

MAREES TERRESTRES

BULLETIN D'INFORMATIONS

N° 43

31 mars 1966

Association Internationale de Géodésie
Commission Permanente des Marées Terrestres

Editeur Prof. Paul MELCHIOR
Observatoire Royal de Belgique
3, Avenue Circulaire
Bruxelles 10.

Bulletin d'Informations des Marées Terrestres N° 43
Table des Matières

H. JEFFREYS and R.O. VICENTE Comparison of forms of the elastic equations for the Earth	p. 1611
M.S. MOLODENSKII (Traduction) La période de Chandler et la structure du noyau de la Terre	1612
P.S. MATVEEV (Traduction) Variations de nutation semi-mensuelles de la latitude d'après les observations de Poltava de 1949 à 1959	1616
V.K. TARADIA (Traduction) Sur le mouvement annuel des pôles de la Terre avec un noyau liquide	1618
R. BREIN Über die Anwendung der Analysen zur Berechnung taglicher Verbesserungen der charakteristischen Schwebungskurven nach der Methode der kleinsten Quadrate	1624
G. MITTELSTRASS The suspension of simple horizontal pendulums	1633
M. BONATZ Der Einfluss der Netzspannung auf die Spannungskonstanthalter zu der Askania Erdgezeitenregistrieranlage	1642
N.A. POPOV (Traduction) Sur les termes à courte période de la nutation dans les observations de Poltava des étoiles zénithales brillantes	1651
M. BONATZ Eine einfache Möglichkeit zur Steigerung der Betriebssicherheit des Nachlaufschreibers zur Askania-Erdgezeitenregistrieranlage	1674
P.S. MATVEEV (Traduction) Les variations semi-mensuelles de la nutation en latitude d'après les observations de Poltava de 1949 à 1953	1677
N.A. POPOV (Traduction) Le terme semi-annuel de la nutation	1679
E.P. FEDOROV (Traduction) L'onde lunaire diurne dans les variations de la latitude	1685
A.P. VENEDIKOV Une méthode pour l'analyse des marées terrestres à partir d'enregistrements de longueur arbitraire	1687
P. MELCHIOR Détermination expérimentale des effets dynamiques du noyau liquide de la terre dans les marées terrestres diurnes	1688

COMPARISON OF FORMS OF THE ELASTIC EQUATIONS FOR THE EARTH

by

H. Jeffreys and R.O. Vicente

Summary

The equations for the bodily tide and free oscillations have been derived in at least four different ways, and expressed in different forms, and the numerical results for Love's numbers differ by about 1 part in 20. The paper attempts to trace the reasons for the differences. The main results are as follows.

The equations of motion derived by various authors are equivalent.

Some doubt is cast on the conditions at the centre adopted in some numerical integrations, and a set is given that should at least give more rapid convergence.

The differences for different Earth models and for the comparison of statical and semi-diurnal tides are of the order of ten times what are likely if the models are to preserve the mean density and the transit times of S.

The effect of a surface layer is estimated for a simple model, in which the properties of the interior are kept constant but those of the crust are varied. This direct effect is smaller than that calculated, and has the opposite sign. If the properties of the interior are also varied to keep the mean density and the travel times the same the changes nearly cancel.

Ce mémoire a été présenté à l'Académie Royale de Belgique lors de la séance du 8 janvier 1965.

LA PERIODE DE CHANDLER ET LA STRUCTURE DU NOYAU DE LA TERRE

par

M.S. Molodenskii

Travaux 11e conf. Astrométrie, Poulkovo - 1954 pp. 124-126.

ПЕРИОД ЧАНДЛЕРА И СТРОЕНИЕ ЯДРА ЗЕМЛИ

М. С. Молоденский

Труды II-й Всесоюзной Астрономической Конференции.

Пулково 1954 - Стр. 124 - 126.

Rappelons que la période de la nutation libre, calculée dans l'hypothèse de la Terre absolument rigide et appelée période d'Euler, est égale à 305 jours. La période réellement observée et appelée période de Chandler est proche de 433 jours.

Newcomb explique la différence entre les périodes d'Euler et de Chandler par la déformation élastique de la Terre qui résulte de la nutation libre. Lors du changement de position de l'axe de rotation dans le corps de la Terre, non seulement le potentiel de la force centrifuge change mais aussi le potentiel d'attraction à cause des déformations élastiques de marée de la Terre. A la surface de la Terre le rapport de la variation du potentiel d'attraction à la variation du potentiel de la force centrifuge peut être considéré comme une constante qu'il est admis d'appeler "nombre de Love", k .

La valeur de ce nombre, obtenue d'après la période de Chandler, a été utilisée pour estimer la valeur moyenne du module de rigidité de la Terre dans son ensemble ou du caractère général de la variation de ce module avec la profondeur. Ces estimations ne présentent plus d'intérêt à présent. La valeur du module de rigidité en fonction de la densité à l'intérieur de l'enveloppe de la Terre est déterminée d'une façon sûre par les observations sismiques. Toute hypothèse sur la variation de densité en fonction de la profondeur nous permet d'obtenir une répartition des valeurs du module de rigidité à l'intérieur de l'enveloppe correspondant à cette hypothèse. Malgré la grande incertitude qui réside dans le choix de l'hypothèse sur la répartition des densités, c'est tout de même ce moyen qui fournit le résultat le plus sûr concernant l'enveloppe plutôt que la méthode de Chandler.

Il en va autrement pour le noyau de la Terre. Pour celui-ci, les vitesses ne sont connues que pour les ondes sismiques longitudinales. Les ondes transversales ne passent pas par le noyau ou s'affaiblissent tellement qu'elles ne sont plus décelées. Pour cette raison on n'a pas encore réussi à évaluer avec certitude le module de rigidité dans le noyau d'après les données sismiques. C'est pourquoi les résultats des travaux d'Astronomie, relatifs à la valeur de la période de Chandler et à l'amplitude des termes à courte période de la nutation forcée, sont d'une grande valeur pour l'étude de la structure du noyau.

Nous avons procédé à une estimation de la valeur du module de rigidité dans le noyau d'après la méthode de Chandler pour quelques modèles de Terre. Dans tous ces modèles, les vitesses de propagation des ondes longitudinales et transversales dans l'enveloppe correspondent à celles qui sont effectivement observées (seulement un peu atténuées). La valeur du module dans le noyau et la répartition des densités changent d'un modèle à l'autre. Dans la première variante, la densité est constante dans l'enveloppe et le noyau et croît de l'enveloppe au noyau par une discontinuité. Dans la seconde variante, les densités sont voisines de celles de Bullen, dans la troisième, elles sont calculées d'après Legendre. Dans les trois variantes on a conservé les valeurs réelles de la masse et du moment d'inertie de la Terre. Le module dans le noyau variait de zéro à l'infini. Dans les variantes à noyau "liquide" on a tenu compte de l'hétérogénéité du noyau en densité. Dans les autres, on a considéré le noyau comme étant homogène. Dans une des variantes on a tenu compte de la compressibilité du noyau et son influence est apparue insignifiante. C'est pourquoi, dans toutes les autres variantes, le noyau a été considéré comme incompressible. La déformation est considérée comme nettement élastique puisque ni la relaxation des tensions, ni l'effet élastique ne peuvent provoquer une influence sensible sur la période de la force perturbatrice de 1,2 an. Il a fallu effectuer tous les calculs le plus rigoureusement possible car les limites, à l'intérieur desquelles peut varier la valeur théorique de la période de nutation libre pour une variation raisonnable du module de rigidité dans le noyau ou selon la loi de densité retenue, doivent être suffisamment faibles. La théorie d'approximation n'est déjà plus acceptable pour l'étude de questions aussi délicates.

Pour calculer la déformation de l'enveloppe, nous utilisons les équations classiques de l'élasticité, nous avons calculé la compressibilité de la terre et l'hétérogénéité d'après les modules d'élasticité et d'après la densité. Dans ce cas, le problème envisagé se ramène au problème hétérogène aux limites du 6ème ordre. Des six conditions limites, trois sont exprimées sur la surface du modèle (les conditions de l'absence à la surface de tensions normales et tangentielles et la condition de continuité de la dérivée radiale du potentiel).

Les trois autres conditions analogues sont établies à la limite du noyau.

Il est peu probable que la solution du problème aux limites envisagé soit possible. Nous avons obtenu la solution par la méthode d'intégration numérique des équations différentielles. Pour chacune des variantes de la répartition de la densité on a calculé quatre courbes d'intégrales partielles. En nous servant de la linéarité des conditions limites et des équations différentielles, nous avons obtenu les solutions qui nous sont nécessaires pour le problème aux limites, par combinaison linéaire de ces intégrales partielles.

Les résultats principaux des calculs sont représentés avec assez de précision par la formule empirique suivante :

$$K = K_{\infty} + \frac{K_0 - K_{\infty}}{1 + 0.65 \cdot 10^{-12} \mu}$$

où K_0 est la valeur du nombre de Love K si le module de rigidité dans le noyau est nul, K_{∞} correspond à $\mu = \infty$ et K correspond aux valeurs intermédiaires de μ .

Les paramètres K_0 et K_∞ ont les valeurs suivantes :

Variante	K_0	K_∞
I	0.327	0.069
II	0.310	0.060
III	0.287	--

Ces résultats montrent que des variations importantes dans la répartition des densités, pour lesquelles cependant la masse et le moment d'inertie sont maintenus invariables, changent peu le nombre de Love K.

L'étude de la dépendance de K en fonction de la compressibilité a montré qu'une variation de 1 % de la compressibilité change le nombre de Love de 0,004. Une variation du rayon du noyau de la Terre de 1 % change ce nombre de 0,015.

La variation de densité dans l'écorce terrestre a une faible influence. Ainsi donc, la valeur théorique du nombre de Love K dépend principalement de la valeur du module de rigidité dans le noyau.

Lorsque l'on compare avec la période de Chandler, il faut tenir compte d'une différence importante de nos modèles par rapport à la Terre réelle : à la surface de la Terre, il y a des océans, des masses d'eau qui se déplacent librement sous l'influence de la nutation libre et créent ainsi des déformations supplémentaires de la Terre.

Cette question a été examinée par E.P. Fedorov. Cependant il n'a pas tenu compte de deux effets complémentaires : la variation des produits de l'inertie de la Terre à cause de la pression provoquée par les ondes de marées dans les océans et à cause de l'attraction exercée sur les masses internes de la Terre par les masses qui se déplacent. Nous avons calculé ces deux effets par intégration numérique des équations d'équilibre de la sphère élastique par la méthode énoncée précédemment dans ses grandes lignes.

Il est apparu que la valeur théorique du nombre K doit être augmentée de 0,038. Pour la variante optimum (la seconde) de la répartition des densités, on a obtenu ainsi :

$$K = 0.098 + \frac{0.250}{1 + 0.65 \cdot 10^{-12} \mu}$$

où μ est le module de rigidité dans le noyau de la Terre exprimé en dynes par cm^2

En passant du nombre de Love K à la période de Chandler T, nous obtenons :

$$T_c = 350 + \frac{113}{1 + 0.65 \cdot 10^{-12} \mu}$$

Cette expression a été obtenue en utilisant la valeur de la période d'Euler pour toute la Terre, c'est-à-dire que nous avons supposé que dans le noyau $\mu \neq 0$. Cette supposition est-elle compatible avec la période de nutation libre observée ? En prenant la période de Chandler égale à 433 jours, et avec la dernière expression, nous obtenons la valeur du module de rigidité dans le noyau :

$$\mu = 0.6 \cdot 10^{12} \frac{\text{dynes}}{\text{cm}^2}$$

Par conséquent, l'hypothèse de départ est compatible avec ce résultat.

Il reste à envisager le cas où le module de rigidité dans le noyau est égal à zéro. Dans ce cas, comme l'a déjà montré Sloudski, l'enveloppe accomplit une nutation libre indépendamment du noyau et la période de Chandler dépend de la période d'Euler d'une enveloppe (et non de toute la Terre). En utilisant la même valeur de la période de Chandler (433 jours) et la formule de Sloudski, la période d'Euler pour l'enveloppe devient égale à 275 jours. Il n'est pas difficile d'en conclure que le moment d'inertie du noyau doit être environ 10 % du moment général d'inertie de toute la Terre. Ce nombre n'est pas en contradiction avec les opinions que l'on a sur la structure interne de la Terre. Il faut noter que dans la formule de Sloudski on n'a pas tenu compte de la viscosité du noyau. Le calcul de la viscosité doit amener à une augmentation des estimations du moment d'inertie du noyau.

Ainsi, il découle de la valeur observée de la période de nutation libre que :

- 1) le module de rigidité dans le noyau n'est pas de plus de $0.6 \cdot 10^{12} \text{ dynes/cm}^2$,
- 2) si le noyau est liquide, son moment d'inertie n'est pas inférieur à 10 % du moment d'inertie de toute la Terre.

VARIATIONS DE NUTATION SEMI-MENSUELLES DE LA LATITUDE D'APRES LES OBSERVATIONS DE POLTAVA DE 1949 à 1953.

par

P.S. Matvéev

Astr. Tsirkuliar N° 143 pp. 17-18 1953

ПОЛУМЕСЯЧНЫЕ НУТАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ШИРОТЫ
ПО НАБЛЮДЕНИЯМ В ПОЛТАВЕ С 1949 г. ПО 1953 ГОД.

П. С. Матвеев.

Астр. Циркуляр № 143 стр. 17-18. 1953.

Le nouveau programme des observations de latitudes, adopté à Poltava depuis 1949, permet de déterminer l'onde de nutation semi-mensuelle, en négligeant l'élimination des variations polaires de la latitude réalisée habituellement graphiquement. Le programme de Poltava donne cette possibilité parce que chaque nuit on observe deux groupes de paires de Talcott avec des ascensions droites moyennes α_1 et α_2 qui diffèrent l'une de l'autre de 6 h., ce qui permet d'obtenir deux valeurs de la latitude ϕ_1 et ϕ_2 rapportées à différents moments de temps.

Si les latitudes instantanées renferment une onde de la forme

$$a \sin (2 \zeta - \alpha + \beta),$$

alors dans les différences des latitudes obtenues par les observations des groupes du soir et du matin doit évidemment apparaître une onde de la forme

$$2ak \cos \left(2 \zeta_{\text{moy.}} - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} + \beta \right)$$

où

$$k = \sin \left[\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} - (\zeta_2 - \zeta_1) \right]$$

ζ_1 et ζ_2 sont les valeurs de la longitude moyenne de Lune au moment des observations des groupes du soir et du matin.

L'analyse de 626 différences obtenues au cours d'une série de 4 ans d'observations de latitude à Poltava à l'aide de deux télescopes zénithaux, a donné les résultats suivants :

$2 \zeta - \alpha_{\text{moy.}}$	Nombre de différences	Moyenne $\Delta\phi = \frac{\phi_1 - \phi_2}{2k}$
0°	49	+ 0"007
30	51	+ 0"012
60	50	+ 0"008
90	54	+ 0"012
120	58	+ 0"006
150	50	- 0"014
180	44	- 0"020
210	50	- 0"008
240	44	- 0"032
270	50	- 0"005
300	56	- 0"009
330	70	+ 0"030

On peut analyser cette série de valeurs pour obtenir l'amplitude et la phase initiale. On a effectué des calculs pour chaque instrument en particulier :

$$\Delta\phi = 0"018 \cos(2\zeta_{\text{moy.}} - \alpha_{\text{moy.}} - 29^\circ) \pm 4 \pm 13$$

$$\Delta\phi = 0"018 \cos(2\zeta_{\text{moy.}} - \alpha_{\text{moy.}} - 9^\circ) \pm 6 \pm 18 \text{ pour le télescope zénithal de Bamberg}$$

$$\Delta\phi = 0"019 \cos(2\zeta_{\text{moy.}} - \alpha_{\text{moy.}} - 50^\circ) \pm 7 \pm 23 \text{ pour le télescope zénithal de Zeiss.}$$

Les résultats obtenus confirment à nouveau l'inexactitude notée précédemment (*) de l'amplitude du terme semi-mensuel de la nutation.

Poltava Observatoire
20 octobre 1953.

(*) N.A. Popov, Travaux de l'Observatoire de Poltava, 4, 103 (1951); A.Ya. Orlov, A. Ts. N° 107 (1952); E.P. Fédorov et E.Y. Evtouchenko, Dan. 85, 731 (1952).

SUR LE MOUVEMENT ANNUEL DES POLES DE LA TERRE AVEC UN NOYAU LIQUIDE

par

V.K. Taradia

Astr. Journal, Acad. Naouk SSSR, Tome XLII fol. 6, pp. 1277-1280

О ГОДОВОМ ДВИЖЕНИИ ПОЛЮСОВ ЗЕМЛИ, ИМЕЮЩЕЙ ЖИДКОЕ ЯДРО

В. К. Тарадия

Астрономический Журнал
Академия Наук Союза ССР.

Том XLII. Вып. 6. - 1277-1280.

Nous examinons le mouvement annuel des pôles d'une Terre qui se composerait d'un noyau liquide et d'une enveloppe rigide. Les déplacements saisonniers des masses d'air doivent provoquer un mouvement annuel du pôle d'inertie. Il est démontré que le rapport entre les coordonnées de ce pôle et le pôle de rotation restent les mêmes que dans le cas de la Terre rigide et élastique, c'est-à-dire qu'ils ne changent pas à cause de la mobilité du noyau liquide. L'amplification du mouvement annuel est provoquée par le voisinage de la période de résonance qu'il convient de déterminer pour n'importe quel modèle de Terre par l'analyse des données d'observations.

A cause des déplacements saisonniers des masses à la surface de la Terre, les pôles d'inertie ne conservent pas une position invariable : ils se déplacent avec une période annuelle et ce mouvement se transmet aux pôles de rotation de la Terre. La théorie de ce phénomène est bien connue pour le cas d'un modèle de Terre absolument rigide et élastique. Si, par exemple, le pôle d'inertie décrit l'ellipse

$$\xi = g \cos at ; \quad \eta = h \sin at,$$

alors la trajectoire du pôle de rotation sera également une ellipse

$$x = G \cos at ; \quad y = H \sin at,$$

et l'on a les rapports

$$G = \frac{\sigma[ah + \sigma g]}{\sigma^2 - a^2} ; \quad H = \frac{\sigma[ag + \sigma h]}{\sigma^2 - a^2} , \quad (1)$$

où $a = 2\pi/T$; $T = 365$ (période annuelle) ; et où σ est la fréquence de la nutation libre. Dans le cas du modèle de Terre absolument rigide on a $\sigma = 2\pi/305$ (fréquence d'Euler) tandis que si l'on envisage le modèle élastique on suppose $\sigma = 2\pi/430$ (fréquence de la nutation libre de la Terre réelle, déterminée par Chandler par l'analyse des séries d'observations des latitudes).

Le modèle avec un noyau liquide a été examiné dans la théorie de rotation de la Terre déjà à la fin du siècle passé, mais ensuite il a été abandonné. Ces dernières dix années on s'est préoccupé à nouveau de ce cas pour toute une série de raisons. C'est pourquoi, il est intéressant de réexaminer la question de savoir comment se produira le mouvement annuel des pôles du modèle de Terre qui est constitué d'une enveloppe absolument rigide et d'un noyau liquide idéalement homogène.

Limitons nous seulement au cas où les surfaces interne et externe de l'enveloppe sont des ellipsoïdes homofocaux de rotation. Admettons que l'enveloppe tourne avec une vitesse angulaire $\bar{\omega}$ ($\omega_1, \omega_2, \omega_3$) autour de l'axe voisin d'un des axes principaux de l'ellipsoïde central d'inertie du modèle que nous prenons aussi pour axes de référence $Ox_1x_2x_3$.

Nous supposons qu'en même temps que le mouvement potentiel du liquide provoqué par la rotation de l'enveloppe il existera aussi un mouvement en tourbillon. Soit $\bar{\omega}'$ ($\omega_1', \omega_2', \omega_3'$) le tourbillon dans le liquide. Supposons que son intensité soit homogène pour tout le volume et la valeur voisine de la valeur $\bar{\omega}$.

On peut décrire le mouvement non perturbé de ce modèle (avec une masse supplémentaire qui se déplace sur sa surface) par les deux équations vectorielles suivantes

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [I\bar{\omega} + I'(\bar{\omega} - \bar{\omega}')] + \left\{ \bar{\omega} [I\bar{\omega} + I'(\bar{\omega} - \bar{\omega}')] \right\} &= 0; \\ \frac{d\bar{\omega}'}{dt} &= (\bar{\omega}, \bar{\nabla}) \left\{ \bar{\nabla} ((\bar{\omega} - \bar{\omega}'), \epsilon x_3 (x_2 \bar{i} - x_1 \bar{j})) + ((\bar{\omega} - \bar{\omega}') r) \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

où

$$I = I_0 + I_1 = \begin{Bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 & 0 & (C - A) \xi \\ 0 & 0 & (C - A) \eta \\ 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix};$$

A et C étant les moments équatorial et polaire d'inertie de tout le modèle ;
 ξ, η - étant comme précédemment les coordonnées de son pôle d'inertie.

(E)

$$I' = \begin{Bmatrix} A'(\epsilon^2 - 1) & 0 & 0 \\ 0 & A'(\epsilon^2 - 1) & 0 \\ 0 & 0 & C' \end{Bmatrix}$$

A', C' - étant respectivement les moments équatorial et polaire d'inertie du noyau ;

ϵ - sa compression mécanique ;

$\bar{\nabla} = \bar{i}\delta/\delta x_1 + \bar{j}\delta/\delta x_2 + \bar{k}\delta/\delta x_3$ - l'opérateur différentiel d'Hamilton ;

r - le rayon-vecteur du point.

La seconde relation (2) a été obtenue directement à partir de l'équation d'Helmholtz pour le mouvement tourbillonnaire du liquide

$$\frac{d\omega'}{dt} = (\bar{\omega}', \bar{\nabla}) \frac{d\bar{r}}{dt},$$

où $d\bar{r}/dt$ est la vitesse par rapport au mouvement du noyau homogène idéalement liquide. Dans notre cas

$$\frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{\nabla} [(\bar{\omega} - \bar{\omega}'), \varepsilon x_3 (x_2 \bar{i} - x_1 \bar{j})] - (\bar{\omega} - \bar{\omega}') \bar{r}.$$

Le mouvement de ce genre a été étudié en premier lieu par N.E. Joukovskii [4] ("la rotation elliptique") et peu après par H. Poincaré [5] ("le mouvement simple").

L'élément tensoriel I' est parfois appelé moment d'inertie "du corps équivalent" dans la littérature. Cette notion a été introduite par Stokes et développée par Joukovskii.

Pour simplifier le système (2), nous négligerons la petite valeur $d/dt(I_1 \bar{\omega})$, comme on le fait habituellement lors de l'étude du mouvement annuel des pôles. Nous écrirons ensuite les équations projetées sur les axes Ox_1, x_2, x_3 et nous introduirons la seconde équation de (2) dans la première. En négligeant les termes dont l'ordre de petitesse est supérieur à $\omega_1, \omega_2, \omega'_1, \omega'_2$ et également la différence $\omega_3 - \omega'_3$, nous obtiendrons le système d'équations qui ne diffère du système de Sloudsky [1] que par les seconds membres

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_1}{dt} + h^* \omega_2 + l^* \omega'_2 &= \frac{C - A}{A^*} \omega_3^2 \eta; \\ \frac{d\omega_2}{dt} - h^* \omega_1 - l^* \omega'_1 &= -\frac{C - A}{A^*} \omega_3^2 \xi; \\ \frac{d\omega'_1}{dt} - g^* \omega'_2 + g^* \omega_2 &= 0; \\ \frac{d\omega'_2}{dt} + g^* \omega'_1 - g^* \omega_1 &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

où

$$\begin{aligned} A^* &= A - A'(1 - \varepsilon^2); \\ C^* &= C - C'; \\ h^* &= \left\{ \frac{C^* - A^*}{A^*} + \frac{C'}{A^*} \varepsilon^2 \right\} \omega_3; \\ l^* &= \frac{C'}{A^*} \varepsilon (1 - \varepsilon) \omega_3; \\ g^* &= (1 + \varepsilon) \omega_3. \end{aligned} \quad (4)$$

En introduisant dans les équations (3) les coordonnées du pôle de rotation de l'enveloppe et du noyau (en divisant par ω_3 les premiers et les seconds membres) et après les avoir écrites sous la forme complexe, nous obtiendrons :

$$\frac{dz}{dt} - ih^*z - il^*z' = -i\sigma^*\zeta; \quad (5)$$

$$\frac{dz'}{dt} - ig^*z + ig^*z' = 0,$$

où

$$\begin{aligned} \zeta &= \xi + i\eta = me^{i\alpha t} + ne^{-i\alpha t}; \\ m &= \frac{g+h}{2}; \quad n = \frac{g-h}{2}; \\ z &= x + iy; \quad z' = x' + iy'; \\ \sigma^* &= \frac{C-A}{A^*} \omega_3. \end{aligned}$$

La solution partielle (3) sera :

$$\begin{aligned} z &= Me^{i\alpha t} + Ne^{-i\alpha t}, \\ z' &= M'e^{i\alpha t} + N'e^{-i\alpha t}. \end{aligned} \quad (6)$$

Pour les amplitudes, nous aurons :

$$\begin{aligned} M &= \frac{G+H}{2} = -\frac{\sigma^*m(\alpha+g^*)}{(\alpha-h^*)(g^*+\alpha)-g^*l^*}; \\ N &= \frac{G-H}{2} = \frac{\sigma^*n(g^*-\alpha)}{(\alpha+h^*)(g^*-\alpha)+g^*l^*}; \\ M' &= \frac{G'+H'}{2} = -\frac{\sigma^*mg^*}{(\alpha-h^*)(g^*+\alpha)-g^*l^*}; \\ N' &= \frac{G'-H'}{2} = \frac{\sigma^*ng^*}{(\alpha+h^*)(g^*-\alpha)+g^*l^*}. \end{aligned} \quad (7)$$

Simplifions ces expressions après y avoir substitué h^* , g^* , l^* . Pour faciliter les calculs, introduisons un système d'unités dans lequel $A = 1$, $A' = \lambda$. Il est clair que $\lambda = 0$ pour le modèle de Terre absolument rigide et $\lambda = 1$ si le noyau liquide est couvert d'une écorce très mince.

Pour la Terre réelle, on aura, conformément aux estimations de Bullen [2], $\lambda = 0.112$. Dans ce système $C = 1 + e$ et $C' = \lambda(1 + e)$. Nous supposons que la différence entre les compressions de tout le modèle (e) et du noyau (e) est d'un ordre plus petit que leur valeur.

En gardant seulement les termes du même ordre que la compression, nous trouverons :

$$\begin{aligned}
 A^* &= 1 - \lambda; \\
 C^* &= (1 + e)(1 - \lambda); \\
 h^* &= e\omega_3 = \sigma_0 = 2\pi / 305; \\
 \sigma^* &= e\omega_3 / (1 - \lambda) = \sigma_0 / (1 - \lambda); \\
 \sigma_0 &= (1 - \lambda)\sigma^*; \quad \sigma_0 < \sigma^*; \\
 g^* &= (1 + e)\omega_3 = \omega_3 + \sigma_0; \\
 l^* &= e\omega_3 \frac{\lambda}{1 - \lambda} = \sigma_0 \frac{\lambda}{1 - \lambda} = \lambda\sigma^*.
 \end{aligned} \tag{8}$$

De cette équation (8) il résulte que $g^* \approx a$. C'est pourquoi $M = M'$; $N = N'$ et cela signifie que les demi-axes des ellipses correspondantes seront aussi égaux entre eux. Introduisant (8) dans (7), nous obtiendrons :

$$M = \frac{G + H}{2} = -\frac{\sigma^* m}{a - \sigma^*}; \quad N = \frac{G - H}{2} = \frac{\sigma^* n}{a + \sigma^*}, \tag{9}$$

où σ^* - est la valeur d'approximation de la fréquence de la nutation libre du modèle à noyau liquide ($\sigma^* > \sigma_0$). Le premier des rapports (9) indique que le rayon moyen M du modèle de la Terre à noyau liquide et enveloppe rigide sera plus petit (dans le rapport $a - \sigma_0 / a(1 - \lambda) - \sigma_0$) que le rayon moyen correspondant de l'ellipse du mouvement annuel du pôle pour le modèle de la Terre absolument rigide puisque les signes a et σ coïncident. Cette diminution est provoquée par le fait que la mobilité du noyau liquide de la Terre par rapport à l'enveloppe augmente la fréquence de la nutation libre, donc aussi la différence $a - \sigma^*$ ou $(\sigma^{*2} - a^2)$. Ainsi par exemple, pour le modèle à noyau liquide, enveloppe rigide et structure analogue à celle fournie par les données sismiques et de figure ($\lambda = 0.112$; $\epsilon = 0.0026$), la fréquence de la nutation libre sera $\sigma^* = 2\pi / 270$ [3]. Les rapports (9) donneront :

$$G = M + N = \frac{\sigma^* [ha + g\sigma^*]}{\sigma^{*2} - a^2}; \quad H = M - N = \frac{\sigma^* [g_a + h\sigma^*]}{\sigma^{*2} - a^2} \tag{10}$$

Les équations obtenues sous cette forme sont les mêmes que (1). Il est clair que la fréquence de la nutation libre σ dépend des propriétés mécaniques de la Terre. C'est pourquoi les valeurs théoriques seront en général différentes pour les différents modèles de Terre. Cependant pour la substitution dans les formules (1) on peut prendre la valeur σ obtenue par l'analyse du mouvement des pôles et en se servant alors des formules (1), étudier le lien entre le mouvement annuel des pôles de la Terre réelle et le transfert des masses à sa surface sans avoir recours à des hypothèses quelconques sur la structure interne de la Terre.

BIBLIOGRAPHIE

1. F. SLOUDSKY
Bull. ed la Societe des Nature de Moskou,
N° 2, 1895.
2. K. BULLEN
Monthly Notices
Roy. Astron. Soc. Geophys. Suppl. 3, 5, 1936.

3. H. JEFFREYS
Monthly Notices
Roy. Astron. Soc. 108, 206, 1948

4. N.E. JOUKOVSKII
Revue de Physique et Chimie Russe
Série physique vol. 16, p. 6, 81 ; v. 7, 145 ; v. 8, 231, 1885.

5. H. POINCARÉ
Bull. Astron.
27, 321, 1910.

UBER DIE ANWENDUNG DER ANALYSEN ZUR BERECHNUNG TAGLICHER VERBESSE- RUNGEN DER CHARAKTERISTISCHEN SCHWEBUNGSKURVEN NACH DER METHODE DER KLEINSTEN QUADRATE

R. Brein

(Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt a.M.)

1. Einleitung.

In einem Beitrag zum IV. Symposium über Erdgezeiten war auf die Bedeutung von Schwankungen im Verlauf der Registrierungen und auf die Dringlichkeit ihrer Untersuchung hingewiesen worden [1]. Mit Hilfe einer einfachen Methode konnten Schwankungserscheinungen bei ausgeführten Registrierungen graphisch dargestellt werden. Eine ausreichende Berücksichtigung und Untersuchung der Schwankungserscheinungen erfordert jedoch eine besondere Analyse-methode. Die Grundzüge einer hierfür geeigneten Analyse waren beschrieben worden.

Zwei Arbeiten [2], [3], die ebenfalls die Untersuchung der Schwankungserscheinungen zum Ziel haben, wurden zum V. Symposium über Erdgezeiten mitgeteilt. Auch die dabei erzielten Ergebnisse weisen auf die Notwendigkeit einer näheren Untersuchung der Schwankungen hin. In einem Beitrag zu diesem Symposium wurden vom Verfasser [4] die mathematischen Grundlagen für die Analyse zur Untersuchung von Schwankungserscheinungen dargelegt. Nach der inzwischen erfolgten Berechnung der Konstanten und der Programmierung auf der Rechenanlage Zuse 23 können nun die Ergebnisse dargelegt werden, die mit Hilfe der Analyse-methode aus den ersten damit untersuchten Registrierperioden erhalten wurden. Man kann daraus die Nützlichkeit und die vielseitige Anwendbarkeit der Methode erkennen. Eine eingehende Untersuchung der Schwankungserscheinungen und der Bestimmung ihrer Einflüsse auf die Analysenergebnisse kann dagegen erst durch die Behandlung eines längeren Registrierzeitraumes und auch gleichzeitiger Registrierung vorgenommen werden. Eine zusammenfassende Beschreibung der Analyse-methode erfolgt in einer getrennten Veröffentlichung. Das Rechenprogramm der Analyse für die Rechenanlage Zuse 23 kann bei Bedarf angefordert werden.

2. Ergebnisse des ersten Registrierbeispiels.

a) Analysenergebnisse.

Die Anwendung der Analyse-methode wird an zwei Beispielen erläutert. Aus naheliegen- den praktischen Gründen wurde als erstes die Registrierung verwandt, die von Lecolazet [5] zur Erläuterung seiner Analyse-methode veröffentlicht wurde. Die Amplitudenfaktoren δ und die Phasendifferenzen κ der Registrierung wurden aus den Tabellen XVI und XIX der Veröffent- lichung [5] berechnet. In Tabelle I werden diese Werte mit den Werten δ' und κ' aus der neupro- grammierten Methode verglichen.

Tabelle I

	K ₁	O ₁	Q ₁	M ₁	J ₁	M ₂	S ₂	N ₂	L ₂	2N ₂
δ	1,220	1,203	1,141	1,275	1,202	1,233	1,175	1,146	1,614	1,577
δ'	1,219	1,208	1,214	1,248	1,160	1,245	1,174	1,140	1,675	1,617
κ	-2,84	-0,98	-7,74	-14,36	+15,60	+0,91	-4,02	+0,16	+54,58	+16,80
κ'	-2,84	-1,02	-8,47	+4,61	+15,47	+0,59	-4,38	+1,06	+48,10	+34,54

Die Analysenwerte der beiden Methoden stimmen gut überein. Die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate im 2. Schritt der Analyse bringt keine wesentliche Änderung der Ergebnisse. Der unterschiedliche Ansatz der Tages- und Halbtageskombinationen bei den beiden Analysen macht sich vor allem in den Wellen mit schwacher Amplitude bemerkbar. Die Unterschiede sind aber auch hier nicht gross. Man hätte erwarten können, dass die κ -Werte durch die Anwendung einer grösseren Zahl von Kombinationen verkleinert werden würden.

b) Kombinationen und Verbesserungen

Neue Gesichtspunkte können erst durch die Betrachtung der Kombinationen und der nach der Methode der kleinsten Quadrate berechneten Verbesserungen gewonnen werden. Als Beispiel wird eine Kombinationsreihe der Ganztagswellen (L) mit den dazugehörigen Verbesserungen (VL) in Tabelle II angegeben. Diese Reihe wurde gewählt, da hauptsächlich an ihr Abänderungen vorgenommen werden.

Tabelle II

	-14	-13	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
L	1025	898	645	565	215	123	131	192	404	647	1042	1328	1585	1604	1475
VL	6	39	-21	102	-65	-28	22	10	26	-28	24	-1	54	32	29
L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
	1073	901	525	297	186	274	321	609	844	1081	1238	1257	1347	1208	
VL	-115	36	-27	-21	-20	44	-53	12	-1	11	1	-69	11	-63	

Die Kombinationswerte sind alle negativ, das Vorzeichen ist weggelassen. Die Addition der Kombinationen mit dazugehörigen Verbesserungen ergibt die fehlerfreien Kombinationswerte, die gültig sind für die analysierten Wellen.

Die maximale Schwankungsbreite der Verbesserungen beträgt über 10 % des maximalen Kombinationswertes. Dieser verhältnismässig grosse Betrag wird durch zwei besonders grosse Verbesserungswerte verursacht. Die Schwankungsbreite der übrigen Verbesserungen liegt etwa bei 5 %. Die beiden maximalen Verbesserungswerte für die Kombinationen -11 und 1 der Tabelle II können durch kurzzeitige Störung des Messgerätes oder durch sekundäre Einflüsse verursacht sein. Die Verwendung der unkorrigierten Kombinationen -11 und 1 für die Analyse bedeutet eine Verminderung der Genauigkeit und wahrscheinlich auch eine Verfälschung der Analysenwerte.

c) Korrekturen aus den Verbesserungen

Man könnte die berechneten Verbesserungen einfach an den Kombinationen -11 und 1 anbringen und die Analyse nochmals ausführen. Gegen eine solche einfache Korrektur ist einzuwenden, dass die aus der Analyse erhaltenen Verbesserungen kleiner sein werden als in Wirklichkeit anzubringenden Korrekturen. Die einfache Korrektur kann aber durchaus als eine Berichtigung in erster Näherung angesehen werden. Es ist leicht einzusehen, dass hierfür Korrekturen nur an den Stellen der maximalen Verbesserungen vorzunehmen sind bzw. an einer aufeinanderfolgenden Reihe von Verbesserungen, die deutlich eine systematische Abweichung anzeigen. Die Korrektur mit allen Verbesserungen würde die ursprünglichen Analysenwerte ergeben.

Die graphische Ermittlung der Verbesserungen erfordert einen etwas grösseren Zeitaufwand; es besteht aber die Möglichkeit, die wahrscheinlichen Verbesserungen genauer zu bestimmen. Die Kombinationen werden bei der Analysenmethode so auf die Registrierungen angewandt, dass ihre graphische Darstellung Schwebungskurven ergibt, die sich mit grosser Ähnlichkeit von Monat zu Monat wiederholen. Systematische Abweichungen an einzelnen Kurventeilen können deshalb aus der graphischen Auftragung durch Vergleich oft sofort erkannt werden.

In Abb. 1 sind die beiden für die Analyse verwandten Reihen der Tageskombinationen aufgetragen. Die Abszissenabstände der Kurvenpunkte entsprechen einem Registriertag. An den mit Pfeilen gekennzeichneten Punkten sind deutlich Abweichungen von der ausgleichenden Kurve zu erkennen. Neben den schon zur Tabelle II erwähnten beiden maximalen Verbesserungen sind noch drei weitere Abweichungen von Bedeutung. In der Tabelle III sind die aus der ersten Analyse erhaltenen Verbesserungen den graphisch bestimmten gegenübergestellt.

Tabelle III

Kombinationsfolge N°	-11	1	L +6	12	14	-11	L 7
Verbesserung rechnerisch	102	-115	44	-69	-63	5	-31
Verbesserung graphisch	145	-147	74	-77	-72	40	-95

Die graphisch ermittelten Verbesserungen sind wie erwartet grösser als die rechnerisch erhaltenen.

Die Analyse mit Verwendung der graphischen Verbesserungen nach Tabelle III ergibt besonders für die beiden Hauptwellen K_1 und O_1 bemerkenswerte neue Werte δ'' und κ'' (Tabelle IV).

Tabelle IV

K ₁	1,220	1,219	1,223	- 2,84	- 2,84	- 2,79
O ₁	1,203	1,208	1,234	- 0,98	- 1,02	- 1,07

Die Amplitudenverhältnisse für O₁ werden nach Tabelle IV von Analyse zu Analyse grösser. Es ist bemerkenswert, dass das Amplitudenverhältnis bei der zuletzt ausgeführten Analyse für O₁ grösser geworden ist als für K₁. Dieser Wechsel ist besonders von Bedeutung für die experimentelle Untersuchung der theoretischen Erdmodelle. Das δ'' -Wertepaar liegt in Richtung der theoretischen Werte der Erdmodelle.

d) Systematische Eigenschaften von Verbesserungen.

In Abb. 2 werden die Verbesserungen VL, $\bar{V}\bar{L}$ und VK, $\bar{V}\bar{K}$ für die Tageskombinationen L, $\bar{L}$ und die Halbtageskombinationen K, $\bar{K}$ graphisch dargestellt. Die Werte VK und $\bar{V}\bar{K}$ wurden aus der Analyse der unkorrigierten Registrierung, die Werte VL und $\bar{V}\bar{L}$ aus den nach Tabelle III korrigierten Kombinationen erhalten.

Bei Abb. 2 fällt auf, dass die Streuung der VL und $\bar{V}\bar{L}$ grösser ist als die der VK und $\bar{V}\bar{K}$. Dies scheint, wie auch das zweite Beispiel zeigen wird, ein allgemeiner Zug zu sein. Die Streuung der Verbesserungen VL und $\bar{V}\bar{L}$ wäre bei Anwendung der unkorrigierten Tageskombinationen noch grösser gewesen. Die Grössen von VL und $\bar{V}\bar{L}$ sind so unregelmässig, dass weitere glaubwürdige Korrekturen an den Tageskombinationen nicht angebracht wären. Die Verbesserungen VK der Halbtageskombinationen weisen ein Maximum in der Mitte des Analysenbereiches auf. Über die Persistenz dieser Erscheinung könnten erst durch die Betrachtung eines grösseren Registrierzeitraumes Aussagen gemacht werden.

3. Ergebnisse des zweiten Registrierbeispielles

a) Die Verbesserungen aus der Analyse

Als zweites bisher untersuchtes Beispiel wurde eine Gravimeterregistrierung der Station Frankfurt/M.-Sindlingen [6] genommen. Die Schwebungskurven des gesamten Registrierbereiches waren schon früher aufgetragen worden. Es sollte ein Abschnitt gewählt werden, bei dem die Schwebungskurve deutlich vom normalen Verlauf abweicht. Von den zur Auswahl stehenden neun Beispielen wurde ein Bereich - Zentralzeit 31.5.1963 - genommen, in dem der Gravimetergang gering war.

Die Analyse des ausgewählten Bereichs ergibt die in Abb. 3 aufgetragenen Verbesserungen. Der Massstab entspricht etwa dem von Abb. 2. Grosse systematische Abweichungen treten besonders bei den Verbesserungen für die Halbtageskombination auf. Aus der graphischen Auftragung der Kombinationen entsprechend Abb. 1 wurden Korrekturen für die Kombinationen bestimmt, wobei nur einzelne deutlich hervortretende Abweichungen berücksichtigt wurden. Korrekturen ergaben sich für die Kombinationen L 9, $\bar{L}$ 8, $\bar{K}$ 8 und $\bar{K}$ 10. Die damit durchgeführte Analyse ergibt die in Abb. 4 aufgetragenen Verbesserungen. Die Abweichungen zeigen zwar nun einen noch gleichmässigeren Verlauf als bei Abb. 3, aber eine Verminderung der systematischen Schwankungen ist nicht erreicht worden.

b) Verbesserungen aus vorgegebenen Analysewerten -
Erkennung von Schwankungserscheinungen.

Aus dem gesamten Registrierbereich auf der Station Frankfurt/M. - Sindlingen sind für die Hauptwellen Mittelwerte berechnet worden. Die Mittelwerte sind auch für die vorliegende Registrierperiode gültig und man kann nach den Verbesserungswerten fragen, die sich damit ergeben. Die Berechnung von Verbesserungen bei Annahme willkürlicher δ und κ -Werte ist in der Programmierung der Analyse enthalten.

Im vorliegenden Fall wurde für alle Wellen $\kappa = 0$, für die eintägigen Hauptwellen der δ -Mittelwert für K_1 und O_1 gleich 1,15 und für die halbtägigen Hauptwellen der δ -Mittelwert für M_2 und S_2 gleich 1,19 angenommen. Die damit sich ergebenden Verbesserungen sind in Abb. 5 aufgetragen. Der wesentliche Unterschied der hier wiedergegebenen Verbesserungen gegenüber denen der Abb. 3 und 4 besteht darin, dass erhebliche Abweichungen von der Nulllinie nur in einem kleinen Bereich auftreten. Die deutlich sichtbare Schwankung ist in allen 4 Kurvenzügen enthalten. Für die Verbesserungen VL und V $\bar{L}$ wurden die Quadratsumme und die Summe der Absolutgrößen berechnet. Die Quadratsumme ist gegenüber der entsprechenden Summe nach Abb. 4 um 0,3 % erhöht, die Summe der Absolutglieder aber um 20 % verkleinert. Die Schwankung tritt bei den Tages- und Halbtageswellen mit umgekehrten Vorzeichen auf. Die "Phasenverschiebungen" betragen wie zwischen Cosinus- und Sinus-Welle etwa 90°. Die nähere Untersuchung von Schwankungserscheinungen muss zwar der Auswertung eines grösseren Registrierbereiches vorbehalten werden, aber die Realität der Schwankung nach Abb. 5 dürfte ausser Zweifel stehen.

c) Elimination einer Schwankung.

Für die Elimination der Schwankung sind in Abb. 5 vier Geraden eingezeichnet. Diese Geraden geben die Verbesserungswerte an, die anstelle der Schwankung zu setzen sind. Die Geraden sollen dem allgemeinen Gang der Verbesserungen möglichst gut angepasst sein. Die ungewisse Lage der Geraden kann durch mehrere Versuchsanalysen etwas präzisiert werden. Jedenfalls werden durch die Korrektur wahrscheinlichere Analysenwerte erhalten als ohne Berücksichtigung der Schwankung. Durch die Lokalisierung der Schwankung besteht ausserdem die Möglichkeit, die Analysenperioden so zu legen, dass die Schwankung ausgelassen wird. Mit Hilfe der in Abb. 5 eingezeichneten Geraden wurden die Tages- und Halbtageskombinationen korrigiert. Weitere kleine Korrekturen wurden an den mit Pfeilen versehenen Stellen vorgenommen. Die damit ausgeführte Analyse ergibt die Verbesserung nach Abb. 6. Die Streuung der Verbesserungen ist vor allem für die Tageswellen sehr gering. Für die Halbtageswellen ergeben sich noch geringe systematische Einflüsse.

Von den Analyseergebnissen des zweiten Registrierbeispiels interessieren die δ - und κ -Werte, erhalten einmal aus den unkorrigierten Registrierungen (δ_1, κ_1) und zum anderen aus den aufgrund der Abb. 5 abgeänderten Kombinationen (δ_2, κ_2). Zum Vergleich werden noch die aus der Analyse nach Lecolazet für die unkorrigierten Registrierwerte erhaltenen Ergebnisse (δ_0, κ_0) aufgeführt. Das hierfür vorliegende Rechenprogramm [7] gestattet die Berechnung von nur 5 Hauptwellen.

Tabelle V.

Zentralzeit 31.5.1963 16^hT.U.

	δ_0	δ_1	δ_2	κ_0	κ_1	κ_2		δ_0	δ_1	δ_2	κ_0	κ_1	κ_2
K ₁	1,153	1,149	1,128	0,6	0,3	0,1	M ₂	1,199	1,197	1,177	3,09	2,6	0,6
O ₁	1,185	1,187	1,150	1,0	0,7	-0,1	S ₂	1,182	1,155	1,185	1,26	0,5	-2,9
Q ₁		1,095	1,135		-9,7	-0,8	N ₂	1,159	1,095	1,129	-8,58	-6,8	1,0
J ₁		0,978	1,144		3,2	8,0	2N ₂		1,363	1,196		16,8	5,7
M ₁		2,232	1,372		-1,1	4,5	L ₂		6,203	1,581		-84,0	108,5

Die Elimination der Schwankung (Index 2) brachte für die hauptsächlichsten Tages- und Halbtageswellen eine Annäherung der δ -Werte. Der Unterschied ($\delta O_1 - \delta K_1$) vermindert sich von 0,038 auf 0,022 und $\delta M_2 - \delta S_2$ von 0,042 auf - 0,008. Auch für die kleineren Hauptwellen wurde eine wesentliche Annäherung der δ - und κ -Werte erreicht. Die starken Abweichungen bei L₂ erklären sich zwanglos durch die sehr geringe Amplitude (0,7 % von M₂) der komplexen theoretischen Welle L₂ für den betrachteten Zeitraum.

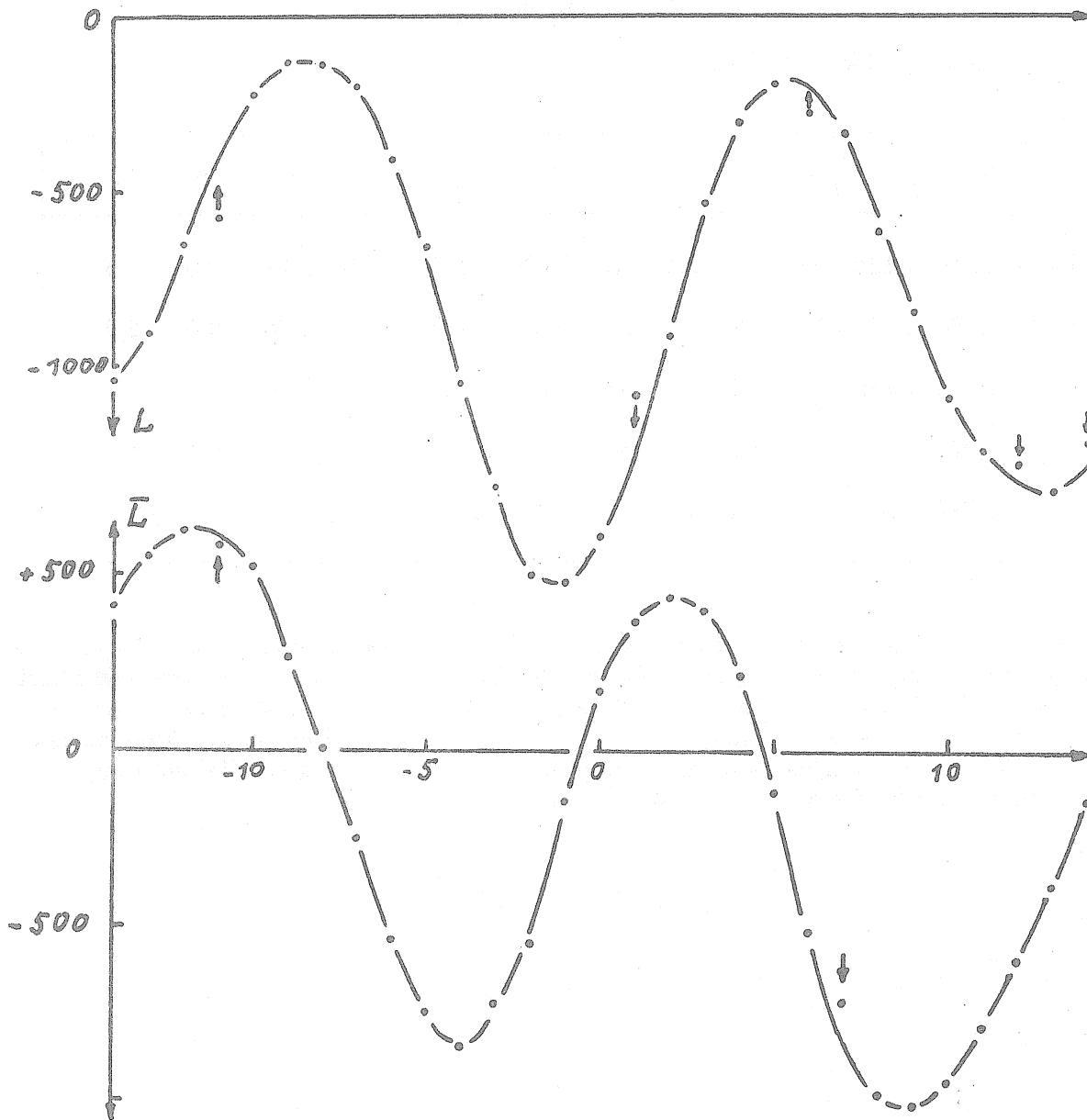


Abb. 1
Tageskombinationen L und $\bar{L}$

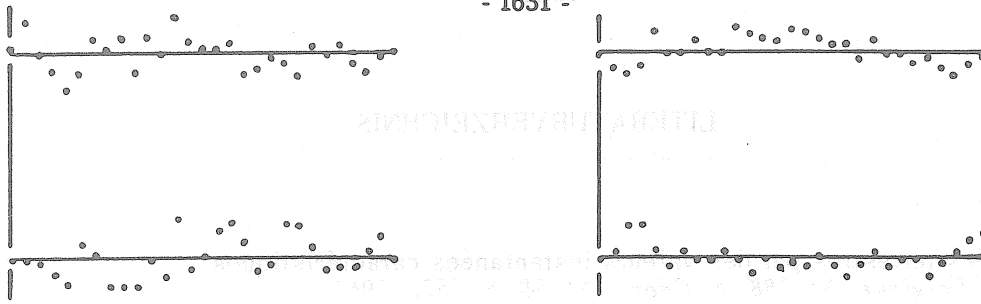


Abb. 2

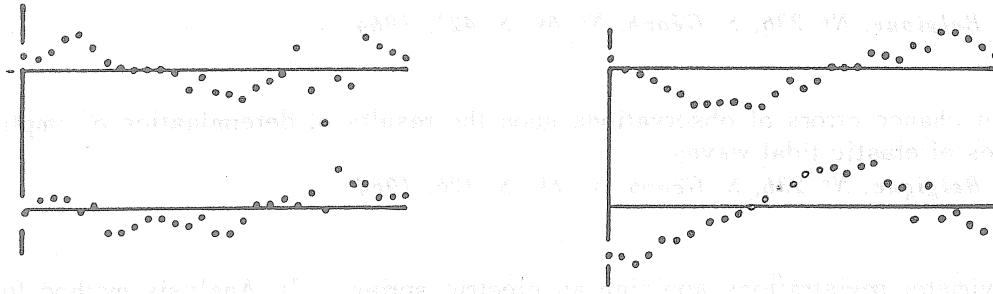


Abb. 3

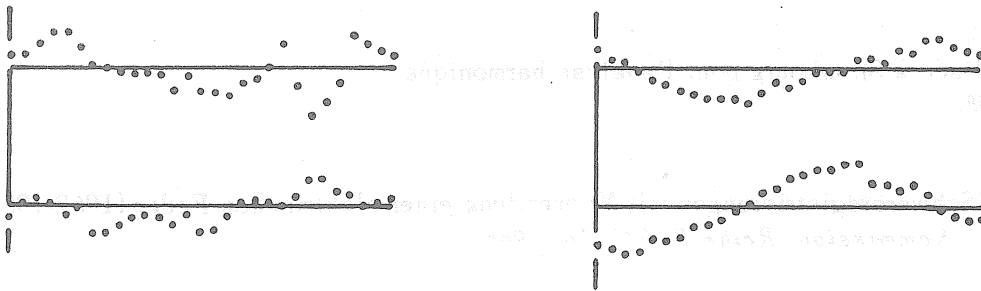


Abb. 4

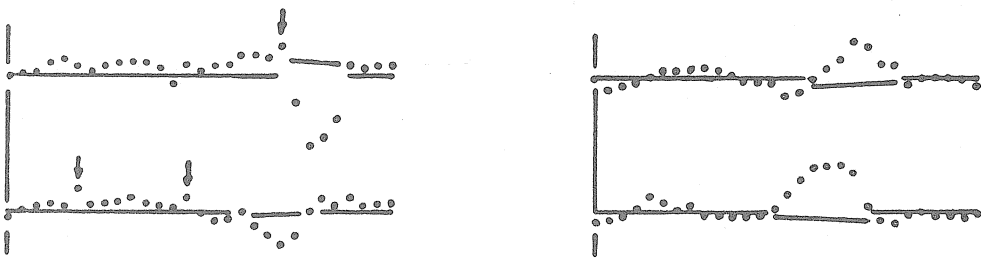
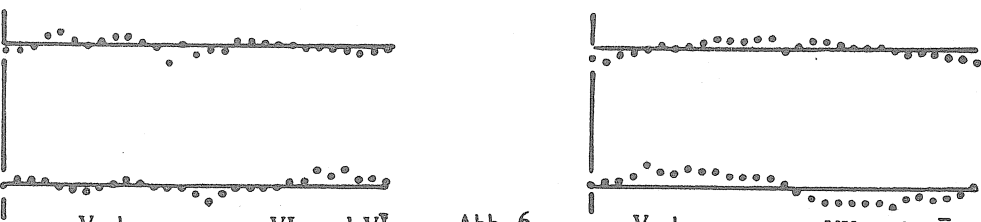


Abb. 5



Verbesserungen VL und VL

Abb. 6

Verbesserungen VK und VK

LITERATURVERZEICHNIS ---

- [1] R. BREIN
Etude des Marées terrestres par des valeurs instantanées caractéristiques.
Comm. Obs. R. Belgique, N° 188, S. Géoph. N° 58, S. 257, 1961.
 - [2] J.K. SARITSCERA
Sur la dispersion des valeurs du facteur δ obtenu par la méthode de R. Lecolazet pour la même station.
Comm. Obs. R. Belgique, N° 236, S. Géoph. N° 69, S. 421, 1964.
 - [3] M.V. KRAMER
On the effect of chance errors of observations upon the results of determination of amplitudes and phases of elastic tidal waves.
Comm. Obs. R. Belgique, N° 236, S. Géoph. N° 69, S. 426, 1964.
 - [4] R. BREIN
Results of gravimeter registrations applying an electric spring. - 10 Analysis method for the evaluation of variation effects.
Comm. Obs. R. Belgique, N° 236, S. Géoph. N° 69, S. 155, 1964.
 - [5] R. LECOLAZET
La méthode utilisée à Strasbourg pour l'analyse harmonique.
BIM N° 10, 1958.
 - [6] R. BREIN
Ergebnisse der Schwereregistrierungen mit Verwendung einer elektrischen Feder (1962-1964)
Veröff. Dt. geod. Kommission, Reihe B, N° 116, 1965.
 - [7] H. SEIFERS
Erdgezeiten-Analysen auf der Zuse Z 23
Veröff. Dt. geod. Kommission, Reihe B, N° 93, 1963.
-

THE SUSPENSION OF SIMPLE HORIZONTAL PENDULUMS

by

G. Mittelstrass

Geodätischen Institut der Technischen Hochschule, Hannover

Zusammenfassung

Die Arbeit beschreibt die Verformung des Aufhängematerials bei Horizontalpendeln. Es überlagern sich eine Torsion und eine Biegung. Bei Pendelneigungen führt diese Verformung zu einer Verlagerung des effektiven Pendeldrehpunktes und damit zu einer systematischen Veränderung der Pendelempfindlichkeit in Abhängigkeit von der Registrierstelle.

Summary

This paper describes the warping of the suspension of horizontal pendulums. It superposes a torsion and a bend of the material. The consequence of this warping is a changing inclination of the rotation axis i and thereby a changing calibration value of the pendulum.

The influence of the suspension of horizontal pendulums on their calibration has been discussed before. The old method of calibration by measuring the oscillation times T_0 and T_1 by the well known formula

$$\phi'' = \frac{\rho''}{2D} \left(\frac{T_0}{T_1} \right)^2 \Delta y \quad (1)$$

T_0 = oscillation time of the vertical hanging pendulum

T_1 = oscillation time of the working pendulum

D = distance between pendulum and recorder

Δy = the amount of deviation on the photographic paper by the inclination ϕ'' .

postulates that the influence of the suspension is neglectible. In many cases this way of calibration will be used.

A new method of calibration has been given by the construction of calibration instruments. These instruments produce small inclinations ϕ'' of high accuracy. As the pendulums can now be calibrated in their working position, the calibration constant contains automatically the influence of the suspension [1]. We get this constant from (1) to

$$\frac{\phi''}{\Delta y} \cdot T_1^2 = K = \frac{\rho''}{2D} T_0^2 \quad (2)$$

If we compare these two methods we get the influence of the suspension. It was often supposed that this influence can reach a value of some percent, so for instance a Tomaschek-Ellenberger pendulum, where a value of 5 percent is assumed in [2]. The author studied this question for a Tomaschek-Ellenberger pendulum. He then discovered the reasons for another influence of the suspension which is independent of this type of pendulum. In this paper the result of this work is given.

In order to determine the calibration constant K it is necessary to measure the oscillation time T_i with the high accuracy of some 0,1 seconds [3]. For this measurement we now have to distinguish between two points of view. One point is the relation between T_i and the amplitude of the oscillation. This question is discussed in various papers [4], [5]. The influence is very small or quite neglectable. The other one is the relation between T_i and the place of registration y on the recorder paper. That means, if a pendulum has a drift, the light spot runs from one end to the other of the recorder paper. Thereby the oscillation time T_i changes continuously with the point of registration y in a special function. For a Tomaschek-Ellenberger (TG) pendulum this function depends on the suspension of the pendulum. For a band-suspension the function is a parabola, for a wire suspension the function is an inclined straight line (figure 1) [6].

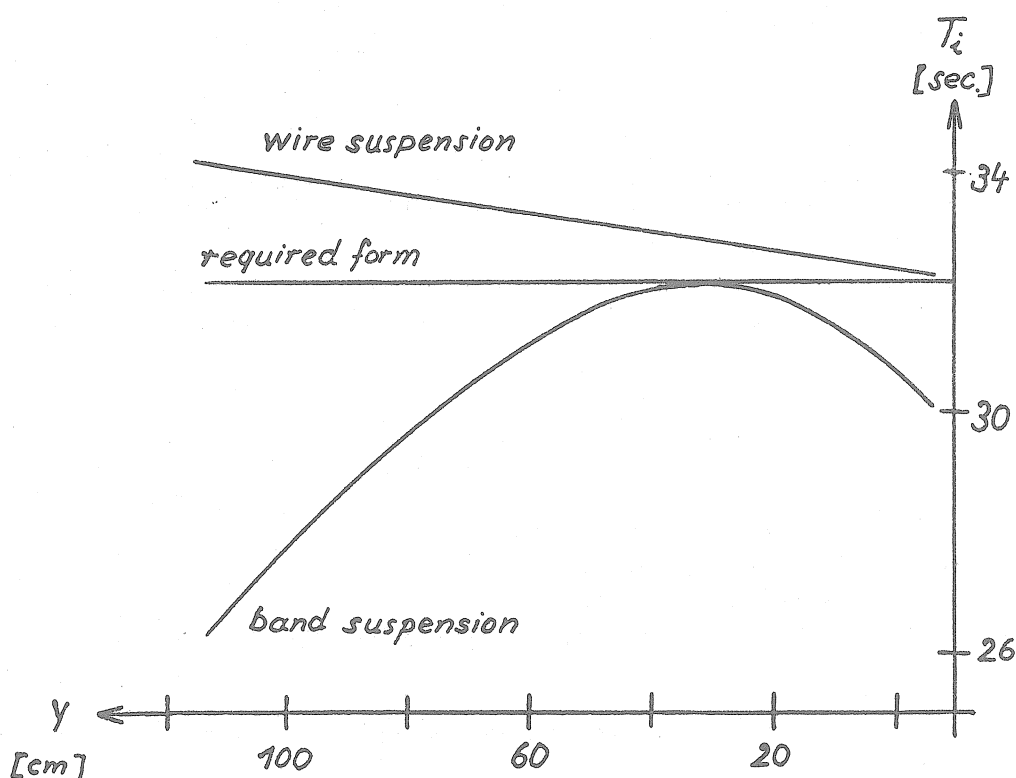


figure 1

The required form of this function is a horizontal straight line in the coordinate-system of figure 1. This effect shows that - if formula (1) or (2) is right - the calibration constant K and with that the sensitivity of the pendulum is a function of the registration point y . Only for the required form the sensitivity is constant for all points y .

The function of oscillation time seems to be an unknown effect of the pendulums. Because the screws of sensitivity and of inclination of modern pendulums are perpendicular, it is very easy to measure the function of oscillation time. In this way it is possible to incline the pendulums as well as to correct the drift with the inclination screw. If the screws are not perpendicular as it is the case at old types of pendulums, it seems to be impossible to measure the function.

How does the function of oscillation time appear in detail ? The result is given in figure 2 for a TG pendulum with a band suspension.

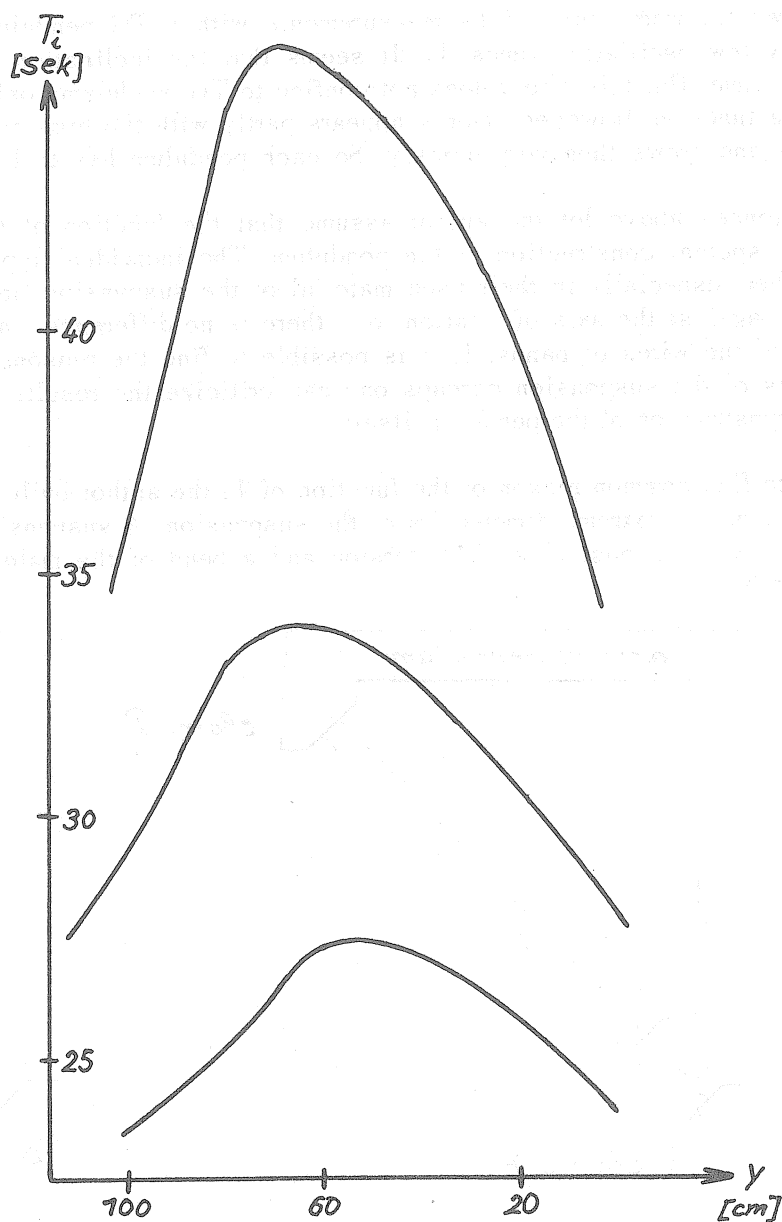


fig. 2

This figure shows that the function is not constant but changes regularly. We can see that 1. the function depends mainly on the value of the vertex. The branches of the function get much more inclination with higher oscillation time T_1 . 2. all functions have their vertex in the same registration point y , that means the axis of their coordinate-systems are parallel. The small difference of fig. 2 is caused by the screws of the pendulum, which are not exactly rectangular. 3. the form of the function can be approximated in some cases by a parabola. 4. the function depends on the dimensions of the used bands.

If we use a suspension of wires we get nearly the same result. With higher values of T_1 the inclination of the individual straight lines grows. The inclination itself is much smaller than the branches of a corresponding parabola.

These results were obtained by measurements with a TG pendulum. The effect appears here with very low oscillation times T_1 . It seems that the inclination grows quadratically with the oscillation time. But this effect does not confine to TG pendulums only. All pendulums seem to have such a function. However, it only appears partly with the high oscillation time T_1 of 60 to 80 seconds and grows then very quickly. So each pendulum has to be tested on this effect.

The sentences above let the author assume that the function of the oscillation time is caused by the special construction of the pendulum. The individual types of pendulums differ one from another, especially in their used material of the suspension, in the inclination of the wires or bands against the axis of rotation, or - there is no difference - against the vertical and in the length of the wires or bands. If it is possible to find the reasons of that effect in these different points of the suspension perhaps one can criticize the results of earth tide measurements by the construction of the pendulum itself.

In order to find common reason of the function of T_1 the author built a model of a pendulum in the size of 1 m and extreme dimensions of the suspension. A suspension of bands shows the warping of the material most clearly. A torsion and a bend of the material superpose as it is shown in figure 3.

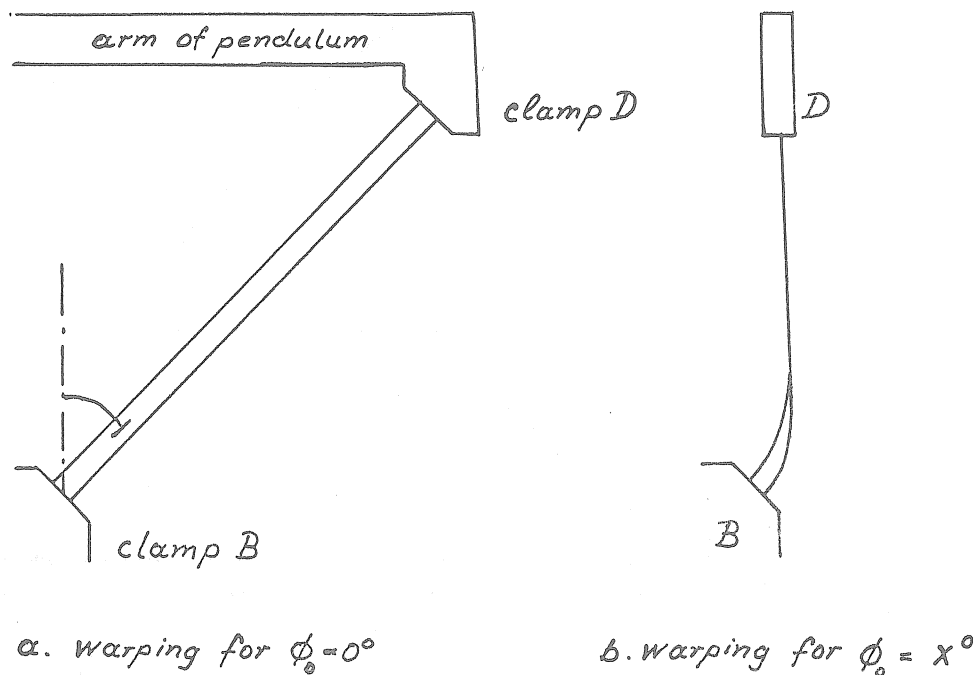


fig. 3

The whole warping takes place in a small part of the band near the clamp B. The other part of the band does not show any warping. It lies in a plane. How this warping influences the movements of the pendulum is shown in the ground plan of the pendulum in figure 4.

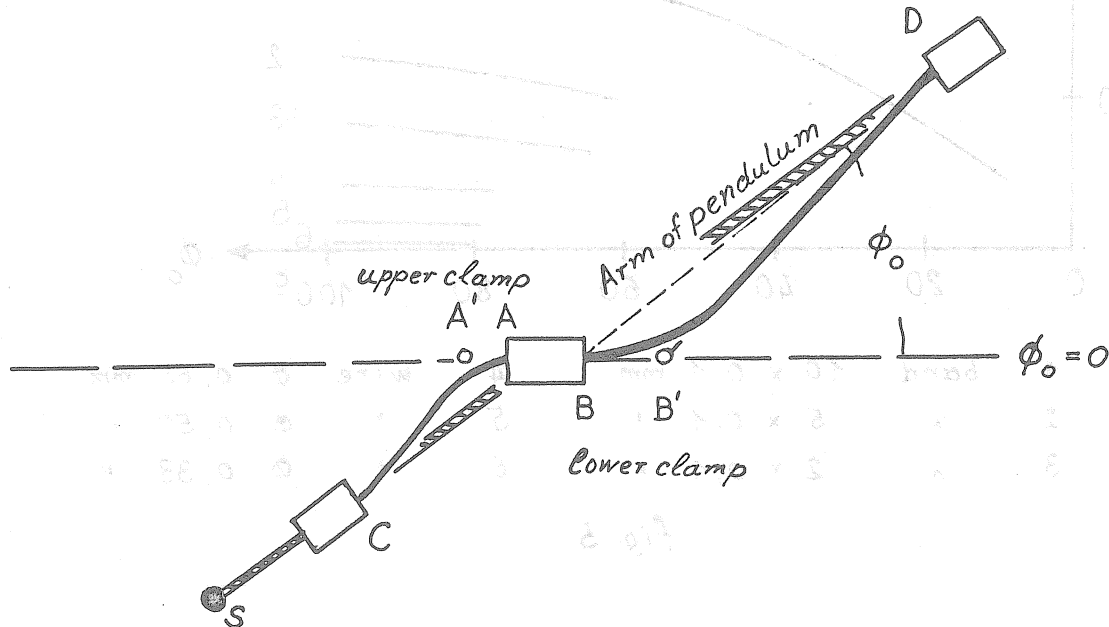


fig. 4

The plane part of the band does not come from the clamp B (pecked line), but it seems to come from the ideal point B' respectively A'. The distance BB' or AA' is a function of the angle ϕ_0 ($\tan \phi_0 = \frac{\Delta y \phi_0}{2D}$). BB' augments with increasing ϕ_0 . A' and B' being the centre of

the rotation and not A, B, means that the inclination i of the rotation axis of the pendulum increases with the angle ϕ_0 . Hence it follows that the oscillation time T_1 diminishes with increasing ϕ_0 . The distances AA' and BB' are only a function of ϕ_0 . They are not a function of i_0 , that is the inclination between A and B ($= A', B'$ for $\phi_0 = 0$). As the sensitivity and the oscillation time T_1 increases quadratically with diminishing inclination i_0 of AB, the branches of the parabola (figure 2) get much more inclination with the higher oscillation time T_1 . We see that the bend of the suspension is responsible for the function of the oscillation time.

The distance BB' depends mainly on two points : 1. The dimensions of the bands and wires 2. The inclination of the band and wires against the vertical (or rotation axis). Figure 5 shows the relation between BB' and the angle ϕ_0 for different bands and wires for the same inclination of 32° (result from model measurements).

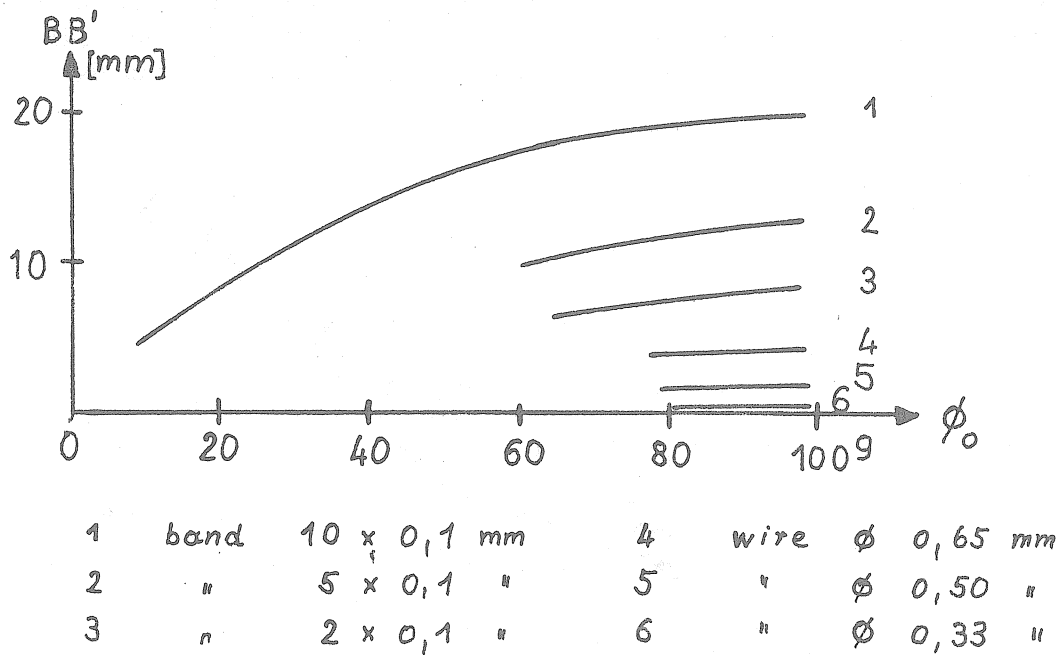


fig. 5

This value is the inclination of the lower suspension of TG pendulum. The distance BB' diminishes with increasing proportion of the sides of the band. Further the distance by using wires is smaller than by using bands. BB' gets smaller with the diminishing radius of the wires.

The function between the inclination of the vertical and BB' is shown in figure 6.

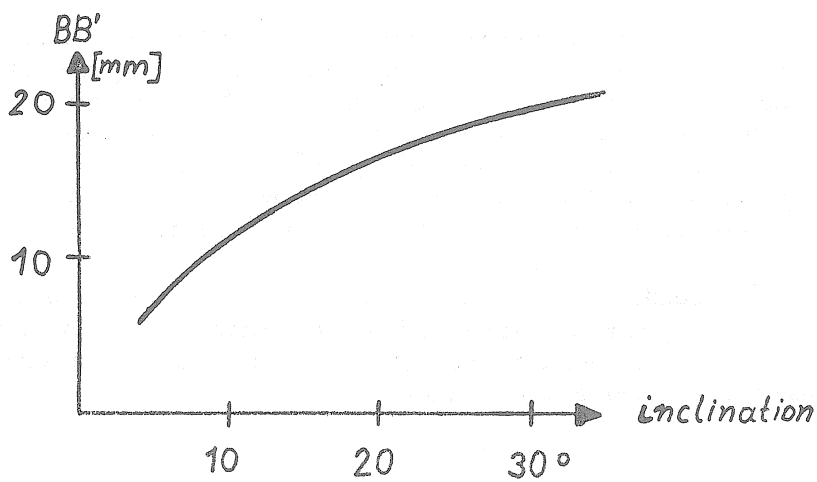


fig. 6

The model measurements show : With diminishing inclination the bend of the suspension disappears more and more and the torsion ranges over the whole suspension. If the suspension lies in the axis of the rotation the whole warping of the suspension is only a torsion. In order to prove this the author modified the pendulum. The inclination of the band now was ~ 5 degrees as against 32 degrees of TG pendulum. The comparison is shown in figure 7.

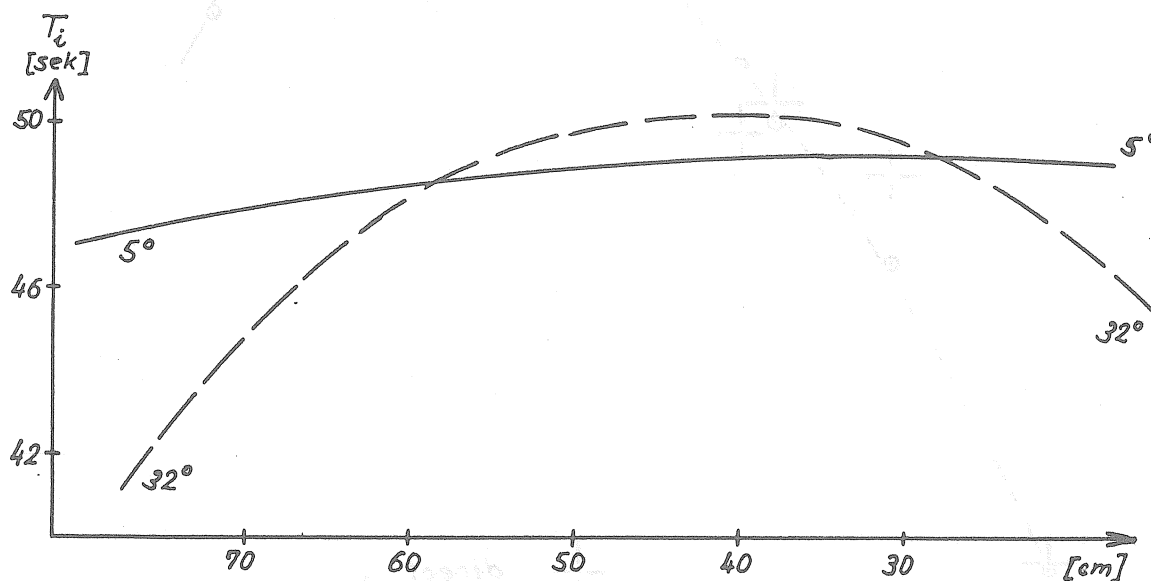


fig. 7

In order to draw conclusions from this warping we have to demand for the construction of horizontal pendulum : 1. The inclination of the suspension against the axis of rotation has to be very small. 2. It is better to use wires of very small radius instead of bands.

Therefore the first demand is : The function of oscillation time must be a horizontal straight line (see fig. 1). This is to prove experimentally.

How does this warping influence the calibration of horizontal pendulums ? We can get the influence of the suspension by comparing the direct with the indirect method of calibration for some small different points of the whole range of registration y . The author measured this for a Tomaschek-Ellenberger pendulum with a band suspension (WT10 260 x 16 μ). The result is shown in figure 8 for an inclination $\phi = 0,03292^\circ$, $D = 5,25$ m, $T_0 = 0,512$ sec ($T_1 \approx 30$ sec).

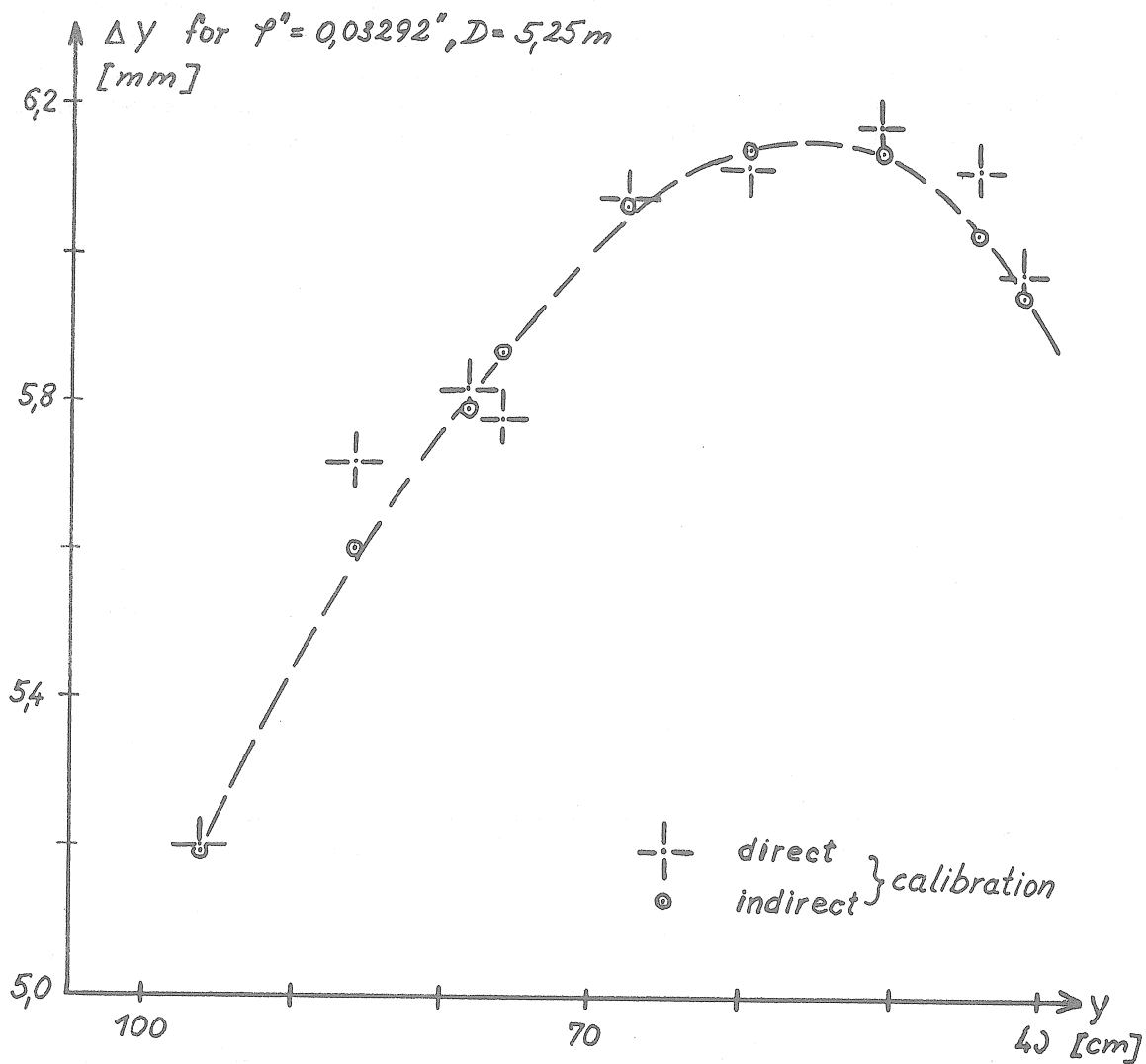


fig. 8

From this and other measurements we can draw the conclusion : The calibration must include the registration point y . Then it is not important which method of calibration is being used. The difference between these two methods is smaller than 2 % for this extreme suspension [7].

REFERENCES.

- [1] VERBAANDERT, J. et MELCHIOR, P.
Les Stations Géophysiques souterraines et les pendules horizontaux de l'Observatoire Royal de Belgique.
Observatoire Royal de Belgique, Monographies N° 7.
- [2] EBERHARD, O.
Erdgezeitenbeobachtungen
Deutsche Geodätische Kommission, Reihe C, Heft 70.
- [3] SKALSKY, L.
Zur Frage der Genauigkeit von Gezeitenbeobachtungen mit einfachen Horizontalpendeln.
Bolletino di Geofisica 1960, Heft 5, S. 108.
- [4] MELCHIOR, P.
Sur la question de la dépendance de la période et de l'amplitude pour les pendules horizontaux en quartz
BIM N° 35 S. 1180
- [5] SCHNEIDER, M.
Eine Bemerkung zur Bestimmung der Eigenperiode von Horizontalpendeln
Studia geoph. et geod. 6 (1962)
- [6] GRAF, A.
Verhalten und Eichung der Münchener Horizontalpendel
Bolletino di Geofisica 1960, Heft 5, S. 91
- [7] MITTELSTRASS, G.
Konstruktionsprinzipien von Horizontaleinfachpendeln. Ein Beitrag zum Bau und zur Eichung von Horizontalpendeln
Wiss. Arbeiten der Lehrstühle. Geod., Photogr. und Kartogr. der Technischen Hochschule Hannover, N° 26 (be printed).

DER EINFLUSS DER NETZSPANNUNG AUF DIE SPANNUNGSKONSTANTHALTER ZU DER ASKANIA-ERDGEZEITENREGISTRIERANLAGE

von *Manfred BONATZ*

Institut für theoretische Geodäsie der Universität Bonn.

Es wurde in [1] gezeigt, dass es zur Ausschaltung systematischer Fehler im Registrierergebnis notwendig ist, den Strom für die Beleuchtung der Photozellen des Askania-Registriergravimeters auf einige Hundertstelmilliampère zu stabilisieren. Diese Stabilisierung geschieht mit Hilfe magnetischer oder elektronischer Spannungskonstanthalter. Im vorliegenden Beitrag soll nun über die Untersuchungen berichtet werden, die im Institut für theoretische Geodäsie zur Ermittlung des Einflusses von Netzspannungsschwankungen auf die Ausgangsspannung der dort vorhandenen Konstanthalter durchgeführt wurden.

Dem Institut stehen drei Spannungskonstanthalter der Firma Gustav Klein, Schongau/Lech, zur Verfügung mit den folgenden Typenbezeichnungen :

- Spannungskonstanthalter 1 : Typ Tr 1,11, Nr. 30033 (geliefert 1960),
Leistung 1,11 VA, Eingangsspannung 187-253 V, 49-50,5 Hz,
Ausgangsspannung $6\text{ V} = \pm 0,1\%$ bei 0,185 A.
Das Gerät dient der Stabilisierung des Stromes für die Beleuchtung der Photozellen des Gravimeters GS 11 Nr. 116.
- Spannungskonstanthalter 2 : Typ Tr 1,11, Nr. 39932 (geliefert 1962),
Leistung 1,8 VA, Eingangsspannung 187-253 V, 49-50,5 Hz,
Ausgangsspannung $6\text{ V} = \pm 0,1\%$ bei 0,3 A.
Der Konstanthalter wird benutzt zur Stabilisierung des Stromes für die Beleuchtung der Photozellen des Gleichspannungsmessverstärkers der neuen Askania-Registriereinrichtung [2].
- Spannungskonstanthalter 3 : Typ AKFS 15, Nr. 21332 (geliefert 1957),
Leistung 6,4 VA, Eingangsspannung 187-253 V, 49-50,5 Hz,
Ausgangsspannung $8\text{ V} = \pm 0,1\%$ bei 0,8 A.
Mit diesem Gerät wird der Strom für die Lichtmarke des Registriergalvanometers der älteren Askania-Registrieranlage stabilisiert. Zur Verringerung des Innenwiderstandes wurde dabei der Gleichrichterteil ausgeschaltet, so dass an den Ausgangsklemmen stabilisierte 50 Hz-Wechselspannung anliegt.

Die Ausgangsspannung der Konstanthalter 1 und 2 wurde mit den dafür vorgesehenen Widerständen auf etwa 6,8 V bei Betriebsbelastung einreguliert, so dass die 8 V-Lampen des Gravimeters und des Messverstärkers mit genügend Unterspannung betrieben werden. Diese Massnahme dient der Steigerung der Lebensdauer der verwendeten Lampen und damit der Betriebssicherheit der Registrieranlage.

Die Schwankungen der Ausgangsspannung bzw. des Ausgangsstromes der Konstanthalter wurden für verschiedene Belastungen als Funktion der Netzspannung ermittelt, wobei die Messwerte bei den Geräten 1 und 2 mit Hilfe einer praktisch konstanten Hilfsspannung über eine Brückenschaltung bestimmt wurden. Das bei den Versuchen verwendete Galvanometer ermöglichte eine (hier ausreichende) Messgenauigkeit von etwa $\pm 0,02$ mA ; ein genaueres Messgerät stand seinerzeit leider nicht zur Verfügung. Die Netzspannung wurde über einen Regeltransformator variiert ; dabei betrug die Spitzenspannung 230 V. Die tatsächlichen Spannungen in 220 V-Netzen sind geringer, je nach der Leistungsfähigkeit des öffentlichen Netzes und der Anzahl und Grösse der an einer Versorgungsleitung liegenden Verbraucher. Die Netzfrequenz schwankt in Bonn maximal zwischen 49,8 und 50,0 Hz. Zur Ausschaltung möglicher systematischer Fehler in der Messungsanordnung wurde in jeder Messreihe mehrfach mit steigenden und fallenden Netzspannungswerten gemessen.

Die Ergebnisse der Untersuchungen sind in den Abb. 1 bis 5 graphisch dargestellt. Nimmt man als Grenzwert für die zulässigen Schwankungen des Ausgangsstromes der Konstanthalter 1 und 2 einen Betrag von $\pm 0,05$ mA an (vgl. [1]), so zeigt sich :

Spannungskonstanthalter 1 :

Die Breite des Netzspannungsbereiches, in dem die Ausgangsspannung noch hinreichend stabilisiert wird, nimmt mit zunehmender Belastung ab (Abb. 1). Die hier eingestellte Maximalbelastung beträgt etwa 160 mA. Es ergeben sich für den Bereich der zulässigen Netzspannungsschwankungen folgende Werte :

Belastung	Netzspannungsbereich
160 mA	230 bis etwa 190 V
150 mA	230 bis etwa 180 V
100 mA	230 bis etwa 175 V

Spannungskonstanthalter 2 :

Die Spannungsstabilisierung nimmt ebenfalls mit zunehmender Belastung ab (Abb. 2). Die eingestellte maximale Belastbarkeit liegt bei 180 mA. Die zulässigen Netzspannungsschwankungen betragen :

Belastung	Netzspannungsbereich
180 mA	230 bis etwa 210 V
170 mA	230 bis etwa 140 V
150 mA	230 bis etwa 80 V

Bei direkter Messung des Ausgangsstromes ergab sich für den Spannungskonstanthalter 3 :

Es ist wiederum eine Abnahme der Breite des Bereiches der Spannungsstabilisierung mit zunehmender Belastung zu erkennen (Abb. 3). Die Schwankungen des Ausgangsstromes betragen für alle Belastungen von 900 bis 600 mA weniger als 1 mA bei Schwankungen der Netzspannung von 230 bis 160 V. Es gibt eine kritische Eingangsspannung unterhalb 160 V, bei der die Ausgangsspannung plötzlich zusammenbricht und bei ansteigender Netzspannung erst über eine Hystereseschleife wieder den Ausgangswert erreicht.

Für die Spannungskonstanthalter 1 und 2 wurde ausserdem die Abhängigkeit der Ausgangsspannung von der Belastung ermittelt (Abb. 4 und 5)

Spannungskonstanthalter 1 :

Es ist eine etwa lineare Abnahme der Ausgangsspannung mit zunehmender Belastung zu erkennen, und zwar bis zu einer Maximalbelastung ; hier fällt die Spannung dann plötzlich ab. Auf Grund der festgestellten Spannungsabnahme ergibt sich ein Innenwiderstand von etwa 11 Ω .

Spannungskonstanthalter 2 :

Die Abhängigkeit der Ausgangsspannung von der Belastung beträgt in den untersuchten Bereichen weniger als 0,05 V. Ist die maximale Belastung erreicht, bricht die Spannung ebenfalls plötzlich zusammen. Der Innenwiderstand ist $< 1 \Omega$.

Die mit einem Oszillographen ermittelten Spannungsspitzen der gleichgerichteten Spannung (Restfehler der Gleichrichtung) betragen für mittlere Belastung bei Konstanthalter 1 weniger als 5 mV, bei Konstanthalter 2 weniger als 0,5 mV.

Aus den durchgeführten Untersuchungen folgt, dass die hier geprüften Spannungskonstanthalter 1 und 2 hinsichtlich ihrer Abhängigkeit von den Schwankungen der Netzspannung den Anforderungen, die vom Gesichtspunkt einer möglichst fehlerfreien Erdgezeitenregistrierung an sie gestellt werden müssen, durchaus genügen, und zwar solange die Geräte nicht zu hoch belastet werden und die Netzspannung nicht unter einen Betrag von wesentlich weniger als etwa 190 bzw. 150 V absinkt. Dies dürfte jedoch nur in Ausnahmefällen vorkommen. Das gegenüber den Netzspannungsschwankungen unempfindlichste Gerät ist der Spannungskonstanthalter 2, dem bei extremen Verhältnissen der Vorzug gegeben werden müsste. Ob auch der Spannungskonstanthalter 3 zur Stabilisierung des Stromes für die Photozellenbeleuchtung des Gravimeters oder des Messverstärkers geeignet ist, war hier nicht Gegenstand der Untersuchungen. Es ist jedoch anzunehmen, dass das Gerät mindestens im Bereich der Netzspannung von 230 bis 200 V eine für diese erhöhten Anforderungen genügend genaue Ausgangsspannung liefert.

Die Untersuchungsergebnisse zeigen weiter, dass die Netzspannungsempfindlichkeit der Konstanthalter steigt, je näher man der Höchstbelastbarkeit kommt. Daraus folgt, dass man zweckmässigerweise die Spannungskonstanthalter mit den entsprechenden Widerständen auf maximale Spannung einstellt und die Lampenspannung für das Gravimeter oder den Messverstärker durch einen in Reihe geschalteten Vorwiderstand auf den notwendigen oder günstigsten Wert vermindert ; dies ermöglicht eine Registrierung bei optimaler Stromstabilisierung.

Es erhebt sich nun die Frage, welchen Einfluss die Raumtemperatur auf die Ausgangsspannung der Konstanthalter ausübt. Hierüber soll in einem folgenden Beitrag berichtet werden.

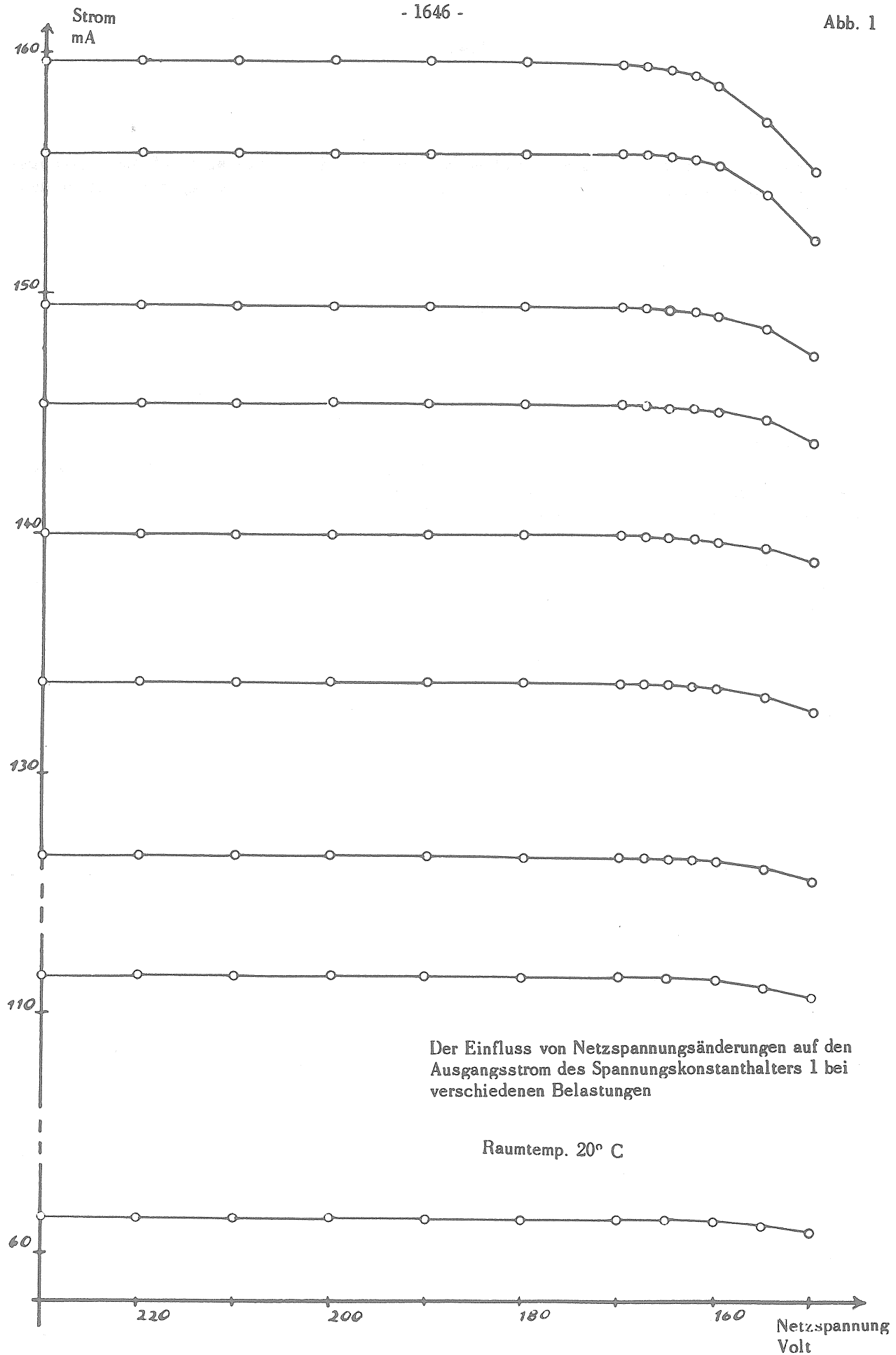
L I T E R A T U R

[1] BONATZ, M.

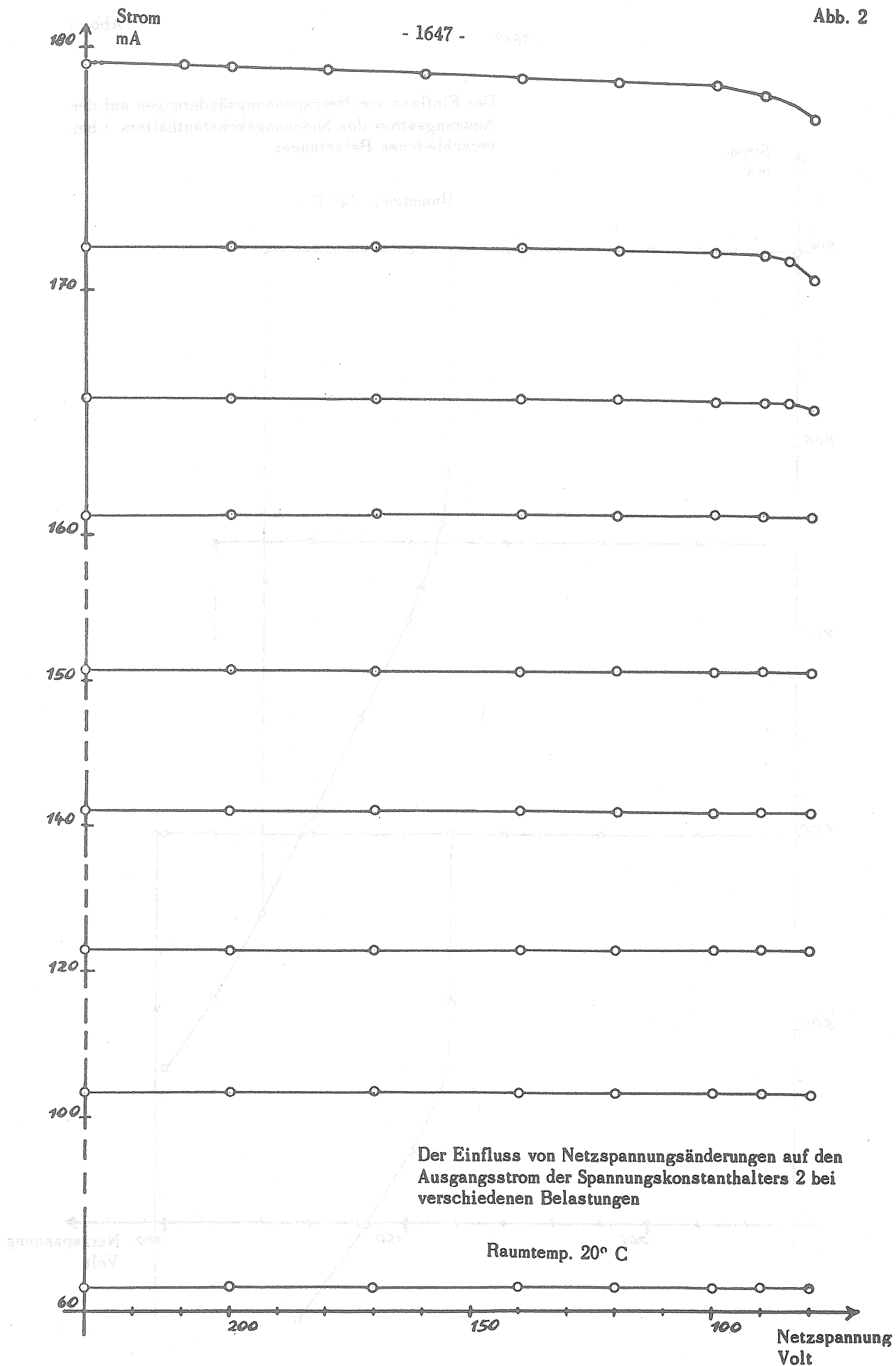
Der Einfluss von Schwankungen des Stromes für die Beleuchtung der Photozellen auf die Messwertanzeige des Askania-Gravimeters GS 11 Nr. 116
Marées Terrestres, Bulletin d'Informations (1965) Heft 42, S. 1587.

[2] FINSCH, K.

Über die Weiterentwicklung der Gezeitenregistrieranlage,
Askania-Warte (1961), Heft 57.



- 1647 -



Der Einfluss von Netzspannungsänderungen auf den Ausgangsstrom des Spannungskonstanthalters 3 bei verschiedenen Belastungen

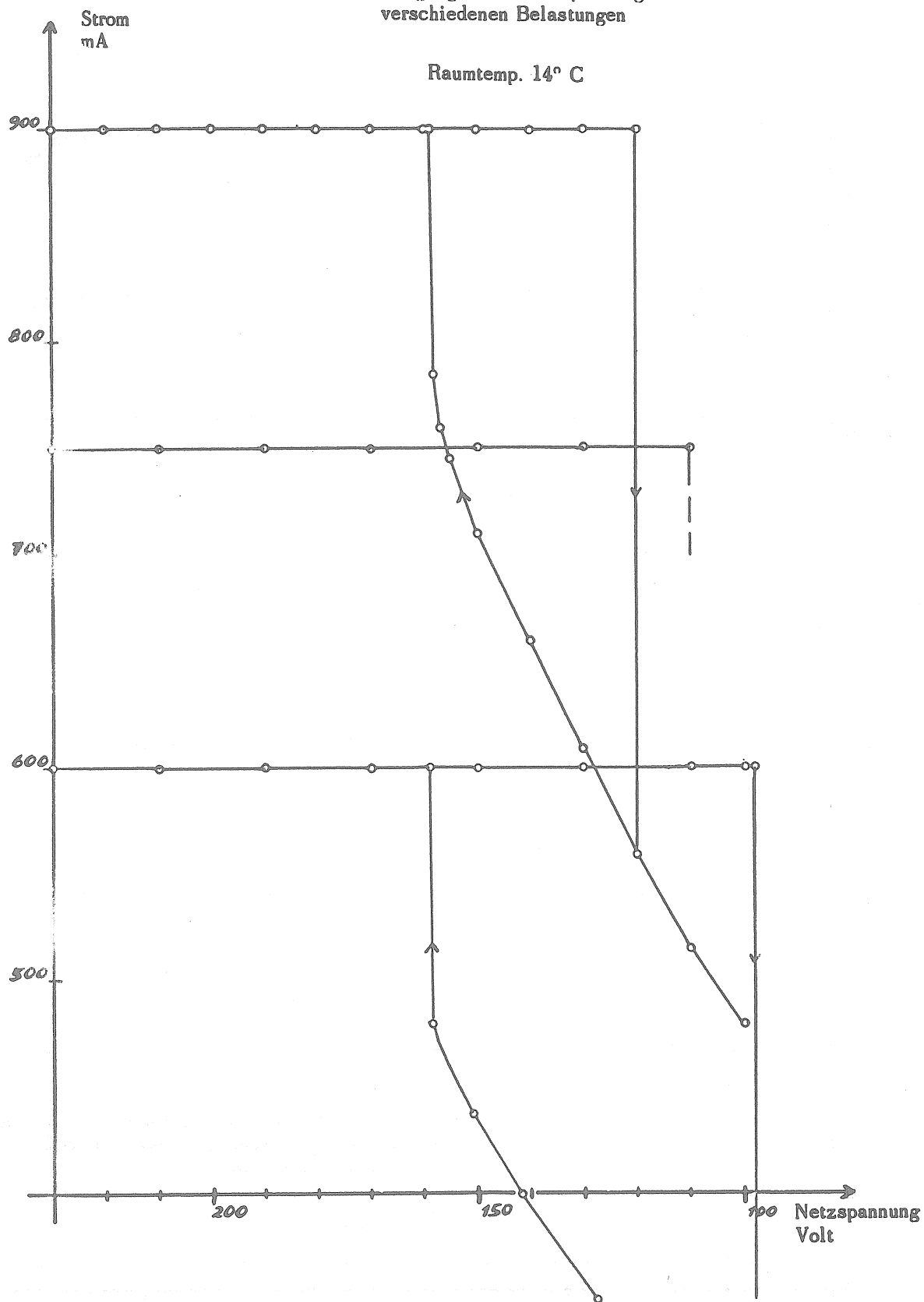
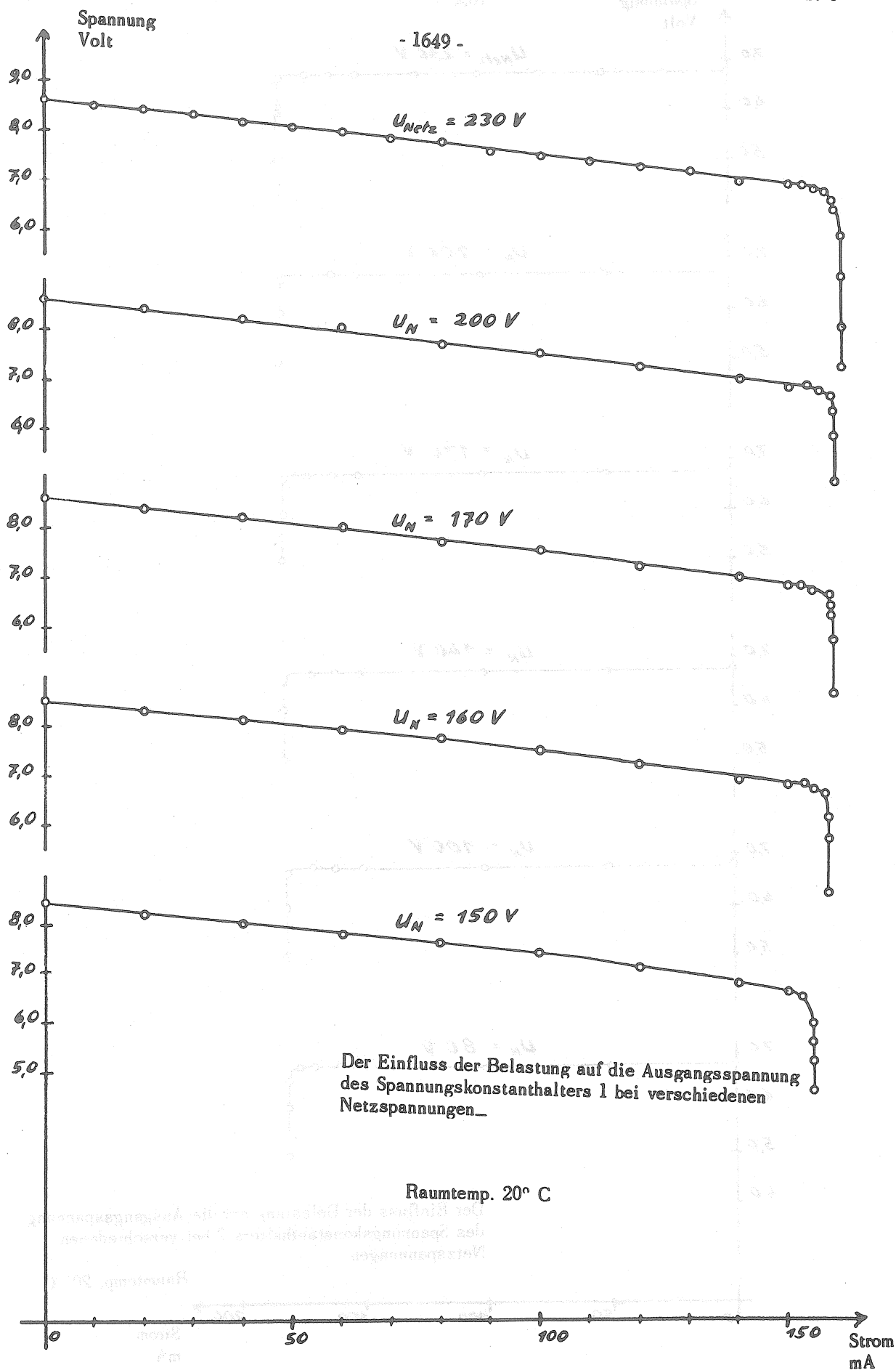
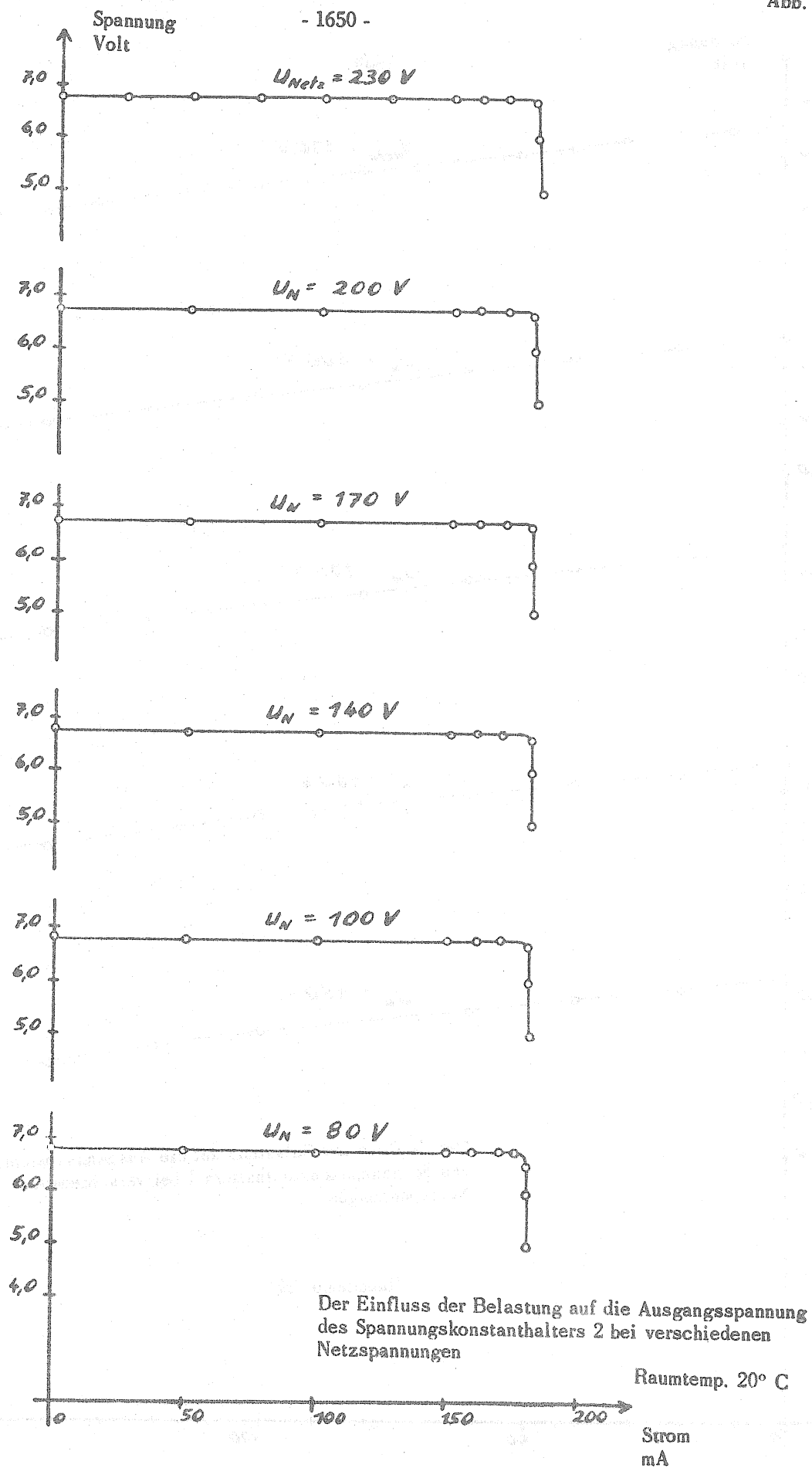


Abb. 4





SUR LES TERMES A COURTE PERIODE DE LA NUTATION DANS LES OBSERVATIONS DE
POLTAVA DES ETOILES ZENITHALES BRILLANTES

N.A. POPOV

Obs. Grav, de Poltava T. IV. Acad. Sc. URSS Kiev 1951.

О КОРОТКОПЕРИОДИЧЕСКИХ ЧЛЕНАХ НУТАЦИИ В
ПОЛТАВСКИХ НАБЛЮДЕНИЯХ ЯРКИХ ЗЕНИТНЫХ
ЗВЕЗД.

Н. А. Попов.

Труды Полтавской Гравиметрической Обсерватории
Акад. Наук СССР Киев - 1951 Том 4

§ 1. REMARQUES D'INTRODUCTION

La verticale décrit sous l'influence de la force génératrice de marée luni-solaire des oscillations compliquées dont la composante principale (l'onde lunaire semi-diurne) a une amplitude voisine de $0^{\circ}01$. Etant donné la précision actuelle des observations astronomiques on peut considérer que cette onde sera découverte dans les variations de latitude. Notons que dans les observations de latitude les ondes lunaires semi-diurne et semi-mensuelle se fondent en une seule onde de vitesse de $26^{\circ}28084$ par jour sidéral ainsi que l'a montré A.Ya. Orlov [1].

On peut rappeler une série de recherches dans lesquelles des ondes semi-mensuelles d'amplitude voisine de l'amplitude théorique ont été effectivement découvertes dans les observations de la latitude. Les auteurs de ces recherches ont considéré habituellement que les ondes qu'ils trouvaient étaient provoquées par les oscillations de marées de la verticale. Il faut cependant noter que dans les observations de Poulkovo de l'étoile zénithale brillante δ Cassiopée, A. Ya Orlov (1) a découvert une onde semi-mensuelle dont l'amplitude excède de plus de trois fois la valeur théorique de l'amplitude des oscillations semi-diurnes de la verticale.

Il était intéressant d'étudier comment s'expliquent ces grandes variations lunaires dans les observations de δ Cassiopée et si elles ne sont pas une propriété inhérente aux seules observations d'étoiles zénithales brillantes. Pour résoudre ce problème, les résultats d'observations de α Persei et η Ursae maj., analogues aux observations de Poulkovo de δ Cassiopée, sont d'une grande valeur.

Les observations de ces deux étoiles zénithales brillantes effectuées avec le télescope zénithal de Poltava présentent un grand intérêt scientifique, principalement dans le domaine de l'étude des variations à courte période de la latitude. Les observations systématiques, constituant une série suffisamment longue, ont une grande valeur pour l'étude de la constante d'aberration, des anomalies de réfraction et des autres variations non polaires de la latitude.

La particularité avantageuse de ces observations réside dans le fait que, premièrement, ces étoiles suffisamment brillantes peuvent être observées toute l'année, aussi bien de nuit que de jour, et, deuxièmement, que leurs déclinaisons et leurs mouvements propres sont bien connus. Cela permet d'obtenir les latitudes instantanées directement le jour de l'observation sans attendre les coordinations qui sont nécessaires dans le procédé en chaîne des observations de paires d'étoiles.

Une particularité encore plus remarquable et plus importante de ces observations réside dans le fait que la différence des ascensions droites de α Persei et η Ursae maj. est voisine de 180° . Aussi, lorsqu'on prend la moyenne des résultats des observations de l'une et l'autre étoile, toutes les influences de caractère journalier s'éliminent dans une large mesure. D'autre part, la différence des latitudes obtenues par ces étoiles fournit un matériel sûr pour la détermination des termes diurnes.

Nous nous sommes déjà occupés précédemment [2,3] de la déduction des courbes des variations de la latitude pour les deux étoiles, en particulier de leurs comparaisons et de la détermination du terme diurne.

Dans le présent article, nous montrons que nos observations peuvent être utilisées non seulement pour l'étude des variations diurnes mais également pour l'étude des termes lunaires dans les variations de latitude. Ces observations, grâce à leurs particularités, nous ont permis de tirer de nouvelles conclusions plus précises quant à la nature même des termes lunaires qui se décèlent aussi bien dans nos observations que dans d'autres analogues. Comme nous le montrerons plus loin, les ondes semi-mensuelles découvertes dans les observations de α Persei et séparément dans les observations de η Ursae maj. ne peuvent pas être expliquées uniquement par l'effet de marée exercé par la Lune sur la direction de la verticale.

Grâce à la grande différence des ascensions droites de ces étoiles, on a réussi à montrer que les variations semi-mensuelles de la latitude révélées dans les observations peuvent être expliquées par l'inexactitude des termes à courte période de la nutation.

Ainsi, outre cette nouvelle interprétation de la nature des termes lunaires, ces observations ont démontré l'inexactitude des termes à courte période de la nutation et la possibilité de les déterminer immédiatement par les observations. On peut pour le moins déterminer par les observations la plus grande composante des termes à courte période de la nutation, l'onde dont l'argument est le double de la longitude de la Lune : 2ζ .

La précision des termes à courte période de la nutation déduits des observations aura une valeur extrêmement grande aussi bien pour l'astrométrie que pour la géophysique puisque ces termes ont été étudiés théoriquement en fonction des hypothèses sur la structure interne de la Terre. Ainsi se pose la nécessité de réviser les hypothèses sur lesquelles se base la théorie classique de la nutation [4].

En ce qui concerne l'onde lunaire de période mensuelle, c'est-à-dire d'argument $(\zeta - \Gamma')$, où Γ' est la longitude moyenne du périgée lunaire, on la trouve également dans nos observations mais moins sûrement. C'est pourquoi il est encore difficile de dire quelque chose de précis sur son origine en se basant uniquement sur nos observations. Nous n'avons naturellement pas essayé de découvrir les inexactitudes dans les amplitudes et les phases des autres composantes des termes à courte période de la nutation puisque ces amplitudes sont extrêmement petites.

§ 2. DONNÉES D'OBSERVATIONS QUI SERVENT A LA DEDUCTION DES TERMES LUNAIRES.

Pour déduire les termes lunaires nous nous sommes servis de toutes les données des observations de α Persei et η Ursae maj. disponibles en 1949. Elles consistent en quelques séries séparées :

Observateurs	Epoque	Nombre d'observations	
		α Persei	η Ursae Maj.
N.A. Popov	1. VI 1939 - 20. VII 1940	197	192
C.V. Lavrentieva	23. VII 1940 - 30. VIII 1941	148	167
C.V. Lavrentieva	30. VII 1944 - 29. X 1945	168	168
S.V. Drozdov & E.P. Fedorov	5. XI 1945 - 13. VII 1947	-	157
N.A. Popov	9. VIII 1947 - 7. V 1949	267	241
Total :		780	925

Les résultats des observations qui ont été effectuées jusqu'au 30 août 1941 ont déjà été publiés [2, 5, 6]. Les autres sont publiés dans ce tome des Travaux de l'Observatoire Gravimétrique de Poltava dans les articles de E.V. Lavrentieva et N.A. Popov.

Les valeurs des latitudes tirées de ces sources ont été avant tout corrigées pour chaque date d'observation des variations de latitude et de la différence systématique "Est-Ouest". En outre, on a effectué d'après les données de l'"Annuaire Astronomique" les calculs de correction des termes à courte période dans la réduction au lieu apparent pour les observations de α Persei pour 1939-1940 qui à ce moment était calculée d'une façon insuffisamment précise.

Les corrections dues aux variations de latitude ont été obtenues en fonction des courbes adoucies de la variation de latitude d'après chaque étoile en particulier. Leurs valeurs numériques sont données à la table 1. On peut aussi les obtenir facilement d'après les données des articles dont nous avons déjà parlé plus haut.

Les corrections dues aux différences systématiques "Est-Ouest" qui ont également été introduites dans les résultats des latitudes observées sont données dans la table 2. Dans les colonnes de cette table, désignées par Est et Ouest, nous donnons respectivement les corrections pour la position initiale de la lunette de l'instrument "Est" et "Ouest".

Pour obtenir ces corrections on a composé les différences "Est-Ouest" pour chaque étoile séparément et successivement à chacune des deux dates voisines. Ensuite, les différences ont été partagées en groupes qui englobent un intervalle de temps dans les limites duquel les différences gardent à peu près la même valeur.

Les dates limites pour les intervalles indiqués sont données dans la première colonne.

Table 1

Corrections dues aux variations de latitude Δ pour chaque dixième d'année, exprimées en 0°01

DATE	$\Delta\alpha$	$\Delta\eta$	DATE	$\Delta\alpha$	$\Delta\eta$
1939.4	+ 4	- 6	1946.0	—	- 6
.5	+ 2	-10	.1	—	+13
.6	- 1	-14	.2	—	+25
.7	- 4	-18	.3	—	+34
.8	- 6	-16	.4	—	+20
.9	- 5	-14	.5	—	+16
1940.0	- 2	- 9	.6	—	- 1
.1	+ 4	- 4	.7	—	-18
.2	+ 8	+ 5	.8	—	-22
.3	+12	+14	.9	—	-23
.4	+12	+21	1947.0	—	-16
.5	+ 3	+19	.1	—	- 8
.6	-10	+10	.2	—	- 6
.7	-20	- 1	.3	—	+ 6
.8	-21	- 8	.4	—	+16
.9	-18	-10	.5	—	+18
1941.0	-11	- 9	.6	+12	+ 1
.1	- 4	- 5	.7	+ 6	- 6
.2	+ 4	+ 2	.8	0	-10
.3	+10	+14	.9	- 5	-15
.4	+12	+19	1948.0	- 7	-19
.5	+12	+16	.1	- 8	-21
.6	+ 9	+ 9	.2	- 7	-18
.7	+ 5	+ 2	.3	- 5	-13
1944.6	-13	-24	.4	- 2	- 5
.7	-10	-25	.5	+ 1	+ 1
.8	- 1	-22	.6	+ 6	+13
.9	+ 9	-12	.7	+11	+25
1945.0	+19	- 4	.8	+16	+25
.1	+26	+ 2	.9	+15	+20
.2	+29	+14	1949.0	+10	+12
.3	+18	+17	.1	- 2	+ 6
.4	+ 6	+ 8	.2	-14	- 2
.5	- 6	- 6	.3	-19	-10
.6	-18	-26	.4	-21	-16
.7	-29	-34			
.8	-30	-33			
.9	—	-21			

Table 2

Corrections dues aux différences systématiques "Est-Ouest", exprimées en 0°01

α Persel	CORRECTION		η Ursae maj.	CORRECTION	
DATE	EST	OUEST	DATE	EST	OUEST
Du 1.VI au 1.IX 1939	+ 6	- 6	Du 1.VI au 23.X 1939	- 4	+ 4
. 2.IX . 16.IX 1939	- 2	+ 2	. 24.X . 23.V 1941	+ 6	- 6
. 17.IX . 10.IV 1940	+ 3	- 3	. 24.V . 30.VIII 1941	- 4	+ 4
. 11.IV . 4.VII 1940	- 4	+ 4	. 1.VIII 44 au .3.IX 1944	+ 2	- 2
. 5.VII . 14.VIII 1940	+ 4	- 4	. 4.IX au 9.X 1944	- 8	+ 8
. 15.VIII . 28.XI 1940	- 4	+ 4	. 10.X . 9.IV 1945	+ 4	- 4
. 29.XI . 18.IV 1941	+ 3	- 3	. 10.IV . 8.VI 1945	-16	+16
. 19.IV . 30.VIII 1941	- 2	+ 2	. 9.VI . 23.X 1945	- 4	+ 4
. 30.VII 44 au .5.IX 1944	+ 4	- 4	. 5.XI . 26.V 1946	+ 3	- 3
. 6.IX no 12.X 1944	- 6	+ 6	. 27.V . 19.II 1947	- 4	+ 4
. 13.X . 28.XII 1944	+ 1	- 1	. 20.II . 13.VII 1947	+ 9	- 9
. 13.I . 12.VI 1945	- 8	+ 8	. 9.VIII . 31.VII 1948	- 5	+ 5
. 13.VI . 20.VIII 1945	+ 4	- 4	. 1.VIII . 6.V 1949	0	0
. 21.VIII . 30.X 1945	- 6	+ 6			
. 9.VIII 1947					
au 31.VIII 1948	-10	+10			
. 1.IX 1948					
au 6.V 1949	- 2	+ 2			

Nous pensons que le plus correct consiste à faire les corrections indiquées pour des périodes séparées et non pour tout le cycle des observations. Si on les déduit en fonction de la différence moyenne de toutes les observations, elles sont habituellement très petites alors que dans les périodes séparées, parfois d'assez longue durée, elles diffèrent par la constance du signe et de la valeur qui excède l'erreur moyenne de la différence "Est-Ouest".

Il faut dire que dans l'observation de l'ordre successif des observations "Est" et "Ouest", l'influence de ces erreurs s'élimine presque toujours complètement dans les valeurs moyennes des latitudes. Dans le cas donné, lors du groupement des observations d'après les mêmes phases de la Lune leur influence ne s'élimine pas complètement puisque dans les groupes séparés on obtient des quantités inégales des unes et des autres observations. Bien que dans ce dernier cas, l'influence de ce genre des erreurs sur le résultat définitif ne soit pas grande du tout, nous avons tout de même introduit les corrections correspondantes dans toutes les valeurs séparées des latitudes lors de leur préparation pour la déduction des termes lunaires.

A la fin de notre article, dans les tables 9 et 10 nous donnons la liste définitive des latitudes, il faut noter qu'on doit ajouter aux chiffres de la table un terme constant $49^{\circ}36'12'',00$ qui a été éliminé pour raccourcir les notations.

Dans les seconde et troisième colonnes de ces tables, nous donnons les phases 2ζ et $(\zeta - \Gamma')$ pour chaque observation. Ces dernières ont été calculées au moment de l'observation de l'une et l'autre étoile d'après les formules suivantes :

$$2\zeta = 2\zeta_0 + 26^{\circ}28084 n,$$

$$(\zeta - \Gamma') = (\zeta_0 - \Gamma'_0) + 13.02932 n,$$

où ζ_0 et Γ'_0 sont les longitudes moyennes de la Lune et du périhélie lunaire pour le début de nos observations (1er juin 1939 moment de la culmination supérieure de α Persei et η Ursae maj. à Poltava):

	α Persei	η Ursae maj.
$2\zeta_0$	111.82334	123.21000,
$(\zeta_0 - \Gamma'_0)$	97.86167	103.55000,

n est le nombre de jours sidéraux écoulés depuis ce moment et les coefficients de n sont les vitesses de variation des arguments par jour sidéral.

§3. CLASSEMENT DES RESULTATS DES OBSERVATIONS D'APRES L'ASCENSION DROITE DE LA LUNE.

Au début de notre travail nous avons essayé d'examiner s'il existe des variations périodiques quelconques de la latitude qui pourraient être en relation avec le mouvement de la Lune. Nous n'avons émis aucune hypothèse sur les causes de cette relation. C'est pourquoi les résultats des observations ont été disposés d'abord en fonction de l'ascension droite de la Lune. Ensuite, toutes les latitudes ayant des phases voisines ont été réunies en groupes séparés pour chaque heure et nous avons supposé que la latitude moyenne du groupe correspondait à la phase moyenne. Nous avons obtenu ainsi 24 valeurs de la latitude avec des phases successivement égales à $1h$, $2h$, $3h$, $4h$, etc. Dans la table 3, nous donnons les écarts à partir de la moyenne

de tout l'ensemble des observations et pour chaque phase, c'est-à-dire $\Delta\Phi = \Phi_p - \Phi_0$ où Φ_p est la moyenne pour chaque phase et Φ_0 est la moyenne de toutes les observations.

Dans cette table nous donnons également le nombre d'observations relatif à chaque phase.

En examinant la table, on peut facilement remarquer que les écarts ont effectivement un caractère périodique. Qui plus est, l'onde semi-mensuelle apparaît ici d'une façon assez précise

Table 3

($\Delta\varphi \approx 0''.01$)

Phase	α Persei		η Ursae maj.		Phase	α Persei		η Ursae maj.	
	Nombre d'observations	$\Delta\varphi$	Nombre d'observations	$\Delta\varphi$		Nombre d'observations	$\Delta\varphi$	Nombre d'observations	$\Delta\varphi$
1h	37	- 2	39	0	13h	31	+ 1	39	+ 2
2	33	- 2	46	+ 4	14	36	+ 3	36	+ 2
3	35	+ 6	44	+ 2	15	33	+ 11	38	- 3
4	31	+ 2	31	- 1	16	35	+ 7	40	- 3
5	32	+ 4	35	- 4	17	29	- 4	36	- 8
6	31	+ 4	37	- 4	18	31	- 3	38	- 2
7	31	- 1	40	- 2	19	29	- 3	43	+ 1
8	33	- 3	37	- 3	20	32	0	40	+ 1
9	35	- 2	35	0	21	34	- 4	38	0
10	32	0	32	+ 4	22	32	+ 3	45	+ 4
11	28	0	34	+ 9	23	35	- 7	40	+ 4
12	28	- 5	35	+ 4	24	30	- 8	45	0

En déterminant cette onde pour chaque étoile séparément, nous trouvons :

$$0''.036 \cos (2 \alpha_{\zeta} + 243^\circ) ; 0''.038 \cos (2 \alpha_{\zeta} + 26^\circ). \quad (1)$$

Sur la base de ces expressions, on peut tirer trois conclusions évidentes :

1. Les amplitudes obtenues sont pratiquement les mêmes d'après les observations des deux étoiles
2. Ces amplitudes, comme d'après les observations δ Cassiopée, excèdent de plus de trois fois l'amplitude de l'onde de marée semi-mensuelle dans les oscillations de la verticale.
3. La différence des phases initiales des expressions (1) correspond à la différence des ascensions droites des étoiles α Persei ($\alpha = 50^\circ$) et η Ursae maj. ($\alpha = 206^\circ$).

La première et partiellement la seconde des conclusions données montrent la réalité du phénomène. La troisième conclusion démontre que les ondes semi-mensuelles, obtenues avec une amplitude si importante dans les observations des étoiles zénithales brillantes, ne sont pas des ondes de caractère de marée puisque pour l'onde de marée semi-diurne, la différence des phases initiales des expressions (1) serait égale à peu près au double de la différence des ascensions droites des étoiles observées.

Autrement dit, les termes lunaires trouvés (1) ne peuvent être expliqués par l'effet de marée de la Lune sur la direction de la verticale. On peut confirmer d'une façon convaincante cette conclusion par ce raisonnement simple : En introduisant dans l'argument des expressions (1) l'angle horaire de la Lune $t_{\zeta} = \alpha - \alpha_{\zeta}$, nous obtiendrons :

$$0''.036 \cos (2 t_{\zeta} + 17^{\circ}); 0''.038 \cos (2 t_{\zeta} + 282^{\circ}) \quad (2)$$

Les phases initiales des expressions (2) diffèrent de nouveau tout de même d'une façon importante entre-elles. Or si les ondes découvertes étaient provoquées par l'oscillation de marée de la verticale alors les expressions (2) auraient des phases égales pour le même angle horaire de la Lune.

§ 4. SUR LE TERME SEMI-MENSUEL DE LA NUTATION.

Puisque les termes semi-mensuels trouvés (1) dans les observations de α Persei et η Ursae maj. ne peuvent s'expliquer par les oscillations de la verticale, nous les avons comparés au terme semi-mensuel de la nutation. En outre, nous avons remarqué que les variations de la latitude disposées d'après l'ascension droite de la Lune (table 3) indiquent en réalité un certain lien avec les corrections des déclinaisons pour les termes à courte période de la nutation.

Autrement dit, notre attention a été attirée sur le fait que les valeurs sont obtenues comme si c'était à cause de l'inexactitude de la partie

$$A'a' + B'b' \quad (3)$$

qui intervient dans la formule de réduction des déclinaisons au lieu apparent. On peut encore écrire l'expression (3) sous la forme : $A'n \cos \alpha - B' \sin \alpha$, où α est l'ascension droite de l'étoile. On en déduit que la phase des corrections aux termes à courte période de la nutation pour les étoiles d'ascensions droites différentes sera différente. Nous noterons que pour nos étoiles, les phases de ces corrections diffèrent de 155° . Les termes semi-mensuels (1) trouvés dans les observations ont une différence des phases initiales du même ordre (206°). Les valeurs de réduction A' et B' constituent comme on le sait une série d'harmoniques qui montrent dans l'ensemble l'allure réelle du phénomène, la composante d'argument 2ζ a une amplitude sensiblement plus grande par rapport aux autres. C'est pourquoi si les valeurs de réduction A' et B' ne sont pas tout à fait exactes, on peut s'attendre à l'apparition d'une onde de la forme $\Delta \phi = N \cos (2 \zeta + \nu)$.

Pour déterminer N et ν , les équations sont composées de la façon suivante :

1. Toutes les latitudes observées dans les limites de la variation de l'argument de 345° à 15° sont rapportées à une seule valeur moyenne, à 0° ; celles de 15° à 45° , à 30° ; celles de 45° à 75° à 60° et ainsi de suite.
2. On a obtenu 12 valeurs moyennes des latitudes rapportées aux arguments : 0° , 30° , 60° etc... comme nous l'indiquons dans les tables 4, 5, 6 et 7.

Pour nous assurer du fait que le phénomène périodique trouvé se répète dans toutes les séries, nous avons déterminé N et ν d'abord d'après les séries séparées et ensuite, après nous être assurés de la réalité du phénomène, nous avons effectué les calculs pour toutes les données d'observation obtenues pour 1939-1949. On s'est servi pour cela des tables 9 et 10.

Table 4

Observations de α Persei et η Ursae maj. pour 1939-1941.

2 ϵ	α Persei			η Ursae maj.		
	n	φ	$\varphi - \varphi_{cp}$	n	φ	$\varphi - \varphi_{cp}$
0°	25	12''.930	-0''.049	37	13''.040	+0''.008
30	33	12.934	-0.045	30	14.044	+0.012
60	29	13.001	+0.022	32	13.044	+0.012
90	28	13.046	+0.067	30	12.996	-0.036
120	31	12.999	+0.020	27	13.003	-0.029
150	21	13.023	+0.044	30	13.048	+0.016
180	30	12.984	+0.005	30	13.012	-0.020
210	27	12.947	-0.032	30	13.019	-0.013
240	32	12.970	-0.009	31	12.963	-0.069
270	33	12.949	-0.030	34	13.041	+0.009
300	29	13.015	+0.036	24	13.108	+0.076
330	27	12.955	-0.024	24	13.071	+0.039

$\varphi_{cp} = 12''.979$

$\varphi_{cp} = 13''.032$

Table 5

Observations de α Persei en 1944-1945 et η Ursae maj. en 1944-1947

2 ϵ	α Persei			η Ursae maj.		
	n	φ	$\varphi - \varphi_{cp}$	n	φ	$\varphi - \varphi_{cp}$
0°	11	12''.861	-0''.131	27	13''.044	+0''.026
30	13	12.992	0.000	22	13.028	+0.010
60	16	13.031	+0.039	23	13.18	0.000
90	14	13.031	+0.039	31	12.970	-0.048
120	17	13.030	+0.038	29	13.048	+0.030
150	16	13.044	+0.052	32	12.931	-0.087
180	12	12.955	-0.037	25	12.991	-0.027
210	21	12.990	-0.002	29	13.002	-0.016
240	11	12.985	-0.007	29	13.045	+0.027
270	10	12.956	-0.036	27	13.000	-0.018
300	10	13.042	+0.050	24	13.098	+0.080
330	17	12.981	-0.011	27	13.041	+0.023

$\varphi_{cp} = 12''.992$

$\varphi_{cp} = 13''.018$

Table 6
Observations α Persei et η Ursae maj. en 1947-1949

2 ϵ	α Persei			η Ursae maj.		
	n	φ	$\varphi - \varphi_{cp}$	n	φ	$\varphi - \varphi_{cp}$
0	16	12".915	-0".058	20	13".150	+0".042
30	18	12.999	+0.030	18	13.090	-0.018
60	20	12.934	-0.035	18	13.126	+0.018
90	24	13.020	+0.051	19	13.087	-0.021
120	23	13.052	+0.083	20	13.085	-0.023
150	22	12.968	-0.001	23	13.055	-0.053
180	27	12.953	-0.016	17	13.055	-0.023
210	23	12.938	-0.031	21	13.100	-0.008
240	23	12.984	+0.015	27	13.075	-0.033
270	28	12.961	-0.008	20	13.132	+0.024
300	22	12.971	+0.002	21	13.130	+0.022
330	21	12.937	-0.032	17	13.185	+0.077
			$\varphi_{cp} = 12".969$			
						$\varphi_{cp} = 13".108$

Table 7
Observations de α Persei et η Ursae maj. en 1939-1949.

2 ϵ	α Persei		η Ursae maj.	
	n	$\varphi - \varphi_{cp}$	n	$\varphi - \varphi_{cp}$
0	52	-0.069	84	+0.022
30	64	-0.015	70	+0.004
60	65	+0.009	73	+0.010
90	66	+0.055	80	-0.037
120	71	+0.045	76	-0.005
150	59	+0.029	85	-0.041
180	69	-0.011	72	-0.023
210	71	-0.023	80	-0.013
240	66	0.000	87	-0.026
270	71	-0.022	81	+0.004
300	61	+0.026	69	+0.061
330	65	-0.023	68	+0.042

Nous donnons dans ces tables les phases, le nombre d'observations, les latitudes et les variations de latitude par rapport à la latitude moyenne de toute la série $\phi - \phi_{\text{moy}}$. La table 8 renferme les valeurs moyennes pondérées de $\phi - \phi_{\text{moy}}$ en fonction des trois séries.

Les calculs effectués par séries séparées ont donné les résultats suivants :

$$\begin{aligned} \text{I} & 0''.029 \cos (2 \zeta + 230^\circ) ; 0''.029 \cos (2 \zeta + 22^\circ) ; \\ \text{II} & 0''.030 \cos (2 \zeta + 229^\circ) ; 0''.038 \cos (2 \zeta + 37^\circ) ; \\ \text{III} & 0''.026 \cos (2 \zeta + 238^\circ) ; 0''.040 \cos (2 \zeta + 26^\circ) . \end{aligned}$$

Les calculs pour toutes les données d'observations donnent :

$$0''.028 \cos (2 \zeta + 232^\circ) ; \quad 0''.034 \cos (2 \zeta + 29^\circ) . \quad (4)$$

Nous en concluons que l'onde semi-mensuelle se manifeste de toute évidence dans toutes les séries séparées. Cela est démontré par la bonne convergence des amplitudes et des phases d'après les résultats des séries et également par le fait que la différence des phases initiales des expressions de l'une et l'autre étoile est conservée.

La composante semi-mensuelle dans les réductions au lieu apparent en déclinaison peut être exprimée comme suit :

$$- 0.00405 n \cos \alpha . \sin 2 \zeta + 0''.088 \sin \alpha . \cos 2 \zeta .$$

En substituant à la place de n sa valeur numérique $20''.043$ et également les valeurs numériques $\cos \alpha$ et $\sin \alpha$ nous obtenons respectivement pour α Persei et η Ursae maj., les expressions suivantes :

$$0''.085 \cos (2 \zeta + 37^\circ) ; \quad 0''.082 \cos (2 \zeta + 242^\circ) . \quad (5)$$

En comparant les expressions (4) avec les expressions (5) nous nous assurons encore une fois de la vraisemblance de nos hypothèses relatives à la nature des termes semi-mensuels trouvés ; ces termes apparaissent à cause de l'inexactitude du terme semi-mensuel de la nutation. Ils constituent ainsi les erreurs des expressions (5), c'est pourquoi en soustrayant des expressions (5) les expressions (4) respectivement pour les deux étoiles nous obtenons les termes semi-mensuels corrigés de la nutation :

$$0''.112 \cos (2 \zeta + 41^\circ) ; \quad 0''.114 \cos (2 \zeta + 234^\circ) . \quad (6)$$

Les comparaisons de (5) et (6) montrent que la valeur de l'amplitude du terme semi-mensuel de la nutation doit être augmentée de 1.3 fois alors que la phase n'exige évidemment pas de changements. Notre conclusion montre l'inexactitude des termes à courte période de la nutation. Il en résulte que les astronomes et les géophysiciens doivent attirer l'attention sur le phénomène que nous avons découvert afin de confirmer par d'autres observations plus nombreuses les résultats obtenus ici et de séparer l'influence de l'oscillation de marée de la verticale du mouvement de nutation de l'axe de la Terre.

Il convient encore de noter que depuis le début, notre travail a suscité un grand intérêt parmi les collaborateurs de l'Observatoire de Poltava et a été étudié aussi bien dans les réunions scientifiques que dans les entretiens personnels. Ces recherches ont stimulé l'étude vaste de la question des termes à courte période de la nutation aussi bien par rapport à la réduction des données d'observations que par rapport à l'explication théorique des résultats. Des travaux s'effectuent déjà dans cette direction à l'Observatoire de Poltava et certaines des questions que nous effleurons ici à peine seront envisagées plus en détail ultérieurement.

Le terme de période mensuelle vient immédiatement après le terme semi-mensuel de la nutation si l'on considère l'amplitude, bien que celle-ci soit tout de même trois fois plus petite que l'amplitude du semi-mensuel.

Mais de grandes séries d'observations précises au télescope zénithal peuvent amener à découvrir des valeurs de cet ordre. C'est pourquoi nous nous sommes efforcé de chercher dans les observations de α Persei et η Ursae maj. les manifestations de l'inexactitude aussi du terme mensuel de la nutation, d'autant plus que dans les observations de Poulkovo de δ Cassiopée l'onde lunaire mensuelle avait déjà été découverte en son temps par A. Ya Orlov [1].

En nous servant à nouveau des mêmes tables 9 et 10 où sont données également les valeurs de l'argument $(\zeta - \Gamma')$ nous avons effectué les calculs correspondants dans le but de déterminer l'onde de la forme

$$N \cos [(\zeta - \Gamma') + \nu].$$

A la suite des calculs analogues aux calculs décrits nous avons obtenu les valeurs $\phi - \phi_{\text{moy}}$ réparties d'après l'argument $(\zeta - \Gamma')$ comme le montre la table 8.

Table 8
Observations de α Persei et η Ursae maj. en 1939-1949.

$(\zeta - \Gamma')$	α Persei		η Ursae maj.	
	n	$\eta - \eta_{\text{cp}}$	n	$\eta - \eta_{\text{cp}}$
0	70	+0''.014	81	+0''.028
30	63	+0 .030	77	+0 .018
60	63	+0 .017	78	-0 .018
90	66	+0 .023	72	-0 .020
120	57	-0 .089	74	+0 .025
150	73	-0 .009	86	+0 .024
180	58	-0 .035	78	+0 .004
210	57	-0 .011	74	+0 .009
240	65	+0 .014	73	+0 .009
270	73	-0 .009	74	-0 .040
300	70	+0 .033	80	-0 .020
330	65	+0 .039	78	-0 .027

Sans partager les observations en séries séparées comme cela a été fait lors des calculs des termes semi-mensuels de la nutation, nous avons calculé l'onde lunaire mensuelle d'emblée d'après toutes les données. Nous ne donnons ici que le résultat général, c'est-à-dire que nous donnons les expressions des termes lunaires mensuels obtenus sur la base des données d'observations que nous possédons, séparément pour α Persei et η Ursae maj. :

$$0''.034 \cos [(\varpi - \Gamma') + 25^\circ] ; 0''.014 \cos [(\varpi - \Gamma') + 235^\circ] \quad (7)$$

Il convient de noter que la détermination de ces petites valeurs, à la suite des difficultés connues, ne présente qu'une faible certitude dans la réalité du résultat définitif. Malgré cela, la différence des phases indique également un certain phénomène régulier dont la nature reste encore peu claire.

Une brève conclusion de ce travail a été publiée dans l'Astronomitckeskii Tsiskouliar de l'Ac. des Sc. d'URSS en juin et en août 1950 [7].

En conclusion, nous exprimons nos sincères remerciements à A. Ya Orlov et E.P. Fédorov pour leurs conseils.

BIBLIOGRAPHIE

1. A. Ya ORLOV
Les termes périodiques lunaires et autres dans les observations de δ Cassiopée à Poulkovo 1934.
2. N.A. POPOV
Travaux de l'Observatoire Gravimétrique de Poltava de l'Acad. des Sc. d'Ukraine, T. II, 1948.
3. E.V. LAVRENTIEVA et N.A. POPOV
Circulaire astronomique de l'Acad. des Sc. d'URSS
N° 71, 1948
4. E.P. FEDOROV
Circulaire astronomique de l'Acad. des Sc. d'URSS
N° 101-102, 1950
5. N.A. POPOV
Travaux de l'Observatoire Gravimétrique de Poltava de l'Acad. des Sc. d'Ukraine
T. III, 1950
6. E.V. LAVRENTIEVA
Travaux de l'Observatoire Gravimétrique de Poltava de l'Acad. des Sc. d'Ukraine
T. III, 1950.
7. N.A. POPOV
Circulaire Astronomique de l'Acad. des Sc.
N° 101, 102, 103, 1950.

Suite table 9

Date	2 $\odot$	C- Γ '	η	Date	2 $\odot$	C- Γ '	η			
1939				1940						
Octobre	1	78 $^{\circ}$	247 $^{\circ}$	85	Janvier	19	115 $^{\circ}$	254 $^{\circ}$	117	
	2	104	260	109		25	273	332	57	
	5	183	300	82		26	299	345	109	
	6	209	313	96		28	352	11	92	
	7	236	326	123		30	44	37	109	
	9	288	352	103		Février	1	97	63	126
	12	7	31	77			13	52	219	81
	20	217	135	110			16	131	259	114
	23	296	174	111			17	157	272	106
	24	3 $^{\circ}$ 3	187	93			18	184	285	85
29	94	252	128	19	210	298	78			
Novembre	7	330	10	98	22	289	337	89		
	9	23	36	73	24	341	3	82		
	10	49	49	103	26	34	29	92		
	13	154	101	111	27	60	42	108		
	14	181	114	88	28	89	55	117		
	16	233	140	96	Mars	3	192	107	107	
	29	215	309	77		4	218	120	80	
	30	241	322	118		6	270	146	93	
	9	118	88	130		9	349	185	101	
	16	302	171	113	13	94	237	77		
19	21	210	100	14	121	250	85			
21	73	236	83	19	252	315	119			
22	99	249	120	21	305	342	101			
23	126	262	82	22	331	355	120			
27	231	314	78	23	357	8	111			
28	257	327	109	24	24	21	124			
29	283	340	105	28	129	73	121			
31	336	6	92	Avril	1	234	125	80		
1940					2	260	138	110		
Janvier	1	2	19	69	12	163	268	112		
	2	28	32	61	15	242	307	89		
	3	55	45	83	17	294	333	74		
	5	107	71	88	21	39	25	97		
	6	134	84	81	22	66	38	141		
	7	160	97	65	24	118	65	98		
	8	186	110	51	25	145	78	73		
	9	212	123	99	26	171	91	110		
	10	239	136	100	Mai	4	21	195	69	
	11	265	149	116		9	162	260	104	
17	63	227	118	10	179	273	108			
				12	231	299	109			

Table 9

Résultats de l'Percei ($\alpha = 0.01$)

Date	°C	°F	°	Date	2°	°F	°
1939							
Juin				Août			
1	112	98	84	9	125	277	89
2	138	111	98	10	151	290	143
6	243	163	102	11	178	303	95
9	322	202	75	12	204	316	94
11	15	228	125	13	230	329	75
12	41	241	85	14	257	342	67
13	67	254	106	15	283	355	107
15	120	280	35	16	309	8	92
16	146	293	124	17	335	21	107
19	225	332	127	18	2	34	119
25	23	51	70	19	28	47	106
26	49	64	66	20	54	60	120
28	101	90	125	21	81	73	46
29	128	103	109	23	133	99	84
30	154	116	117	25	186	125	93
Juillet				Septembre			
1	180	129	105	27	238	151	110
2	207	142	96	28	265	164	67
3	233	155	85	29	291	177	88
5	285	181	44	30	317	190	108
6	312	194	139	31	343	204	101
7	338	207	67	1	10	217	85
9	30	233	86	2	36	230	49
10	57	246	95	3	62	243	94
13	136	285	140	4	89	256	89
15	188	311	122	7	167	295	105
17	241	337	110	8	194	308	101
18	267	350	103	10	246	334	92
19	293	3	61	11	272	347	112
22	12	42	105	12	299	0	105
23	38	55	45	13	325	13	93
24	65	68	107	14	351	26	78
25	91	81	141	15	18	39	94
26	117	94	111	16	44	52	93
27	144	107	78	18	96	78	83
28	170	121	62	24	254	156	102
30	222	147	104	25	280	169	88
31	249	160	111	26	307	182	75
1	275	173	94	27	333	193	85
2	301	186	102	29	26	221	114
3	328	199	65	30	52	234	116
8	99	264	130				

Date	2	° - ' - "	q	Date	2t	° - ' - "	q
1940							
Mai	16	336°	78	Août	12	129°	104
	20	82	116		14	182	111
	24	187	113		15	208	71
	25	213	57		19	313	73
	27	265	106		20	339	117
	28	292	104		21	6	89
	11	300	116		22	32	96
	12	326	101		23	58	96
	13	352	71		25	111	94
	16	71	117		26	137	93
Juin	17	97	86	Septembre	27	163	105
	18	124	61		28	190	80
	20	176	119		30	242	85
	22	255	76		3	347	90
	22	229	113		4	14	115
	23	255	76		5	40	107
	24	281	102		6	66	84
	25	308	105		7	92	109
	27	0	111		8	119	107
	28	26	77		9	145	96
Juillet	1	105	106	Octobre	10	171	108
	4	184	112		11	198	98
	6	237	100		12	224	138
	8	289	120		14	276	97
	9	316	135		15	303	101
	10	342	121		19	48	92
	12	34	109		21	100	90
	14	87	110		22	127	106
	15	113	130		25	205	98
	17	166	72		26	232	98
Août	19	218	116		28	284	124
	20	245	77		30	337	118
	21	271	93		9	213	112
	22	297	144		10	240	72
	26	42	105		11	266	75
	30	147	130		13	319	95
	31	174	84		14	345	66
	7	358	116		17	64	76
	8	24	123		18	90	72
	9	50	80		24	248	107
	10	77	131		30	45	97
	11	103	45				

Date	2t	° - ' - "	q	Date	2t	° - ' - "	q
1940				1941			
Novembre	10	334	150	90	6	169°	74
	11	1	163	103	14	19	339
	11	27	176	82	15	46	352
	15	132	229	98	21	203	70
	19	237	280	102	23	256	96
	20	263	293	101	27	1	148
	21	230	307	99	31	106	201
	22	316	320	83	3	185	240
	23	342	333	101	4	211	253
	28	114	38	108	5	238	266
Décembre	9	43	181	78	6	264	279
	10	69	194	89	7	290	292
	15	200	259	109	18	219	75
	16	227	272	89	30	175	231
	17	253	285	56	5	306	296
	18	279	299	88	10	78	2
	22	24	351	129	13	156	41
	25	103	30	118	18	288	106
	26	130	43	99	22	33	158
	27	156	56	93	26	138	210
Janvier	29	208	82	89	28	191	236
	31	261	108	112	1	296	288
					2	322	301
					3	348	314
					6	67	353
					7	93	7
					10	172	46
					11	198	59
					17	356	137
					26	233	254
Février	1	22	165	107	28	285	280
	24	266	105	84	3	57	345
					4	83	358
					5	109	11
					8	188	50
					9	214	63
					10	241	76
					11	267	90
					13	319	116
					14	346	129
				15	12	142	
				17	65	168	
				Juillet			

Date	24	°C	°F	°	Date	24	°F	°
1945								
Septembre	13	130°	210°	77	Septembre	13	288°	29°
	14	157	223	99		14	314	42
	15	183	236	99		15	340	55
	16	209	249	128		16	7	68
	19	288	288	131		17	33	81
	21	341	315	85		18	59	94
	22	7	328	104		19	86	107
	23	33	341	130		20	112	120
	24	59	354	92		21	138	133
	25	86	7	113		22	164	146
Octobre	26	112	20	121	Octobre	26	270	198
	27	138	33	86		27	296	211
	29	191	59	113		29	348	237
	30	217	72	92		2	67	276
	1	322	124	76		4	120	302
	11	146	215	94		6	172	328
	13	199	241	93		7	199	341
	16	278	280	71		8	225	354
	17	304	293	95		9	251	7
	18	330	306	103		10	277	21
Août	21	49	345	120	Novembre	11	304	34
	25	154	38	102		16	75	99
	27	207	64	109		17	101	112
	30	286	103	101		19	154	158
	15	246	11	79		22	233	177
	16	272	24	118		28	30	255
	17	298	37	99		31	109	294
	19	351	63	114		1	136	307
	20	17	76	56		2	162	320
	23	96	115	93		4	214	346
Septembre	26	175	154	106	Décembre	6	267	12
	29	254	193	122		14	144	130
	1	332	232	86		19	275	195
	2	359	245	71		25	73	273
	3	25	258	89		29	178	325
	4	51	271	100		9	81	95
	6	104	298	78		24	115	291
	7	130	311	77		1948		
	10	209	350	116		2	351	48
	12	262	16	74		7	123	113

Date	24	°C	°F	°	Date	24	°F	°
1948								
Janvier	12	254°	178°	102	Mai	1	265°	172°
	15	333	217	93		4	344	211
	16	359	230	99		6	36	237
	27	288	14	114		7	63	250
	29	341	40	119		8	89	263
	7	217	157	76		11	168	302
	11	323	209	88		12	194	315
	17	120	287	84		13	230	328
	18	147	300	132		15	273	354
	19	173	313	74		23	123	98
Février	22	252	352	99	Juin	24	149	111
	23	278	6	112		25	176	124
	29	76	84	108		29	281	176
	12	31	240	108		30	307	189
	13	57	253	86		3	52	241
	15	110	279	102		4	79	255
	16	136	292	106		5	105	268
	19	215	331	90		7	157	294
	20	241	344	94		8	184	307
	28	91	89	98		9	210	320
Mars	29	118	102	108	Juillet	11	263	346
	31	170	128	67		14	341	25
	1	197	141	117		16	34	51
	2	223	154	93		17	60	64
	6	328	206	58		18	86	77
	9	47	245	91		19	113	90
	10	73	258	87		20	139	103
	11	99	271	87		21	165	116
	12	126	284	109		22	192	129
	13	152	297	89		23	218	142
Avril	14	178	310	100		29	16	220
	15	205	323	119		1	68	246
	16	231	336	112		2	94	259
	17	257	349	99		3	121	272
	18	283	2	84		4	147	285
	19	310	15	118		7	220	324
	20	336	28	89		8	252	338
	21	2	41	85		10	305	4
	22	28	54	102		11	331	17
	24	81	80	142		15	76	63
Mai	29	212	145	100		16	102	82
	30	239	158	109		17	129	95

Suite table 9

Date	2 ϵ	$\epsilon - \Gamma'$	η	Date	2 ϵ	$\epsilon - \Gamma'$	η
1949							
Février	1	345°	181°	Mars	23	219°	112°
	2	11	194		24	245	125
	3	37	207		25	271	138
	5	90	233		27	324	164
	7	142	259		29	17	190
	8	165	272		31	69	216
	9	195	285	Avril	4	174	268
	12	274	324		5	200	281
	13	300	337		7	253	308
	14	326	350		10	332	347
	16	19	16		13	51	26
	19	98	55		18	182	91
	24	229	120		19	208	104
	25	256	133		26	32	195
	26	282	146		27	59	208
	5	106	238		28	85	221
	8	185	277		29	111	234
	9	211	290		30	138	247
Mars	10	237	303	Mai	1	164	260
	11	263	316		3	216	286
	12	290	329		5	269	312
	18	87	47		6	295	325
	22	193	99		7	321	338
							111

Table 10

Résultats de η Ursae maj. ($\eta = 0'' . 01$)

Date	2 ϵ	$\epsilon - \Gamma'$	η	Date	2 ϵ	$\epsilon - \Gamma'$	η
1939							
Juin	1	123°	104°	Juin	16	157°	299°
	3	173	130		17	184	312
	6	255	169		18	210	325
	7	281	182		19	236	338
	8	307	195		24	8	43
	9	333	208		25	34	56
	10	360	221		26	60	69
	12	52	247		27	87	82
	13	79	260		28	113	95
	14	105	273		29	139	108
	15	131	286		30	165	121
							80

Suite table 9

Date	2 ϵ	$\epsilon - \Gamma'$	η	Date	2 ϵ	$\epsilon - \Gamma'$	η
1948							
Juillet	20	207°	134°	Septembre	16	292°	170°
	21	234	147		17	318	183
	22	260	160		20	37	221
	23	286	173		23	116	261
	24	312	186		24	142	274
	25	339	199		25	168	287
	26	5	212		26	195	300
	27	31	225		27	221	313
	28	58	238		29	273	339
	29	84	251		30	300	352
	30	110	264	Octobre	1	326	5
	1	163	290		2	352	18
	2	189	303		5	71	57
	3	215	316		7	124	83
	4	242	329		10	203	122
	6	294	355		13	281	161
	8	347	21		16	0	200
	9	13	34		22	158	279
	10	39	47		25	237	318
	11	66	61		26	263	331
	12	92	74		27	289	344
	13	118	87		30	8	23
	14	144	100	Novembre	8	245	140
	15	171	113		11	323	179
	17	223	139		11	350	192
	18	250	152		13	42	218
	19	276	165		15	95	244
	20	302	178		2	182	106
	21	328	191	Décembre	4	234	132
	25	74	243		5	261	145
	26	100	256		7	313	171
	28	152	282		8	339	184
	29	179	295		9	6	197
	30	205	308				
	1	258	334				
	3	310	0	1949			
	6	29	39				
	9	108	78		17	311	345
	11	160	104		21	56	37
	12	187	117		23	108	63
	14	239	144		24	135	76
	15	265	157		29	266	142

Septembre

Janvier

Date	20	5-11	4	Date	20	5-11	4
1940				1940			
Février	2	108	69	114	Mai	6	59°
	4	161	95	101		7	85
	14	64	225	131		8	111
	17	143	264	73		9	138
	18	169	277	110		10	164
	19	195	290	94		11	190
	23	300	342	142		13	243
	24	326	355	104		16	322
	25	353	8	120		17	348
	26	19	21	132		19	40
	27	45	34	106		20	67
	28	72	48	85		1	93
Mars	4	203	113	112		23	145
	6	256	139	85		24	172
	7	282	152	109		25	198
	8	308	165	98		26	224
	12	53	217	90		28	277
	14	106	243	101	Juin	10	259
	17	185	282	93		11	285
	19	237	308	97		13	337
	20	263	321	102		15	30
	21	290	334	136		16	56
	22	316	347	148		17	82
	23	342	0	121		18	109
	24	9	13	117		19	135
Avril	2	245	131	83		20	161
	3	271	144	125		21	183
	10	95	235	96		22	214
	12	148	261	103		23	240
	17	279	326	100		24	266
	18	306	339	122		27	345
	21	24	18	111		28	12
	22	51	31	130		29	38
	23	77	44	72	Juillet	30	64
	24	103	57	110		3	143
	25	130	70	101		4	169
	26	156	83	103		5	196
	29	235	122	101		7	248
	30	261	135	116		8	271
Mai	1	340	174	104		11	353
	4	6	187	113		13	46
	5	32	200	89		14	72
							33
							89
							135
							93
							108
							135
							69
							121
							83
							96
							100
							118
							116
							110
							124
							117
							113
							33

[illegible]

Suite table 10

Date	2 ^h	3 ^h - 1 ^h '	4 ^h	Date	2 ^h	3 ^h - 1 ^h '	4 ^h
1946				1947			
Juin	23	45°	317°	115	Avril	9	107°
	24	72	330	67		11	159
	25	98	343	85		12	186
	26	124	356	122		14	238
	28	177	22	135		20	62
	30	229	48	122		21	89
Juillet	1	256	61	137		22	115
	5	1	114	136		23	141
	7	53	140	105		24	167
	8	80	153	138		28	273
	14	237	231	109		30	325
	17	316	270	106	Mai	2	18
	21	61	322	139		5	96
	26	193	27	75		7	149
	29	272	66	62		8	175
	30	298	79	124		9	202
	31	324	92	104		10	228
Avût	1	350	105	97		11	254
	3	43	131	78		12	280
	6	122	171	93		13	307
	7	148	184	99		14	333
	8	174	197	85		15	359
	10	227	223	94		16	26
	14	332	275	83		17	52
	15	358	288	99		18	78
	16	25	301	114		23	210
	19	103	340	105		24	236
	21	156	6	74		25	262
	24	235	45	91		26	288
	26	287	71	113	Juin	1	86
Septembre	2	111	162	101		2	112
Octobre	21	319	81	81		3	139
Novembre	8	72	315	77		5	191
	13	204	20	89		6	217
						7	244
						15	94
						16	120
						19	199
						23	304
						24	331
						28	76
						29	102
							124
							86
							74
							106
							112
							82
							105
							110
							86
							74
							102
							142
							106
							102
							124
							127
							99
							110
							119
							101
							112
							76
							119
							129
							102
							94
							124
							86
							74
							106
							112
							82
							105
							110
							86
							74
							102
							142
							106
							102
							124
							127
							99
							110
							119
							101
							112
							76
							119
							129
							102
							94
							124
							86
							74
							106
							112
							82
							105
							110
							86
							74
							102
							142
							106
							102
							124
							127
							99
							110
							119
							101
							112
							76
							119
							129
							102
							94
							124
							86
							74
							106
							112
							82
							105
							110
							86
							74
							102
							142
							106
							102
							124
							127
							99
							110
							119
							101
							112
							76
							119
							129
							102
							94
							124
							86
							74
							106
							112
							82
							105
							110
							86
							74
							102
							142
							106
							102
							124
							127
							99
							110
							119
							101
							112
							76
							119
							129
							102
							94
							124
							86
							74
							106
							112
							82
							105
							110
							86
							74
							102
							142
							106
							102
							124
							127
							99
							110
							119
							101
							112
							76
							119
							129
							102
							94
							124
							86
							74
							106
							112
							82
							105
							110
							86
							74
							102
							142
							106
							102
							124
							127
							99
							110
							119
							101
							112
							76
							119
							129
							102
							94
							124
							86
							74
							106
							112
							82
							105
							110
							86
							74
							102
							142
							106
							102
							124
							127
							99
							110
							119
							101
							112
							76
							119
							129
							102
							94
							124
							86
							74
							106
							112
							82
							105
							110
							86
							74
							102
							142
							106
							102
							124
							127
							99
							110
							119
							101
							112
							76
							119
							129
							102
							94
							124
							86
							74
							106
							112
							82
							105
							110
							86
							74
							102
							142
							106
							102
							124
							127
							99

Date	2 ϵ	$\epsilon - \Gamma'$	η	Date	2 ϵ	$\epsilon - \Gamma'$	η	
1945				1946				
Août	14	73°	186°	95	18	111°	119	
	20	231	264	122	20	163	203	
	22	284	290	128	22	216	229	
	23	310	303	118	1	93	347	
	24	336	316	105	2	119	0	
	26	29	342	106	3	145	13	
	30	134	35	99	4	171	26	
Septembre	31	160	48	111	5	198	39	
	1	186	61	105	6	224	52	
	15	194	243	88	8	277	78	
	21	352	321	91	10	329	104	
	23	45	347	80	11	355	117	
	25	97	13	98	12	22	130	
	26	123	26	156	13	48	143	
Octobre	29	202	65	115	14	74	156	
	4	334	131	83	15	101	169	
	13	210	248	115	16	127	182	
	23	113	18	106	17	153	195	
	5	95	187	53	18	179	208	
	18	76	357	98	19	206	221	
	19	103	10	110	21	258	247	
Novembre	21	155	36	71	25	3	299	
	24	234	75	101	26	30	312	
	1946				27	56	325	
	Mars	2	289	272	115	31	161	18
		6	35	324	111	1	187	31
		18	350	120	131	2	214	44
		19	16	133	111	3	240	57
20		43	146	110	4	266	70	
28		253	251	119	5	292	83	
31		332	290	119	6	319	96	
Avril	1	358	303	97	7	345	109	
	3	50	329	67	8	11	122	
	5	103	355	114	9	38	135	
	6	129	8	138	11	90	161	
	7	156	21	69	12	116	174	
	13	313	99	121	13	143	187	
	15	6	125	95	14	169	200	
Mai	16	32	138	125	15	195	213	
	17	58	151	78	18	274	252	
	1947				19	300	265	
	Juin	2	289	272	115	20	326	280
		6	35	324	111	21	352	293
		18	350	120	131	22	379	300
		19	16	133	111	23	406	307
20		43	146	110	24	433	314	
28		253	251	119	25	460	321	
31		332	290	119	26	487	328	

Date	2°C	Σ - Γ'	γ	Date	2°C	Σ - Γ'	γ
1948				1948			
Avril	19 321°	21°	144	Juin	21 177°	122°	72
	20 347	34	112		23 229	148	103
	21 14	47	99		28 1	213	96
	24 92	86	108		29 27	226	99
	25 119	99	93	Juillet	1 80	262	131
	28 198	138	95		4 158	291	96
	29 224	151	119		9 290	356	141
	30 250	164	135		12 9	35	112
Mai	1 276	177	110		14 61	61	120
	2 303	190	105		21 245	153	138
	3 329	203	117		22 271	166	116
	4 355	216	142		23 298	179	164
	7 74	255	104		24 324	192	89
	8 100	268	114		26 17	218	116
	9 127	281	108		27 43	231	114
	10 153	294	75		28 69	244	119
	11 179	307	85		29 95	257	112
	12 205	321	112		30 122	270	122
	13 232	334	67		31 148	283	135
	15 284	0	109	Août	2 201	309	116
	16 311	13	102		3 227	322	115
	20 56	65	84		4 253	335	84
	22 108	91	135		5 279	348	117
	23 135	104	105		6 306	1	86
	24 161	117	109		7 332	14	141
	26 213	143	95		8 358	27	113
	29 292	182	124		9 24	40	115
	30 319	195	101		10 51	53	102
	31 345	208	89		11 77	66	98
Juin	1 11	221	110		12 103	79	99
	2 37	234	134		13 130	92	98
	3 64	247	134		14 156	105	117
	4 90	260	142		17 235	144	107
	5 116	273	100		18 261	157	82
	7 169	299	141		19 287	170	93
	8 195	312	90		20 314	183	107
	9 221	325	115		26 111	262	109
	10 248	338	79		27 138	275	127
	15 19	44	141		30 216	314	120
	16 45	57	121	Septembre	2 295	353	117
	17 72	70	150		3 332	6	110
	18 98	83	110		5 14	32	124
	20 150	109	105		6 40	45	129

Date	26	°-r'	7	Date	26	°-r'	7
Juillet	1947			1948			
1	154	150	93	Janvier	3	54°	128
2	181	163	94		7	106	138
3	207	176	137		10	187	127
4	233	189	122		12	239	99
5	260	202	87		13	266	108
6	286	215	111		16	344	134
7	312	228	82		30	352	125
8	338	241	109	Février	7	203	112
9	5	254	99		13	0	117
10	31	267	109		18	132	293
12	84	294	87		19	158	306
13	110	307	75	Mars	22	237	120
9	99	298	111		3	140	89
12	178	337	113		6	218	106
19	2	69	99		13	42	108
28	239	186	92		14	69	111
4	63	277	131		19	200	109
5	89	290	128		20	226	94
10	220	355	74		21	253	136
11	247	8	99		24	331	99
12	273	21	106		25	358	42
15	352	60	106		27	50	102
16	18	73	114		28	77	81
17	44	86	124		30	129	101
18	71	100	23		31	155	104
26	281	204	134	Avril	1	182	95
27	307	217	105		2	208	125
29	0	243	105		3	234	130
3	105	295	149		4	261	106
5	157	321	103		5	287	98
7	210	347	96		6	313	81
9	263	13	120		7	339	151
11	315	39	134		9	32	107
19	165	143	104		10	58	116
27	16	248	94		11	85	94
30	94	287	93		12	111	122
1	147	313	86		13	137	115
4	226	352	123		14	163	99
17	207	161	82		15	190	124
20	286	300	95		16	216	102
28	137	305	92		17	242	105
24	100	283	119		18	268	126
31	284	15	82		18	295	99
Décembre							

Suite table 10

Date	2C	C - Γ'	q	Date	2C	C - Γ'	q			
1948				1949						
Septembre	8	93°	71°	55	Janvier	24	120°	69°	123	
	9	119	84	114		29	251	134	132	
	11	172	110	124	Février	2	356	186	115	
	13	224	136	118		7	128	251	94	
	14	251	149	81		8	154	264	95	
	15	277	162	168		10	206	291	150	
	16	303	175	102		15	338	356	146	
	17	329	188	95		20	109	61	93	
	18	356	201	148		22	162	87	104	
	22	101	253	72		25	241	126	109	
	24	153	279	85		27	293	152	106	
	25	180	292	72	Mars	1	346	178	119	
	26	206	306	105		11	249	308	88	
	27	232	319	111		12	275	321	112	
Octobre	28	259	332	120		19	99	53	102	
	29	285	345	118		23	204	105	113	
	30	311	358	123		24	230	118	96	
	6	109	76	112		25	257	131	132	
	7	135	89	174		27	309	157	109	
	8	161	102	88		29	2	183	107	
	9	188	115	121		30	28	196	126	
	22	169	284	111		31	54	209	105	
	26	274	336	92	Avril	5	186	274	100	
	28	327	2	89		6	212	287	120	
	Novembre	7	230	133	113		11	343	352	121
		10	309	172	143		12	10	5	129
		14	54	224	94		16	115	57	82
		17	133	263	106		17	141	70	109
25		343	7	125		18	167	84	92	
27		35	33	91		18	194	97	117	
Décembre	3	193	112	120		24	351	175	106	
	5	246	138	117		25	18	188	90	
	6	272	151	124		26	44	201	91	
	8	324	177	121		27	70	214	110	
	9	351	190	118		28	96	227	116	
	10	17	203	100		29	123	240	124	
	30	183	103	105		30	149	253	108	
	1949				Mai	1	175	266	108	
Janvier	18	322	351	102		2	201	279	125	
	21	41	30	94		3	228	292	107	
	22	67	43	107		4	254	305	132	
					5	280	318	74		
					6	307	331	138		

EINE EINFACHE MÖGLICHKEIT ZUR STEIGERUNG DER BETRIEBSSICHERHEIT DES NACHLAUSCHREIBERS ZUR ASKANIA-ERDGEZEITENREGISTRIERANLAGE

von *Manfred BONATZ*

Institut für theoretische Geodäsie der Universität Bonn

Bei der älteren Registrieranlage zu den Askania-Gravimetern GS 11 (12) wird der Gezeitenmesswert durch ein hochempfindliches Lichtmarken-Galvanometer angezeigt und durch einen Nachlaufschreiber, System Wilhelmi, der Firma Lange, Berlin, registriert [1]. Das Prinzip dieses Schreibers besteht darin, dass der Wagen mit dem Schreibstift durch einen Servomotor den Bewegungen der Galvanometerlichtmarke nachgeführt wird und damit die kontinuierliche Aufzeichnung der Messwerte ohne direkte mechanische oder elektrische Verbindung zum Messgerät ermöglicht. Der Servomotor wird durch einen an dem Wagen angebrachten Fotowiderstand gesteuert und zwar derart, dass stets ein vorher eingestelltes Ausleuchtungsverhältnis erhalten bleibt. Zur Erzeugung von Zeitmarken wird die Lampe des Registriergalvanometers kurzzeitig ausgeschaltet, was zur Folge hat, dass der Wagen des Schreibers so lange hin und her läuft, bis die Lichtmarke wieder auf der Galvanometerskala erscheint; die Änderung der Bewegungsrichtung des Wagens geschieht dabei durch einen Umschalter, der an den Anschlägen die Richtung des durch den Servomotor fliessenden Stromes umkehrt.

Der Nachlaufschreiber des Instituts für theoretische Geodäsie ist nunmehr seit über sechs Jahren praktisch ohne Unterbrechung in Betrieb. Dabei zeigte es sich, dass die Betriebsstörungen dieses Gerätes immer wieder (etwa alle 4 bis 5 Monate) an derselben Stelle auftraten, nämlich an dem Umschalter für die Umkehrung der Stromrichtung. Dieser Umschalter besteht aus einem Kontakt, der am Anschlagpunkt des Wagens durch einen beweglichen Keil geöffnet oder geschlossen wird; an der unteren der beiden Kontaktzungen ist ein kleiner Stift angebracht, welcher auf der schiefen Ebene des Keiles aufliegt und bei der durch den Anschlag verursachten horizontalen Verschiebung des Keiles die untere Kontaktzunge so bewegt, dass sie an die obere Zunge angedrückt oder von ihr abgehoben wird. Durch die Reibung des Stiftes auf dem beweglichen Keil tritt eine allmähliche Abnutzung auf, die sich in einer Verkürzung dieses Stiftes zeigt. Das hat zur Folge, dass sich die Kontaktabstände allmählich verändern und nach einiger Zeit ein sicheres Öffnen und Schliessen des Kontaktes nicht mehr gewährleistet wird: trotz der Verschiebung des Keiles bleibt der Kontakt geöffnet (oder geschlossen). Dies bedeutet, dass der Wagen des Schreibers bei der Zeitmarkengabe ab und zu an einem der beiden Ausschläge hängen bleibt (Abb. 1), da der Servomotor nicht umgeschaltet wird. Dieses Hängenbleiben kann sich nach einiger Zeit von selbst beheben, d.h. der Wagen läuft nach einer Weile wieder auf den Registrierwert zurück; häufig jedoch ist es notwendig, dass die Umschaltung durch einen leichten Druck auf den Wagen von Hand ausgelöst wird. In jedem Falle ist mit dieser Störung aber eine mehr oder weniger lange Unterbrechung des Registriervorganges verbunden.

Man kann die Wahrscheinlichkeit des Auftretens der genannten Störung dadurch etwas verringern, indem man die Kontakte des Umschalters regelmässig säubert, was besonders in Räumen mit hoher Luftfeuchtigkeit zu empfehlen ist, denn dadurch wird eine gute Kontaktverbindung auch bei geringerem Andruck der Kontaktzungen ermöglicht. Ausserdem muss man ab und zu die Zungen, entsprechend dem Verschleiss des Kontaktstiftes, etwas nachbiegen. Durch diese Massnahmen werden jedoch die prinzipiellen Mängel des Anschlag-Umlenkschalters nicht behoben.

Eine einfache Möglichkeit, die Störanfälligkeit des Nachlaufschreibers bei Registrierungen über längere Zeiträume zu beseitigen, wird seit einigen Monaten im Institut für theoretische Geodäsie angewandt. Die Lichtmarke des Galvanometers wird zur Erzeugung von Zeitmarken nicht mehr abgeschaltet sondern lediglich in ihrer Helligkeit etwas verringert. Wie in [2] gezeigt wurde, besitzt die ältere Askania-Registrieranlage neben ihrer nicht ganz zufriedenstellenden Betriebssicherheit [3], [4] einen weiteren Nachteil, dass sich nämlich der Wagen des Schreibers gegenüber der Lichtmarke des Galvanometers in Abhängigkeit vom Galvanometerausschlag verschiebt, und zwar als Folge einer vom Ausschlag abhängigen Änderung der Helligkeit der Lichtmarke.

Dieser Fehler lässt sich dadurch weitgehend ausschalten, dass man den Fotowiderstand weniger als 50 % ausleuchtet, etwa nur zu 25 %, und die Registrieranzeige damit unabhängiger von den Schwankungen der Lichtmarkenhelligkeit macht. Zur Erzeugung von Zeitmarken wird nun während der Dauer des Schaltimpulses die Helligkeit der Lichtmarke soweit verringert, dass sich die Ausleuchtung des Fotowiderstandes von etwa 25 % auf 75 % ändert; der Schreibstift des Nachlaufschreibers schlägt um einige Millimeter aus (Abb. 2), man erhält eine Zeitmarke, ohne dass der empfindliche Umschalter in Funktion tritt.

Um dieses Verfahren anzuwenden ist es lediglich notwendig, den Schalter des Lichtmarkenrelais des Galvanometers durch einen etwa $1\ \Omega$, 1 W grossen Widerstand R zu überbrücken (Abb. 3). Ist der Schalter geschlossen, so ist die Lichtmarke des Galvanometers voll eingeschaltet. Wird der Schalter durch die Schaltuhr geöffnet, fliesst über den Überbrückungs-Widerstand ein geringerer Strom, der die Helligkeit der Lichtmarke im gewünschten Mass reduziert. Zeitmarken über die ganze Registrierbreite werden einmal täglich von Hand ausgelöst und zwar anlässlich der täglichen Inspektion der Anlage. Diese Tagesmarken dienen einmal der besseren Datumskennzeichnung zum andern der Kontrolle der Ordinatenrichtung (wegen eines eventuellen Schräglaufens des Registrierpapiers).

Durch die weitgehende Elimination des Verschiebungsfehlers der älteren Askania-Registrieranlage und durch die Steigerung der Betriebssicherheit des Nachlaufschreibers dürften damit gewisse Vorbehalte, die besonders in [3] gegen diese Anlage erhoben wurden, hinfällig geworden sein. Beide Verbesserungen sind mit einfachsten Mitteln zu erreichen: die Beseitigung des Verschiebungsfehlers durch eine einfache Verstellung des Arbeitspunktreglers des Nachlaufschreibers, die Steigerung der Betriebssicherheit durch einen Überbrückungswiderstand im Galvanometer.

L I T E R A T U R

- [1] ASKANIA-WERKE :
Gebrauchsanleitung zur Erdgezeitenregistrieranlage,
Berlin (1956)
- [2] BONATZ, M. :
Untersuchungen eines systematischen Fehlers der Erdgezeitenregistriereinrichtung (Galvanometer mit Nachlaufschreiber) zum Askania-Gravimeter GS 11,
Marées Terrestres, Bulletin d'Informations (1964) Nr. 38, S. 1342.
- [3] WOLF, H. und HEITZ, S.
Zeitliche Schwerkraftänderungen in ihrer Bedeutung für die praktische Gravimetrie.
Forschungsbericht des Landes Nordrhein-Westfalen, Nr. 926, Köln (1961), S. 13
- [4] BONATZ, M.
Erfahrungen mit der neuen Registrieranlage zu den Askania-Gravimetern GS 11 und 12,
Marées Terrestres, Bulletin d'Informations (1965), Nr. 40, S. 1501.

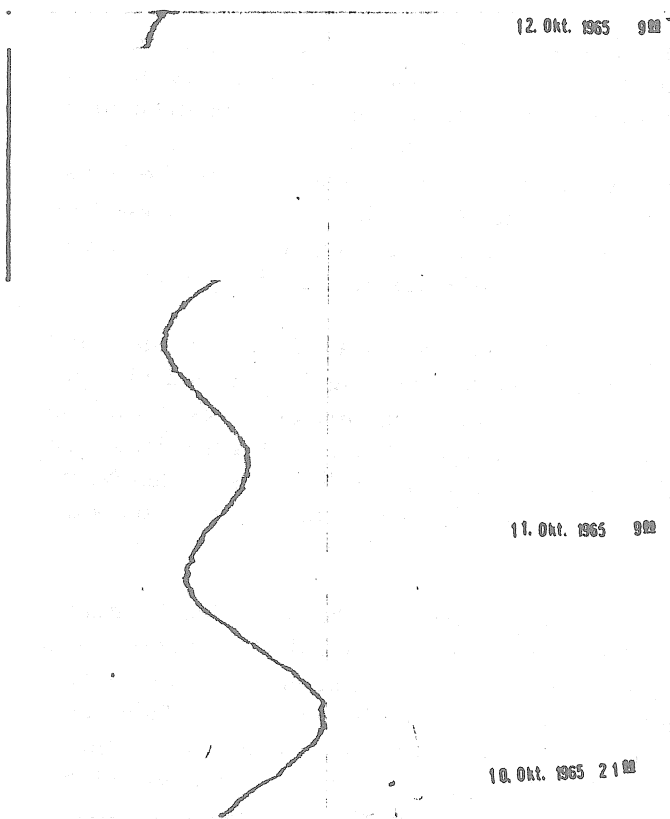


Abb. 1.

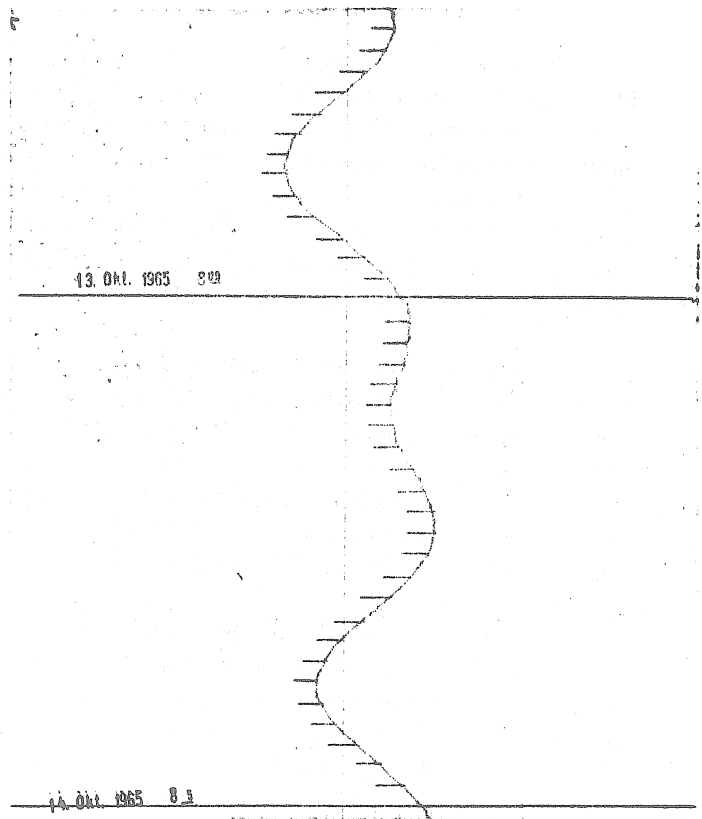


Abb. 2

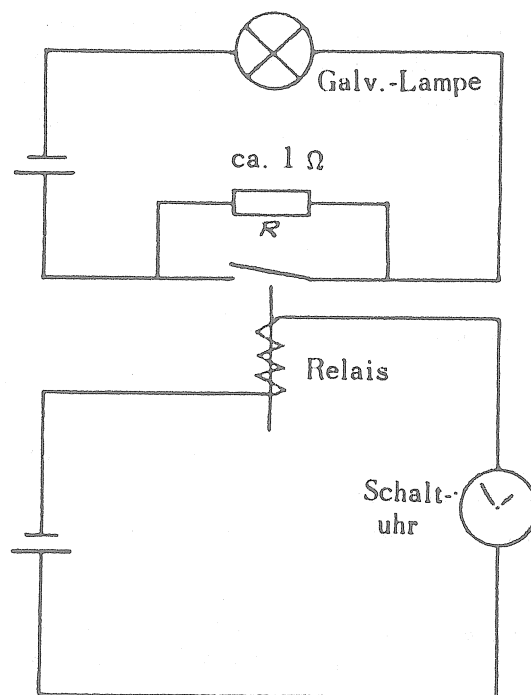


Abb. 3

LES VARIATIONS SEMI-MENSUELLES DE LA NUTATION EN LATITUDE D'APRES LES
OBSERVATIONS DE POLTAVA DE 1949 à 1953.

P.S. Matvéev

Circulaire Astronomique N° 143, pp. 17-20, 1953

ПОЛУМЕСЯЧНЫЕ НУТАЦИОННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ШИРОТЫ
ПО НАБЛЮДЕНИЯМ В ПОЛТАВЕ С 1949 г. ПО 1953 ГОД.

П. С. Матвеев.

Астрономический Циркуляр № 143, 1953, Ноябрь 30

Le nouveau programme d'observation utilisé à Poltava depuis 1949 permet de déterminer l'onde de nutation semi-mensuelle, en évitant l'élimination des variations polaires de la latitude réalisée habituellement graphiquement. Le programme de Poltava fournit cette possibilité grâce au fait que chaque nuit on observe le plus souvent deux groupes de paires de Talcott dont les ascensions droites, moyennes α_1 et α_2 , diffèrent de 6^h, ce qui permet d'obtenir deux valeurs de la latitude ϕ_1 et ϕ_2 rapportées à différents moments de temps.

Si les latitudes instantanées renferment l'onde de la forme

$$a \sin (2 \zeta - \alpha + \beta),$$

alors dans les différences des latitudes obtenues d'après les observations des groupes du soir et du matin, doit évidemment apparaître une onde de la forme :

$$2ak \cos \left(2 \zeta_{\text{moy}} - \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} + \beta \right)$$

où

$$k = \sin \left[\frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} - (\zeta_2 - \zeta_1) \right]$$

Ici ζ_1 et ζ_2 - les valeurs de la longitude moyenne de la Lune au moment des observations du groupe du soir et du matin.

L'analyse des 626 différences obtenues à partir de 4 séries d'été d'observations de la latitude à Poltava aux deux télescopes zénithaux, a donné les résultats suivants :

$2 \zeta - a_{\text{moy.}}$	Nombre de différences	Moyenne $\Delta\phi = \frac{\phi_1 - \phi_2}{2k}$
0°	49	+ 0"007
30	51	+ 0"012
60	50	+ 0"008
90	54	+ 0"012
120	58	+ 0"006
150	50	- 0"014
180	44	- 0"020
210	50	- 0"008
240	44	- 0"032
270	50	- 0"005
300	56	- 0"009
330	70	+ 0"030

On peut représenter cette série de valeurs de $\Delta\phi$ par l'expression suivante :

$$\Delta\phi = 0"018 \cos(2 \zeta_{\text{moy.}} - a_{\text{moy.}} - 29^\circ) \pm 4 \pm 13$$

Pour une plus grande sûreté dans la valeur trouvée de l'amplitude et de la phase initiale on a effectué les calculs pour chaque instrument séparément :

$$\Delta\phi = 0"018 \cos(2 \zeta_{\text{moy.}} - a_{\text{moy.}} - 9^\circ) \pm 6 \pm 18 \quad \text{pour le télescope zénithal Bamberg}$$

$$\Delta\phi = 0"019 \cos(2 \zeta_{\text{moy.}} - a_{\text{moy.}} - 50^\circ) \pm 7 \pm 23 \quad \text{pour le télescope zénithal Zeiss}$$

Les résultats obtenus confirment à nouveau l'inexactitude notée précédemment ¹ de l'amplitude du terme semi-mensuel de la nutation.

Observatoire de Poltava
20 octobre 1953.

¹ N.A. Popov, Travaux de l'Observatoire de Poltava. 4, 103 (1951); A.Ya Orlov, A.Ts, N° 107 (1952); E.P. Fedorov et E.Y. Evtouchenko, DAN. 85, 731 (1952).

LE TERME SEMI-ANNUEL DE LA NUTATION
(Partie de l'article "Analyse des résultats d'une série de 6 années d'observations d'étoiles zénithales faites pendant toute la durée du jour à Poltava")

N.A. Попов

Troudi Poltavskoï Gravimetritcheskoï Observatorii Tome VIII pp. 37-42, 1959

ПОЛУГОДОВОЙ ЧЛЕН НУТАЦИИ

"Анализ результатов шестилетнего ряда кругло-суточных наблюдений зенитных звезд в Полтаве."

Н.А. Попов.

**Труды Полтавской Гравиметрической Обсерватории.
Том 8 Стр. 37-42, 1959.**

Si les valeurs des coefficients de $\sin 2 \Theta$ et $\cos 2 \Theta$ dans les expressions de la nutation en obliquité, et en longitude sont insuffisamment précises, une onde semi-annuelle doit apparaître dans les observations de latitude. D'autre part E.P. Fedorov [17] note que lors de son essai de détermination par les observations de latitudes il a rencontré de grandes difficultés. Le fait est que dans certains cas l'erreur des coefficients indiqués pour la nutation peut être la cause de l'apparition de l'onde non pas semi-annuelle mais annuelle dans les variations non polaires de la latitude.

L'onde annuelle existe et est provoquée par beaucoup de causes. Comme le note E.P. Fedorov, on ne peut indiquer un procédé qui permette d'étudier séparément l'influence de chacune de ces causes afin de séparer ensuite l'influence de l'inexactitude des coefficients du terme semi-annuel de la nutation.

Cette conclusion de E.P. Fedorov se rapporte aux observations de latitude d'après les programmes de type habituel où, pour construire la courbe de variation de la latitude, on se sert de la méthode en chaîne. Cependant, n'importe quel programme basé seulement sur des observations de nuit ne peut donner le matériel pour la détermination des coefficients du terme semi-annuel de la nutation, pas tellement à cause des difficultés que l'on rencontre à avoir des déclinaisons précises que du caractère cyclique annuel du remplacement des étoiles quand elles apparaissent l'après-midi.

L'affaire est autre quand on effectue des observations de la même étoile ou de la même paire d'étoiles sans interruption toute une année à condition qu'il n'y ait pas moins de deux étoiles ou paires d'étoiles. Si on observe deux étoiles, la différence de leurs ascensions droites doit être voisine de 12h. Ce n'est qu'à ces conditions qu'on peut se passer des corrections des données d'observations dues au mouvement du pôle qui introduit des incertitudes dans les conclusions.

Les observations de α Persei et η Ursae Majoris répondent à toutes les conditions énumérées et le problème de la détermination de l'onde d'argument $(2\Theta - \alpha)$ devient en principe soluble.

Si les latitudes instantanées renferment effectivement une onde de la forme $A \cos (2\Theta - \alpha)$, alors dans les différences $\Delta\phi_\eta - \Delta\phi_\alpha$ doit apparaître une onde

$$- 2A \sin \frac{(a_2 - a_1)}{2} \sin [2\Theta - \frac{(a_2 + a_1)}{2}]$$

Dans notre cas $\sin \frac{(a_2 - a_1)}{2} \approx -1$, par conséquent dans les différences $\Delta\phi_\eta - \Delta\phi_\alpha$ l'onde envisagée doit avoir une amplitude à peu près double.

De cette façon, nous avons la possibilité de déterminer l'amplitude et la phase initiale de l'onde de nutation semi-annuelle presque dans les conditions les plus avantageuses après avoir utilisé les valeurs des différences présentées à la table 14.

On a composé 125 équations conventionnelles dont la solution donne :

$$\begin{array}{cc} 0'',029 \cos (2\Theta - \alpha - 90^\circ) \\ \pm 0'',006 & \pm 11 \end{array}$$

A partir des observations de 1939-1941, 1944-1945 et 1947-1949 qui ont déjà été publiées, nous avons obtenu

$$\begin{array}{cc} 0'',022 \cos (2\Theta - \alpha - 91^\circ) \\ \pm 0'',008 & \pm 21 \end{array}$$

Il convient de noter que nous avons fixé le poids de chaque équation en fonction du nombre de différences qui ont été prises pour en faire la composition. Le poids unitaire a été attribué aux équations composées en moyenne de cinq différences. En ce qui concerne les observations de 1944-1945 et 1947-1949, le poids unitaire a été attribué aux équations composées en moyenne de huit différences, par conséquent les observations de ces années interviennent avec un poids inférieur.

Nous supposons que le résultat donné présente un certain intérêt en relation avec le problème de l'influence de la déformation de la Terre sur son mouvement de rotation qui attire ces derniers temps l'attention des astronomes et des géophysiciens.

PRECISION DU TERME SEMI-MENSUEL DE LA NUTATION.

Lors de la réduction des observations de α Persei et η Ursae Majoris pour 1939-1941, 1944-1945, 1947-1949 nous avons tiré certaines conclusions sur la variation semi-mensuelle de la latitude [1]. Les ondes semi-mensuelles découvertes dans les observations de chacune des étoiles en particulier ne peuvent être expliquées uniquement par l'effet de marée exercé par la Lune sur la direction de la verticale. Nous sommes parvenus à montrer que leur cause peut être l'inexactitude des expressions prises pour les termes à courte période de la nutation et que la valeur de l'amplitude du terme semi-mensuel de la nutation que donne la théorie classique, exige apparemment une certaine correction.

E.P. Fedorov a attiré l'attention sur le fait que la divergence entre les valeurs calculées et les valeurs observées de l'amplitude du terme semi-mensuel de la nutation peut être expliquée par l'influence dynamique du noyau liquide de la Terre [18]. Jusqu'il y a peu, lors de l'étude des termes lunaires dans les variations de latitude on se limitait uniquement aux ondes de caractère de marée. Ainsi dès 1932, A. Ya Orlov découvrait dans les variations de latitude obtenues d'après les observations de l'étoile zénithale brillante δ Cassiopée à Poulkovo, l'onde semi-mensuelle mais plus tard il montra que les observations de δ Cassiopée confirmaient justement les conclusions qui avaient été tirées sur la base des observations de deux étoiles zénithales brillantes à Poltava (20).

Des indications sur l'inexactitude des termes de nutation semi-mensuels et sur la possibilité de leur détermination directe par les observations ont été faites presque en même temps et indépendamment de nous par G. Morgan, d'après les données des observations sur la lunette zénithale à Washington et par N. Sekiguchi, d'après les données des observations du Service International des Latitudes.

E.P. Fedorov s'est beaucoup occupé de la question de la précision des termes de nutation et notamment des termes à courte période. Il effectua les calculs de l'amplitude de l'onde de nutation semi-mensuelle dans les observations de latitude d'après les données de différentes séries d'observations et au total il a obtenu pour elle la valeur $0^{\circ}0090 \pm 0^{\circ}0014$ (21).

Pour calculer cette valeur, E.P. Fedorov s'est servi également des résultats de G. Morgan et A. Ya Orlov qui a réalisé des observations de latitudes avec le télescope zénithal de Poulkovo de 1915 à 1928 et il trouva que l'amplitude de l'onde de nutation semi-mensuelle était égale à $0^{\circ},013 \pm 0^{\circ},002$ (22).

Les résultats de E.P. Fedorov basés sur de nombreuses observations ont confirmé l'existence dans les variations de latitude du terme semi-mensuel de la forme $a \sin (2\varpi - \alpha + \gamma)$. Cependant l'amplitude de ce terme était presque trois fois plus petite que celle qui a été trouvée par les observations des étoiles zénithales brillantes α Persei et η Ursae Majoris à Poltava et δ Cassiopei à Poulkovo. (On peut expliquer cette divergence avant tout par le fait que nos résultats sont basés sur une quantité de données presque cent fois plus petite que les résultats de E.P. Fedorov). Toutefois, du fait que la grande amplitude est obtenue à partir des observations des étoiles zénithales aussi bien à Poltava qu'à Poulkovo, la question s'est naturellement posée de vérifier si la grande onde semi-mensuelle est une propriété inhérente aux observations des étoiles zénithales avec les télescopes zénithaux.

En tout cas, il était souhaitable de préciser les résultats que nous avons obtenus précédemment par l'obtention de données plus étendues d'observations d'étoiles zénithales. Ce problème nous est apparu comme fondamental quand il est apparu possible de faire les observations des étoiles zénithales brillantes sur des fils supplémentaires. Etant donné que pour l'étude de l'onde semi-mensuelle nous n'avons pas besoin d'observations tous les jours, nous avons encore inclus dans notre programme traditionnel l'observation de 14 étoiles zénithales supplémentaires de moindre éclat.

Dans les tables III et IV (voir annexe) sont données les valeurs des latitudes d'après les observations de chaque étoile supplémentaire du groupe α Persei et séparément du groupe η Ursae Majoris. Leurs désignations sont les suivantes : les étoiles du catalogue AGK2 N° 260, 281, 295, 317, 246, 360 et 380 sont désignées par les lettres A, B, C, D, E, F et G respectivement, les étoiles du catalogue Boss N° 4122, 18400, 19095, 19430, 19511 et 19668 sont désignées par les chiffres 8, 9, 11, 12, 13 et 14 respectivement, l'étoile du catalogue FK3 conserve son nom - i Persei.

Les valeurs des latitudes des tables III et IV sont données telles qu'elles ont été obtenues directement avec les déclinaisons prises des catalogues indiqués.

Pour les réduire au système des déclinaisons de α Persei et η Ursae Majoris il faut utiliser les corrections suivantes :

CORRECTIONS DES DECLINAISONS DES ETOILES COMPLEMENTAIRES DU GROUPE α PERSEI EXPRIMEES EN 0^o.01

Année	A	B	C	D	E	F	Persei	G	8
1951									- 8
1952							+ 10		- 3
1953	+ 27	- 3	- 17	- 56	- 4	- 27	+ 3	- 23	- 3
1954	+ 23	- 5	- 23	- 57	- 9	- 30	- 8	- 30	+ 2
1955	+ 27	+ 5	- 8	- 59	- 12	- 31	0	- 33	- 4
Moyenne	+ 26	- 1	- 16	- 57	- 8	- 28	+ 1	- 29	- 3

CORRECTIONS DES DECLINAISONS DES ETOILES COMPLEMENTAIRES DU GROUPE η URSAE MAJORIS EXPRIMEES EN 0^o.01

Année	9	11	12	13	14
1952	+ 13	+ 19	- 15	+ 70	+ 49
1953	+ 2	+ 15	- 25	+ 64	+ 40
1954	+ 11	+ 21	- 21	+ 73	+ 44
1955	+ 12	+ 22	- 24	+ 66	+ 48
1956	+ 15	+ 25	- 20	+ 75	+ 53
Moyenne	+ 11	+ 21	- 21	+ 70	+ 47

Pour réduire le volume des tables III et IV, nous donnons, au lieu des valeurs instantanées de la latitude, leurs écarts à partir de 49°36'12".

Après avoir réduit les latitudes obtenues à partir des étoiles supplémentaires à celles de α Persei et η Ursae Majoris par addition à chaque valeur des corrections de déclinaisons, nous avons pu mener les calculs des paramètres de l'onde semi-mensuelle pour tout le matériel réuni. L'onde a été calculée d'après le schéma décrit en détail dans notre travail [1], c'est pourquoi nous ne donnerons ici que de courtes explications et les résultats définitifs de nos calculs.

L'époque moyenne des observations des étoiles zénithales du premier groupe en incluant α Persei est 2h54m (43°30') de temps sidéral local. Pour le groupe η Ursae Majoris, cette valeur est égale à 14h08m (212°00'). Ainsi, la différence des époques moyennes des observations des deux groupes est de 11h14m (168°30') c'est-à-dire presque un demi jour.

Pour chaque époque d'observation de l'un et l'autre groupe on a inscrit les valeurs du double de la longitude moyenne de la Lune, calculées d'après la formule

$$2 \zeta = 2 \zeta_0 + 26^\circ,28084 K,$$

où ζ_0 est la longitude moyenne de la Lune pour le début des observations de cette série, K - le nombre de jours sidéraux écoulés depuis ce moment jusqu'à l'instant de chaque observation, et $26^\circ,28084$ la vitesse de variation de l'argument 2ζ par jour sidéral.

Les latitudes observées sont ordonnées en fonction de l'argument ($2 \zeta - \alpha$) et on a pris la moyenne pour chaque variation de 30° de l'argument.

Nous donnons dans la table 15 les résultats où, au lieu des latitudes, sont données ses variations par rapport à la moyenne et pour chaque phase, c'est-à-dire $\Delta\phi = \phi_\phi - \phi_0$, où ϕ_ϕ est la moyenne pour chaque phase et ϕ_0 la moyenne de toutes les observations.

Table 5

D'après les étoiles du groupe α Persei			D'après les étoiles η Ursae Majoris		
$2 \zeta - \alpha$	n	$\Delta\phi$	$2 \zeta - \alpha$	n	$\Delta\phi$
16°30'	191	+ 0",023	208°00'	205	- 0",020
46 30	166	- 0 ,015	238 00	179	- 0 ,018
76 30	166	+ 0 ,018	268 00	166	+ 0 ,004
106 30	226	+ 0 ,010	298 00	194	- 0 ,037
136 30	248	+ 0 ,020	328 00	178	- 0 ,008
166 30	175	- 0 ,010	358 00	175	+ 0 ,024
196 30	172	0 ,000	28 00	177	+ 0 ,002
226 30	158	- 0 ,022	58 00	152	+ 0 ,009
256 30	194	- 0 ,021	88 00	168	+ 0 ,011
286 30	155	+ 0 ,003	118 00	187	- 0 ,002
316 30	226	+ 0 ,011	148 00	205	+ 0 ,011
346 30	221	- 0 ,015	178 00	173	+ 0 ,018
Total	2298		Total	2159	

D'après les données de la table 15 et pour chaque groupe d'étoiles en particulier, nous trouvons

$$\begin{aligned} \Delta\phi_1 &= 0,^{\circ}011 \sin (2 \zeta - \alpha + 20^\circ), \\ &\pm 0,005 \quad \pm 27 \\ \Delta\phi_2 &= 0,^{\circ}014 \sin (2 \zeta - \alpha + 6^\circ) \\ &\pm 0,005 \quad \pm 27 \end{aligned}$$

D'après les observations des deux groupes, c'est-à-dire en fonction de 4457 latitudes instantanées, on a

$$\Delta\phi = 0,012 \sin(2\zeta - \alpha + 12^\circ),$$
$$\pm 0,004 \qquad \qquad \pm 19$$

ce qui coïncide bien avec les résultats qui ont été obtenus par A. Ya Orlov, E.P. Fedorov, E.Y. Evtouchenko (23) et P.S. Matvéev (24).

On en conclut que :

- 1) Dans la détermination de l'onde de nutation semi-mensuelle, les observations des étoiles zénithales donnent les mêmes résultats que les observations des paires de Talcott.
- 2) L'onde semi-mensuelle de la forme $a \sin(2\zeta - \alpha + \gamma)$ existe dans les observations de latitude, son amplitude est voisine de $0,010$ et la phase initiale est voisine de zéro.

L'ONDE LUNAIRE DIURNE DANS LES VARIATIONS DE LA LATITUDE

E. P. Fedorov

Astronomitcheski Tsirkuliar N° 148 p. 12, 1954

ЛУННАЯ СУТОЧНАЯ ВОЛНА В КОЛЕБАНИЯХ ШИРОТЫ

Е. П. Федоров

Астрономический Циркуляр № 148, 1954. Стр. 12.

On peut représenter l'expression générale de cette onde de la façon suivante :

$$\Delta\phi = A_1 \sin(2\zeta - \alpha) + B_1 \cos(2\zeta - \alpha) + A_2 \sin(2\zeta + \alpha) + B_2 \cos(2\zeta + \alpha) \quad (1)$$

Nous donnons dans la table 1 les valeurs des coefficients de cette formule, obtenus par analyse harmonique des différentes séries d'observations de latitude. Nous avons corrigé partout le coefficient A_1 de l'influence des oscillations de marées de la verticale (onde O_1).

Table 1.

Lieu et époque des observations	Nombre d'observations en milliers	Coefficients de la formule (1) en 0°0001				Poids	Auteur et source
		A_1	B_1	A_2	B_2		
Poulkovo 1915-1928	27.5	+165	-	+30	-	3	Orlov [1] Morgan [2] Fedorov & Evtouchenko
Washington 1931-1951	28.0	+ 51	-	-	-	3	
Carloforte 1900-1915	35.6	+109	-18	+31	+26	4	
Carloforte 1916-1934	30.6	+ 86	-20	+32	- 1	3	"
Youkaïa 1900-1915	28.3	+ 95	-15	+34	-10	3	"
Youkaïa 1916-1934	37.4	+ 86	- 3	+30	+32	4	"
Mizusawa 1900-1915	21.2	+ 57	-34	-22	-17	2	"
Mizusawa 1916-1934	22.7	+ 24	0	+22	-41	2	"

+ 89 -16 +25 + 4
± 15 ± 5 ± 7 ±10

D'après les données de cette table nous trouvons l'expression suivante :

$$\Delta\phi = 0^{\circ}0090 \sin(2\zeta - \alpha - 10^{\circ}) + 0^{\circ}0025 \sin(2\zeta + \alpha + 9^{\circ}) \quad (2)$$

$\pm 14 \qquad \qquad \pm 2 \qquad \qquad \pm 7 \qquad \qquad \pm 16$

L'expression théorique de l'onde lunaire due dans le calcul des déformations élastiques de la Terre est la suivante :

$$\Delta\phi = 0^{\circ}0051 \sin(2\zeta - \alpha) \quad (3)$$

Cette expression a été trouvée indépendamment par Hattori [3] et par nous.

Poltava, Observatoire
1er avril 1954.

BIBLIOGRAPHIE

1. A. Ia ORLOV
Circ.Astr. N° 126 (1952)
 2. H.R. MORGAN
Journal Astr. 57, 232 (1952)
 3. T. HATTORI
Japanese Journ. of Astr. 1, N° 1, 87 (1949)
-

UNE METHODE POUR L'ANALYSE DES MAREES TERRESTRES A PARTIR D'ENREGISTREMENTS DE LONGUEUR ARBITRAIRE

par

A. P. Venedikov

(Institut Géophysique de l'Académie des Sciences de Bulgarie)

Résumé d'une note présentée à l'Académie Royale de Belgique à la séance du 5 mars 1966.

L'auteur a construit une méthode très flexible, qui tire parti des possibilités offertes par les ordinateurs électroniques pour exécuter l'analyse de séries d'enregistrements de longueur arbitraire, présentant même des interruptions.

La première phase comporte l'application de quatre filtres "journaliers" portant sur 48 heures. Les suites ainsi obtenues sont traitées par moindres carrés et l'on en tire directement les rapports d'amplitude et les déphasages par rapport aux ondes homologues ainsi que leurs erreurs quadratiques moyennes pour les composantes suivantes :

K_1	O_1	P_1	Q_1	J_1	M_1	OO_1	S_1
	M_2	S_2	N_2	K_2	$2N_2$	L_2	

La méthode a été appliquée avec succès aux longues séries obtenues avec les pendules horizontaux Verbaandert-Melchior à Sclaigneaux et à Dourbes. Les résultats confirment les différences obtenues pour les ondes K_1 , P_1 et O_1 par la méthode Lecolazet (cf. P. Melchior - Détermination expérimentale des effets dynamiques du noyau liquide de la Terre dans les marées terrestres diurnes - Acad. Roy. Belg. Bull. Acad. Sc. janvier 1966 - résumé ci-après).

DETERMINATION EXPERIMENTALE DES EFFETS DYNAMIQUES DU NOYAU LIQUIDE DE LA TERRE DANS LES MAREES TERRESTRES DIURNES

par

Paul MELCHIOR

Observatoire Royal de Belgique

Résumé d'une note présentée à l'Académie Royale de Belgique à la séance de janvier 1966.

On a réalisé en Belgique six enregistrements ininterrompus de la composante horizontale Est-Ouest de la force de marée couvrant de 6 à 18 mois chacun. Ces enregistrements sont obtenus avec quatre pendules horizontaux en quartz (Verbaandert - Melchior) dont la sensibilité est à la fois très élevée et très stable. L'analyse harmonique de ces longues séries a fourni des résultats très cohérents pour les ondes de marée K_1 , P_1 et O_1 qui confirment les coefficients obtenus par voie théorique et basés sur la considération d'effets dynamiques dus au noyau liquide de la Terre. Le tableau récapitulatif de ces résultats est donné ci-après.

Effets dynamiques du noyau liquide sur le facteur d'amplitude $\gamma = 1 + k - h$ d'après les marées terrestres diurnes

Ondes	Modèles théoriques		Observations avec les pendules horizontaux Verbaandert-Melchior						Moyennes pondérées
	Jeffreys - Viscosity (1)	Ekman-Melchior	Observations I n° 01	Observations II n° 07	Sources I			Sources II n° 20	
					a	b	c		
K_1 précession et nutation de 18,6 ans	0,714	0,730	0,7435	0,7373	0,7508	0,7638	0,7426	0,7406	0,7465 ± 0,0039
P_1 nutation semi-annuelle	0,695	0,699	0,7079	0,7034	0,7018	0,7066	0,6975	0,7123	0,7055 ± 0,0021
O_1 nutation bimensuelle	0,654	0,688	0,6800	0,6639	0,6552	0,6617	0,6447	0,6734	0,6659 ± 0,0053
Q_1 nutation de 9 jours		0,686	0,664			0,684		0,650	0,666 - 0,671
	n :		50	19	24	27	23	25	168
	M :		17	6,7	8,3	9,3	8,0	9	58

n : nombre d'analyses harmoniques mensuelles (n = 17 correspond à six mois d'observations).

M : est la longueur de l'enregistrement continu exprimé en mois ($M = 6 + (n - 17)/3$).