(r)$ donné par le système en liaison par rapport à (2) système des équations différentielles.

$$F_k' + \sum_{i=1}^{6} a_{ik} F_i = 0. \tag{4}$$

Nous multiplierons la $i^{\text{ème}}$ équation du système (1) par une certaine solution partielle $\tilde{F}_i(r)$ du système (4) et nous ferons la somme des résultats sur i. Nous obtiendrons :

$$\sum_{i=1}^{6} F_i G_i' - \sum_{i,k=1}^{6} a_{ik} F_i G_k = F_{i_0} \delta(r - r_0)$$

ou, en tenant compte de (4)

$$\sum_{i=1}^{6} (F_i G_i' + F_i' G_i) = F_{i_0} \delta(r - r_0). \tag{5}$$

En intégrant (5) entre les limites de 0 à 1 nous trouverons :

$$\sum_{i=1}^{6} F_i(r) G_i(r, r_0) \Big|_{r=0}^{r=1} = F_{i_0}(r_0). \tag{6}$$

La substitution successive en (6) des solutions $\tilde{F}_i(r)$ du système (4) linéairement indépendantes, décroissant vers le centre permet d'obtenir les conditions pour six valeurs de la fonction de Green à la surface. On montrera ci-après que ces conditions (avec les conditions aux limites) déterminent à un chiffre toutes les valeurs $G_i(r, r_0)$ pour r=1.

2. Tournons-nous vers les fonctions de liaison $\tilde{F}_i(r)$ entrant dans les relations (6). Puisque les équations des déformations élastiques de la Terre (2) possèdent la propriété auto-adjointe {5, 6} entrant en (6) les solutions du système (4) peuvent être exprimées par les solutions connues du système fondamental.

Effectuons la transformation linéaire des solutions (2) pour que les équations (2) et (4) coïncident. Admettons que ce passage se fasse à l'aide d'une certaine matrice non dégénérée $\alpha_{ik}(r)$:

$$f_i^l(r) = \sum_{k=1}^{6} \alpha_{ik}(r) F_k^l(r), \tag{7}$$

où f_i^l est le nouveau système des solutions, on a désigné par l'indice l la $l^{\text{ème}}$ solution partielle. Conformément à

$$F_i^l(r) = \sum_{k=1}^{6} \alpha_{ik}^{-1}(r) f_k^l(r), \tag{8}$$

où $(\alpha_{ik})^{-1}$ est la matrice inverse. La substitution de (8) en (2) donne les formules pour la transformation des coefficients a_{ik}. Nous obtiendrons maintenant les transformations correspondantes des solutions du système de liaison. Nous multiplierons la $i^{ème}$ équation du système (2) par une certaine solution partielle $\tilde{F}_i(r)$ du système (4) et nous ferons la sommation sur i. Par analogie avec (5) nous obtiendrons :

$$\sum_{i=1}^{6} (F_i(r) F_i(r)) = \text{const}(r).$$

Nous noterons par $F_i^j(r)$ (j = 1, ..., 6) la $j^{ème}$ solution fondamentale du système (2). Nous déterminerons la $l^{ème}$ solution partielle $\tilde{F}_i^l(r)$ du système de liaison (4) par les conditions

$$\sum_{i=1}^{6} F_i^l(r) F_i^j(r) = \delta_{jl}. \tag{9}$$

De façon analogue nous déterminerons la $l^{ème}$ solution partielle dans le système des fonctions $f_i(r)$:

$$\sum_{i=1}^{6} \tilde{f}_i^l(r) f_i^j(r) = \delta_{jl}. \tag{10}$$

Pour exprimer $\tilde{f}_i^l(r)$ par $\tilde{F}_i^l(r)$ nous substituerons (8) en (9)

$$\sum_{i=1}^{6} F_i^l(r) \sum_{k=1}^{6} \alpha_{ik}^{-1}(r) f_k^j(r) = \delta_{jl}. \tag{11}$$

En changeant dans la dernière expression l'ordre de la sommation et en comparant avec (10) nous trouverons la transformation cherchée des solutions partielles du système de liaison avec la transformation linéaire des variables (7)

$$\tilde{f}_i^l(r) = \sum_{k=1}^{6} [\alpha_{ik}^{-1}(r)]^{\text{трансп}} F_k^l(r). \tag{12}$$

En mettant sur le même pied les expressions (7) et (12) et en résolvant les égalités obtenues de cette façon par rapport aux éléments de la matrice α_{ik} on peut obtenir la transformation (7) ramenant le système des équations (4) au système (2).

Nous avons trouvé de cette façon la transformation pour le système des fonctions utilisé dans les travaux [2, 4] :

$$\{F_i\} = \{H, T, R, L, M, N\},$$

où H et T déterminent les composantes radiales et tangentielles du vecteur déplacement :

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{r}}{r} H(r) Y_n^m(\theta, \varphi) + T(r) \operatorname{grad} Y_n^m(\theta, \varphi).$$

où Y_n^m est la fonction sphérique d'ordre n; M et N déterminent les composantes tangentielles et radiales de la tension; R et L sont la variation du potentiel et sa dérivée. Les valeurs des coefficients a_{ik} entrant en (2) dans ce système de variables sont écrites en particulier dans le travail {3} et les relations auto-adjointes ont la forme

$$\begin{gathered} \bar{H} = -r^2 N, \quad r^2 \bar{T} = -n(n+1) M, \quad 4\pi\varkappa \bar{R} = L, \\ 4\pi\varkappa \bar{L} = R, \quad r^2 \bar{M} = n(n+1) T, \quad \bar{N} = r^2 H, \end{gathered} \tag{13}$$

où L est la constante de gravitation. Si on égalise, en tenant compte de (13), la $i^{\text{ème}}$ fonction déterminée par (7) et la $i^{\text{ème}}$ fonction déterminée par (12) alors on peut être sûr que les conditions en α_{ik} sont opposées et ainsi la matrice des coefficients $a_{ik}(r)$ n'est pas ramenée à une forme antisymétrique. Cependant ces conditions cessent d'être opposées si on cherche les conditions auto-adjointes sous la forme:

$$\bar{f}_k = \pm f_{7-k}. \tag{14}$$

Les relations (14) remplissent six conditions sur 36 éléments de la matrice $\alpha_{ik}(r)$ et c'est pourquoi ils la déterminent de façon non unique. Par la substitution immédiate de (7) et (12) dans (14) on peut s'assurer qu'aux conditions (14) satisfait par exemple la transformation linéaire simple suivante :

$$\begin{gathered} f_1 = H, \quad f_2 = T \frac{n(n+1)}{r^2}, \quad f_3 = R, \quad f_4 = \frac{(n+1) rR + L}{4\pi\varkappa}, \\ f_5 = M, \; f_6 = r^2 N. \end{gathered} \tag{15}$$

Dans ce cas

$$\bar{f}_1 = -f_6, \; \bar{f}_2 = -f_5, \; \bar{f}_3 = -f_4, \; \bar{f}_4 = f_3, \; \bar{f}_5 = f_2, \; \bar{f}_6 = f_1. \tag{16}$$

Les équations des déformations sphéroïdales élastiques de la Terre dans le système des fonctions données ont la forme suivante

$$f_1' = -\frac{2\lambda}{r(\lambda+2\mu)} f_1 + \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} f_2 + \frac{1}{r^2(\lambda+2\mu)} f_6,$$

$$f_2' = -\frac{n(n+1)}{r^2} f_1 + \frac{n(n+1)}{r^4\mu} f_5,$$

$$f_3' = 4\pi\varkappa\rho f_1 - \frac{n+1}{r} f_3 + \frac{4\pi\varkappa}{r^2} f_4,$$

$$f_4' = (n+1)\rho r f_1 - \rho r^2 f_2 + \frac{n+1}{r} f_4,$$

$$f_5' = -\left(\rho r^2 V' + 2\mu r \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu}\right) f_1 + \left[2\mu r^2 \left(\frac{2(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu} - \frac{1}{n(n+1)}\right) - \right. \tag{17}$$

$$\left. - \frac{\sigma^2 r^4 \rho}{n(n+1)}\right] f_2 - r^2\rho f_3 - \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} f_6,$$

$$f_6' = \left(4\rho r V' + 4\mu \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu} - \sigma^2 r^2 \rho\right) f_1 - \left(\rho r^2 V' + 2\mu r \frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu}\right) f_2 +$$

$$+ (n+1)\rho r f_3 - 4\pi\varkappa\rho f_4 + \frac{n(n+1)}{r^2} f_5 + 2\lambda/r(\lambda+2\mu) f_6,$$

où σ est la fréquence du processus oscillatoire (pour l'équilibre élastique $\sigma = 0$).

Les coefficients $a_{ik}(r)$ du système (17) acquièrent les propriétés suivantes de symétrie

$$a_{ik} = a_{7-k,\,7-i} \text{ при } k>3,\ i\leqslant 3 \text{ либо } k\leqslant 3,\ i>3,$$
$$a_{ik} = -a_{7-k,\,7-i} \text{ при } k\leqslant 3,\ i\leqslant 3 \text{ либо } k>3,\ i>3. \tag{18}$$

La symétrie des coefficients est nécessaire à cause de la propriété auto-adjointe.

Par conséquent, la substitution de (15) en (4) doit ramener le système des équations de liaison (4) au système fondamental (2). L'égalisation de tous les coefficients pour f_k en (2) et (4) conduit aux conditions (18).

Ainsi dans le système des fonctions (15) les équations (2) et (4) concordent. Les relations (6) dans le système des fonctions (15) acquièrent en tenant compte de (16) la forme suivante

$$-f_6G_1 - f_5G_2 - f_4\dot{G}_3 + f_3G_4 + f_2G_5 + f_1G_6\big|_{r=0}^{r=1} = \begin{cases} -f_{7-i_0}(r_0) & \text{при } i_0 = 1,2,3 \\ f_{7-i_0}(r_0) & \text{при } i_0 = 4,5,6. \end{cases} \tag{19}$$

3. Pour résoudre les problèmes examinés en {1,2,4} les valeurs diminuant vers le centre de la fonction de Green G_i (r, r_o) pour r = 1 satisfaisant aux conditions aux limites homogènes présentent de l'intérêt. Dans le système de variables (15) les conditions à la surface ont la forme :

$$G_4(r, r_0)\,|_{r=1}=G_5(r, r_0)\,|_{r=1}=G_6(r, r_0)\,|_{r=1}=0. \tag{20}$$

Les valeurs G_1 (r, r_o)| r = 1 , G_2 (r, r_o) | r = 1 , G_3 (r, r_o) | r = 1 se déterminent à l'aide de la relation (19) si on connaît trois solutions régulières du système homogène des équations (17). Par conséquent, nous examinerons trois solutions vectorielles f_i^{I} (r), f_i^{II} (r), f_i^{III}(r) linéairement indépendantes, diminuant vers le centre, des équations (17) données par les valeurs suivantes à la surface :

$$\begin{aligned} f_i^{I}(1)&=(b_{11}, b_{12}, b_{13}, 0, 0, 1)\\ f_i^{II}(1)&=(b_{21}, b_{22}, b_{23}, 0, 1, 0)\\ f_i^{III}(1)&=(b_{31}, b_{32}, b_{33}, 1, 0, 0), \end{aligned} \tag{21}$$

où les valeurs b_{ik} sont déterlinées par les conditions de décroissance des solutions au centre de la Terre. Nous introduirons successivement les trois solutions (21) dans la relation (19). Tenant compte de la diminution de G_i (r, r_o) et $f_i^{I\ II\ III}$(r) au centre et des conditions aux limites (20), (21) nous déterminerons toutes les valeurs de la fonction de Green à la surface :

$$\begin{aligned} G_1(1, r_0)&=\begin{cases} -f^{I}_{7-i_0}(r_0) & \text{при} \quad i_0=1,2,3,\\ f^{I}_{7-i_0}(r_0) & \text{при} \quad i_0=4,5,6,\end{cases}\\ G_2(1, r_0)&=\begin{cases} -f^{II}_{7-i_0}(r_0) & \text{при} \quad i_0=1,2,3,\\ f^{II}_{7-i_0}(r_0) & \text{при} \quad i_0=4,5,6,\end{cases}\\ G_3(1, r_0)&=\begin{cases} -f^{III}_{7-i_0}(r_0) & \text{при} \quad i_0=1,2,3,\\ f^{III}_{7-i_0}(r_0) & \text{при} \quad i_0=4,5,6.\end{cases} \end{aligned} \tag{22}$$

La fonction de Green (22) pour i_o = 1,2 et différents n donne la solution du problème pour les déformations élastiques et la variation de la force de pesanteur à la surface de la Terre provoquées par une source en forme de δ des déformations à une profondeur de 1 - r_o. Dans le cas de la rupture H(i_o = 1) pour r = r_o la substitution de (15) en (22) donne :

$$\begin{aligned} H(1)&=r_0^2N^{I}(r_0)\,\delta H(r_0),\\ T(1)&=\frac{r_0^4}{n(n+1)}N^{II}(r_0)\,\delta H(r_0),\\ R(1)&=r_0^2N^{III}(r_0)\,\delta H(r_0), \end{aligned} \tag{23}$$

où $\delta H(r_0) = H_+(r_0) - H_-(r_0)$ est la rupture de la composante radiale des déplacements. Pour une rupture de la composante tangentielle $\delta T(r_0) = T_+(r_0) - T_-(r_0)$ nous obtenons :

$$\begin{aligned} H(1) &= M^{I}(r_0)\,\delta T(r_0), \\ T(1) &= \frac{r_0^2}{n(n+1)} M^{II}(r_0)\,\delta T(r_0), \\ R(1) &= M^{III}(r_0)\,\delta T(r_0). \end{aligned} \tag{24}$$

Ainsi les déplacements élastiques et la variation du potentiel à la surface de la Terre provoqués par la rupture de la composante radiale des déplacements à une certaine profondeur sont déterminés par la composante radiale des tensions des trois solutions régulières au centre du système homogène des équations (17) à la même profondeur. Dans le cas du foyer donné par la rupture de la composante tangentielle des déplacements, les déformations élastiques de la surface de la Terre et la variation du potentiel sont liées à la composante tangentielle des tensions à la profondeur du foyer.

Enfin, la variation des nombres de Love h, k et du nombre de Shida l pour une variation arbitrairement faible du modèle de la Terre peuvent être obtenus si les solutions du système des équations (3) sont exprimées par la fonction de Green (22) :

$$\begin{aligned} \delta h &= \frac{2n+1}{4\pi\varkappa} \int_0^1 \left[\sum_{k=1}^{6} \left(\sum_{i=1}^{3} \delta a_{ik}(r) f_{7-i}^{I}(r) f_k^{III}(r) - \sum_{i=4}^{6} \delta a_{ik}(r) f_k^{III}(r) f_{7-i}^{I}(r) \right) \right] dr, \\ \delta k &= \frac{2n+1}{4\pi\varkappa} \int_0^1 \left[\sum_{k=1}^{6} \left(\sum_{i=1}^{3} \delta a_{ik}(r) f_k^{III}(r) f_{7-i}^{III}(r) - \sum_{i=4}^{6} \delta a_{ik}(r) f_k^{III}(r) f_{7-i}^{III}(r) \right) \right] dr, \\ \delta l &= \frac{2n+1}{4\pi\varkappa n(n+1)} \int_0^1 \left[\sum_{k=1}^{6} \left(\sum_{i=1}^{3} \delta a_{ik}(r) f_k^{III}(r) f_{7-i}^{II}(r) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \sum_{i=4}^{6} \delta a_{ik}(r) f_k^{III}(r) f_{7-i}^{II}(r) \right) \right] dr. \end{aligned} \tag{25}$$

Comme dans la théorie des perturbations des fréquences des oscillations propres de la Terre {5} il n'entre dans l'expression (25) que les solutions régulières du système non-perturbé des équations homogènes de l'élasticité (17).

Les valeurs numériques pour n = 2 des fonctions intégrées entrant en (25) obtenues par un procédé plus compliqué sont données dans le travail {4}. Dans le cas des variations purement fictives des coefficients $a_{ik}(r)$ correspondant au passage du modèle de la Terre idéalement élastique au modèle avec une fonction de dissipation répartie en profondeur les accroissements δh, δk, δl deviennent également fictifs. Les relations (25) déterminent dans ce cas le déphasage de la marée par rapport au potentiel générateur de marée et l'amortissement du mouvement de Chandler du Pôle à cause de la non élasticité de l'enveloppe.

BIBLIOGRAPHIE

1. ALTERMAN Z, Jarosh Kh., Pekeris Ch. D.

Oscillations de la Terre. Dans le livre : "Oscillations propres de la Terre" M. "Mir" 1964.

2. MOLODENSKII M.S., Molodenskii S.M., Pariiskii N.N.

Sur le lien possible des variations de la force de pesanteur et de la vitesse de rotation de la Terre. Yzv. Ac. des Sc. URSS.
Physique de la Terre. N°6. 1975.

3. MELCHIOR P.

Marées Terrestres. M. "Mir" 1968.

4. MOLODENSKII S.M.

Variation des nombres de Love lors de la variation du schéma de la structure de la Terre. Yzv. Ac. des Sc. d'URSS.
Physique de la Terre, N°2, 1976.

5. ZHARKOV V.N., Lioubimov V.M., Osnatch A.Y.

Sur la théorie des perturbations pour les oscillations propres de la Terre.
Yzv. Ac. des Sc. d'URSS.
Physique de la Terre n° 10, 1968.

6. PEKERIS Ch., L. Alterman Z., Jarosh Ch.

Les multiples de rotation dans le spectre de la Terre. Dans le recueil "Oscillations propres de la Terre" M. "Mir" 1964.

Traduction

Sur la relation liant les nombres de Love avec les coefficients de surcharge.

S.M. Molodensky

Fisica Zemli pp 3-7, n° 3, 1977.

Résumé

On a trouvé des relations rigoureuses liant les valeurs des nombres de Love pour une marée d'ordre n quelconque aux coefficients de charge pour les mêmes valeurs de n.

Pour le coefficient de charge $k_n^{(3)}$ déterminant la variation à la surface de la Terre due aux océans on a $k_n^{(3)} = k_n - k_n$.

Comme on le sait (1) les déformations de marées et les variations de potentiel à la surface d'une Terre sphérique symétrique, idéalement élastique, pour la marée d'ordre n peuvent être décrites à l'aide de trois nombres appelés nombres de Love et de Shida, k_n, h_n, l_n. Les nombres h_n et l_n déterminent les composantes radiale et tangentielle des déplacements de la surface et k_n est la variation du potentiel à la surface par suite de la nouvelle répartition interne des masses sous l'action des forces génératrices de marée.

Outre ces forces la surface de la Terre est soumise à des charges (tensions radiale et tangentielle) provoquant également des déformations élastiques de la surface. Pour calculer celles-ci on introduit par analogie avec les nombres de Love, des coefficients appelés nombres de charge pour les déformations proportionnelles aux fonctions sphériques des différents ordres.

La nécessité de tenir compte des coefficients de charge en présence de tensions radiales à la surface de la Terre pour toutes les valeurs de n apparait lors du calcul des corrections de marée de la pesanteur et des inclinaisons en raison des marées océaniques {2} ; pour n = 0,2 les valeurs des coefficients de charge sont nécessaires pour calculer l'influence de la couverture d'eau et de neige à la surface de la Terre {3}.

Enfin les déformations élastiques de la Terre provoquées, par le vent, les courants dans l'océan ou le freinage de la rotation de la Terre à cause des marées dans l'océan s'expriment également par des coefficients de charge correspondant à la présence de tensions tangentielles à la surface {3}.

Dans cette communication on montre que pour chaque valeur de n, pour n'importe quel modèle de Terre à symétrie sphérique, il existe trois relations précises reliant les trois nombres de Love avec les six coefficients de charge.

Ces relations permettent d'exprimer les coefficients de charge non observés expérimentalement par les nombres de Love mesurés.

La démonstration découle de la propriété auto adjointe des équations aux déformations élastiques sphéroïdales de la Terre, exprimée par la matrice des coefficients a_{ik} des équations différentielles habituelles

$$f_i'(r)=\sum_{k=1}^{6} a_{ik}(r) f_k(r) \qquad (1)$$

pour lesquelles on peut arriver à un aspect symétrisé {4}. Dans le système d'équations (1) on note par une apostrophe la différentiation par rapport au rayon r ; les coefficients a_{ik} dépendent de r, de la densité $\rho(r)$, $\lambda(r)$ {4} :

$$\begin{gathered}
-a_{11}=a_{66}=\frac{2\lambda}{r(\lambda+2\mu)}, \quad a_{12}=-a_{56}=\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}, \\
a_{16}=\frac{1}{r^2(\lambda+2\mu)}, \quad -a_{21}=a_{65}=\frac{n(n+1)}{r^2}, \quad a_{25}=\frac{n(n+1)}{r^4\mu}, \\
a_{31}=-a_{64}=4\pi\varkappa\rho, \quad -a_{33}=a_{44}=\frac{n+1}{r}, \quad a_{34}=\frac{4\pi\varkappa}{r^2}, \\
a_{41}=a_{63}=(n+1)r\rho, \quad a_{42}=a_{53}=-\rho r^2, \\
a_{51}=a_{62}=-\left(\rho r^2 V'+2\mu r\frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu}\right), \quad a_{52}=2\mu r^2\left(\frac{2(\lambda+\mu)}{\lambda+2\mu}-\frac{1}{n(n+1)}\right), \\
a_{61}=4\rho r V'+4\mu\frac{3\lambda+2\mu}{\lambda+2\mu}, \quad a_{13}=a_{14}=a_{15}=a_{22}=a_{23}=a_{24}=a_{26}= \\
=a_{32}=a_{35}=a_{36}=a_{43}=a_{45}=a_{46}=a_{54}=a_{55}=0,
\end{gathered} \qquad (2)$$

f_1 et f_2 déterminent les composantes radiale et tangentielle du vecteur déplacement $\vec{u}$

$$\mathbf{u}=f_1(r)\frac{\mathbf{r}}{r}Y_n^m(\theta,\varphi)+f_2(r)\frac{r^2}{n(n+1)}\nabla Y_n^m(\theta,\varphi);$$

f_5 et f_6 sont les composantes des tensions sur l'élément de surface normale au rayon

$$X_i = f_6(r)\frac{r}{r^2}Y_n^m(\theta,\varphi) + \frac{f_5}{r^2}\nabla Y_n^m(\theta,\varphi);$$

$f_3(r)\,Y_n^m(\theta,\varphi)$ est la variation du potentiel par suite de la déformation ;

$$f_4 = -\rho r^2 f_1 + \frac{(n+1)r}{4\pi\varkappa}f_3 + \frac{r^2}{4\pi\varkappa}f_3';$$

$Y_n^m(\theta,\varphi)$ est la fonction sphérique d'ordre n, x est la constante de gravitation.

Nous utiliserons un système d'unités dans lequel le rayon moyen de la Terre a = 1, la force de pesanteur à la surface est V' (1), la masse de la terre M = 4π/3 et x = 3/4π.

Nous examinerons le système des solutions fondamentales des équations (1) donné à la surface par la matrice suivante :

$$\begin{array}{l} i = \\ f_i^{(1)}(1) = \\ f_i^{(2)}(1) = \\ f_i^{(3)}(1) = \\ f_i^{(4)}(1) = \\ f_i^{(5)}(1) = \\ f_i^{(6)}(1) = \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ b_{11} & b_{12} & b_{13} & 1 & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & 0 & 1 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \end{array} \qquad (3)$$

d'éléments b_{ik} avec des conditions déterminées de régularité (décroissance vers le centre) des solutions partielles $f_i^{(4)}$, $f_i^{(5)}$, $f_i^{(6)}$ (les intégrales $f_i^{(1)}$, $f_i^{(2)}$, $f_i^{(3)}$ croissent vers le centre de la Terre comme $r^{-(n+1)}$.

Les nombres de Love h_n k_n et le nombre de Shida l_n, les coefficients de charge $h_n^{(1)}$ $k_n^{(1)}$ $l_n^{(1)}$ correspondant aux tensions tangentielles à la surface et $h_n^{(2)}$, $k_n^{(2)}$, $l_n^{(2)}$ correspondant aux tensions normales à la surface s'expriment par les b_{ik} de la façon suivante :

$$\begin{gathered} h_n = \frac{2n+1}{4\pi\varkappa}b_{11}, \quad l_n = \frac{2n+1}{4\pi\varkappa n(n+1)}b_{12}, \quad 1+k_n = \frac{2n+1}{4\pi\varkappa}b_{13}, \\ h_n^{(1)} = b_{21}, \quad l_n^{(1)} = \frac{1}{n(n+1)}b_{22}, \quad 1+k_n^{(1)} = b_{23}, \\ h_n^{(2)} = b_{31}, \quad l_n^{(2)} = \frac{1}{n(n+1)}b_{32}, \quad 1+k_n^{(2)} = b_{33}. \end{gathered} \qquad (4)$$

Les coefficients de charge $h_n^{(3)}$ $k_n^{(3)}$ $l_n^{(3)}$ déterminant les déformations élastiques de la Terre sous l'effet des marées océaniques peuvent être trouvés si on représente la charge provenant de l'Océan comme la somme de deux effets : déformations de la Terre à cause des tensions normales à la surface et déformations d'effet réciproque gravitationnel de l'Océan avec une Terre élastique.

Ensuite nous exprimerons $h_n^{(3)}$ $k_n^{(3)}$ $l_n^{(3)}$ en fonction de h_n k_n l_n $h_n^{(2)}$ $k_n^{(2)}$ $l_n^{(2)}$:

$$h_n^{(3)} = h_n - \frac{2n+1}{3} h_n^{(2)}, \quad k_n^{(3)} = k_n - \frac{2n+1}{3}(1+k_n^{(2)}),$$

$$l_n^{(3)} = l_n - \frac{2n+1}{3} l_n^{(2)}.$$

Nous examinerons la matrice obtenue par la transformation de la matrice des solutions fondamentales (3) pour toutes les valeurs de r.

Les éléments de la matrice transformée $\tilde{f}_i^j(r)$ satisfont au système adjoint par rapport au système (1) d'équations différentielles.

$$\tilde{f}_k^{j'}(r) = -\sum_{i=1}^{6} a_{ik}(r) \tilde{f}_i^j(r). \tag{5}$$

En effet les éléments de la matrice inverse satisfont aux relations

$$\sum_{i=1}^{6} \tilde{f}_i^j(r) f_i^l(r) = \begin{cases} 1 & \text{pour } j=l, \\ 0 & \text{pour } j \neq l. \end{cases} \tag{6}$$

En différentiant (6) par rapport à r et en éliminant $f_i'(r)$ à l'aide de (1) nous obtiendrons (5). Nous utiliserons ensuite le fait que dans le système de variables $f_i(r)$ les systèmes d'équations (1) et (5) se correspondent {4}. Pour s'en assurer il suffit d'effectuer dans le système d'équations (5) le remplacement suivant

$$\begin{aligned} \tilde{f}_1 &= -f_6, \quad \tilde{f}_2 = -f_5, \quad \tilde{f}_3 = -f_4, \\ \tilde{f}_4 &= f_3, \quad \tilde{f}_5 = f_2, \quad \tilde{f}_6 = f_1. \end{aligned} \tag{7}$$

Nous substituerons ensuite (7) dans (5) et nous comparerons les coefficients des équations ainsi obtenues par rapport à $f_i(r)$ avec la matrice des coefficients a_{ik} du système d'équations (1). En identifiant tous les coèfficients nous obtiendrons

$$a_{ik}=a_{7-k,7-i} \text{ pour } k>3,\ i\leqslant 3 \text{ ou } k\leqslant 3,\ i>3.$$
$$a_{ik}=-a_{7-k,7-i} \text{ pour } k\leqslant 3,\ i\leqslant 3 \text{ ou } k>3,\ i>3. \tag{8}$$

Il n'est pas difficile de s'assurer que les coefficients a_{ik} déterminés par les expressions (2) satisfont aux relations (8).

La matrice des solutions fondamentales à la surface peut être transformée immédiatement. La matrice inverse est :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -b_{11} & -b_{21} & -b_{31} \\ 0 & 1 & 0 & -b_{12} & -b_{22} & -b_{32} \\ 0 & 0 & 1 & -b_{13} & -b_{23} & -b_{33} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{9}$$

Parce que le mineur croissant vers le centre de l'élément de la matrice (3) s'obtient par la suppression de la ligne trois constituée d'éléments croissant vers le centre, l'élément de la matrice inverse, égale à la relation du mineur correspondant ou déterminant, décroît comme r^n. Par contre l'élément de la matrice inverse correspondant à l'élément de la matrice décroissant vers le centre croît vers le centre comme $r^{-(n+1)}$.

C'est pourquoi les trois premières lignes de (9) déterminent les solutions régulières du système adjoint (5) et les trois dernières lignes sont les solutions non régulières.

Nous ferons dans chaque ligne de la matrice (9) le remplacement (7). Puisque les lignes (9) représentent les solutions du système adjoint des équations (5), le système associé par la transformation (7) se ramène à un système fondamental, les nombres obtenus de cette façon représentent les valeurs à la surface des différentes intégrales du système fondamental d'équations (1). De cette façon nous obtenons à la surface les valeurs suivantes des solutions du système (1) :

$$\begin{array}{lc} i= & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ f_i^{(7)}(1)= & \begin{pmatrix} -b_{31} & -b_{21} & -b_{11} & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ f_i^{(8)}(1)= & \begin{pmatrix} -b_{32} & -b_{22} & -b_{12} & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\ f_i^{(9)}(1)= & \begin{pmatrix} -b_{33} & -b_{23} & -b_{13} & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ f_i^{(10)}(1)= & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ f_i^{(11)}(1)= & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ f_i^{(12)}(1)= & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \tag{9a}$$

Les trois premières lignes de (9a) correspondent aux solutions décroissantes et les trois dernières aux solutions croissantes vers le centre.

D'autre part le système d'équations (1) ne peut avoir que trois intégrales linéairement indépendantes décroissantes au centre.

Par conséquent les intégrales $f_i^{(7)}$ $f_i^{(8)}$ $f_i^{(9)}$ sont des combinaisons linéaires des solutions fondamentales régulières $f_i^{(4)}$ $f_i^{(5)}$ $f_i^{(6)}$.

En comparant (9a) et (3) nous obtenons $f_i^{(10)}(r) = f_i^{(3)}(r), f_i^{(11)}(r) = f_i^{(2)}(r), f_i^{(12)}(r) = f_i^{(1)}(r), f_i^{(7)}(r) = -f_i^{(4)}(r), f_i^{(8)}(r) = -f_i^{(5)}(r), f_i^{(9)}(r) = -f_i^{(4)}(r)$.

Pour r = 1, les trois dernières relations conduisent aux relations cherchées

$$b_{21}=b_{32}, \quad b_{11}=b_{33}, \quad b_{12}=b_{23}. \tag{10}$$

La substitution de (4) dans (10) donne

$$h_n^{(1)} = n(n+1)l_n^{(2)} \tag{11a}$$

$$4\pi\varkappa h_n = (2n+1)(1+k_n^{(2)}), \tag{11b}$$

$$4\pi\varkappa n(n+1)l_n = (2n+1)(1+k_n^{(1)}). \tag{11c}$$

Les coefficients de charge $k_n^{(3)}$ caractérisant la variation du potentiel à la surface de la Terre due aux marées océaniques sont en relation simple avec les nombres de Love :

$$k_n^{(3)} = k_n - \frac{2n+1}{3}(1+k_n^{(2)}) = k_n - h_n. \tag{11d}$$

Il convient de noter que les relations (11) sont rigoureuses et peuvent être utilisées pour le contrôle des petites erreurs au cours de l'intégration numérique des équations aux déformations de la Terre pour tout n (°)

(°) Des divergences $k_n^{(3)} - (k_n - h_n) \sim 10^{-7} k_n^{(3)}$ ont été obtenues par B.P. Pertsev dans les valeurs qu'il a calculées dans le travail (2). Les divergences croissent à mesure de l'augmentation du pas d'intégration des équations différentielles.

BIBLIOGRAPHIE

(1) P. Melchior, Marées Terrestres Mir 1968

(2) B.P. Pertsev, M.V. Ivanova, Spatial distribution of ocean-tide M_2 corrections to tidal gravity measurements in the Northen Hemisphere. Septieme Symposium International sur les Marées Terrestres, Sopron, 1973.

(3) Munk et Mac Donald, Rotation de la Terre Mir 1964

(4) S.M. Molodensky, Sur la fonction de Green pour les équations des déformations sphéroïdales élastiques de la Terre Izvestia Akad. Naouk USSR, Physique de la Terre, vol. 11, 1976.

Traduction

SUR LE LIEN POSSIBLE DES VARIATIONS DE LA FORCE DE PESANTEUR ET DE LA VITESSE DE ROTATION DE LA TERRE

M.S. MOLODENSKII, S.M. MOLODENSKII, N.N. PARIISKII

Physique de la Terre, 6 pp 3-11 - 1975.

Les observations astronomiques mettent en évidence des variations irrégulières par discontinuités de la vitesse angulaire de la rotation de la Terre atteignant parfois la valeur relative

$$\delta\omega/\omega = 4.10^{-8}$$

en trois ans {1}. Dans beaucoup de travaux, en particulier en {2, 3} on a montré que de si grandes variations de la vitesse de rotation de la Terre ne peuvent être expliquées par des processus superficiels (phénomènes atmosphériques, fonte des glaces polaires, chute de météorites). Apparemment elles sont en relation avec des processus à l'intérieur de la Terre, variations de la structure interne ou mouvements dans les couches profondes. Nous n'examinerons ici que l'influence de variations hypothétiques de la densité et de tensions dans une certaine couche (par exemple variations de phase ou de température) sur le moment d'inertie de la Terre et par conséquent sur sa rotation et sur les valeurs de la force de pesanteur à la surface.

Sans aborder la nature de cette variation et des causes qui la provoquent on peut envisager la région dans laquelle elles se produisent comme le foyer de tensions et de déformations non-élastiques. Si dans une couche mince d'épaisseur ℓ il se produit une augmentation de densité $\delta\rho$, l'épaisseur de la couche diminue de $\delta\ell = \ell\delta\rho/\rho$. Cela signifie que la couche normale à la surface subissant les déplacements aura des sauts d'une valeur $-\delta\ell$. Sans faire aucune hypothèse sur l'origine et le caractère du foyer des déformations on peut lui attribuer par les valeurs des sauts la composante normale et tangentielle des déplacements comme conditions aux limites et chercher ensuite les déformations dans la Terre comme solution des équations de l'équilibre élastique pour des conditions aux limites données.

On a donné dans les travaux {1 à 3} la solution des équations de l'élasticité pour le cas d'une déformation centrale-symétrique (n = 0) où à la profondeur donnée h il se produit un élargissement ou une contraction d'une couche mince - la composante normale des déplacements subit un saut. Le modèle de Terre est le même que dans le travail {4} c'est à dire avec un noyau intérieur homogène, une répartition des densités voisines du modèle de Bullen A et la répartition des vitesses des ondes séismiques selon le modèle de Jeffreys. Ces calculs pour le cas n = 0 ont montré que pour une variation de durée du jour de 1 msec (ou $\delta\omega/\omega = 1{,}16.10^{-8}$), aux profondeurs h de 64 à 2.900 Km (la couche est située dans le manteau) il suffit de la variation d'épaisseur de la couche (saut des déplacements radiaux) respectivement de 8,6 à 3,6 cm. Pour une variation de densité de 0,01 g l'épaisseur des couches qui varient est de 29 à 20 m et la pesanteur à la surface varie de 40 µgal si la profondeur de la couche est de 64 Km et de 11 µgal si elle est placée à la frontière du noyau et de l'enveloppe. Dans ce même travail on a calculé le cas d'une répartition des variations des déplacements dans la couche variable suivant une fonction sphérique d'ordre 2 et dont l'axe de symétrie correspond à l'axe de rotation de la Terre. On n'a calculé qu'un seul cas particulier pour une profondeur de 380 Km et un modèle simplifié de la Terre avec un noyau homogène (densité et paramètres élastiques). Dans le cas, la variation de la durée du jour de 1 µsec correspond à une variation maximale de la force de pesanteur (aux pôles) de 74 µgal. Il y a vingt ans ces variations de la force de pesanteur étaient encore inaccessibles aux mesures; mais à présent il en est autrement et c'est pourquoi des calculs plus détaillés présentent un intérêt.

Dans le rapport sur la conférence internationale de Potsdam (1973) un des auteurs {5} a donné les calculs des variations de la rotation et de la force de la pesanteur dans le cas de la déformation de surface de la Terre selon la fonction sphérique n = 2. Ce calcul ne peut servir que pour l'estimation de l'ordre des variations supputées de la pesanteur puisqu'on n'a pas calculé la solution des équations de l'élasticité et parce que les déformations de la Terre sont représentées par une couche de densité 2,5 g/cm^3 répartie à la surface de la Terre d'après la loi P_2° (cos θ) dont l'axe de symétrie correspondant à l'axe de rotation de la Terre ou se trouve dans le plan de l'équateur. Dans le premier cas une épaisseur de couche au pôle de 13,5 cm correspondait à une variation de la durée du jour de 1 msec..

Nous analysons dans cet article un cas plus général et réel.

Le cas général de la déformation de la Terre avec une source arbitraire de déformations peut être décrit si on représente les déformations par

une décomposition en fonctions sphériques. Comme on le montrera plus loin une variation du moment d'inertie de la Terre ne provoque que des déformations proportionnelles aux fonctions sphériques Y_0 (θ,φ), Y_2^0 (θ,φ). Dans le cas de Y_2^0 (θ,φ) on a obtenu la solution des équations de l'élasticité pour des conditions aux limites données dans la zone du foyer et on a calculé la variation correspondante du moment d'inertie de la Terre et de la force de pesanteur. On ne peut envisager l'estimation obtenue de cette façon (sur la base des irrégularités observées de la rotation de la Terre) que comme une limite inférieure des variations temporelles possibles de g, car dans les variations de la force de pesanteur observée, les harmoniques supérieurs des déformations n'influençant pas la variation du moment d'inertie de la Terre peuvent jouer un rôle important en un point isolé.

1. Variation du moment d'inertie et de la force de pesanteur lors des déformations de la Terre.

Dans un système cartésien de coordonnées x, y, z dans lequel l'axe z est dirigé suivant l'axe de rotation de la Terre, nous représenterons la variation du moment d'inertie δI à la suite des déformations sous la forme

$$\delta I=\iiint\limits_{(V)}\delta\rho\,(x^2+y^2)\,dV+\iint\limits_{\sigma_1}(x^2+y^2)H(a)\rho(a)\,d\sigma_1+$$

$$+\iint\limits_{\sigma_2}(x^2+y^2)H(b)\,(\rho(b-0)-\rho(b+0))\,d\sigma_2, \qquad (1)$$

où V est le volume occupé par la Terre avant la déformation, a est le rayon de la Terre, b est le rayon du noyau, $\delta\rho$ est la variation de la densité au point donné pour la déformation, σ_1 est la surface de la Terre, σ est la surface de discontinuité de densité entre le noyau et l'enveloppe, H est la composante radiale des déplacements, ρ (a) est la densité de la matière à la surface, $\rho(b - 0) - \rho(b + 0)$ est la valeur du saut de densité à la frontière noyau-enveloppe. En utilisant l'équation de Poisson

$$4\pi G\delta\rho=-\Delta R \qquad (2)$$

où R est la variation du potentiel à la suite de la déformation, le premier terme en (1) peut être écrit sous la forme

$$\delta I_1=-\frac{1}{4\pi G}\iiint\limits_{(V)}(x^2+y^2)\,\Delta R\,dV. \qquad (3)$$

Cette intégrale de volume peut être ramenée à une intégrale de surface par la formule de Green séparément pour le noyau et l'enveloppe :

$$\iiint_{(V)} [(x^2+y^2)\Delta R - R\Delta(x^2+y^2)]\,dV = \iint_{\sigma_1} \left[(x^2+y^2)\frac{\partial R}{\partial n} - R\frac{\partial}{\partial n}(x^2+y^2) \right] d\sigma_1 -$$

$$- \iint_{\sigma_2} (x^2+y^2)\frac{\partial R}{\partial n}(b+0)\,d\sigma_2 + \iint_{\sigma_2} (x^2+y^2)\frac{\partial R}{\partial n}(b-0)\,d\sigma_2, \qquad (4)$$

où $\partial/\partial n$ est la dérivée suivant la normale extérieure. En utilisant les notations $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, θ colatitude nous écrirons

$$x^2+y^2 = r^2\sin^2\theta = \frac{2}{3}r^2(1-P_2^0(\cos\theta)).$$

Substituant cette expression dans (4) nous trouverons

$$\delta I_1 = -\frac{1}{4\pi G}\left\{ \iiint_{(V)} 4R\,dV + \frac{2}{3}a^2 \iint_{\sigma_1} (1-P_2^0(\cos\theta)) \times \right.$$

$$\left. \times \left(R' - \frac{2}{a}R\right) d\sigma_1 + \frac{2}{3}b^2 \iint_{\sigma_2} (1-P_2^0(\cos\theta))\,(R'(b-0) - R'(b+0))\,d\sigma_2 \right\} \qquad (5)$$

où les dérivées par rapport au rayon sont notées par un prime.

Nous introduirons la fonction

$$L = r^2(R' - 4\pi G\rho H), \qquad (6)$$

discontinue à la frontière du noyau et de l'enveloppe. Après remplacement du premier terme en (1) par l'expression (5) nous trouverons

$$\delta I = -\frac{1}{4\pi G}\left\{ \iiint_{(V)} 4R\,dV + \frac{2}{3}\iint_{\sigma_1} (1-P_2^0(\cos\theta))\,(L-2aR)\,d\sigma_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{3}\iint_{\sigma_2} (1-P_2^0(\cos\theta))\,(L(b-0) - L(b+0))\,d\sigma_2 \right. \qquad (7)$$

Le dernier terme dans (7) est nul à cause de la continuité de L. Nous décomposerons R et L en fonctions sphériques :

$$R = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} Y_n^m(\theta,\varphi) R_n^m(r), \qquad L = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} Y_n^m(\theta,\varphi) L_n^m(r).$$

Après avoir substitué dans (7) nous obtiendrons après intégration en θ et

$$\delta I = -\frac{4}{G}\int_0^a R_0(r) r^2\,dr - \frac{2a^2}{3G}(L_0(a) - 2aR_0(a)) + \frac{2a^2}{15G}(L_2^0(a) - 2aR_2^0(a)). \qquad (8)$$

Ainsi, l'apport dans la variation du moment d'inertie de la Terre ne contient que des harmoniques proportionnelles à Y_0 (θ,φ) et Y_2^0 (θ,φ).

Nous avons considéré un saut de densité uniquement à la frontière du noyau liquide et de l'enveloppe. Il est évident que l'équation (8) pour la variation du moment d'inertie de la Terre reste valable en présence de plusieurs sauts de densité à la limite du noyau interne ou dans l'enveloppe à la condition que R et L soient calculés en tenant compte de ces sauts. La relation (8) convient aussi en présence de déformations non-élastiques dans la zone de la couche qui varie puisque la perturbation des équations de l'élasticité ne s'accompagne pas d'une altération de l'équation de Poisson.

La variation de la force de pesanteur est donnée par l'expression

$$\delta\vec{g}=-\operatorname{grad}\left[W(a+H)-W(a)+R(a+H)\right], \tag{9}$$

où W est le potentiel de la Terre non déformée. Puisque la fonction R à la surface de la Terre satisfait à l'équation de Laplace, sa décomposition en fonctions sphériques pour r > a + H a la forme

$$R(r,\theta,\varphi)|_{r\geqslant a+H}=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}Y_n^m(\theta,\varphi)R_n^m(a)\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1}.$$

En négligeant dans (9) les termes d'ordre H^2/a^2, R^2/W^2, nous obtiendrons

$$\delta\vec{g}=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\vec{e}_r Y_n^m(\theta,\varphi)\left(\frac{n+1}{a}R_n^m(a)-\frac{2gH_n^m(a)}{a}\right)-$$
$$-\vec{e}_\theta R_n^m(a)\frac{1}{a}\frac{\partial Y_n^m}{\partial\theta}-\vec{e}_\varphi R_n^m(a)\frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial Y_n^m(\theta,\varphi)}{\partial\varphi}. \tag{10}$$

Ainsi, avec une erreur relative de l'ordre de H^2/a^2 on peut considérer que la force de pesanteur varie à la suite de la déformation de :

$$\delta g=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}Y_n^m(\theta,\varphi)\left(\frac{n+1}{a}R_n^m(a)-\frac{2gH_n^m(a)}{a}\right), \tag{11}$$

en outre, la direction de la verticale varie d'un angle

$$\delta\Phi=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}-\frac{R_n^m(a)}{ag}\left[e_\theta\frac{\partial Y_n^m(\theta,\varphi)}{\partial\theta}+\frac{\vec{e}_\varphi}{\sin\theta}\frac{\partial Y_n^m(\theta,\varphi)}{\partial\varphi}\right]. \tag{12}$$

2. Pour résoudre les équations de l'équilibre élastique nous proposerons les conditions aux limites suivantes :

a) la surface de la Terre est libre de tensions normales et tangentielles; la dérivée du potentiel à la surface de la Terre est continue;

b) la limite de l'enveloppe et du noyau est libre de tensions tangentielles;

c) à la profondeur h une des composantes des déplacements a une discontinuité;

d) la solution est finie (elle ne croît pas de façon illimitée vers le centre de la Terre).

Nous examinerons la solution des équations de l'élasticité pour ces conditions aux limites et pour le cas n = 2. Outre les fonctions H, R, L nous introduirons les fonctions T, M, N caractérisant respectivement la composante tangentielle des déplacements, la composante tangentielle des tensions et la composante normale des tensions {6}. Les équations de l'élasticité constituent un système de six équations du premier ordre. Dans le travail {7} on a calculé six solutions linéaires indépendantes de ces équations correspondant à ces conditions aux limites quand une des six fonctions à la surface de la Terre est égale à l'unité et les autres à zéro.

Dans le système d'unités tel que a = 1, g(a) = 1, G = $3/4\pi$ la densité moyenne de la Terre $\sim 5{,}517$ g/cm^3 = 1, nous écrirons les conditions aux limites sous la forme

$$M(1) = 0 \qquad (13a)$$

$$N(1) = 0 \qquad (13b)$$

$$3R(1) + L(1) = 0 \qquad (13c)$$

$$M(0{,}545) = 0 \qquad (13d)$$

La condition (13c) peut être obtenue si on tient compte que la valeur de la discontinuité de R' à la surface de la Terre est égale au double de l'attraction de la couche simple $4\pi G\rho H$ et que pour n = 2 nous avons R' (1 + 0) = - 3R (1). A cause de la linéarité, la solution des équations de l'élasticité est proportionnelle à la valeur du saut δH.

Après avoir désigné par $r_0 = (1 - h/a)$ la distance du centre de la Terre jusqu'au foyer des déformations nous poserons

$$\delta H(r_0)=1,\ \delta T(r_0)=\delta R(r_0)=\delta L(r_0)=\delta M(r_0)=\delta N(r_0)=0. \tag{13e}$$

Au lieu de la condition (13c) on peut introduire la condition correspondant à la discontinuité T. Enfin, la condition de régularité de la solution au centre de la Terre en fonction du modèle choisi pour la structure du noyau conduit à différentes conditions à la frontière de l'enveloppe et du noyau. Pour le modèle de la Terre avec un noyau interne solide N° 3 envisagé dans le travail {7}, les conditions à la frontière de l'enveloppe et du noyau, comme on l'a montré en {6}, équation (3,5), sont les suivantes :

$$N(b)+\rho(b-0)\,(R(b)-g(b)H(b))=0, \tag{13f}$$

où $\rho(b-0)=1{,}625,\ g(b)=1{,}049,$

$$b=0{,}545,\ R'(b-0)=3{,}261\,R(b). \tag{13g}$$

La dernière relation résulte des formules (2,15) (2,17) du travail {6} pour $\gamma(b) = - 0{,}375$.

Le problème se ramène à la recherche de cette combinaison linéaire de six intégrales indépendantes $I^{(1)}$, $I^{(2)}$, $I^{(3)}$, $I^{(4)}$, $I^{(5)}$, $I^{(6)}$ du système des équations différentielles habituelles de sorte que les conditions (13) soient satisfaites. Pour cela nous trouverons d'abord une certaine solution partielle I_0 qui satisfait : 1) aux équations de l'élasticité pour $r < r_0$ et $r > r_0$; 2) à la condition (13c) et aux trois conditions (13d), (13f), (13g) à la frontière de l'enveloppe et du noyau mais ne satisfait pas aux conditions aux limites à la surface. Dans ce but il convient de prendre la solution qui est partout identiquement égale à zéro dans la région de $0 < r < r_0$ et dans la région $r_0 < r < 1$ se détermine complètement par les conditions initiales suivantes :

$$H(r_0+0)=1,\ T(r_0+0)=R(r_0+0)=\ldots=N(r_0+0)=0. \tag{14}$$

Après avoir désigné les valeurs des fonctions entrant dans l'intégrale I_0 à la surface de la Terre par H_0, T_0, R_0, L_0, M_0, N_0, nous écrirons la condition (14) sous la forme

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial H}{\partial H_0}(r_0)H_0+\frac{\partial H}{\partial T_0}(r_0)T_0+\ldots+\frac{\partial H}{\partial N_0}(r_0)N_0=1,\\
&\frac{\partial T}{\partial H_0}(r_0)H_0+\frac{\partial T}{\partial T_0}(r_0)T_0+\ldots+\frac{\partial T}{\partial N_0}(r_0)N_0=0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{\partial N}{\partial H_0}(r_0)H_0+\frac{\partial N}{\partial T_0}(r_0)T_0+\ldots+\frac{\partial N}{\partial N_0}(r_0)N_0=0,
\end{aligned} \qquad (15)$$

où les coefficients $\frac{\partial (H, T, R, L, M, N)}{\partial (H_o, T_o, R_o, L_o, M_o, N_o)}$

pour les différentes valeurs r_o désignent la valeur de l'intégrale (H, T, R, L, M, N) au point r_o, si à la surface de la sphère une des valeurs (H_o, T_o, R_o, M_o, N_o) est égale à l'unité et les autres à zéro. Ces coefficients sont donnés dans la table 2 du travail {7}. La solution des équations (15) détermine à une décimale H_o, T_o, R_o, L_o, M_o, N_o. De façon analogue on peut calculer les valeurs I à la surface et, pour les cas de fracture au point r_o, les fonctions T.

Pour satisfaire aussi aux conditions aux limites (13a), (13b), (13c) à la surface nous trouverons trois intégrales indépendantes I_1, I_2, I_3 continues partout pour $0 < r < 1$ et se soumettant aux conditions (13d), (13f), (13g) pour $r = b$.

Pour cela nous exprimerons les valeurs des fonctions M, R, H, R' à la frontière du noyau et de l'enveloppe par leurs valeurs à la surface à l'aide des coefficients

$\frac{\partial(H, T, R, L, M, N)}{\partial(H_o, T_o, R_o, L_o, M_o, N_o)}$ (6) et nous les substituerons dans les égalités

(13d), (13f), (13g).

La solution du système étant obtenue de cette façon par trois équations algébriques à six inconnues H(a), T(a), R(a), L(a), M(a), N(a) nous trouverons les valeurs suivantes des intégrales indépendantes I_1, I_2, I_3 à la surface de la Terre avec les conditions

1) $R + 1/3\ L = 1$, $M = N = 0$

2) $R + 1/3\ L = 0$, $M = 1, N = 0$

3) $R + 1/3\ L = 0$, $M = 0, N = 1$

	H(a)	T(a)	R(a)	L(a)	M(a)	N(a)
I_1	0,370	0,0486	0,781	0,656	0	0
I_2	0,180	1,085	0,291	-0,873	1	0
I_3	0,972	0,0296	0,369	-1,107	0	1

Puisque les intégrales I_1, I_2, I_3 sont continues au point r_o on peut ajouter à I_o n'importe quelle combinaison linéaire de I_1, I_2, I_3 sans altérer la condition (13e). Des intégrales I_o, I_1, I_2, I_3 on peut former une combinaison linéaire telle que les conditions (13a), (13b), (13c) soient également satisfaisantes. En effet, si on cherche la solution finale pour que

$$I=I_0+c_1I_1+c_2I_2+c_3I_3,$$

nous obtiendrons

$$c_1=-(R_0+{}^1/_3L_0),\ c_2=-M_0,\ c_3=-N_0.$$

En conséquence, la solution des équations de l'élasticité satisfaisant aux conditions (13) est complètement déterminée.
Nous donnons dans la table les valeurs de toutes les fonctions de la solution I à la surface de la Terre.

On peut trouver par les formules (8), (11) et (12) la variation du moment d'inertie de la Terre, de la force de pesanteur et de la direction de la verticale. Dans le système d'unités que nous avons adopté les fonctions H, R, L sont les valeurs d'ordre un et c'est pourquoi, comme il s'ensuit des formules (8), (11), (12) les relations $\delta I/I$, ∂g, $\delta\phi$ lors des déformations de la Terre, proportionnelles à $P_2^\circ(\cos\theta)$ sont également des valeurs d'ordre un. Les variations en forme de sauts $\delta I/I = -\delta\omega/\omega$ qui atteignent $\sim 10^{-8}$ sont à présent enregistrées sûrement. Les variations correspondantes $\delta g/g$ se trouvent à la limite de la précision actuellement possible des mesures absolues de la force de pesanteur; $\delta\phi$ se trouve au seuil de la précision atteinte à présent dans la détermination de latitude et de la longitude.

Nous donnons sur la figure 1 la variation du moment d'inertie de la Terre lorsqu'il se produit à une distance r_o du centre de la Terre des sauts de la composante verticale des déplacements de 1 m. Nous y donnons aussi le résultat analogue pour le cas où la fonction T subit un saut. La combinaison linéaire de ces solutions partielles constitue évidemment la solution correspondant au saut des deux valeurs H, T. Sur la figure 2 nous donnons la valeur de la dislocation

δH à différentes profondeurs suffisante pour que la durée du jour varie de 1 msec ($\delta\omega/\omega = 1{,}16.10^{-8}$). La figure 3 représente la variation de la force de pesanteur au pôle correspondant aux cas $\delta H = 0{,}1$ m et $\delta(T/r) = 0{,}1$ m.
Nous donnons à la figure 4 les relations $(\delta g/g)$ au pôle à $\delta I/I$ ne dépendant pas de la valeur des dislocations δH, δT.

Il convient de noter que cette relation diffère fortement en valeur pour les différents mécanismes au foyer : de 0 à + 0,5 dans le cas d'un saut de T, de + ∞ à + 10 dans le cas d'un saut de H à différentes profondeurs.
C'est pourquoi d'après la valeur trouvée expérimentalement on pourrait tirer de cette relation certaines hypothèses sur le caractère du foyer des déformations et sur la localisation en profondeur.

Valeurs des fonctions H, T, R entrant dans la solution I, à la surface de la Terre.

r_0	$\delta H=1,\ \delta T=0$			$\delta T=1,\ \delta H=0$		
	H	T	R	H	T	R
1,00	1,000	0,0000	0,0000	0,0000	1,000	0,000
0,99	0,997	—0,0100	0,0079	0,0324	0,994	0,021
0,95	0,969	—0,0447	0,0338	0,182	0,963	0,110
0,90	0,906	—0,0751	0,0540	0,402	0,897	0,229
0,85	0,808	—0,0886	0,0605	0,654	0,783	0,354
0,80	0,695	—0,0920	0,0563	0,878	0,652	0,460
0,75	0,577	—0,0885	0,0448	1,040	0,522	0,534
0,70	0,462	—0,0802	0,0295	1,111	0,394	0,562
0,65	0,362	—0,0674	0,0159	1,037	0,268	0,518
0,60	0,294	—0,0510	0,0127	0,717	0,138	0,355
0,55	0,278	—0,0303	0,0302	0,000	0,000	0,000

Nous rappellerons cependant que les relations indiquées à la figure 4 sont au minimum possibles puisque nous examinons les déformations proportionnelles à la fonction sphérique du second ordre avec un axe correspondant avec l'axe de rotation de la Terre. Si les déformations sont réparties de façon plus complexe (si par exemple, elles ont un caractère régional) alors la décomposition de ces déformations en fonctions sphériques donne des termes du second ordre $\sim Y_2^0$ et Y_0 avec des amplitudes très faibles et c'est pourquoi on obtient de petites variations $\delta I/I$ et $\delta\omega/\omega$. Quant aux variations δg elles peuvent être dans certaines régions très importantes puisqu'elles se déterminent par tous les termes de la décomposition en fonctions sphériques tandis que les termes de plus haut ordre n'influencent pas la rotation de la Terre. Même si les déformations sont réparties suivant une fonction sphérique zonale du second ordre $P_2^0(\cos\gamma)$ son axe de symétrie ne correspond pas avec l'axe de rotation de la Terre et forme

avec lui un angle θ' et a une longitude φ', alors la variation relative maximale de la force de pesanteur sera aux pôles de la fonction sphérique aux points $O\ (\theta', \varphi')$ et $O_1\ (\pi + \theta', \pi + \varphi')$, la variation relative du moment d'inertie et de la vitesse angulaire sera plus petite que dans le cas examiné et peut également être égale à zéro.

En effet, soit $M\ (\theta, \varphi)$ - le point courant, $O\ (\theta', \varphi')$ - le pôle de la fonction sphérique zonale du second ordre P_2^0, l'arc $OM = \gamma$. Alors le théorème d'addition des fonctions sphériques pour $n = 2$

$$P_2^0(\cos\gamma) = \frac{1}{2}(3\cos^2\theta' - 1)P_2^0(\cos\theta) + \frac{1}{3}P_1^2(\cos\theta') \times$$
$$\times P_2^1(\cos\theta)\cos(\varphi - \varphi') + \frac{1}{12}P_2^2(\cos\theta')P_2^2(\cos\theta)\cos 2(\varphi - \varphi'). \qquad (16)$$

Le deuxième et le troisième termes de l'expression (16) ne donnent pas la variation du moment d'inertie. Quant au premier terme, il donne une valeur δI dans $P_2^0\ (\cos\theta)$ plus petit que celui examiné plus haut. Si l'axe de symétrie de la déformation se trouve dans le plan de l'équateur alors nous obtiendrons une variation du moment d'inertie deux fois plus petite que dans le cas de la concordance des axes de symétrie et de rotation de la Terre. Si l'axe de symétrie fait un angle $\theta' = 54°45'$ avec l'axe polaire alors il n'y aura pas de variations du moment d'inertie.

Ainsi, les observations des variations de la force de pesanteur en un point ne peuvent donner des informations à une décimale sur la nature de la relation entre les variations de la force de pesanteur et la vitesse de rotation de la Terre. Il faut faire des observations en un grand nombre de points. La comparaison des variations dans la rotation de la Terre avec la répartition sur la surface de la Terre des variations temporelles de la force de pesanteur permet de résoudre le problème important de savoir si les irrégularités de la rotation sont en relation avec les processus conduisant à des variations du moment d'inertie de la Terre ou avec les variations des mouvements relatifs à l'intérieur de la Terre.

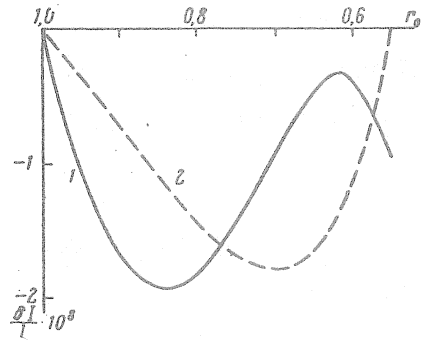


Fig. 1 Variation relative du moment d'inertie de la Terre pour n = 2

1 - cos $\delta H(r_o) = 1$ m,

2 - $\delta(T/r)(r_o) = 0$,

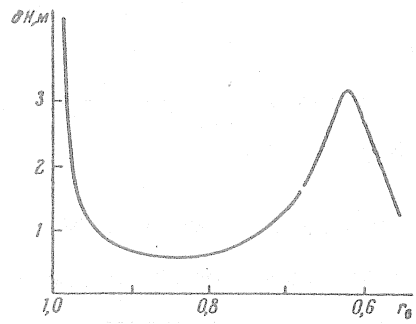


Fig. 2 Valeur de la fracture δH en mètres à différentes profondeurs nécessaire pour que la durée du jour varie d'1 milliseconde.

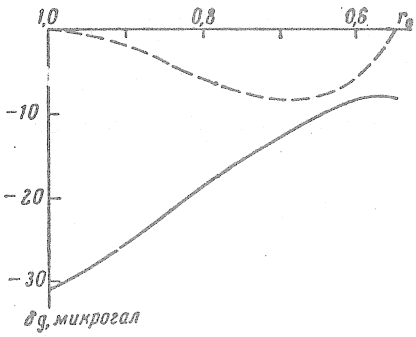


Fig. 3 Variation de la force de pesanteur au pôle.
Lors des fractures 1 - $\delta H(r_o) = 0,1$ m et 2 - $\delta(T(r)(r_o) = 0,1$ à différentes profondeurs.

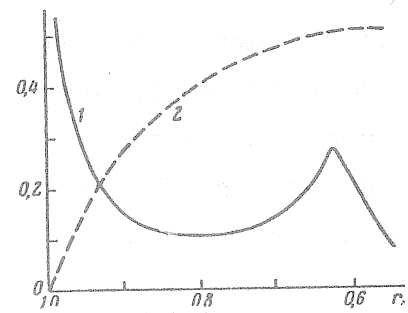


Fig. 4 Relations $10\text{-}2\,\delta g/g$ au pôle à $\delta I/I$ lors de la fracture H et $\delta g/g$ au pôle à $\delta I/I$ pour la fracture T à différentes profondeurs.
1 - dislocation H, 2 - dislocation T.

Les variations de la force de pesanteur dans le temps sont mesurées avec le plus de précision à présent par Sakuma au Bureau International des poids et mesures à Sèvres à l'aide d'une installation pour la détermination absolue de la force de pesanteur par la méthode de lancement vertical d'un "corner cube". Sur la base des données de Sakuma {8} dans son rapport au symposium international sur le champ gravitationnel terrestre à Sydney en novembre 1973, les variations de la force de pesanteur à Sèvres pendant deux ans (de 1968 à 1970) sont insignifiantes mais depuis le milieu de 1970 jusqu'au milieu de 1972 c'est à dire deux ans la pesanteur à Sèvres a augmenté à peu près de 40 µgals ou de 20 µgals par an. Si cette variation était la manifestation de la déformation répartie d'après la loi P_2^o (cos θ) avec un axe correspondant avec l'axe de rotation de la Terre

alors l'augmentation correspondante de la force de pesanteur au pôle serait égale à

$$g_{\pi} = \partial g_{\text{Sèvres}} \Big/ \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta_{\text{Sèvres}} - 1) = 31{,}8 \frac{\mu\text{gal}}{\text{an}}$$

en prenant la latitude de Sèvres :

$$\pi/2 - \theta_{\text{Sèvres}} = 48°49 :$$

L'augmentation de la force de pesanteur au pôle pour une répartition des déplacements suivant la loi CP_2^0 (cos θ) correspond à C < 0 à la contraction de la Terre le long de l'axe polaire qui amène à une augmentation de son moment polaire d'inertie et au ralentissement de rotation en conformité avec les observations actuelles. D'après les données qui nous sont aimablement communiquées par P.S. Sidorenko obtenues d'après les données du Service International de l'heure, de façon analogue à ce qui a fait été fait dans son travail {9} la variation moyenne annuelle relative de la vitesse angulaire de la rotation de la Terre depuis le milieu de 1970 jusqu'au milieu de 1972 (pour le même intervalle de temps que les données de Sakuma) était de $\delta\omega/\omega = - 0{,}118.10^{-8}$ par an.

Ainsi, la relation

$$\left(\frac{\delta g}{g}\right)_{\pi} \Big/ \left(\frac{\delta I}{I}\right) = \frac{31{,}8 \cdot 10^{-6}}{981} \Big/ 0{,}118 \cdot 10^{-6} = 27{,}4.$$

Cette valeur conformément à la figure 4, correspond au cas d'une dislocation H à une profondeur de couche h = 370 Km. Nous ne considérons en aucune façon ces chiffres comme ayant une valeur réelle puisque la répartition des variations de la force de pesanteur à la surface de la Terre n'a pas encore été étudiée jusqu'à présent.

Les calculs donnés illustrent la possibilité réelle d'expliquer le problème de savoir si les variations irrégulières de la vitesse de rotation de la Terre et les variations de la force de pesanteur ne sont pas provoquées par les processus supposés à l'intérieur de la Terre. Pour éclaircir ce problème il est très important de faire des mesures non seulement des variations absolues de la force de pesanteur mais aussi des variations relatives sur des grandes bases de mille kilomètres et plus. Sous ce rapport, les travaux uniques dans ce genre de Iou D. Boulanger {10} sur la mesure des variations de la force de pesanteur dans de longs profils ont une grande valeur.

BIBLIOGRAPHIE

1. Pariiskii, N.N. - Irrégularité de rotation de la Terre.
   Edit. Ac. des Sc. URSS. M. 1954.

2. Molodensky M.S. and Pariiskii N.N. - Elastic tides and irregularities of the Earth's rotation in connection with structure. Association de séismologie et de physique de l'intérieur de la Terre.
   10-e Assemblee UGGI, Rome, 1954.

3. Pariiskii N.N. - Déformations intérieures de la Terre et irrégularité de sa rotation.
   Trav. de la 11e conf. d'astrométrie à Poulkovo 24-25 V 1954.
   Edit. Ac. des Sc. URSS. M. 1956.

4. Molodenskii, M.S. et Kramer, M.V. - Marées terrestres et nutation de la Terre
   Edit. Ac. des Sc. URSS. M., 1961

5. Pariiskii N.N. - Earth rotation and gravity variations, 2nd International Symposium Geodesy and Physics of the Earth.
   Potsdam May 7th-11th, 1973, Potsdam, 1974.

6. Molodenskii M.S. - Marées élastiques, nutation libre et certains problèmes de structure de la Terre.
   Trav. de l'Inst. de Géophys. de l'Ac. des Sc. d'URSS.
   N° 19 (146) pp. 3 à 52. M., 1953.

7. Molodenskii M.S. et Kramer M.V. - Nombre de Love pour les marées statiques des deuxième et troisièmes ordres.
   "Marées terrestres et nutations de la Terre".
   Edit. Ac. des Sc. URSS. M., 1961.

8. Sakuma A. - A permanent station for the absolute determination of gravity approaching one microgal accuracy. International Symposium on the Earth's Gravitation Field and Secular Variation in Position Sydney, 26-30, November, 1973.

9. Sidorenko N.S. - Irrégularité de la rotation de la Terre d'après les données des observations astronomiques pour 1968 à 1971.
   Publ. astr. 48. 6. pp. 1305 à 1307. 1971.

10. Boulanger Iou. D. - Variations séculaires de la force de pesanteur.
    Izv. Ac. des Sc. URSS.
    Physique de la Terre, N° 10, 1974.

Traduction

VARIATIONS DE MAREES DE LA FORCE DE PESANTEUR A POLTAVA EN 1973-1974

P.S. KORBA, V.G. BALENKO, Y.A. DITCHKO,
V.P. SCHLIKHOVOI, V.Y. TOKAR

Rotation et déformations de marées
de la Terre -8- pp 19-23 - 1976

La première série de ces observations est obtenue par Z.N. Aksentieva en 1955 cependant à cause de la faible sensibilité de l'appareillage elle ne peut présenter à présent qu'une valeur historique. En 1961 à 1964 on a fait des observations de marées avec un gravimètre Askania GS-11 {4, 5}. En octobre 1973 on a commencé à l'Observatoire gravimétrique de Poltava de l'Académie des Sciences d'Ukraine des observations par deux gravimètres "Askania" N° 159 (GS-11) et N° 185 (GS-12). Les appareils sont installés dans une cave gravimétrique construite spécialement dans ce but (dessin) sous le nouveau bâtiment de l'Observatoire où se sont faites les observations de 1961 à 1964 {4}. La profondeur est de 5 m. le local a des murs doubles et un plafond double. Les deux gravimètres avec les galvanomètres enregistreurs sont installés sur un pilier de briques. La base du pilier est en béton, le pilier est isolé du sol et est enfoncée à la profondeur de 1,5 m.

Pour améliorer l'isolation des appareils on a construit sur le pilier sur lequel sont installés les gravimètres une salle à isolation thermique d'une dimension de 2, 2 x 2, 9 x 2, 2 m en mousse plastique C-4. L'épaisseur de la dalle en mousse est de 8 cm. Chacun des gravimètres et les deux galvanomètres sont fermés par des cloches du même matériau. Pour le réglage des gravimètres la tige et la vis micrométrique ont été allongées par des emmanchements en ébonite et le système optique du micromètre à l'aide d'une lentille complémentaire. Pour diminuer l'influence du bruit sur l'enregistrement lors du remplacement du papier photographique, les enregistreurs sont placés hors de la salle isolée thermiquement et le levier optique du galvanomètre multiflex est allongé par deux miroirs et par le changement du foyer du collimateur.

La marque du temps sur les enregistrements se fait par horloges à quartz. L'alimentation électrique de l'appareillage est fournie par le réseau urbain avec des stabilisateurs à ferrorésonance. Le courant pour l'illumination

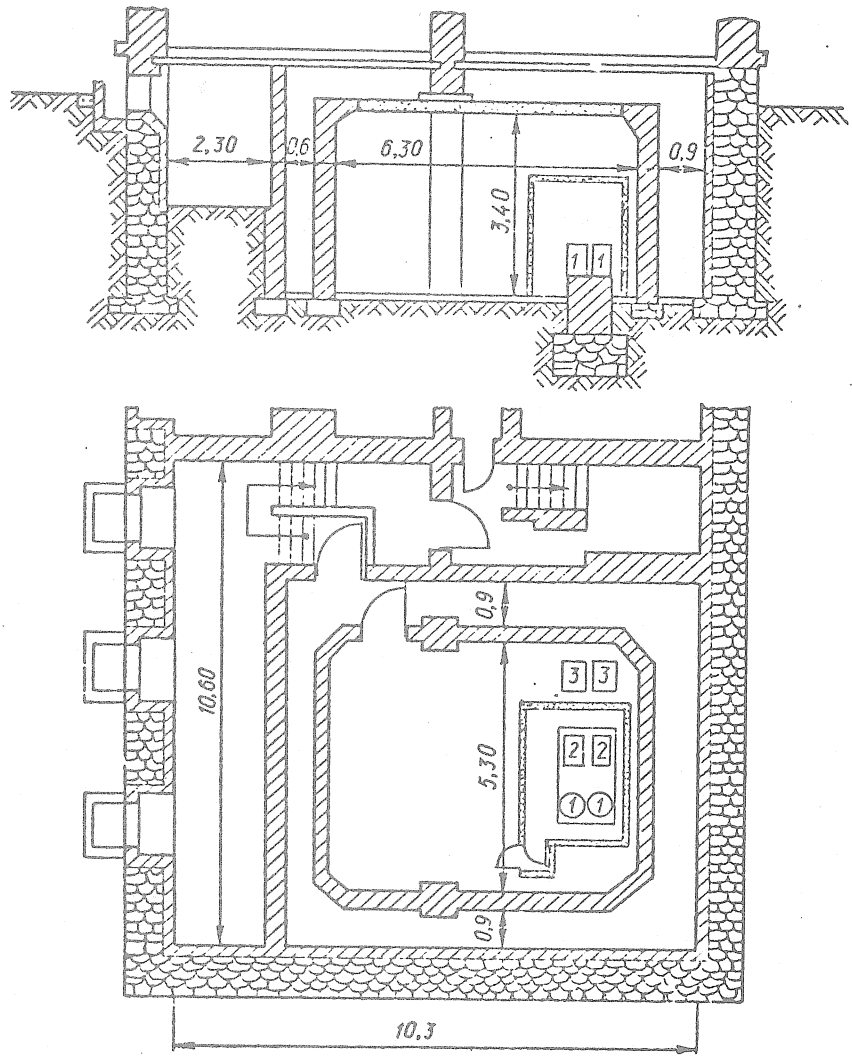


Schéma de la station gravimétrique

I. gravimètres; 2. galvanomètres; 3. enregistreurs.

des photoéléments est donné séparément pour chaque gravimètre par des stabilisateurs de tension à semi-conducteurs avec un coefficient de stabilisation de $5\text{-}7.10^{3}$.

Les thermostats et les collimateurs branchés parallèlement avec les galvanomètres sont alimentés par les stabilisateurs de tension semi-conducteurs avec un coefficient de stabilisation de $1.5.10^{3}$. Dans le cas d'interruptions du réseau il y a branchement automatique d'accumulateurs. Grâce à deux assécheurs l'humidité se maintient à un niveau constant d'environ 60 %. Dans la salle isolée thermiquement l'humidité est plus élevée : de 70 à 75 % avec un assécheur supplémentaire à l'aide du chlorure de calcium et par une ventilation naturelle par un orifice dans la paroi et le plafond de la salle. La température dans la cave a une variation annuelle de 16°C en février jusqu'à 20°C en août. Les variations journalières de la température enregistrées à l'aide de thermorésistances (précision 100 mm/degré) ne se manifestent pas.

Les thermostats des gravimètres ont fonctionné en régime II sur 40°C. Les thermostats intérieurs ont été débranchés. Les vis de serrages positives de tout le système d'alimentation, une des vis de serrage des galvanomètres et les masses des galvanomètres et des gravimètres ont été mis à la terre. Pour la mise à la terre on a utilisé deux tubes de fer d'une longueur d'environ 2 m enfoncés entre le sol et le socle où sont installés les appareils. Le sol a été préalablement humidifié par une électrolyte alcalin. Avant l'installation en enregistrement tout l'appareil a été soumis à une étude soigneuse. L'étalonnage des gravimètres a été fait par la bille.

Puisqu'une partie principale des erreurs provient de l'imprécision d'étalonnage on a décidé de faire des déplacements d'étalonnage chaque quatre jours et de prendre 20 lectures du micromètre {8}. Les déplacements ont été fait à trois reprises dans des directions opposées. La durée de toute l'opération est de 1 h 20 min et l'intervalle de temps entre les déplacements isolés est de 40 min. Ainsi il n'y a qu'une ordonnée d'enregistrement qui semble perdue, celle qui se rétablit à l'aide de la combinaison et a été contrôlée graphiquement. L'échelle d'enregistrement est donnée dans la table I

L'analyse harmonique des ordonnées horaires de l'enregistrement a été faite par la méthode de Venedikov {9} avec une sensibilité variable relevée graphiquement chaque deux jours. La réduction préliminaire a été faite par des séries mensuelles avec l'analyse successive de la série totale. Les résultats de l'analyse harmonique sont donnés dans la table 2.

Remarque

On a introduit des corrections du retard instrumental et le terme d'inertie; le signe moins correspond au retard.

Pour le gravimètre N° 159 on a réduit 354 jours d'enregistrement du 27.XI.1973 jusqu'au 24.XI.1974 et pour le gravimètre N° 185 126 jours du 25.XI.1973 au 13.IV.1974. En avril 1974 le gravimètre N° 185 a été mis hors service pour entretien.

Les constantes harmoniques des marées principales correspondent dans les limites des erreurs pour les deux gravimètres et sont en bon accord avec les résultats des observations de 1961 à 1964 {5}.

Echelle de l'enregistrement des gravimètres N° 159 et N° 185 mkgal/mm.

Date	N° 159	N° 185	Date	N° 159	N° 185
28.XI.1973 r.	2.55	3.75	19.II.1974 r.	2.51	3.92
1.XII	2.56	3.74	25.II	2.55	3.88
5.XII	2.54	3.77	27.II	2.57	3.92
9.XII	2.53	3.85	3.III	2.62	3.92
13.XII	2.51	3.84	7.III	2.62	3.82
17.XII	2.46	3.72	11.III	2.53	3.76
21.XII	2.44	3.90	14.III	2.60	3.81
25.XII	2.46	3.98	18.III	-	3.88
29.XII	2.46	3.85	19.III	2.74	3.95
2.I.1974 r.	2.42	3.85	20.III	-	4.00
6.I	2.38	3.79	23.III	2.70	-
10.I	2.33	3.75	24.III	-	4.12
14.I	2.32	3.75	27.III	2.68	3.93
18.I	2.37	3.92	31.III	2.72	3.95
22.I	2.38	3.82	4.IV	2.74	4.10
27.I	2.40	3.82	8.IV	2.76	-
30.I	2.34	3.91	12.IV	2.82	4.00
3.II	2.38	3.92	16.IV	2.94	-
7.II	2.47	3.90	20.IV	2.89	-
11.II	2.51	3.88	24.IV	2.88	-
15.II	2.46	3.89	28.IV	2.82	-
2.V.1974 r.	2.81	-	2.VIII.1974 r.	2.81	-
6.V	2.82	-	6.VIII	2.82	-
10.V	2.82	-	11.VIII	2.82	-
14.V	2.80	-	14.VIII	2.83	-
18.V	2.81	-	18.VIII	2.75	-
22.V	2.86	-	22.VIII	2.86	-
26.V	2.79	-	26.VIII	2.91	-
30.V	2.76	-	30.VIII	2.80	-
3.VI	2.77	-	3.IX	2.85	-
7.VI	2.76	-	7.IX	2.83	-
11.VI	2.74	-	11.IX	2.82	-
15.VI	2.77	-	15.IX	2.81	-
19.VI	2.76	-	19.IX	2.88	-
23.VI	2.77	-	23.IX	2.91	-
27.VI	2.80	-	29.IX	2.85	-
2.VII	2.86	-	1.X	2.86	-
5.VII	2.86	-	5.X	2.87	-
9.VII	2.77	-	9.X	2.95	-
13.VII	2.79	-	13.X	2.86	-
18.VII	2.82	-	17.X	2.88	-
21.VII	2.80	-	21.X	2.87	-
25.VII	2.84	-	25.X	2.91	-
29.VII	2.89	-	29.X	2.98	-
			2.XI	2.97	-
			6.XI	2.93	-
			10.XI	2.90	-
			14.XI	2.95	-
			18.XI	2.95	-
			22.XI	2.96	-
			26.XI	2.96	-

Table 2

Résultats de l'analyse harmonique.

Onde	Gravimètre N° 159		Gravimètre N° 185	
	δ	$\Delta\varphi$	δ	$\Delta\varphi$
M_2	I,1754 ±34	+0°,22 ±0,12	I,1755 ±59	+0°,08 ±0,21
S_2	I,2044 ±72	-0,29 ±0,24	I,1987 ±117	+1,27 ±0,40
N_2	I,1446 ±165	±0,12 ±0,58	I,1897 ±273	-2,22 ±0,93
K_1	I,1404 ±65	-0,41 ±0,23	I,1455 ±186	+1,46 ±0,66
Q_1	I,1556 ±94	±0,19 ±0,33	I,1470 ±285	-0,30 ±1,01

B I B L I O G R A P H I E

1. Aksentieva Z.N., Trav. de l'Observ. gravim. de Poltava. T.2. Edit. Ac. des Sc. Ukraine. Kiev. 1948.

2. Symposium sur l'échange de l'expérience des observations clinométriques et sur leur examen critique de leur sens physique, 1968 M. 1969.

3. Aksentieva Z.N., Données. Ukraine. N° 1. 1959.

4. Ditchko Y.A., Trav. de l'Observ. grav. de Poltava. T. 12. Edit. Ac. des Sc. d'Ukraine. Kiev. 1963.

5. Ditchko Y.A., Rotation et déformations de marées de la Terre. Publ. 1. "Naoukova Doumka" Kiev. 1970.

Traduction

OBSERVATIONS CLINOMETRIQUES DANS LA REGION A HARTSISKA

P.S. MATVEYEV, E.Y. EVTOUCHENKO, V.S. VEREDA

Rotation et déformations de marées
de la Terre - 8 - pp 23-25, 1976

Au début de 1973 on a organisé un nouveau point clinométrique Hartsiska. I dans la mine "Communiste" située à la limite de Hartsiska. La salle d'observation est située à la profondeur de 360 m et à un kilomètre et demi au sud de l'orifice de la mine. C'est une partie de galerie de 35 mètres ventilée séparée par deux linteaux en blocs de cendrée.

Le but principal des observations clinométriques Hartsiska est l'obtention d'indications supplémentaires sur les mouvements actuels de l'écorce terrestre mis à jour dans les limites du polygone géodynamique de Donbass par d'autres méthodes (nivellement, triangulation). On a envisagé la possibilité d'utiliser ces observations pour déterminer les paramètres de la marée terrestre (facteur d'amplitude δ et déphasage $\Delta\phi$) pour les ondes les plus importantes.

On a porté une attention particulière à la qualité du socle principal destiné à l'installation des clinomètres. Ce socle massif ayant dans la partie supérieure une section carrée de 1,0 x 1,0 m est enfoui dans la roche originaire (grès solide) d'un mètre. Le creusement a été fait à la main. La surface du socle s'élève au dessus du niveau de la salle couvert de briquaillon de 25 cm. Sur celle-ci est tracée une ligne d'azimut connu, transmis dans la salle par le service d'arpentage de la mine.

Les observations se font à l'aide de deux pendules horizontaux Repsold-Levitskii {1} utilisés avant cela pour les observations à Torès I et Torès II {2, 3}. Les pendules sont orientés de telle sorte qu'un d'eux (pendule M-I) enregistre la composante dans l'azimut géodésique A_1 = 289°45,9 et le second (pendule M-4) la composante dans l'azimut A_4 = 199°45,9.

L'enregistrement des inclinaisons au point de Hartsiska I se fait non pas sur plaques photographiques comme à Torès {2, 3} mais sur papier photographique (une feuille par semaine).

En raison du niveau élevé des microséismes industriels la sensibilité est maintenue à un niveau relativement bas. Toutefois comme l'ont montré les premiers résultats cette sensibilité garantit l'obtention avec la précision nécessaire non seulement des données sur l'inclinaison lente mais aussi des valeurs des paramètres de la marée terrestre.

Les observations régulières commencées en mai 1973 continuent à présent. Malheureusement pour obtenir des données en relation avec la solution des deux problèmes mentionnés, une partie importante de la série de 2 ans que nous avons à notre disposition ne convenait pas.

Pour obtenir les données sur l'inclinaison lente on n'a pas pu utiliser les trois premiers mois d'observations (mai à juillet 1973) à cause de la déformation observée à cette époque du socle principal après son léger chauffage par les eaux souterraines s'infiltrant dans la salle en mars 1973.

D'après les données d'observations (d'août 1973 à mars 1975) l'inclinaison lente du massif comprenant la station clinométrique de Hartsiska I se caractérise par sa direction sud ouest (A_η = 225°) et sa vitesse moyenne est d'environ 20 sec d'arc par an.

La direction de l'inclinaison lente est parallèle à l'étendue de la dépression d'Hartsiska passant à 100 m du point d'observation.

En février-mars on observe dans l'allure de l'inclinaison lente une brusque accélération (en conservant la même direction sud-ouest).

Le matériel d'observation convenant pour la détermination de la marée terrestre a commencé à fonctionner seulement en mai 1974, après le remplacement des horloges de contact électroniques mises souvent hors service (non adaptées pour le travail dans les dures conditions des mines) par des horloges maritimes sûres non perméables à l'humidité.

Des données d'observations (mai à octobre 1974) on a tiré cinq séries mensuelles pour le pendule M-I et quatre séries pour le pendule M-4 (table). L'analyse en a été faite d'après le schéma de 30 jours élaboré à l'Observatoire Gravimétrique de Poltava {4, 5}.

Paramètres de l'onde de marée terrestre clinométrique M_2

Instant initial de la série U.T.	pendule M-1 $A_1 = 289^0 45',9$		Pendule M-4 $A_4 = 199^0 45',9$	
	γ	$\Delta\varphi$	γ	$\Delta\varphi$
	$H_T = 0'',01029$		$H_T = 0'',00821$	
0^h 7.V.1974 r.	0,684	$- 7^0,82$	–	–
0^h 30.VI	0,699	$- 6,93$	0,863	$- 5^0,59$
0^h 26.VII	0,634	$+ 1,54$	0,839	$- 3,27$
0^h 31.VIII	0,695	$+ 5,67$	0,772	$- 4,69$
0^h 30.IX	0,667	$- 3,53$	0,791	$- 9,04$
Moyennes vectorielles	0,673 ±11	$- 2^0,26$ ± 2,62	0,816 ±22	$- 5^0,62$ ± 1,17

En raison de la durée relativement courte des observations, il n'y a que les valeurs γ et $\Delta\varphi$ obtenues pour l'onde semi diurne principale M_2 (voir table) qui puissent éveiller à présent un certain intérêt (le signe plus correspond à une avance de l'onde observée par rapport à sa valeur théorique).

Nous donnons dans la table les valeurs théoriques de l'amplitude H_1 de l'onde M_2 pour les deux composantes. Pour le calcul de ces valeurs on a utilisé les coordonnées géographiques approchées suivantes du point d'observation relevées sur la carte à l'échelle 1/2500000 (Edition ГУТК URSS, 1964) : latitude $\varphi = 48°,1$; longitude $\lambda = 38°,2$; hauteur au dessus du niveau de la mer $h \simeq - 140$ m.

Bien que l'amplitude de l'onde M_2 sur la bande photographique ne dépasse pas 1 mm on a réussi à l'obtenir avec une précision relative de 2,5 %. Dans la suite, avec l'augmentation de la longueur de la série analysée jusqu'à deux à trois ans on réussira sans aucun doute à augmenter la précision de la détermination du paramètre γ en ce point jusqu'à 0,5 à 1,0 %.

La faible précision déconcerte un peu de l'obtention de la caractéristique de phase $\varkappa$ pour le pendule M-1. En comparant les erreurs quadratiques moyennes pour les deux pendules on constate que sa précision de détermination dans l'azimut A_1 (pendule M-1) est plus que deux fois plus basse que dans l'azimut A_4 (pendule M-4) bien qu'en jugeant d'après le rapport des amplitudes H_T pour les deux composantes il faudrait espérer au moins l'égalité des erreurs. Il est possible que dans le cas donné la diminution de la précision de détermination du déphasage $\varkappa$ dans l'azimut A_1 soit en relation d'une certaine façon avec les perturbations très désagréables des inclinaisons provoquées par des variations

dans le régime de la ventilation de la mine. En tout cas dans les observations ultérieures il faudra attribuer une attention plus grande à l'élimination des influences tecnogènes de toutes sortes perturbatrices sur l'enregistrement des inclinaisons que cela n'a été fait jusqu'à présent.

Nous noterons en conclusion la particularité très intéressante des valeurs du paramètre γ obtenues à Hartsiska. Les moyennes vectorielles dans l'azimut A_4 = 199°45;9 sont de 0,14 plus grande que dans l'azimut A_1 = 289°45;9.

En d'autres mots si on tient compte que l'azimut A_4 est proche de la direction du méridien et A_1 de la direction du premier vertical il faut constater l'inégalité azimutale $\gamma_{NS} > \gamma_{EW}$ qui bien qu'elle ne soit en rien inhabituelle pour toute la partie européenne de l'URSS représente tout de même un fait expérimental rare pour la région donnée. On pourra discuter des causes possibles de cette inégalité après sa confirmation par les résultats de la réduction d'une série plus longue des données d'observations. A présent on ne peut qu'émettre une hypothèse sur le fait qu'il y a ici apparemment une perturbation systématique de la déformation de marée normale de la surface de la Terre par un effet indirect local d'origine tectonique (en relation avec la situation proche du point d'observation de la dépression de Hartsiska) ou tout à fait local pour la salle souterraine donnée appelé l'effet de couverture découvert depuis peu par des chercheurs anglais des marées terrestres {6, 7}.

B I B L I O G R A P H I E

1. Orlov A.Ya, Travaux choisis T.Z. Edit. Ac. des Sc. Ukraine Kiev. 1961.

2. Evtouchenko E.Y., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 3. "Naoukova Doumka" Kiev 1971.

3. Evtouchenko E.Y., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 5. "Naoukova Doumka" Kiev 1973.

4. Matveyev P.S., Marées terrestres "Naoukova Doumka" Kiev, 1966

5. Korba S.N., Rotation et déformations de marées de la Terre Publ. 5. "Naoukova Doumka" Kiev 1973.

6. King G., Bilham R., Tidal tilt measurement in Europe - Nature 243, 1973.

7. Baker T., Lennon G., Tidal tilt anomalies - Nature 243, 1973.

Traduction

OBSERVATIONS CLINOMETRIQUES DANS LA MINE N° I "ARTEMSOL" (salle N° 3)

V.G. BALENKO, A.M. KOUTNII, A.N. NOVIKOVA, V.G. GOLOUBITSKII

Rotation et déformations de marées
de la Terre - 8 - pp 26-31 - 1976

Les observations clinométriques dans la mine N° 1 "Artemsol" (Karlo-Libknekhtovsk) ont commencé en mars 1967. En 1970 les observations se sont terminées dans la salle N° 1 et en 1972 dans la salle N° 2. La description des conditions d'observations et les résultats obtenus sont donnés dans nos publications {1, 2}. Le schéma de la mine N° 1 et la situation des salles clinométriques sont donnés sur la figure 1.

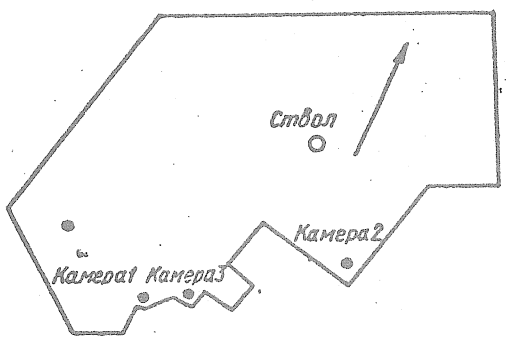


Fig. 1 Schéma de la mine N° 1 et disposition des stations clinométriques.

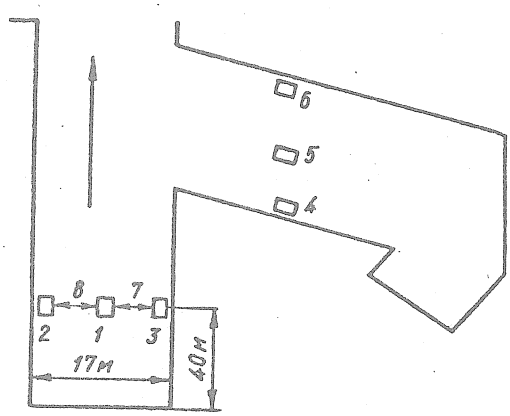


Fig. 2 Situation des socles dans la salle N° 3.

On a découvert que dans la salle N° 1, les valeurs pour toutes les ondes semi-diurnes dans les directions Nord-Sud et Est-Ouest sont anormalement diminuées (γ_{NS} = 0,471 ± 0,005, γ_{EW} = 0,675 ± 0,004). Dans la salle N° 2 les valeurs γ concordent bien avec les valeurs des autres stations du profil de Kiev-Artemovsk (γ_{NS} = 0,696 ± 0,004, γ_{EW} = 0,717 ± 0,004) {3 à 7}. Elles concordent également bien avec les constantes harmoniques des ondes de marées

obtenues dans trois autres stations clinométriques de la rive gauche de l'Ukraine {8 à 10}. Pour l'onde M_2 la valeur , moyenne des observations dans neuf stations clinométriques dans la région de la dépression du Dniepz-Donetz (points 3 à 10, Poltava et Karlo-Libnekktovsk) est

$$\gamma_{NS} = 0.689 \pm 0.010$$

$$\gamma_{EW} = 0.714 \pm 0.002$$

Le déphasage de la marée observée après avoir pris en considération l'influence des zones éloignées de la marée océanique suivant les deux directions est voisin de zéro comme dans les autres stations du profil de Kiev-Artemovsk.

Ainsi, les résultats des observations dans la salle N° 2 ont montré que les valeurs anormales trouvées dans la salle N° 1 ont une cause locale et sont dues soit à une perturbation tectonique située au Sud à 200 m du site d'installation, soit à d'autres raisons locales par exemple l'effet de couverture. On a décidé pour cette raison d'installer une nouvelle station clinométrique dans cette mine située entre les salles N° 1 et 2.

Conditions d'observations

Ce site a été trouvé à 140 m de la salle N° 1 et nous l'appellerons salle N° 3 (voir fig. 1). Pour installer deux complexes de clinomètres on a fabriqué un socle en béton d'une surface de 1,5 m^2 et d'une hauteur de 5 à 10 cm (fig. 2). Le béton a été fabriqué sur le sol et après être figé il constitue une seule unité. Le déplacement d'une personne sur le socle ne provoque pas de déplacement des pendules horizontaux. Il n'y a pas de ventilation artificielle dans les environs de la salle N° 3 c'est pourquoi le régime thermique n'y diffère pas du régime thermique dans les salles N° 1 et 2 {1-2}.

Pour observer les inclinaisons de marées on a utilisé deux paires de clinomètres : les pendules horizontaux de Repsold Levitskii, qui avant cela fonctionnaient dans les salles N° 1 et 2 désignés par le symbole "RL" et les pendules horizontaux de l'Observatoire gravimétrique de Poltava {11} que nous noterons par le symbole ГМІО (pendules horizontaux de l'Observatoire de Poltava). En ce point on a conservé la méthode ancienne de mesure de la sensibilité, de l'installation des appareils sur le socle et du processus des observations, décrite en {1-2}.

Les pendules RL-1 et ГМИО-1 ont enregistré dans la direction Ouest-Est et les pendules RL-2 et ГМИО-2 dans la direction Nord-Sud. La longueur du levier optique est respectivement : RL-1 : 658 cm; RL-2 : 672,5 cm; ГМИО-1 : 475 cm; ГМИО-2 : 492 cm.

Pour les marques horaires on a utilisé pour les appareils Repsold-Levitskii des horloges à contact avec mise en marche électrique (marque "Energie") et pour les pendules ГМИО des horloges hermétiques maritimes "4H - 5". La dérive des horloges en 7 jours entre le remplacement des bandes ne dépassait pas 2 minutes.

L'orientation Nord-Sud a été transmise par théodolitre depuis les points de référence dans la mine, l'azimut étant contrôlé par une boussole. Sur le socle sont tracées deux lignes réciproquement perpendiculaires selon lesquelles sont placées des crapaudines des vis de réglage des pendules horizontaux.

Détermination de la sensibilité.

Pour déterminer la sensibilité des pendules horizontaux on a utilisé le procédé dynamique de Golitsine-Orlov.

$$K_{DN} = Cl^2, \qquad C = \frac{D \sin 1''}{2\pi^2 (l/g)}, \tag{1}$$

où D est la longueur du levier optique, l est la longueur donnée des pendules horizontaux, T est la période des oscillations propres, g est l'accélération de la pesanteur.

Nous donnons en {12} pour les pendules horizontaux Repsold-Levitskii les résultats de la comparaison de la sensibilité statique K_{ct}, trouvée à l'aide de la plate-forme :

$$K_{ct} = \frac{\Delta\alpha}{\Delta l}, \tag{2}$$

où $\Delta\alpha$ est l'inclinaison de la plate forme et ΔL est la déplacement du faisceau lumineux sur l'enregistreur avec leur sensibilité dynamique K_{DN} trouvée par la formule (1). Pour les 8 appareils expérimentés les divergences entre K_{ct} et K_{DN} oscillent de - 1,5 à + 2,0 %.

Nous montrons en (11) que pour les pendules horizontaux ГМИО la divergence entre la sensibilité statique et dynamique ne sort pas des limites

de précision des mesures sur la plate forme de l'Observatoire gravimétrique de Poltava (environ 0,3 %).

Dans la formule (I) intervient la valeur (1/g) qui est soumise à une détermination expérimentale. La méthode de mesure de cette valeur est donnée en (1). Par trois séries de mesures de périodes dans la salle n° I on a trouvé $(1/g)_{RL-1}$ = 0,013020 ← I/sec et $(1/g)_{RL-2}$ = 0,015090 ← I/sec. on a obtenu dans la salle N° 2 $(1/g)_{RL-1}$ = 0,013013 ← I/sec et $(1/g)_{RL-2}$ = 0,015081 ← I/sec. On a fait dans la salle N° 3 une détermination de contrôle de la constante (1/g) des pendules Repsold-Levitskii. On a trouvé $(1/g)_{RL-1}$ = 0,012982 et $(1/g)_{RL-2}$ = 0,015035 I/sec. Ainsi, sur une durée de 8 années d'observations d'inclinaisons de marées à Karlo-Libknekhtohska la constante fondamentale des pendules horizontaux (1/g) n'a pas varié de plus de 0,5 %.

Pour les pendules ГМИО la constante (1/g) a été déterminée à Poltava dans les conditions du laboratoire après leur construction (11). Elle était : $(1/g)_{ГМИО-2}$ = 0,0185145 $\pm$ 0,0000067 I/sec. Après l'installation des appareils dans la mine la nécessité de changer l'attache des miroirs au bras du pendule est apparue. Les pendules étant suspendus, on a à nouveau déterminé leur constante (1/g) d'après cette même méthode comme pour les pendules Repsold-Levitskii. Elle était respectivement égale à 0,018543 et 0,018520 pour les clinomètres ГМИО-1 et ГМИО-2. Ainsi la ré-suspension des pendules comme il fallait s'y attendre n'a pas essentiellement influencé la valeur (1/g).

Dans la salle n°3 les périodes propres des pendules ont été mesurées tous les sept jours, lors du remplacement des bandes sur l'enregistreur, avec deux chronomètres simultanément. L'amplitude des oscillations était de 4 à 7 cm. Nous donnons dans la table I les valeurs de la sensibilité des quatre clinomètres pour la période des observations

TABLE 1

Date	Sensibilité mm/sec	Date	Sensibilité mm/sec
ГМПО-1		ГМПО-2	
28.VIII.1974 г.	109,6	17.VI.1974 г.	154,0
3.IX	109,6	24.VII	154,3
8.IX	110,1	31.VII	154,8
15.IX	110,7	7.VIII	155,4
1.X	111,7	14.VIII	156,0
8.X	111,9	21.VIII	156,0
15.X	112,1	28.VIII	122,7
22.X	113,7	3.IX	122,9
29.X	113,9	8.IX	122,7
5.XI	114,1	16.IX	123,2
12.XI	198,7	1.X	123,9
19.XI	201,5	8.X	124,1
27.XI	201,7	15.X	124,2
3.XII	202,5	22.X	124,6
10.XII	202,8	29.X	124,8
17.XII	203,0	5.XI	124,8
24.XII	203,5	12.XI	193,4
31.XII	203,8	19.XI	193,9
7.I.1975 г.	205,2	27.XI	193,3
14.I	204,3	3.XII	193,8
21.I	204,0	10.XII	194,0
РД-1		17.XII	194,3
21.XII.1973 г.	128,4	24.XII	193,3
28.XII	131,7	31.XII	194,5
4.I.1974 г.	131,5	7.I.1975 г.	193,3
11.I	131,5	14.I	405,3
18.I	132,6	21.I	403,9
25.I	133,3	РД-2	
1.II	134,8	21.XII.1974 г.	112,5
7.II	136,1	28.XII	113,9
14.II	136,6	18.I	116,6
21.II	138,5	25.I	118,1
28.II	139,7	1.II	120,0
7.III	141,6	7.II	121,5
13.III	143,5	14.II	122,7
20.III	146,5	21.II	124,0
29.III	148,3	28.II	125,0
3.У	160,1	7.III	126,6
8.У	150,1	13.III	127,7
15.У	160,5	20.III	128,3
22.У	161,8	29.III	129,2
29.У	162,3	3.У	132,0
4.VI	162,8	8.У	131,6
11.VI	163,7	15.У	131,9
20.VI	164,1	22.У	132,0
27.VI	164,9	29.У	132,5
4.VII	166,4	4.VI	132,5
11.VII	168,1	11.VI	133,0
17.VII	168,8	12.VI	133,2
24.VII	169,1	20.VI	133,0
31.VII.1974 г.	170,7	27.VI.1974 г.	133,1
7.VIII	170,9	4.XII	133,8
14.VIII	172,0	11.VII	133,9
21.VIII	175,0	17.VII	134,3
28.VIII	176,1	24.VII	134,5
3.IX	177,4	31.VII	134,7
8.IX	177,5	7.VIII	135,3
16.IX	179,6	14.VIII	136,2
1.X	182,5	23.VIII	138,8
8.X	183,8	28.VIII	139,1
15.X	186,7	3.IX	140,0
22.X	187,3	8.IX	140,8
29.X	187,8	16.IX	142,1
5.XI	190,1	1.X	144,2
12.XI	191,1	22.X	147,4
19.XI	194,2	29.X	148,8
27.XI	195,4	5.XI	150,0
3.XII	196,7	12.XI	151,6
10.XII	197,4	19.XI	153,0
17.XII	200,9	27.XI	153,3
24.XII	201,3	3.XII	154,0
31.XII	201,8	10.XII	155,1
7.I.1975 г.	203,3	17.XII	155,7
14.I	202,9	24.XII	156,3
21.I	203,3	31.XII	157,5
		14.I.1975 г.	244,4
		21.I	244,8

Résultats de l'analyse harmonique

Les observations dans la salle n° 3 avec les clinomètres Repsold-Levitskii ont commencé en décembre 1973 et avec les clinomètres ГМІО en août 1974. Elles ont continué jusqu'en avril 1975. Les données ont été soumises à l'analyse harmonique sur BM M-220 par séries mensuelles par la méthode de Venedikov et après la fin des observations ont été réduites par la même méthode en un seul ensemble.

Les résultats des pendules Repsold-Levitskii sont donnés dans la table 2. Ceux des pendules ГМІО dans la table 3 (le signe moins désigne le retard de la marée observée par rapport à la marée théorique).

Comparant ces résultats on peut dire que dans la salle n°3 on a obtenu dans les directions nord-sud et ouest-est une valeur γ comprise entre sa valeur dans les salles n° 1 et 2 mais s'approchant tout de même de la valeur de la salle n° 2. Ainsi, les observations en trois points de la mine N° 1 n'ont pas encore donné de réponse sur la cause de la valeur anormalement basse de γ dans la salle N° 1. Elles confirment tout de même la conclusion que si la cause en est l'influence de la fracture située au sud de cette salle alors elle s'amortit très rapidement lorsqu'on s'éloigne de la zone des perturbations tectoniques. Pour séparer l'effet tectonique de l'effet de cavité on réalise à présent dans la salle N° 3 un programme d'observations sur cinq socles dans deux galeries réciproquement perpendiculaires (voir figure 2).

Le programme des observations clinométriques dans la salle N° 3 envisage la comparaison des pendules ГМІО (11) construits à l'Observatoire gravimétrique de Poltava avec les pendules horizontaux bien étudiés Repsold-Levitskii. La comparaison des tables 2 et 3 montre qu'on a obtenu avec les pendules des deux types des résultats concordants. Les appareils ГМІО ont montré des avantages par rapport aux Repsold-Levitskii : ils sont sensiblement plus faciles à utiliser et donnent la possibilité d'atteindre (si la dérive le permet) une sensibilité jusqu'à 1000 mm/sec.

La détermination des constantes du pendule peut être réalisée non pas dans les conditions difficiles et peu commodes de la mine mais dans un laboratoire où on utilise des appareils de haute précision. Considérant les qualités de ces appareils (11) dont la principale est la concordance à 0,3 % de la sensibilité dynamique et statique, on peut dire que les pendules horizontaux ГМІО répondent aux exigences actuelles dans les conditions des mines et des galeries.

Pour les appareils Repsold-Levitskii la divergence entre la sensibilité statique et dynamique peut atteindre 2 %. Les appareils installés dans la mine N° 1 "Artemsol" n'ont pas été étudiés sur ce point. La concordance des données des tables 2 et 3 pour l'onde M_2 (1 %) montre indirectement que pour ces appareils $K_{st.}$ ne diffère pas de $K_{dy.}$ de plus de 1 %.

TABLE 2

Constantes harmoniques des ondes de marées obtenues par les appareils Repsold-Levitskii.

Direction	O_1		M_1		M_2		M_2		S_2	
	f	$\Delta\varphi$	f	$\Delta\varphi$	f	$\Delta\varphi$	f	$\Delta\varphi$	f	$\Delta\varphi$
Nord-Sud	0,7I0	+3°,49	0,884	-I0°,43	0,62I	+0°,70	0,667	-I°,29	0,786	+7°,27
	±0,II8	±6°,80	±0,086	±4°,00	±0,042	±2°,77	±0,008	±0°,5I	±0,080	±0°,94
Ouest-Est	0,677	-0°,22	0,744	+0°,I4	0,673	+0°,94	0,694	-0°,I9	0,524	-3°,60
	±0,034	±2°,05	±0,023	±I°,33	±0,037	±2°,27	±0,003	±0°,44	±0,0I2	±I°,26

TABLE 3

Constantes harmoniques des ondes de marées obtenues par les appareils TMIO.

Direction	O_1		M_1		M_2		M_2		S_2	
	f	$\Delta\varphi$	f	$\Delta\varphi$	f	$\Delta\varphi$	f	$\Delta\varphi$	f	$\Delta\varphi$
Nord-Sud	0,49I	-7°,73	0,973	-I°,80	0,633	-2°,93	0,668	-3°,2I	0,678	-I2°,00
	±0,I88	±I5°,70	±0,I20	±5°,04	±0,0I9	±I°,I9	±0,004	±0°,23	±0,008	±0°,46
Ouest-Est	0,8I6	-9°,65	0,696	-4°,49	0,772	-0°,I0	0,7I2	+0°,65	0,744	+I°,9I
	±0,050	±2°,53	±0,035	±2°,05	±0,043	±0°,80	±0,008	±0°,47	±0,0I7	±0°,92

Nous avons dit en (2) qu'une information sur les inclinaisons séculaires régionales ne peut être obtenue par les observations avec les pendules horizontaux dans la mine de sel à cause de la prédominance de mouvements des masses rocheuses sous l'effet de la pression de la montagne. D'autre part, ces observations donnent une information précieuse sur le caractère des mouvements locaux présentant un grand intérêt pratique. C'est pourquoi l'accumulation de données expérimentales est utile pour donner dans l'avenir un éclaircissement dans ce problème assez complexe car le phénomène étudié s'altère par les processus de durcissement du béton du socle et par une dérive d'origine instrumentale. Pour construire la courbe du mouvement du zéro des clinomètres de la salle N° 3 on a utilisé les valeurs moyennes journalières des ordonnées horaires. Les appareils enregistrant les inclinaisons dans une seule direction ont montré en août 1974 une dérive divergente en direction et inhabituelle en vitesse (fig. 3). Avec le temps cette différence a diminué graduellement et a presque disparu en novembre 1974. On peut expliquer ce phénomène par un travail de la partie centrale du socle à cause du processus de cristallisation du sel dans le béton.

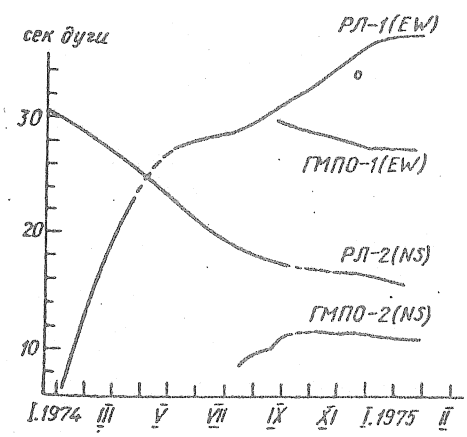


Fig. 3 Inclinaisons lentes enregistrées par quatre appareils sur le socle N° 1.

Comme l'a montré l'expérience dans les galeries de recherches, le durcissement du béton préparé avec de l'eau douce cesse après un laps de temps de quelques mois. Cependant la possibilité d'appliquer du béton avec de l'eau douce dans les conditions d'une mine de sel exige une étude spéciale.

En analysant les observations des inclinaisons lentes dans les salles N° 1, 2 et 3 on peut dire que le processus provoquant des tensions dans

le béton dure environ deux ans. C'est pourquoi ces socles ne conviennent pas pour l'étude du mouvement des masses rocheuses dans les mines de sel. Pour résoudre ce problème il faut expérimenter une installation toute nouvelle de crapaudines par exemple sur des pivots en matériau non corrosif placés dans des trous percés dans le sel et fixés par du plomb fondu.

L'attention est attirée par le fait (voir fig. 3) que depuis novembre 1974 la dérive des appareils ГМІО s'est arrêtée et pour les pendules horizontaux Repsold-Levitskii elle atteint pour les derniers 2 mois et demi environ 1". Cela montre la possibilité de déplacement du zéro d'origine instrumentale pour les appareils Repsold-Levitskii à cause de l'imperfection de construction des vis de réglage (effet de pointe).

Lors de la réduction des observations clinométriques dans les salles N° 1 et 2 on a découvert une onde annuelle d'amplitudes respectives de 0",05 et 0",5. Il y avait donc des raisons de faire des recherches analogues dans la salle N° 3. Dans ce but il ne fallait que l'enregistrement du pendule RL-2 pour le laps de temps de janvier 1974 à janvier 1975 dans la direction nord-sud. Mais il a un important fléchissement qui peut altérer le résultat espéré.

Pour l'appareil donné on a composé un système surabondant de 73 équations de la forme

$$x_1 + x_2 t + x_3 t^2 + x_4 \cos \omega t + x_5 \sin \omega t = N_T, \qquad (3)$$

où

$$x_4 = r \cos \varphi; \qquad x_5 = r \sin \varphi,$$

où r et φ sont l'amplitude et la phase initiale de l'onde annuelle qui n'est pas due aux marées ; x_1, x_2 et x_3 sont les coefficients de la composante linéaire et quadratique de la dérive ; N_T est la moyenne des ordonnées de la dérive pour cinq jours ; ω est la vitesse angulaire de la composante périodique pour T égal à 5 jours.

Le système est résolu par moindres carrés sur BM "Minsk 22". On a obtenu les valeurs suivantes de l'amplitude et de la phase de l'onde annuelle non due à la marée dans la direction nord-sud ; r = 1",73 $\pm$ 0",03 et φ = 343°,2 $\pm$ 1°,0.

Il y a intérêt à comparer les amplitudes et les époques des extrêmes de cette onde dans les salles N° 1, 2 et 3 (table 4).

TABLE 4

Paramètres de l'onde annuelle pour les salles N° 1 à 3.

Salle	Début de la série analysée	Amplitude	Phase initiale	Inclinaison	
				maximum	minimum
I	20.X I969 r.	0",05	I00°,I	I0.VII	I0.I
2	4.X I97I	0,50	334,0	I.XI	I.V
3	I.I I974 r.	I,73	343,2	I7.I	I7.VI

On constate par la table 4 que pour les points situés près (salles N° 1 et 2) les ondes annuelles n'ont pas seulement une amplitude différente mais sont aussi opposées en phase. Cette circonstance laisse le problème ouvert de la réalité des caractéristiques de l'onde annuelle déterminées d'après les observations de deux ans sur des socles utilisés dans la mine N° 1 et exige une étude ultérieure.

B I B L I O G R A P H I E

1. Balenko V.G. et autres, "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 4 "Naoukova Doumka" Kiev, 1972.

2. Balenko V.G. et autres, "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 6 "Naoukova Doumka" Kiev, 1974.

3. Balenko V.G., Koutnii A.M., Novikova A.N., "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 2 "Naoukova Doumka" Kiev, 1972.

4. Balenko V.G., Koutnii A.M., Novikova A.N., "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 4 "Naoukova Doumka", Kiev, 1972.

5. Balenko V.G., Koutnii A.M., Novikova A.N., "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 7 "Naoukova Doumka" Kiev, 1975.

6. Balenko V.G., Koutnii A.M., Novikova A.N., Ce tiré à part.

7. Balenko V.G., Koutnii A.M., Novikova A.N., "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 1 "Naoukova Doumka" Kiev, 1970.

8. Matveyev P.S. et autres, "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 5 "Naoukova Doumka" Kiev, 1973.

9. Matveyev P.S., et autres, "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 6 "Naoukova Doumka" Kiev, 1974.

10. Matveyev P.S. et autres, "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 3 "Naoukova Doumka" Kiev, 1971.

11. Balenko V.G. et autres, "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 6 "Naoukova Doumka" Kiev, 1974.

12. Golouhitskii V.G., Koutnii A.M., "Rotation et déformations de marées de la Terre", Publ. 6 "Naoukova Doumka" Kiev, 1974.

ESTIMATION DE L'ERREUR QUADRATIQUE MOYENNE D'UNE ORDONNEE DE LA COURBE DE MAREE ANALYSEE ET MOYENNE DES RESULTATS DE L'ANALYSE HARMONIQUE.

B.S. DOUBIK

Rotation et déformations de marées
de la Terre VII - 62-66 - 1975

Connaissant l'erreur quadratique moyenne d'une ordonnée d'une série mensuelle analysée on pourrait estimer la qualité des données analysées et utiliser également les carrés des inverses de ces erreurs comme poids lorsqu'on fait la moyenne des résultats d'une certaine quantité de séries.

Pour calculer l'erreur quadratique moyenne d'une ordonnée R. LECOLAZET a proposé la méthode originale suivante {2}. Si à l'aide d'une combinaison déterminée on élimine la marée et la dérive de l'appareil, on obtiendra pour résultat un nombre e dépendant des erreurs et de la partie non éliminée de la dérive de l'appareil. En appliquant n fois cette combinaison linéaire aux différentes parties de l"enregistrement nous obtiendrons n nombres indépendants (e_1, e_2, e_3, ... e_n) d'après lesquels on peut trouver l'erreur quadratique moyenne d'une ordonnée. La combinaison proposée par R. LECOLAZET a la forme

$$E_1 = Z^5_{1/2} Z_0 \left(Y_3 - \frac{Y_0}{2}\right) \qquad (1)$$

et se caractérise par les coefficients suivants : -1, 5, -10, 11, -10, 11, -11, 10, -11, 10, -5, 1, / -1, 5,... (1). Ici et plus loin le tiret sépare les deux ailes symétriques de la combinaison.

L'erreur quadratique moyenne d'une ordonnée se calcule d'après la formule

$$\sigma = \sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \ldots + e_n^2}{1872\, n}}, \qquad (2)$$

où 1872 est la somme des carrés des coefficients de la combinaison.

A. Venedikov a montré {1} que les valeurs des erreurs quadratiques moyennes obtenues d'après la combinaison E_1 sont fortement diminuées et que la

combinaison d'erreurs doit être accordée avec les combinaisons de l'analyse harmonique d'après l'efficacité de l'élimination de la dérive de l'appareil.

Soit dans un certain intervalle la dérive de l'appareil représentée par l'expression suivante :

$$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \ldots \qquad (3)$$

Nous noterons les ordonnées par x_i ($i = 0 + 1 \pm 2 \quad \pm n$) et l'apport de la dérive dans les valeurs diurnes par γ. Alors

$$\gamma = \sum k_i x_i, \qquad (4)$$

où k_i sont les coefficients de la combinaison.
Puisque $f(i) = a_0 + a_1 i + a_2 i^2 + \ldots$, alors {6}

$$\gamma = a_0 \sum_{i=-n}^{n} k_i + a_1 \sum_{i=-n}^{n} k_i i + a_2 \sum_{i=-n}^{n} k_i i^2 + \ldots \qquad (5)$$

Pour les combinaisons X_1 et X_2 de l'analyse harmonique de R. LECOLAZET {2} nous obtiendrons respectivement {6} :

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= -29952\, a_3 - 1279520\, a_5 + \ldots, \\ \gamma_2 &= -3456\, a_4 - 3018240\, a_6 + \ldots \end{aligned} \qquad (6)$$

où $X_1 = Z_4\, Z_6 (Z_5 + Z_8)\, Y_3$ est la combinaison amplifiant les ondes diurnes et $X_2 = Z_{3/2}\, Z_4\, Y_6\, (Y_5 + Y_8)$ la combinaison amplifiant les semi-diurnes.

On constate (6) que les combinaisons d'erreur pour les ondes diurnes et semi-diurnes doivent différer sensiblement entre elles.

Nous nous servirons pour la détermination de l'erreur quadratique moyenne d'une ordonnée de la combinaison

$$Z_{12,5} \left(Y_8 + \frac{Y_9}{2} \right) Z_1 Z_2, \qquad (7)$$

dont les coefficients ont les valeurs suivantes : 1, 0, -1, 0, -1, 0, 1, 0, 1, 0, -1, 0, -1, 0, 1, 0, 1, 0, -1, 0, -1, 0, 1, 0/0, 1 ... . Cette combinaison élimine bien la marée et également la partie quadratique de la dérive. Ses facteurs d'amplitude pour les vitesses angulaires g = 14°4, 4, 15°, 28°8 et 30° sont égaux à zéro. L'apport provenant de la dérive calculé d'après la formule (5) se caractérise par l'expression suivante

$$\gamma = 3600\, a_3 + \ldots \qquad (8)$$

et correspond avec l'apport $Y_2(6)$ calculé pour la combinaison X_2.

Il faut appliquer la combinaison donnée (7) avec un déplacement de 24 ordonnées. L'erreur quadratique moyenne d'une ordonnée se calcule d'après la formule

$$\sigma = \sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \ldots + e_{n-1}^2}{24(n-1)}}, \qquad (9)$$

où n est la quantité de jours de la série réduite.

Nous avons vérifié la combinaison sur deux séries mensuelles de valeurs accidentelles réparties d'après la loi normale avec une dispersion égale à l'unité {7}. Les écarts des erreurs quadratiques moyennes d'une ordonnée pour chacune des deux séries à partir de l'unité étaient petits (moins de 5 %).

Pour expliquer comment varient les erreurs quadratiques moyennes d'une ordonnée en fonction de l'apport de la dérive nous avons encore utilisé la combinaison

$$z_{1/2}^3 z_5 \left(Y_2 - \frac{Y_0}{2}\right)^2, \qquad (10)$$

dont les coefficients ont les valeurs suivantes : 1, -3, 1, 5, -3, -7, 7, 3, -5, -1, 3, -1/-1, 3.

En ce qui concerne l'élimination de l'apport de marée la combinaison (10) est meilleure que la combinaison E_1 mais la dérive est sensiblement plus mal éliminée (uniquement la dérive parabolique). Pour cette combinaison nous obtenons d'après la formule (5)

$$Y = 24\, a_3 + \ldots \qquad (11)$$

Les erreurs quadratiques moyennes d'une ordonnée σ calculée pour cette combinaison étaient un peu plus grandes que les erreurs obtenues pour E_1 et plus petites que celles calculées d'après (7).

En appliquant les différentes combinaisons nous avons été assurés que l'erreur quadratique moyenne d'une ordonnée σ dépendait de la combinaison correspondante non éliminée de la partie de la dérive.

A. Venedikov attire l'attention {1} sur le fait qu'il faut renoncer à la détermination de l'erreur quadratique moyenne d'une ordonnée σ à l'aide de cette combinaison. A notre avis, l'erreur quadratique moyenne σ déterminée de cette façon donne tout de même une information importante sur la qualité des

données d'observations analysées sur l'intervalle de la série réduite donnée et grâce à cela elle peut être très utile lors de la réduction des résultats les meilleurs pour toute une série d'observations.

Nous donnons dans la table 1 les valeurs des erreurs quadratiques moyennes d'une ordonnée σ calculées d'après la combinaison (7) pour des séries mensuelles séparées d'enregistrements des inclinaisons à la station "Soudievka" en composantes NS et EW {4}.

Les observations dans cette station ont été faites en parallèle par deux complexes d'appareils du système d'Ostrovskii.

Nous constatons par la table 1 que les erreurs obtenues pour la composante NS sont plus petites que pour la composante EW. La divergence dans les valeurs des erreurs σ n'est pas grande.

Toutefois la présence d'un certain désaccord des erreurs quadratiques moyennes obtenues nous conduit à conclure qu'il est tout à fait logique d'introduire des poids p_i inversement proportionnels aux carrés des erreurs quadratiques moyennes σ_i lorsque l'on calcule les moyennes de séries séparées. Pour les résultats de Soudievka nous avons appliqué le procédé de pondération de la moyenne.

Table 1

Erreurs quadratiques moyennes d'une ordonnée.

numéro de la série	Appareil 08 NS	Appareil 08 EW	Appareil 57 NS	Appareil 66 EW
I	0″,00124	0″,00114	0″,00092	0″,00133
2	0″,00042	0″,00081	0″,00060	0″,00120
3	0″,00041	0″,00043	0″,00048	0″,00124
4	0″,00047	0″,00061	0″,00094	0″,00114
5	0″,00059	0″,00078	0″,00073	0″,00083
6	0″,00042	0″,00092	0″,00037	0″,00079
7	0″,00082	0″,00095	0″,00055	0″,00088
8	0″,00105	0″,00084	0″,00075	0″,00113
9	0″,00085	0″,00112	0″,00056	0″,00083
I0	0″,00038	0″,00109		
II	0″,00068	0″,00095		
I2	0″,00081	0″,00105		
I3	0″,00066	0″,00126		
I4	0″,00052	0″,00082		
I5	0″,00057	0″,00063		
I6	0″,00053	0″,00092		
I7	0″,00046	0″,00066		
I8	0″,00043	0″,00066		
I9	0″,00046	0″,00055		
20	0″,00058	0″,00085		
2I	0″,00063	0″,00074		
22	0″,00062	0″,00136		
23		0″,00125		

Nous donnons dans la table 2 les valeurs moyennes des résultats de l'analyse harmonique et dans la table 3 les valeurs moyennes pondérées.

Les moyennes γ et x et leurs erreurs ont été calculées d'après les formules données dans le travail {3}. Les moyennes pondérées ont été calculées par la formule suivante

$$\gamma = \sqrt{\bar{a}^2 + \bar{b}^2}, \qquad x = \operatorname{arctg} \frac{\bar{b}}{\bar{a}},$$
$$m_\gamma = \sqrt{m_{\bar{a}}^2 \cos^2 x + m_{\bar{b}}^2 \sin^2 x}, \qquad (12)$$
$$m_x = \frac{1}{\gamma} \sqrt{m_{\bar{a}}^2 \sin^2 x + m_{\bar{b}}^2 \cos^2 x},$$

où

$$\bar{a} = \frac{\sum \rho_i a_i}{\sum \rho_i}, \qquad \bar{b} = \frac{\sum \rho_i b_i}{\sum \rho_i}$$
$$m_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{\sum \rho_i (a_i - \bar{a})^2}{(n-1)\sum \rho_i}} = \sqrt{\frac{\sum \rho_i a_i^2 - \bar{a}^2 \sum \rho_i}{(n-1)\sum \rho_i}}, \qquad (13)$$
$$m_{\bar{b}} = \sqrt{\frac{\sum \rho_i (b_i - \bar{b})^2}{(n-1)\sum \rho_i}} = \sqrt{\frac{\sum \rho_i b_i^2 - \bar{b}^2 \sum \rho_i}{(n-1)\sum \rho_i}}.$$

Ici m_γ, m_x, $m_{\bar{a}}$ et $m_{\bar{h}}$ sont les erreurs quadratiques moyennes de γ, x, $\bar{a}$, et $\bar{h}$.

Comme il fallait s'y attendre à cause du désaccord relativement petit des erreurs quadratiques moyennes d'une ordonnée des séries mensuelles, les résultats obtenus par les deux méthodes diffèrent peu.

Table 2

Valeurs moyennes γ et x pour les observations de Soudievka

Onde	Appareil NS (n=22)		Appareil EW (n=23)	
	γ	x	γ	x
Q_1	1,046 ± 278	- 1,68 ±15,33	0,691 ± 76	+10,95 ± 6,82
O_1	0,757 42	+12,92 4,68	0,648 15	+ 2,33 1,91
K_1	0,752 79	+33,31 5,80	0,753 23	- 0,15 2,33
M_1	1,121 895	+225,37 45,85	0,284 236	+25,05 52,77
N_2	0,689 15	+ 2,37 96	0,716 16	+ 2,36 1,13
M_2	0,680 2	- 0,57 30	0,716 2	+ 3,53 28
S_2	0,645 10	- 2,22 70	0,799 14	- 7,26 97
$\mathcal{M}_2$	0,741 58	+ 3,16 7,87	0,665 77	+12,40 5,46

Table 3

Valeurs moyennes pondérées γ et x pour les observations de Soudievka

Onde	Appareil NS (n=22)		Appareil EW (n=23)	
	γ	x	γ	x
Q_1	0,905 ± 213	- 2°,71 ±15,32	0,718 ± 70	+10°,62 ± 5,37
O_1	0,760 46	+10,10 4,43	0,653 13	+ 2,58 66
K_1	0,734 84	+40,60 6,52	0,750 24	+ 0,19 1,94
M_1	1,171 821	+257,06 49,99	0,279 164	+45,94 43,12
N_2	0,668 11	+ 1,54 90	0,733 15	+ 3,26 92
M_2	0,678 2	- 0,13 24	0,718 2	+ 3,64 27
S_2	0,647 10	- 2,08 71	0,818 33	- 7,05 94
K_2	0,731 63	+ 3,89 6,73	0,749 81	+ 8,02 4,91

Cependant les erreurs quadratiques moyennes du facteur d'amplitude γ et des retards de phase x pour une moyenne pondérée ont un peu diminué en comparaison avec les erreurs obtenues lors de la moyenne simple.

Tenant compte des valeurs des amplitudes de chacune des ondes déterminées et des erreurs quadratiques moyennes des résultats on peut tirer la conclusion que les valeurs γ et x pour la station de "Soudievka" sont mieux déterminées en composante NS qu'en composante EW.

Puisque les valeurs des erreurs quadratiques moyennes d'une ordonnée dépendent du caractère d'élimination de la dérive de l'appareil, il semblerait qu'on puisse espérer qu'après avoir assuré une meilleure élimination de la dérive on atteindra une amélioration des résultats.

Pour vérifier cette hypothèse, avant de réduire les données d'après la méthode de Matveyev {5}, nous avons transformé la série de départ complémentairement par la combinaison $Z_3 Z_3$.

Nous avons formé ainsi une bonne série mensuelle et un mois et demi d'enregistrement fortement perturbé par le bruit thermique (dépassant la marée de plusieurs fois). Les données ont été réduites avec des déplacements de 24 heures.

A la suite de cette réduction il est apparu que les valeurs γ pour l'onde M_2 n'avaient varié en tout que de une à deux unités du troisième chiffre et les valeurs x de pas plus de 0°,2. Pour les autres ondes les variations étaient autant de fois plus grandes que l'amplitude de l'onde M_2 était plus grande que l'amplitude de l'onde comparée.

De l'étude faite on peut tirer la conclusion que la dérive s'élimine assez bien par la méthode de Matveyev. Cela s'obtient apparemment grâce au fait que l'élimination de la dérive s'y fait d'après les sommes σ_t {5} obtenues à la suite de la sommation des ordonnées μ_t d'après le temps spécial des ondes déterminées. Ce procédé garantit la moyennisation des dérives journalières sur un intervalle d'un mois en affaiblissant sensiblement l'influence de la partie non linéaire de la dérive.

Le problème apparaît maintenant de savoir comment varient les erreurs quadratiques moyennes d'une ordonnée si la combinaison d'erreurs n'élimine que la partie linéaire de la dérive de l'appareil. Pour éclaircir cela nous avons construit deux combinaisons diurne et semi-diurne en accord avec les combinaisons Z_6Z_6 et Z_3 Z Y_6 de la méthode de Matveyev {5}. Lors de l'application de la combinaison semi-diurne nous avons obtenu les erreurs quadratiques moyennes d'une ordonnée comme au moment de l'application de la combinaison (7). Lors de l'application de la combinaison diurne les valeurs des erreurs σ étaient grandes mais ne dépassaient pas de plus de deux fois les valeurs des erreurs obtenues d'après la combinaison (7).

Nous noterons en conclusion que nous avons remarqué une importante augmentation des valeurs e_i obtenues pour les parties d'enregistrement fortement soumis aux perturbations thermiques en comparaison avec les parties de l'enregistrement moins perturbé.

Ainsi, la sensibilité de la combinaison (7) aux erreurs des ordonnées et en particulier aux perturbations thermiques est telle qu'elle permet lors de la réduction en séries mensuelles avec moyenne pondérée d'élever la qualité des valeurs γ et x.

B I B L I O G R A P H I E

1. VENEDIKOV A.P.
Symposium sur l'échange d'expérience d'observations clinométriques et sur l'examen critique de leur sens physique M. 1969.

2. MELCHIOR P.
Marées terrestres H. "Mir" 1969

3. MATVEYEV P.S.
Travaux de l'Observ. gravim. Poltava T. XII K. Edit. Ac des Sc. d'Ukraine 1963.

4. MATVEYEV P.S., OSTROVSKII A.E., GOLOUBITSKII V.G., BOGDAN I. You., DOUBIK B.S., SLAVINSKAIA E.A.,
Cette publication.

5. MATVEYEV P.S.
Marées Terrestres K. "Naoukova Doumka" 1966.

6. BALENKO V.G.
Trav. de l'Obs.. Gravim. Poltava T. IX K. Edit. Ac. des Sc. Ukraine, 1961.

7. BALENKO V.G.
Trav. de l'Obs. gravim. Poltava T X K. Edit. Ac. des Sc. d'Ukraine 1961.