

MAREES TERRESTRES

BULLETIN d'INFORMATIONS

N° 37

1 septembre 1964

Association Internationale de Géodésie

Commission Permanente des Marées Terrestres

Editeur : Prof. Paul M E L C H I O R
Observatoire Royal de Belgique
3, Avenue Circulaire
Bruxelles, 18.

ETUDE DES VARIATIONS DE MAREES DE LA FORCE DE PESANTEUR EN ASIE CENTRALE (1)

par

N.N. Pariiskii

Recherches sur les Marées Terrestres Article N° 3, Publ. Acad. Sc. URSS Moscou 1963.

ИЗУЧЕНИЕ ПРИЛИВНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ АЗИИ (1)

Н. Н. Парийский

Изучение Земных приливов Сборник статей N° 3 Издат Акад. Наук СССР Москва 1963.

Les mesures des variations de marées de la force de pesanteur en Asie Centrale sont effectuées par des collaborateurs scientifiques du service de la structure interne de la Terre de l'Institut de Physique de la Terre de l'Académie des Sciences de l'URSS à l'aide des gravimètres GS-11 de la firme "Askania Werke". Les enregistreurs de la firme qui exigent une alimentation ininterrompue par un courant alternatif ont été partiellement remplacés par des enregistreurs photographiques avec la même échelle d'enregistrement et avec une vitesse d'entraînement de 5 mm par jour. Les observations se font en quatre points (avec deux appareils dans chacun) :

1) Alma-Ata (Observatoire de l'Institut d'Astrophysique de l'Académie des Sciences de la RSS du Kazakstan) par B.P. Pertsev, D.G. Gridniev et N.N. Pariiskii du 15 octobre 1958 au 22 mai 1959 [1,2].

2) Tachkent (Observatoire Astronomique de l'Académie des sciences de la RSS d'Ousbékistan) - par D.G. Gridniev et N.N. Pariiskii du 3 novembre 1959 au 12 mai 1960. [3].

3) Lantschou (station séismique de l'Académie des sciences de Chine) par You.S. Dobrochotov et B.D. Belikov du 21 juin 1959 au 21 août 1959 avec les collaborations de l'Académie des Sciences de la République de Chine Populaire [4].

4) Frounze (station séismique de l'Académie des Sciences de l'URSS) par V.A. Volkov et N.N. Pariiskii du 26 octobre 1960 au 13 juin 1961.

(1) L'article donne un résumé du rapport au 4ème symposium international des marées terrestres à Uccle (5 - 10 juin 1961). On parle en détail dans l'article de la page 9 du présent recueil des mesures de variations de marées de la force de pesanteur à Tachkent. Le rapport a été publié en entier [9].

A la réduction des observations et à l'exécution de l'analyse harmonique sur ordinateur électronique "Oural 1" et "Oural 2" ont pris part les collaborateurs scientifiques M.V. Kramer, S.N. Barsenkov, M.V. Ivanova et V.V. Jarkov. Les résultats de l'analyse harmonique des observations à Alma-Ata et à Lantschou ont été publiés précédemment [1, 2, 3, 4].

Les observations de Frounze n'ont pas encore été complètement réduites. Les mesures de Tachkent ont été effectuées avec les gravimètres GS-11 N° 126 et N° 134 ; chacun de ceux-ci a travaillé sans interruption une demi-année. Les intervalles de temps des observations pour les deux appareils se recouvraient presque complètement (avec un écart de 10 jours en tout). Les corrections de la non-linéarité de l'échelle du galvanomètre enregistreur du gravimètre n° 126 ont été déterminées à 3 reprises : en novembre 1959, en avril et mai 1960 et pour le gravimètre N° 134 - en novembre 1959, en mars et mai 1960. Toutes les ordonnées mesurées sur les enregistreurs avant la détermination des coefficients d'étalonnage et l'exécution de l'analyse harmonique ont été corrigées par une réduction à l'échelle linéaire des galvanomètres. En outre on a adopté des corrections moyennes de non-linéarité pour chaque intervalle de temps entre deux déterminations de la non-linéarité puisque ces corrections varient sensiblement à partir de la détermination initiale jusqu'à la dernière. La différence maximale des deux corrections de non-linéarité au cours d'un jour atteint pour le gravimètre N° 126, 9 mm pour une amplitude d'enregistrement de 80 mm et pour le gravimètre N° 134, 7 mm pour une amplitude d'enregistrement de 90 mm. Ainsi, ces corrections ont été sensibles.

Au début et à la fin des observations on a déterminé la valeur de la petite division de la vis commandant du ressort de mesure au moyen de la bille d'étalonnage.

Les résultats sont plus petits de 0,1 % et diffèrent des résultats obtenus à Alma-Ata où le calibrage des gravimètres GS-11 au moyen des billes coïncidait avec le calibrage comparatif avec un gravimètre Worden, exécuté sur un polygone donnant une différence d'environ 115 mgal. Pour le gravimètre N° 126 l'étalonnage de l'échelle d'enregistrement a été réalisé par la méthode de B.P. Pertsev [5] 22 fois au cours d'une demi-année. Pour le gravimètre N° 134 il a été effectué 19 fois, en moyenne chaque 7 - 10 jours. La réduction du matériel s'est effectuée en tenant compte de la variation de l'échelle d'enregistrement dans le temps. Toutes les valeurs des coefficients des échelles ont été portées en graphique en fonction du temps et on a fait passer une courbe adoucie par les points obtenus. Ensuite, à l'aide de cette courbe on a obtenu deux systèmes de coefficients : le premier est un système de coefficients moyens constants pour chaque série mensuelle et qui changent au moment du déplacement du jour central de 10 jours, le second est un système qui tient compte de la variabilité continue du coefficient d'échelle d'une heure à l'autre.

L'introduction du coefficient variable d'une heure à l'autre ne se fait pratiquement pas sentir sur les valeurs définitives de δ et $\Delta\phi$ si on ne tient pas compte de l'onde N_2 pour laquelle les résultats sont sensiblement moins sûrs. La similitude des résultats obtenus d'après les deux appareils est très substantielle. Les écarts des valeurs moyennes de δ obtenues d'après les appareils séparés ($\Delta\delta$) sont :

$$\Delta\delta \pm 0,001 \pm 0,003 \pm 0,003 \pm 0,004 \pm 0,005$$

$O_1 \quad K_1 \quad M_2 \quad S_2 \quad N_2$

Ces divergences (en excluant l'onde N₂) sont dans les limites correspondant aux erreurs quadratiques moyennes, ce qui montre l'absence d'erreurs systématiques importantes, spécifiques pour un appareil individuel (en moyenne). Cependant la comparaison des résultats d'analyses mensuelles séparés montre l'apparition de divergences systématiques entre les deux appareils pour des mois différents.

D'après les recherches théoriques de M.S.Molodensky [6] la valeur de δ obtenue pour l'onde K₁, peut être moindre que pour les ondes O₁ et M₂, ce qui s'observe à Tachkent. La différence pour les deux modèles de M. S. Molodenski est respectivement égale à :

$$\delta(K_1) - \delta(O_1) = -0,022$$

et
$$\delta(K_1) - \delta(O_1) = -0,023$$

pour le premier modèle de Jeffreys et Vicente [7]

$$\delta(K_1) - \delta(O_1) = -0,039.$$

A Tachkent nous avons obtenu :

$$\delta(K_1) - \delta(O_1) = -0,026 \pm 0,005 \text{ (erreur probable).}$$

Cette différence exige une petite correction découlant de la répartition des ondes K₁ et P₁.

Les valeurs données plus bas $\delta(K_1)$ sont obtenues par la méthode habituelle d'élimination de l'onde P₁ (l'amplitude de l'onde P₁ est 3 fois plus petite que K₁) en supposant $\delta(K_1) = \delta(P_1)$ ce qui n'est pas exact. Cependant la correction pour $\delta(K_1)$ excède probablement de peu 0,003.

Les valeurs définitives de δ , obtenues pour Tachkent par la réduction de 32 séries mensuelles sont données dans la table. Elles diffèrent un peu des résultats [1,2] obtenus par la réduction de 20 séries mensuelles*.

Les nouvelles valeurs de δ et de leurs erreurs quadratiques moyennes pour les quatre ondes fondamentales en Asie Centrale sont à présent les suivantes :

T a b l e.

Станция	$\delta(M_2)$	$\delta(S_2)$	$\delta(O_1)$	$\delta(K_1)$
Alma-Ata	1,135 ±5	1,132 ±8	1,143 ±12	1,137 ±6
Lantschou	1,143 ±12	1,130 ±13	1,137 ±12	1,131 ±11
Tachkent	1,137 ±4	1,126 ±5	1,148 ±3	1,122 ±6
moyennes de δ (sans poids)	1,138 ±5	1,129 ±5	1,143 ±6	1,130 ±5
moyennes de δ (avec poids) $p \approx \frac{1}{\sigma^2}$	1,136 ±3	1,128 ±4	1,147 ±3	1,130 ±5

* Dans le travail [2] à la table III a et en page 374 les données sont présentées sans le calcul de l'effet d'inertie.

Les erreurs quadratiques moyennes sont calculées d'après la similitude des séries mensuelles indépendantes.

Les valeurs moyennes de δ pour les trois ondes (M_2 , S_2 et O_2) qui ont des périodes éloignées de la résonance et en donnant des poids proportionnels aux amplitudes sont :

	Alma-Ata	Lantschou	Tachkent
$\delta(M_2, S_2, O_2)$	$1,137 \pm 0,003$	$1,138 \pm 0,007$	$1,138 \pm 0,002$
	moyenne $1,138 \pm 0,002$		

La valeur de $\gamma(M_2)$ a été obtenue par A.E. Ostrovskii et A.V. Horomskii, près de Alma-Ata pour une série d'un an d'observations ininterrompues avec les clinomètres d'A.E. Ostrovskii. Elle est égale à

$$\gamma(M_2) = 0,722 \pm 0,007$$

Les valeurs de γ dans les directions nord-sud et est-ouest sont presque égales. La combinaison des valeurs

$$\delta = 1 + h - \frac{3}{2}k = 1,138 \pm 0,002$$

et

$$\gamma = 1 - h + k = 0,722 \pm 0,007$$

donne les valeurs

$$h = 0,558 \pm 0,021$$

et

$$k = 0,280 \pm 0,014.$$

Le retard de phase des variations observées de la force de pesanteur par rapport à la phase de la force génératrice de marée à Tachkent est égal à :

$$\begin{aligned} \text{pour les ondes semi-diurnes } \Delta\phi_{SD} &= -4^{\circ}3 \pm 0^{\circ}13 = -8,^m6 \pm 0,^m3 : \\ \text{pour les ondes diurnes } \Delta\phi_D &= -1^{\circ}4 \pm 0^{\circ}18 = -5,^m6 \pm 0,^m7. \end{aligned}$$

Ces valeurs coïncident bien avec les retards obtenus en deux autres points de l'Asie Centrale.

	Alma-Ata	Lant.schou	Tachkent
$\Delta\phi_{SD}$: degrés	$-3,7 \pm 0,4$	$-3,8 \pm 0,3$	$-4,3 \pm 0,1$
$\Delta\phi_D$: degrés	$-1,6 \pm 0,3$	$-2,4 \pm 0,4$	$-1,4 \pm 0,2$

Le retard instrumental pour les gravimètres GS 11 connectés à un galvanomètre sensible n'a pas encore été calculé. Le retard de phase des variations de marées observées est plusieurs fois plus petit que le retard effectif de la marée terrestre ainsi que l'a remarqué L. B. SLICHTER [8]. L'explication du retard de phase observé des marées terrestres et de leur différence en diverses régions exige avant tout une étude détaillée des corrections instrumentales possibles et le développement de la théorie des effets indirects des marées océaniques.

* En [9] sur la figure où sont donnés les retards $\Delta\phi$ pour des séries séparées il faut intervertir les désignations pour les ondes diurnes (D) et semi-diurnes (SD).

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] N.N. PARIISKII, B.P. PERTSEV, D.G. GRIDNIEV, N.V. KRAMER, S.N. BARSENKOV.
"Recherches Gravimétriques" N° 1, série "Résultats de l'AGI"
Yzd-vo Ac. des Sc. de l'URSS, page 27, 1960.
- [2] N.N. PARIISKII
Marées terrestres
Bull. d'inform. 1960, N 21, 30 IX, p. 371
- [3] D.G. GRIDNIEV, N.N. PARIISKII, M.V. KRAMER, S.N. BARSENKOV, M.V. IVANOVA
"Étude des marées terrestres" N° 2, série "Résultats de l'AGI"
Yzd-vo Ac. des Sc. de l'URSS, page 5, 1961.
- [4] You. S. DOBROCHOTOV, B.D. BELIKOV, Yan CHOUC-DZE, SION, BIN-DIN.
idem page 12.
- [5] B.P. PERTSEV
idem page 20
- [6] M.S. MOLODENSKI, M.V. KRAMER
Marées terrestres et nutation de la Terre.
Yzd-vo Ac. des Sc. 1961
- [7] H. JEFFREYS, R.O. VICENTE
Monthly Not.
Roy. Astron. Soc. 1957, 117, N 2, p. 142-161 ;
R.O. VICENTE
Phys. Chem. Earth, 1961, 4 p. 251.
- [8] L.B. SLICHTER
Marées terrestres
Bull. d'Inf. 1960, N 21, 30 IX, p. 369.
- [9] N.N. PARIISKII
Quatrième Symposium Intern. sur les marées Terrestres. Bruxelles 5-10 VI 1961.
Communic. Observ. Roy. Belgique, 1961, N 188, Sér. Géophys. N 58, p. 96.
-

DETERMINATION DE δ ET $\Lambda \phi$ RELATIFS AUX ONDES SEMI-DIURNES D'APRES DES OBSERVATIONS DE MAREES TERRESTRES PORTANT SUR DEUX JOURS.

par

B.P. Pertsev

Recherches sur les Marées Terrestres, Article N°3, Publ. Acad. Sc. URSS Moscou 1963.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ δ И $\Lambda \phi$ ПОЛУСУТОЧНЫХ ВОЛН ПО ДВУХДНЕВНЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ ЗЕМНЫХ ПРИЛИВОВ

Изучение Земных приливов Соорник статей ИР 3 Изд ат Акад. Наук СССР Москва 1963.

Comme l'ont montré les recherches théoriques de M.S. Molodenskii [1], les rapports des nombres de Love $\delta = 1 + h - \frac{3}{2} k$ et $\gamma = 1 + k - h$ pour toutes les ondes de type semi-diurne, doivent être égaux. La proximité des périodes de ces ondes donne toutes les raisons de croire que leurs retards de phases sont également pareils. Ces positions sont bien confirmées par l'analyse harmonique de nombreuses observations de marées terrestres. C'est pourquoi dans les cas où les enregistrements des observations ne permettent pas pour une cause quelconque d'effectuer l'analyse harmonique de séries mensuelles, on peut obtenir des valeurs suffisamment sûres de δ (ou γ) et du déphasage $\Lambda \phi$ pour les ondes semi-diurnes d'après des séries sensiblement plus courtes d'observations.

Le schéma d'analyse réside dans une séparation à l'aide de combinaisons linéaires portant sur environ deux jours (de 24 heures) des ondes du type semi-diurne et de la comparaison des valeurs obtenues avec valeurs analogues calculées d'après la marée théorique.

Représentons l'enregistrement de la marée comme somme de la marée totale et de la dérive de l'appareil.

$$y_t = \sum_n A_n \cos(\sigma_n t - \varphi_n) + \Phi(t),$$

où $A_n = \delta_n A_n^{\text{théor.}}$

En choisissant dans l'enregistrement un intervalle continu de 46 heures, nous appliquons aux ordonnées relevées à chaque heure de temps solaire moyen, les combinaisons linéaires [2], données dans la table 1. Ces combinaisons filtrent bien les ondes de marées de tous les types, excepté celles de type semi-diurne et éliminent complètement la dérive de l'appareil si sur un intervalle de 26 heures on peut représenter celle-ci par un polynôme du second degré.

Comme résultat de l'utilisation des combinaisons nous obtenons deux valeurs :

$$\sum C_1 y_t = - \sum_n \psi_1(\sigma_n) A_n \sin(\sigma_n t_0 - \varphi_n);$$

$$\sum C_2 y_t = \sum_n \psi_2(\sigma_n) A_n \cos(\sigma_n t_0 - \varphi_n).$$

t_0 est ici l'instant central de l'intervalle de 46 heures, et $\sigma_n t_0 - \phi_n$ est la phase de l'onde n à l'instant t_0 . Les valeurs ψ_1 sont des coefficients dépendant de la fréquence de l'onde. Pour toutes les ondes, à l'exception des ondes semi-diurnes, ψ_1 sont des valeurs faibles. Leurs valeurs pour les plus grandes ondes des différents types sont données dans la table 2.

En divisant les nombres obtenus respectivement par $\psi_1(\sigma M_2) = 23,96$ et $\psi_2(\sigma M_2) = 23,22$, nous obtenons

$$\begin{aligned} - \sum_n \beta_n A_n \sin(\sigma_n t_0 - \phi_n) &\equiv \delta \sum_n H_n \sin(\varphi_{n_{théor.}} - \Delta\varphi) \equiv B, \\ \sum_n \beta_n A_n \cos(\sigma_n t_0 - \phi_n) &\equiv \delta \sum_n H_n \cos(\varphi_{n_{théor.}} - \Delta\varphi) \equiv C, \end{aligned} \quad (1)$$

où $\beta_n = \frac{\psi(\sigma_n)}{\psi(\sigma_{M_2})}$, $\varphi_{n_{théor.}}$ est la phase théorique de l'onde.

Les coefficients β_n sont proches de l'unité pour les ondes semi-diurnes et par conséquent pour elles les amplitudes H_n sont voisines des amplitudes théoriques car :

$$H_n = \beta_n A_{n_{théor.}}$$

On effectue un calcul tout à fait analogue pour la marée théorique calculée pour le même intervalle de temps. Ici aussi on élimine toutes les ondes à l'exception des ondes semi-diurnes et ces dernières ont les mêmes facteurs ψ_1 . Les valeurs obtenues pour les deux nombres B_T et C_T diffèrent de B et C par (1) le facteur $1/\delta$ dans les amplitudes et par le terme $-\Delta\phi$ dans les phases.

$$\begin{aligned} B_T &= \sum_n H_n \sin \varphi_{n_{théor.}} \\ C_T &= \sum_n H_n \cos \varphi_{n_{théor.}} \end{aligned} \quad (2)$$

Alors, nous calculons en fonction de (1)

$$\sqrt{B^2 + C^2} = \delta \sqrt{\sum H_n^2 + 2 \sum_{n \neq m} H_n H_m \cos(\varphi_n - \varphi_m)}, \quad (3)$$

et en fonction de (2)

$$\sqrt{B_T^2 + C_T^2} = \sqrt{\sum H_n^2 + 2 \sum_{n \neq m} H_n H_m \cos(\varphi_n - \varphi_m)},$$

d'où

$$\frac{\sqrt{B^2 + C^2}}{\sqrt{B_T^2 + C_T^2}} = \delta.$$

Pour déterminer l'écart de phases $\Delta\phi$ nous trouvons le rapport de B à C d'après les observations et d'après la courbe théorique

$$\frac{B}{C} = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\delta \sum H_n \sin(\varphi_{n_{théor.}} - \Delta\varphi)}{\delta \sum H_n \cos(\varphi_{n_{théor.}} - \Delta\varphi)} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_{théor.} - \operatorname{tg} \Delta\varphi}{1 + \operatorname{tg} \Delta\varphi \operatorname{tg} \varphi_{théor.}} = \operatorname{tg}(\varphi_{théor.} - \Delta\varphi). \quad (4)$$

Table 1.

Coefficients C_{it} pour les combinaisons linéaires.

i	t																						
	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h	h							
1	+1,5	+1,5	+2,5	+3,5	+4,5	+5,5	+6,5	+7,5	+8,5	+9,5	+10,5	+11,5	+12,5	+13,5	+14,5	+15,5	+16,5	+17,5	+18,5	+19,5	+20,5	+21,5	+22,5
2	+1	+1	+1	+2	+1	+1	0	-1	-1	-2	0	-1	0	+1	0	+1	0	+1	0	0	0	-1	0
	0	+1	+1	0	-1	-1	-2	-1	-1	+1	+1	0	+2	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	+1

Remarques : Ici on réduit C_{it} seulement pour les valeurs positives de t. Pour les valeurs négatives de t on a $C_{it} = -C_{-it}$ pour $i = 1$;
 C_{it} pour $i = 2$.

Table 2.

Coefficients $\psi_i(\sigma_n)$

Coefficient	ondes semi-diurnes										ondes diurnes				onde ter-diurne		onde longue période
	μ_2	N_2	M_2	L_2	S_2	R_2	$2Q_1$	Q_1	O_1	M_1	K_1	I_1	M_2	M_1	M_1		
$\psi_1(\sigma_n)$	23,40	24,04	23,96	23,65	23,18	23,13	0,17	0,06	0,01	0,04	0,01	0,13	0,09	0,09	0,01		
$\psi_2(\sigma_n)$	22,42	22,89	23,22	23,31	23,18	23,16	0,08	0,03	0,00	0,02	0,00	0,07	0,12	0,12	0,01		

Ici $\operatorname{tg} \phi_{\text{théor}} = \frac{B_T}{C_T}$. En fonction de (4) nous obtenons $\Delta\phi = \phi - \phi_{\text{théor}}$.

Ces raisonnements seraient parfaitement exacts si les coefficients β_n en (1) étaient égaux pour chaque onde dans les expressions en sinus et en cosinus. En réalité ils diffèrent un peu. Mais la différence des coefficients est tellement faible qu'elle ne peut affecter les résultats de l'analyse de plus de 0,2 - 0,3 %.

Comme l'indiquent les calculs théoriques [3], le rapport des amplitudes des ondes observées aux ondes théoriques est plus petit pour les ondes provenant de l'harmonique du troisième ordre V_3 que pour les ondes engendrées par l'harmonique V_2 . Cependant l'existence de deux ondes (245545 et 245555) voisines en fréquence de l'onde N_2 et issues de V_3 ne peut altérer un tant soit peu sensiblement les résultats de l'analyse de deux jours. En réalité, δ_3 est plus petit que δ_2 à peu près de 10 %, l'amplitude des deux grandes ondes (245555) est de moins de 10 % de l'amplitude de l'onde N_2 , et l'apport de N_2 dans l'onde semi-diurne totale est en tout de quelques pourcents. C'est pourquoi au moment de la détermination de l'onde semi-diurne totale la différence entre δ_2 et δ_3 ne se fait pas sentir dans les résultats de l'analyse. L'influence des erreurs accidentelles des calculs est également petite bien que naturellement plus grande que dans l'analyse harmonique d'après les schémas mensuels. Si on désigne par ϵ l'erreur d'un calcul, alors les erreurs en B et C seront environ $0,3 \epsilon$.

L'analyse de courtes séries d'observations est possible aussi sans utilisation de la courbe théorique. Dans ce cas, il faut calculer les coefficients β_n pour environ dix des plus grandes ondes semi-diurnes et calculer également leurs phases théoriques pour l'instant central de la série. En formant les expressions (2), il faut les comparer avec les résultats de réduction de la courbe observée. Mais il vaut mieux se servir de la courbe théorique puisque dans ce cas on tient compte de tout le spectre des ondes de marées et non seulement des plus grandes ondes semi-diurnes.

Le schéma a été vérifié par la réduction d'une série d'un mois d'observations effectuées à Tachkent en 1960 par le gravimètre GS-11 N° 126. Pour la réduction, on a choisi des morceaux d'enregistrement qui n'ont pas de déplacements ou d'altérations sensibles quelconques. La courbe théorique a été calculée par M.V.Kramer d'après son programme composé sur ordinateur électronique "Oural - 2". Les résultats de l'analyse sont donnés à la table 3.

Table 3.

Résultats de l'analyse de séries de deux jours d'observations à Tachkent en 1960.

Date	δ	$\Delta\varphi$, degré	Amplitude Mgl.
24-25 février	1,203	-4,8	78
8-9 mars	1,199	-4,4	49
12-13 »	1,171	-1,9	78
15-16 »	1,166	-2,6	72
17-18 »	1,135	-2,4	48
20-21 »	1,191	-3,8	32
25-26 »	1,153	-3,0	77
28-29 »	1,147	-3,7	70
moyenne . . .	$1,171 \pm 0,009$	$-3,3 \pm 0,4$	

Dans la table 4 sont données aussi les valeurs de δ et le déphasage $\Delta\phi$ pour les ondes semi-diurnes fondamentales M_2 , S_2 , et N_2 obtenues par l'analyse harmonique d'une série mensuelle d'observations. Comme on le voit par la table, le désaccord des valeurs séparées δ et $\Delta\phi$ n'est pas plus grand que le désaccord entre les résultats de la réduction de séries mensuelles séparées. Il convient encore une fois de remarquer que par l'analyse de deux jours nous déterminons l'onde semi-diurne totale et non ses composantes harmoniques séparées. La contribution de ces dernières dans l'amplitude et dans le facteur δ de l'onde totale se détermine par la formule (3). En moyenne, au moment de la réduction d'une grande série d'intervalles de deux jours répartis au hasard, on peut calculer la contribution des ondes fondamentales comme proportionnelle aux carrés de leurs amplitudes. Puisque l'amplitude M_2 est 2 fois plus grande que l'amplitude S_2 et 5 fois plus grande que l'amplitude N_2 cela signifie que dans ce cas l'onde totale donne en moyenne des résultats proches de l'onde M_2 (table 4).

Table 4.

Résultats de l'analyse d'une série d'un mois avec un jour central le 18 mars 1960.

	M_2	S_2	N_2	Moyenne	
				Poids $\sim A$	Poids $\sim A^2$
δ	1,177	1,160	1,004	1,152	1,169
$\Delta\phi$	-2°8	-3°2	-9,7	-3°7	-3,1

De façon analogue, en prenant les combinaisons linéaires des ordonnées pour la séparation des ondes diurnes [2], on peut déterminer aussi l'onde diurne totale. Cependant, ce procédé dans le cas donné sera un peu moins précis à cause de la différence entre les valeurs de δ pour les ondes fondamentales de type diurne [1]. La valeur de δ déterminée d'après l'onde totale se trouvera comprise entre les valeurs de δ pour les ondes O_1 et K_1 .

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M.S. MOLODENSKII
Théorie de la nutation et des marées diurnes.
Sh. "Marées terrestres et nutation de la Terre" Izd - vo Ac. des Sc. URSS, 1961.
- [2] B.P. PERTSEV
Analyse harmonique de séries de 50 jours d'observations de variations de marées de la force de pesanteur.
Sh. "Etude des marées terrestres" N° 2 sér. "Résultats de l'AGI" Izd-vo Ac. des Sc. URSS, 1961.
- [3] M.S. MOLODENSKII, M.V. KRAMER
Marées terrestres et nutation de la Terre
Izd-vo Ac. des Sc. URSS, 1961
- [4] M.V. KRAMER
Tables de variations de marées de la force de pesanteur dues à la Lune et au Soleil pour une Terre absolument rigide, pour l'année 1962.
(Comité interministériel de géophysique à la présidence de l'Ac. des Sc. de l'URSS. Inst. de physique de la Terre de l'Ac. des Sc. de l'URSS), 1962 Rotaprint.

RESULTATS D'UNE SERIE DE ONZE ANNEES D'OBSERVATIONS SUR LA MAREE TERRESTRE
M₂ A L'AIDE DES PENDULES HORIZONTAUX A POLTAVA DE 1930 A 1941.

Travaux de la réunion sur les méthodes d'étude des mouvements et des déformations de
l'écorce terrestre.

Z.N. Aksentieva

РЕЗУЛЬТАТЫ ОДИННАДЦАТИЛЕТНЕГО РЯДА НАБЛЮДЕНИЙ НАД ЗЕМНЫМ ПРИЛИВОМ M₂ С
ПОМОЩЬЮ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ МАЯТНИКОВ В ПОЛТАВЕ С 1930 Г. ПО 1941 Г.

З.Н. Аксентьева

1

L'Observatoire gravimétrique de l'Académie des Sciences de l'RSSU à Poltava est l'un des quelques endroits du globe terrestre où l'on a effectué des observations très intéressantes sur les marées dans l'écorce terrestre par observation de la composante horizontale des déviations de la verticale à l'aide de pendules horizontaux. On y a déjà rassemblé un cycle de 11 années d'observations. Les observations du pendule horizontal, comme on le sait, donnent une relation de la forme :

$$\gamma = 1 + k - h,$$

qui contient les deux coefficients k et h caractérisant les propriétés élastiques de la Terre. La valeur γ s'obtient par le rapport des amplitudes de la marée observée à la marée calculée théoriquement et peut servir pour l'étude des propriétés élastiques de la Terre dans l'hypothèse où la marée observée n'est pas altérée par des phénomènes secondaires.

En installant les pendules horizontaux dans deux plans réciproquement perpendiculaires, on obtient deux valeurs de γ qui caractérisent les propriétés élastiques de la Terre dans deux directions. O.Hecker [1] a indiqué le premier en 1911 une différence des valeurs de γ dans la direction du méridien et du parallèle, soit $\gamma_h < \gamma_l$ d'après ses observations de Potsdam. Ce rapport $\gamma_h < \gamma_l$ est interprété par l'école de Schweydar [2] comme le résultat de l'effet indirect des marées océaniques sur l'onde semi-diurne lunaire principale M₂ obtenue à partir des observations des pendules horizontaux installés à peu de profondeur.

Il faut considérer une solution définitive de ce problème comme prématurée si l'on prend en considération d'une part l'absence d'une théorie mathématique permettant de calculer suffisamment bien l'influence indirecte des marées océaniques en un endroit donné et la répartition de cette influence sur tout le globe terrestre (ce qui a été montré à maintes reprises dans les travaux des assemblées internationales de géodésie) [3]; si l'on prend en considération d'autre part les travaux de l'académicien A. Ya. Orlov [4] qui a montré que les observations à Tomsk et à Poltava, ne confirment pas la théorie de Schweydar.

Les observations régulières sur les marées terrestres ont débuté à Poltava en 1930. La première série de trois années d'observations 1930-1933 a été réduite et publiée par l'académicien A. Ya. Orlov [4]. La seconde série de cinq années d'observations 1933-1938 a été réduite et publiée par nos soins [5]. La série suivante de deux années d'observations 1938-1940 a également été réduite par nos soins et les résultats sont donnés dans notre monographie avec tous les détails ainsi que les matériaux d'observations pour 10 ans.

Les onze années d'observations à Poltava 1930-1941 ont été faites dans un but établi depuis longtemps : l'observation combinée de la composante horizontale de la marée terrestre à l'aide des pendules horizontaux fonctionnant déjà et sa composante verticale à l'aide d'une nouvelle installation de gravimètres spéciaux très sensibles.

Ces observations combinées, comme on le sait, doivent donner deux équations pour la détermination des coefficients de k et h :

les pendules horizontaux donnent $\gamma = 1 + k - h$ (1)

les gravimètres donnent $\alpha = 1 - 3/2 k + h$ (2)

Pour atteindre le but poursuivi, l'observatoire a inclus dans son plan les travaux de construction d'un modèle de gravimètre particulièrement sensible du type du séismographe vertical de Galitzine de modèle réduit. Le mécanicien - chronométriste V.F. Lobanov a obtenu des succès remarquables dans le perfectionnement de la sensibilité du modèle. Cependant la guerre et l'évacuation de l'observatoire n'a pas permis de réaliser la série expérimentale d'observations avec ce modèle.

Il n'y a pas de doute, comme on l'a déjà montré à maintes reprises dans la littérature, que la réalisation de séries d'observations des deux types indiqués reste souhaitable. Quant aux observations avec les pendules horizontaux à Poltava on a obtenu avec l'un d'eux une série complète d'un an, de septembre 1940 à septembre 1941. Nous avons réduit complètement ces observations et les résultats de leur analyse pour l'onde M_2 sont contenus dans le présent article

2

Les observations des marées terrestres à Poltava en 1940-1941 ont été effectuées à l'aide de la même paire de pendules horizontaux qu'au cours des années précédentes. On n'a apporté aucun changement dans leur installation. Pour la longueur donnée l_0g on a pris en 1939 les valeurs sur la base de la détermination de cette constante.

La table 1 ci-après donne : le nom du pendule, l'azimut de son installation Λ , la composante enregistrée α , la valeur constante l_0g , la distance d de l'objectif du pendule jusqu'à l'appareil enregistreur exprimée en mm, la valeur de la période moyenne annuelle du pendule $2T$, la valeur de la sensibilité moyenne annuelle du pendule h'' .

Table 1.

Pendule	Λ	α	l_0g	d	$2T$	h''
M	167°	77°	76,7	4170 mm	24,16	0,0218
J	77	-13	64,8	4170	25,64	0,0229

Les périodes des pendules se déterminent dix fois par an. Leurs valeurs de $2T$ sont données dans la table 2 afin que l'on puisse apprécier leur degré de constance.

Table 2.

Date	Pendules	
	M	I
1940 VIII 20	24,16	25,80
IX 6	24,16	25,59
X 25	24,06	25,62
XII 4	24,02	25,59
1941 I 16	24,00	25,63
III 8	23,89	25,63
IV 16	23,96	25,70
V 20	24,16	25,69
VI 25	24,50	25,56
IX 10	24,67	25,62
Moyenne :	24,16	25,64

Pour la réduction des observations on a calculé, comme dans les séries précédentes, la sensibilité annuelle moyenne h'' d'après la formule :

$$h'' = \frac{\Pi^2}{\log 2 d T^2 \sin 1''} \quad (\Pi = 3,14159)$$

3

La réduction des observations pour 1940-1941 a été effectuée par analyse harmonique. Pour trouver l'onde M_2 on a recopié les observations d'après les phases de l'onde $M_2 : 0\mu, 2\mu, 12\mu$, où μ est le changement de l'argument de l'onde au cours d'une heure de temps moyen (valeur bien connue par la théorie des marées) d'après les nouvelles tables et d'après le procédé que l'académicien A. Ya. Orlov a donné dans son article [4]

Les 13 équations conventionnelles obtenues de la forme :

$$J_t = W_0 + W_1 t + U \cos \mu t + V \sin \mu t,$$

servant dans sa partie périodique pour trouver les éléments de l'onde et dans la partie non périodique pour trouver la dérive des pendules, sont résolues par le procédé des moindres carrés d'après les schémas que nous avons établis en détail pour l'analyse des ondes de marées et que nous avons exposés dans notre monographie.

En déterminant à partir des 13 équations U et V et en posant $U = R \cos \zeta$ et $V = R \sin \zeta$ nous obtenons l'expression de l'onde cherchée sous la forme :

$$J = R \cos (\mu t - \zeta)$$

où R et ζ sont respectivement l'amplitude et la phase observées de l'onde cherchée. Nous obtenons, de cette façon, pour l'onde M_2 d'après les deux pendules les expressions suivantes, traduites en secondes d'arc :

Poltava 1940 - 1941 : Onde M_2

Pendule M	Pendule I
Composante 77°	Composante 13°
$0^{\text{''}}00698 \cos (\mu t - 51^{\circ}5)$	$0^{\text{''}}00618 \cos (\mu t + 49^{\circ}6)$

L'expression générale pour la valeur théorique de M_2 dans la décomposition de la déviation de la verticale en composantes harmoniques a la forme :

$$M_2 = 0^{\text{''}}0174 \cdot \cos^{4j/2} (1 - 5/2 e^2) p \cos (\mu t + V_0 - P),$$

où j est l'inclinaison de l'orbite lunaire sur l'équateur

e est l'excentricité de l'orbite lunaire ;

V_0 est la partie astronomique de la phase de l'onde dépendant de l'époque ;

μ est la variation de l'argument de l'onde en une heure du temps moyen ;

t est le temps moyen exprimé en heures ;

P et p sont les deux constantes dépendant de la latitude ϕ de la station et de la composante d'enregistrement de l'attraction de marée calculées d'après les formules

$$p \sin P = \cos \phi \sin \alpha$$

$$p \cos P = \cos \phi \sin \phi \cos \alpha.$$

qui donnent pour la station de marées terrestres de Poltava

$$\text{Poltava } \phi = 49^\circ 36', 2; t = -2^{\text{h}} 18^{\text{m}}, 2$$

Pendule M	Pendule I
Composante 77°	Composante 13°
$\lg p = 9,807$	$\lg p = 9,701$
$P = 80^\circ$	$P = -17^\circ$

Nous avons pris 0^h, 1er septembre 1940 comme époque initiale des observations. La phase théorique correspondante calculée d'après les tables de Schweydar [6] pour cet instant $V_0 = 30^{\circ}32'$ et l'amplitude théorique calculée d'après les mêmes tables pour le milieu de l'intervalle d'observation est égale à

pour le pendule M : 0"01052,
pour le pendule I : 0"00824.

Prenant en considération toutes ces données nous avons trouvé pour l'onde M₂ les expressions théoriques ci-dessous ainsi que les expressions obtenues à partir des observations et les valeurs de γ , rapport de l'amplitude observée à l'amplitude théorique

Pendule M		Pendule I	
Composante 77°		Composante - 13°	
Observations	0"00698 cos ($\mu t - 51^{\circ}5'$)	0"00618 cos ($\mu t + 49^{\circ}6'$)	
Théorie	0"01052 cos ($\mu t - 49^{\circ}7'$)	0"00824 cos ($\mu t + 47^{\circ}3'$)	
γ	0,66	0,75	

En faisant la réduction au méridien et au premier vertical de l'onde observée comme de l'onde théorique M₂ pour trouver les rapports d'amplitude des ondes observées aux ondes théoriques dans le méridien γ_h et dans le premier vertical γ_1 , nous obtenons

Poltava 1940 - 1941 Onde M₂

Dans le méridien		Dans le premier vertical	
Composante $\alpha = 0^{\circ}$		Composante $\alpha = 90^{\circ}$	
Observations	0"00592 cos ($\mu t + 34^{\circ}6'$)	0"00720 cos ($\mu t - 62^{\circ}4'$)	
Théorie	0"00810 cos ($\mu t + 30^{\circ}3'$)	0"01063 cos ($\mu t - 59^{\circ}7'$)	
γ_h	0,73	γ_1	0,68

Nous comparerons les résultats obtenus à partir des observations des 11 dernières années à Poltava de l'onde de marée terrestre M₂ avec les résultats de l'analyse des observations pour les dix années précédentes de 1930 à 1940. Dans ce but, nous réduirons les séries de onze années d'observations à la phase zéro V_0 et à l'amplitude moyenne de l'onde M₂.

Nous rappellerons que la réduction à la phase zéro V_0 se fait sur la base des considérations suivantes [6].

Les observations et la théorie nous donnent les expressions pour l'onde M_2 respectivement sous les deux aspects :

Observations	$M_2 = R \cos (\mu t - \zeta),$
Théorie	$M_2 = r C_p \cos (\mu t + V_0 - P).$

Si la phase observée coïncidait toujours avec précision avec la phase théorique on aurait :

$$\zeta = - V_0 + P.$$

Cependant les observations révèlent un écart de phase par rapport à la valeur théorique qui a une certaine valeur constante α pour un endroit donné, on aura ainsi le rapport :

$$\zeta = - V_0 + P + \alpha,$$

d'où

$$\zeta + V_0 = P + \alpha,$$

c'est-à-dire que la somme de la phase observée ζ et de la phase de l'époque initiale des observations V_0 pour un endroit donné et pour une installation donnée du pendule aura une valeur constante.

C'est pourquoi en faisant les sommes des phases $\zeta + V_0$, nous obtenons pour les onze années des valeurs égales entre elles.

En ce qui concerne la réduction à l'amplitude moyenne elle s'obtient par multiplication de l'amplitude de la marée pour l'année considérée par le facteur $1/f$, correspondant à cette année. Nous avons pris ces facteurs dans les tables de Schweydar [6]

La table 3 donne un résumé des résultats comparatifs des observations de l'onde M_2 dans le méridien et dans le premier vertical pour 11 années, de 1930 à 1941, à Poltava. Les matériaux pour les années de 1930 à 1940 ont été tirés des tables de notre monographie. Toutefois la série d'observations de 1936 à 1937 était douteuse et nous l'avons à nouveau révisée et réduite.

La table générale contient ces données. Les quatre premières colonnes donnent les renseignements généraux, notamment :

1° - l'époque des observations ; 2° l'époque initiale ; 3° la phase théorique pour l'époque initiale V_0 ; 4° le facteur $1/f$ pour la réduction de l'amplitude à la moyenne.

Les 7 colonnes suivantes contiennent les données pour la marée M_2 dans le méridien, à savoir : 5° la phase observée ζ ; 6° la somme $\zeta + V = p + \alpha$, 7° la valeur théorique de P ; 8° l'amplitude observée en secondes d'arc ; 9° l'amplitude observée, réduite à la moyenne $H_H'' = R'' \frac{1}{f}$; 10° l'amplitude théorique réduite à la moyenne $H_m'' = R_m'' \frac{1}{f}$; 11° le rapport γ_h de l'amplitude observée et de l'amplitude théorique au méridien.

Table 3.

Table générale des résultats des observations de la marée terrestre M_2 à Poltava de 1930 à 1941.

Période des observations	Epoque initiale	Dans le méridien								Dans le 1 ^{er} vertical							
		V_0	$1f$	ζ	$P+\alpha$	P	R''	H_H''	H_m''	γ_h	ζ	$P+\alpha$	P	R''	H_H''	H_m''	γ_v
1930-1931	0 ^h 30/VIII	224,00	1,036	136,9	+0,9	0°	0''00 528	0''00 603	0''00 780	0,77	228,0	92,0	90°	0''00 766	0''00 794	0''00 1024	0,78
1931-1932	0 30/VIII	325,44	1,038	26,3	-8,3	0	618	641	781	0,82	130,5	95,9	90	584	606	1025	0,59
1932-1933	0 30/VIII	42,58	1,035	316,1	-1,3	0	540	559	780	0,72	44,5	87,1	90	684	708	1025	0,69
1933-1934	0 1/IX	95,14	1,028	263,1	-1,8	0	521	536	780	0,69	355,2	90,3	90	677	696	1025	0,68
1934-1935	0 1/IX	196,34	1,018	169,9	+0,2	0	628	639	780	0,82	254,1	90,4	90	646	658	1024	0,64
1935-1936	0 1/IX	297,34	1,006	53,6	-9,1	0	493	496	780	0,64	150,6	87,9	90	638	642	1024	0,63
1936-1937	0 1/IX	13,72	0,993	343,2	-3,1	0	496	493	780	0,63	76,4	90,1	90	667	662	1024	0,65
1937-1938	0 1/IX	114,22	0,982	243,4	-2,4	0	566	556	781	0,71	334,5	88,7	90	728	715	1025	0,70
1938-1939	0 1/IX	214,52	0,973	141,4	-4,1	0	617	600	780	0,77	234,1	88,6	90	706	687	1025	0,67
1939-1940	0 1/IX	314,68	0,966	44,8	-0,5	0	557	538	780	0,69	136,1	90,8	90	683	660	1024	0,64
1940-1941	0 1/IX	30,32	0,964	325,4	-4,3	0	592	571	781	0,73	62,4	92,7	90	720	694	1025	0,68
Moyennes pour 11 années					-3,1	0°		567	780	0,73		90°4	90°		684	1025	0,67
Erreur moyenne de la moyenne					+1,0			+16		+0,02		+0,8		+15		+0,01	

Enfin les 7 colonnes suivantes de 12 à 18 présentent les données pour l'onde M_2 dans le premier vertical dans la même succession que les données pour le méridien. Les moyennes de onze années sont données dans le bas de la table ainsi que les erreurs moyennes du résultat moyen définitif.

D'après les données de cette table nous tirons les conclusions pour l'onde de marée M_2 à Poltava dans le méridien et dans le premier vertical, pour le cycle de onze années d'observations

Poltava 1930 - 1941 Onde M₂

Dans le méridien ($\alpha = 0^\circ$)	Dans le premier vertical ($\alpha = 90^\circ$)
Observations $0'',00567 \cos(\mu t + V_0 + 3^\circ, 1)$	$0'',00681 \cos(\mu t + V_0 - 90^\circ, 4)$
Théorie $0'',00780 \cos(\mu t + V_0 + 0)$	$0'',01025 \cos(\mu t + V_0 - 90^\circ, 0)$
$\gamma_h = 0,73 \pm 0,02$	$\gamma_1 = 0,67 \pm 0,01$

D'où il s'ensuit :

$$\gamma_h - \gamma_1 = + 0,06$$

c'est à dire que les caractéristiques des rapports pour la marée terrestre M₂ à Poltava $\gamma_h > \gamma_1$ se confirment par un cycle de onze années d'observations et sont en contradiction avec la théorie de Schweydar.

BIBLIOGRAPHIE.

1. HECKER O. et MEISSNER O.
Beobachtungen an Horizontalpendeln über die Deformation des Erdkörpers ...
Veröff. d. K. Preuss. Geod. Inst. NF N° 49, Berlin, 1911.
2. SCHWEYDAR W.
"Lotschwankung und Deformation der Erde durch Flutkräfte ..."
Zentralbureau der Intern. Erdmessung. NF N° 38 Berlin 1921.
3. LAMBERT W.D.
"Rapport sur les marées de l'écorce terrestre".
Trav. de l'Association de Géodésie de l'Union géod. et géoph. intern. 1928. T. 6
4. ORLOV A. Ya.
Sur les déformations de la Terre d'après les observations de Tomsk et Poltava avec les pendules horizontaux.
Yzv AN. URSS, 1939 N° 1.
5. AKSENTIEVA Z. N.
Résultats préliminaires des observations de marées terrestres avec les pendules horizontaux à Poltava de 1930 à 1938.
A.N. RSSV 1940 N° 2.
6. SCHWEYDAR W.
"Harmonische Analyse der Lotstörungen durch Sonne und Mond"
Veröff. des K. Preuss. Geod. Inst. NF N° 59. Potsdam 1914.

SUR LES FILTRES NUMERIQUES UTILISES DANS L'ANALYSE HARMONIQUE

par

G. Jobert

(Institut de Physique du Globe de Paris)

Une communication du Dr Pertsev au V^{ème} Symposium sur les Marées terrestres a fait la preuve, expérimentale peut-on dire, du danger qu'il y a à utiliser pour l'analyse harmonique des filtres numériques de qualité insuffisante. Il a montré en effet que l'application de classiques combinaisons linéaires d'ordonnées à une série de nombres fournis au hasard par un ordinateur, donne des résultats qui sont des fonctions périodiques du décalage de la combinaison considérée par rapport au début de la série. Ce phénomène est parfaitement compréhensible du point de vue de la transformation de Fourier. L'exposé qui suit ne prétend pas à la rigueur mathématique.

Considérons une fonction $f(t)$ connue à des instants déterminés équidistants. Soit h le pas d'échantillonnage. Appliquer à cette série de valeurs une combinaison linéaire d'ordonnées centrée sur un instant t_0 , c'est effectuer la somme :

$$g(t_0) = \sum_{-N}^N f(t_0 + m h) \cdot a_m \quad (1)$$

a_m étant le terme général de la combinaison, $(2N + 1)$ le nombre de ces termes. En introduisant un "peigne de Dirac" $r(t)$ d'écartement h (fig 1_a) on peut écrire :

$$g(t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(t_0 - t) a(t_0 - t) f(t) dt \quad (2)$$

où la fonction $a(t)$ n'a besoin d'être connue que pour des abscisses de la forme : $t = m h$ pour lesquelles : $a(mh) = a_m$. On reconnaît dans (2) un produit de convolution que l'on peut noter :

$$g(t_0) = ar * f$$

et on voit que l'on a bien à faire à un filtrage [1, p. 231].

Or la transformée de Fourier (T.F.) d'un produit de convolution est le produit des T.F. des deux termes du produit de convolution et inversement. Désignons par $G(\sigma)$, $A(\sigma)$, $F(\sigma)$ les T.F. de g , a et f . La T.F. d'un peigne de Dirac de pas h est un peigne de Dirac de pas $1/h$ (fig. 1_b), soit $R(\sigma)$.

On a donc :

$$\begin{aligned} G(\sigma) &= \text{T.F. (ar)} \cdot F(\sigma) \\ \text{T.F. (ar)} &= A(\sigma) * R(\sigma) \\ \text{donc} \quad G(\sigma) &= (A(\sigma) * R(\sigma)) \cdot F(\sigma) \end{aligned}$$

Dans le domaine des fréquences, le filtrage se traduit par la multiplication de la densité spectrale $F(\sigma)$ du phénomène observé par la densité $A(\sigma)$ correspondant au filtre utilisé. Puis, par l'effet de la digitisation, se superposent au résultat précédent tous les produits analogues obtenus en décalant la fonction $A(\sigma)$ le long de l'axe des fréquences de multiples de h^{-1} . Cette difficulté est commune à toutes les analyses numériques.

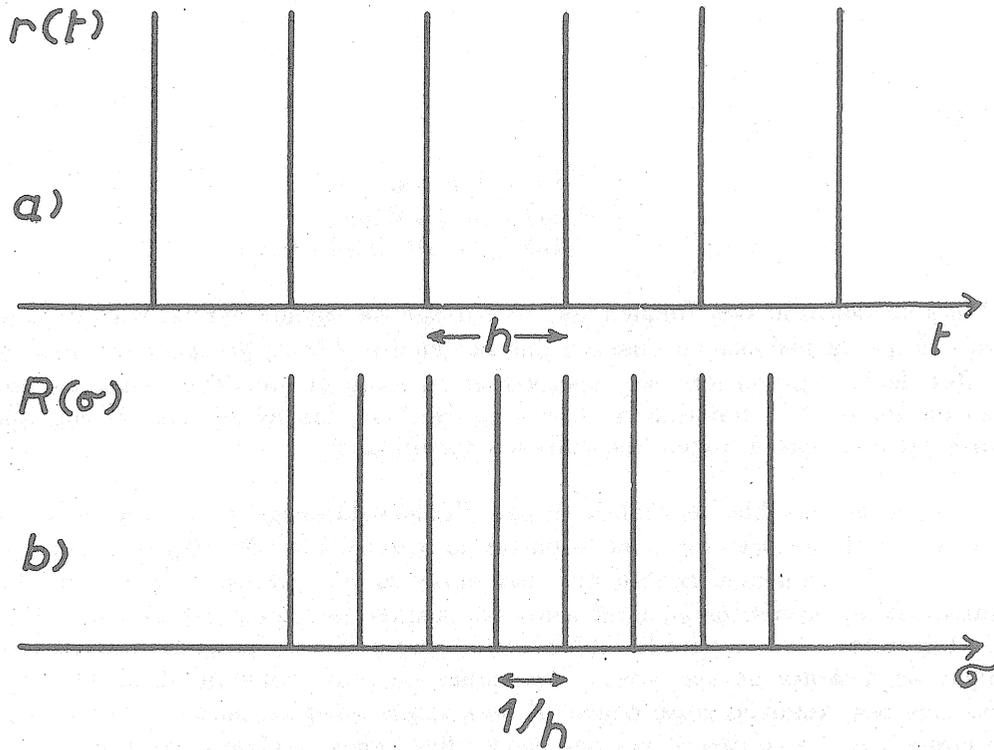
Il est indispensable de choisir le pas d'échantillonnage h de la série temporelle suffisamment petit, car il peut exister dans la partie du spectre $F(\sigma)$ de fréquence supérieure à $1/2h$ une densité d'énergie non négligeable qui, par suite du recouvrement du spectre fondamental et de ses translatés ou symétriques, peut venir contaminer la région intéressante. Or dans le cas des marées terrestres, les appareils utilisés ont des périodes propres très petites devant le pas classique de 1 heure et une partie importante du bruit constaté dans les domaines spectraux intéressants peut venir de cette cause. Il sera intéressant de comparer les résultats actuels avec ceux fournis par des séries à pas beaucoup plus réduit, rendues possibles par les méthodes de digitisation. Là encore la nécessité d'un filtrage, suivi d'une augmentation du pas, se fait particulièrement sentir. Nous reviendrons sur ce point plus loin.

Pour expliquer l'observation faite par Pertsev, nous avons calculé les coefficients de deux des filtres proposés par Lecolazet [2] pour les 715 valeurs horaires utilisées dans son analyse, et déterminé leur spectre $A(\sigma)$. Les figures 2a et 2b montrent les résultats obtenus pour M_2 et O_1 , dans les seules bandes de fréquence où la densité d'énergie dépasse 3 % de celle du sommet utile. On constate que des pics importants apparaissent en plus de ce dernier. Ce sont ces pics qui sont responsables des oscillations observées quand on déplace l'heure centrale de l'analyse ($M_2, T = 4^h48 ; 16^h03 - 01, T = 5^h02, 17^h7$).

En effet à cause du bruit présent dans la série $f(t)$ dans le domaine de fréquences voisin de la fréquence σ_0 d'un pic parasite de $A(\sigma)$, la fonction $g(t_0)$, obtenue en déplaçant l'heure centrale t_0 de l'analyse, contient une sinusoïde de période $1/\sigma_0$ et d'amplitude proportionnelle au produit de la densité de bruit par l'amplitude du pic.

Les filtres de Lecolazet, de Doodson-Lennon ou de Pertsev ont été calculés de façon à réduire au maximum pour le groupe des ondes semi-diurnes, l'effet des ondes diurnes, et inversement. Mais ces auteurs ne se sont pas préoccupés du bruit existant en dehors de ces régions du spectre. La solution à cette difficulté est évidente : si l'on tient à poursuivre ce genre d'analyses, il convient avant tout d'effectuer sur la série un filtrage passe-bande qui réduira la fonction $G(\sigma)$ à zéro en dehors des zones utiles. Bien entendu cette méthode n'a d'intérêt qu'en l'absence d'un ordinateur de puissance suffisante pour calculer sans peine les transformées de Fourier. Car la connaissance du spectre est à notre avis indispensable pour apprécier le degré de signification des résultats obtenus.

Les formules précédentes permettent d'obtenir aisément une solution. Nous résumerons rapidement un exposé de J. Connes et V. Nozal [3]. Un filtre idéal est le filtre passe-bande symétrique (box-car) fig. 3 :



a; peigne de Dirac temporel de pas h .
b; peigne de Dirac en fréquence de pas $1/h$

FIG. 1

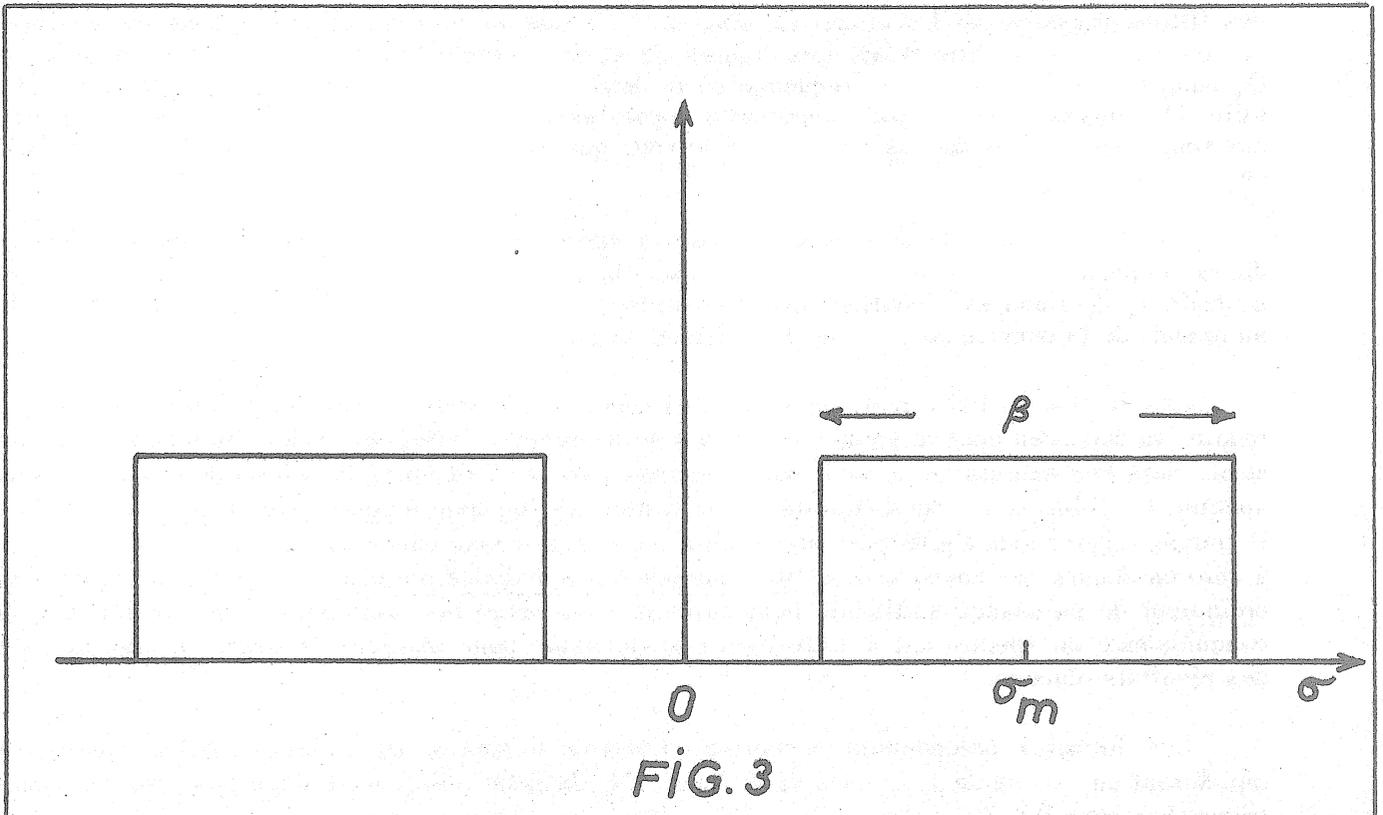


FIG. 3

Filtre passe-bande symétrique idéal.

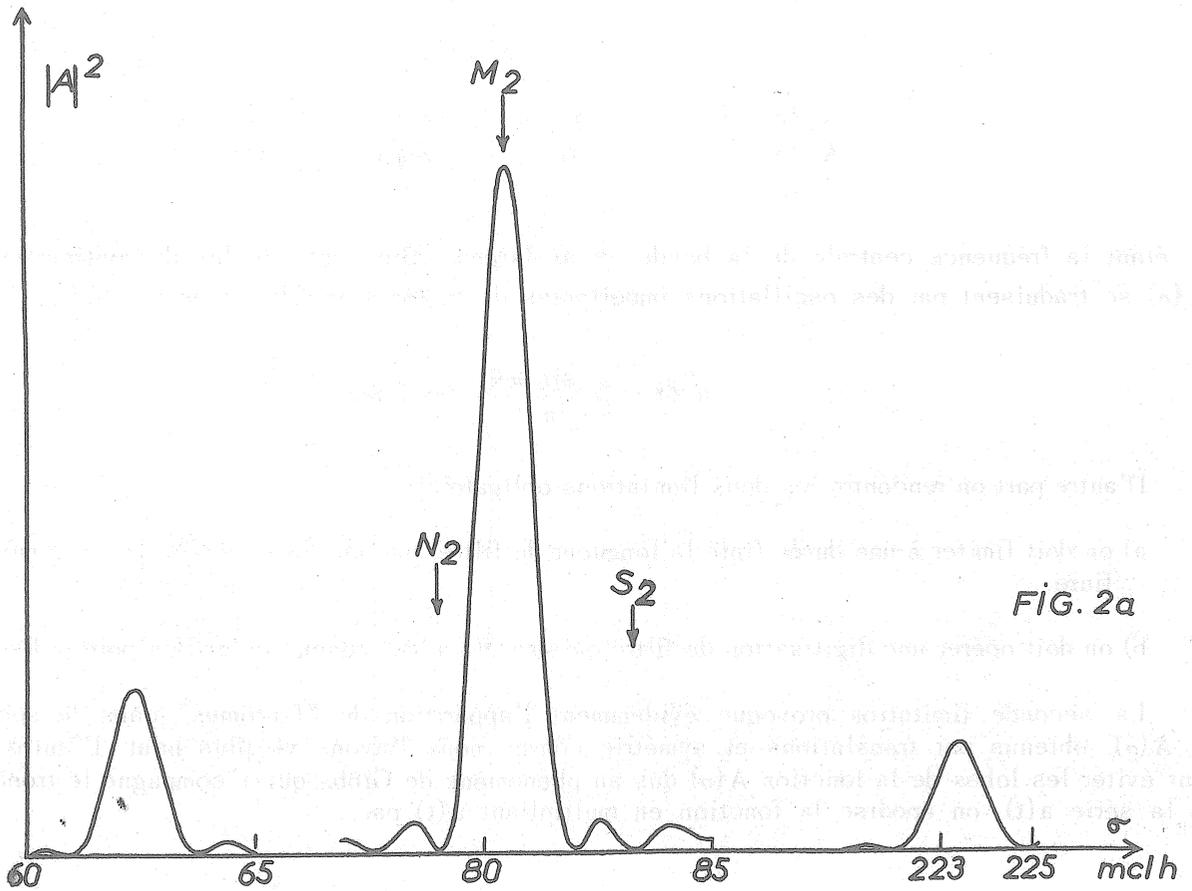


FIG. 2a

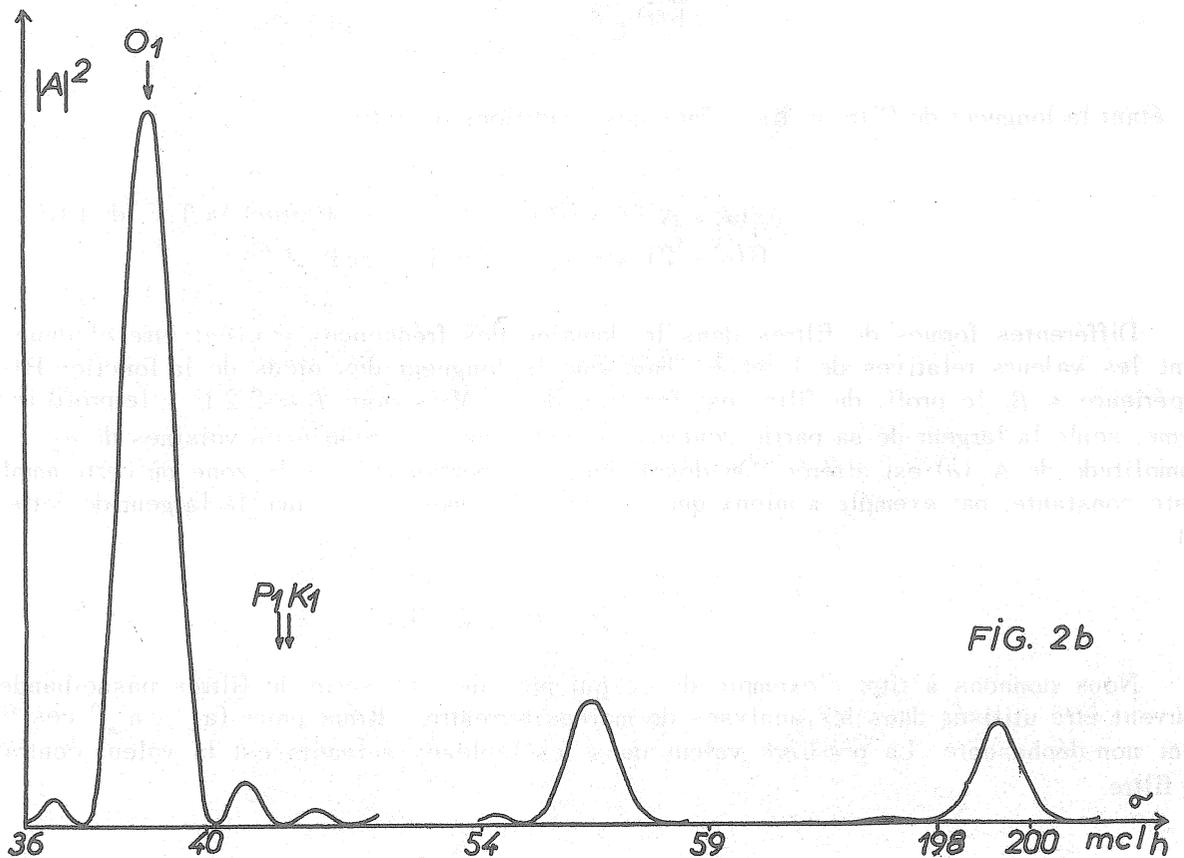


FIG. 2b

Fig. 2a : Réponse du filtre M_2 de R. Lecolazet.

En ordonnées : densité d'énergie obtenue en faisant la somme des carrés des T. F. des filtres pair et impair donnés par R. Lecolazet

Fig. 2b : Réponse du filtre O_1 .

$$\begin{aligned} A_0(\sigma) &= 0 & \text{si} & \quad |\sigma \pm \sigma_m| > \beta/2 \\ A_0(\sigma) &= 1 & \text{si} & \quad |\sigma \pm \sigma_m| < \beta/2 \end{aligned}$$

σ_m étant la fréquence centrale de la bande, β sa largeur. Bien entendu les discontinuités de $A_0(\sigma)$ se traduisent par des oscillations importantes de la fonction filtre temporel $a_0(t)$:

$$a_0(t) = 2 \frac{\sin \pi \beta t}{\pi t} \cos 2 \pi \sigma_m t$$

D'autre part on rencontre les deux limitations obligatoires :

- a) on doit limiter à une durée finie la longueur du filtre, puisque la série $f(t)$ est elle-même finie.
- b) on doit opérer une digitisation du filtre puisque $f(t)$ n'est connue qu'en des points discrets

La seconde limitation provoque évidemment l'apparition de "fantômes" dans le spectre de $A(\sigma)$, obtenus par translations et symétrie comme nous l'avons vu plus haut. D'autre part pour éviter les lobes de la fonction $A(\sigma)$ dus au phénomène de Gibbs qui accompagne le troncage de la série $a(t)$, on apodise la fonction en multipliant $a(t)$ par :

$$\begin{aligned} b(t) &= (1 - t^2/L^2)^2 & |t| < L \\ b(t) &= 0 & |t| > L \end{aligned}$$

$2L$ étant la longueur du filtre utilisé. Dans ces conditions on obtient :

$$\begin{aligned} A_1(\sigma) &= A_0(\sigma) * B(\sigma) & \text{B étant la T.F. de } b(t) \\ B(\sigma) &= 2L \sqrt{\pi} J_{5/2}(2\pi\sigma L) (\pi\sigma L)^{-5/2} \end{aligned}$$

Différentes formes de filtres dans le domaine des fréquences peuvent être obtenues suivant les valeurs relatives de L et β . Tant que la longueur des pieds de la fonction $B(\sigma)$ est supérieure à β , le profil du filtre est fonction de β . Mais pour $\beta > 2,2 L^{-1}$, le profil reste le même, seule la largeur de sa partie centrale variant. Pour les fréquences voisines de $\sigma_m \pm \beta/2$, l'amplitude de $A_1(\sigma)$ est altérée. On devra limiter la portion utile à la zone où cette amplitude reste constante, par exemple à mieux que 1 % près. On montre, [3], que la largeur de cette zone est :

$$\beta' = \beta - 2,2 / L$$

Nous donnons à titre d'exemple de ce qui précède, une série de filtres passe-bande, qui peuvent être utilisés dans les analyses de marées terrestres. Etant pairs ($a_m = a_{-m}$) ces filtres sont non-déphasants. La première valeur dans les tableaux suivants est la valeur centrale a_0 du filtre.

Tableau I : filtre diurne
(Coefficients $\times 10^6$)

51000	49380	44632	37107	27342	16036	3986	- 7972
-19032	-28473	-35716	-40364	-42222	-41316	-37857	-32247
-25016	-16783	- 8200	101	7558	13720	18273	21058
22072	21454	19461	16437	12775	8874	5110	1792
- 848	- 2677	- 3661	- 3861	- 3414	- 2511	- 1374	- 228
725	1324	1471	1127	323	- 853	- 2267	- 3758
- 5154	- 6296	- 7051	- 7325	- 7078	- 6319	- 5108	- 3549
- 1773	69	1830	3372	4587	5400	5778	5727
5293	4551	3598	2540	1483	518	- 280	- 863
- 1212	- 1335	- 1262	- 1042	- 735	- 404	- 106	112
218	198	58	- 182	- 490	- 823	- 1140	- 1399
- 1568	- 1626	- 1564	- 1386	- 1110	- 760	- 370	25
392	702	935	1079	1130	1095	989	830
639	438	248	82	- 48	- 137	- 187	- 201
- 187	- 154	- 113	- 72	- 36	- 10	4	7
2	- 8	- 19	- 28	- 34	- 36	- 33	- 26
- 19	- 11	- 5	- 2	- 0	0		

Tableau II : filtre semi-diurne
(Coefficients $\times 10^6$)

51000	44560	26928	2694	-21874	-40504	-48580	-44324
-29185	- 7382	15312	33128	41820	39707	27967	10181
- 8760	-24020	-32081	-31564	-23418	-10461	3536	14940
21210	21454	16468	8315	- 408	- 7361	-11074	-11229
- 8569	- 4498	- 542	2148	3101	2562	1280	151
- 155	565	1993	3441	4143	3561	1614	- 1266
- 4262	- 6439	- 7051	- 5798	- 2937	786	4360	6811
7489	6254	3500	22	- 3228	- 5422	- 6078	- 5172
- 3105	- 548	1773	3291	3738	3183	1966	553
- 621	- 1281	- 1374	- 1042	- 542	- 133	+ 22	- 98
- 378	- 630	- 677	- 427	89	723	1264	1518
1370	836	52	- 764	- 1384	- 1638	- 1468	- 937
- 207	515	1040	1252	1130	749	244	- 235
- 569	- 698	- 628	- 422	- 165	62	204	246
209	130	50	- 3	- 22	- 13	7	20
18	2	- 19	- 37	- 43	- 36	- 21	- 4
.....7	10	8	4	1	0		

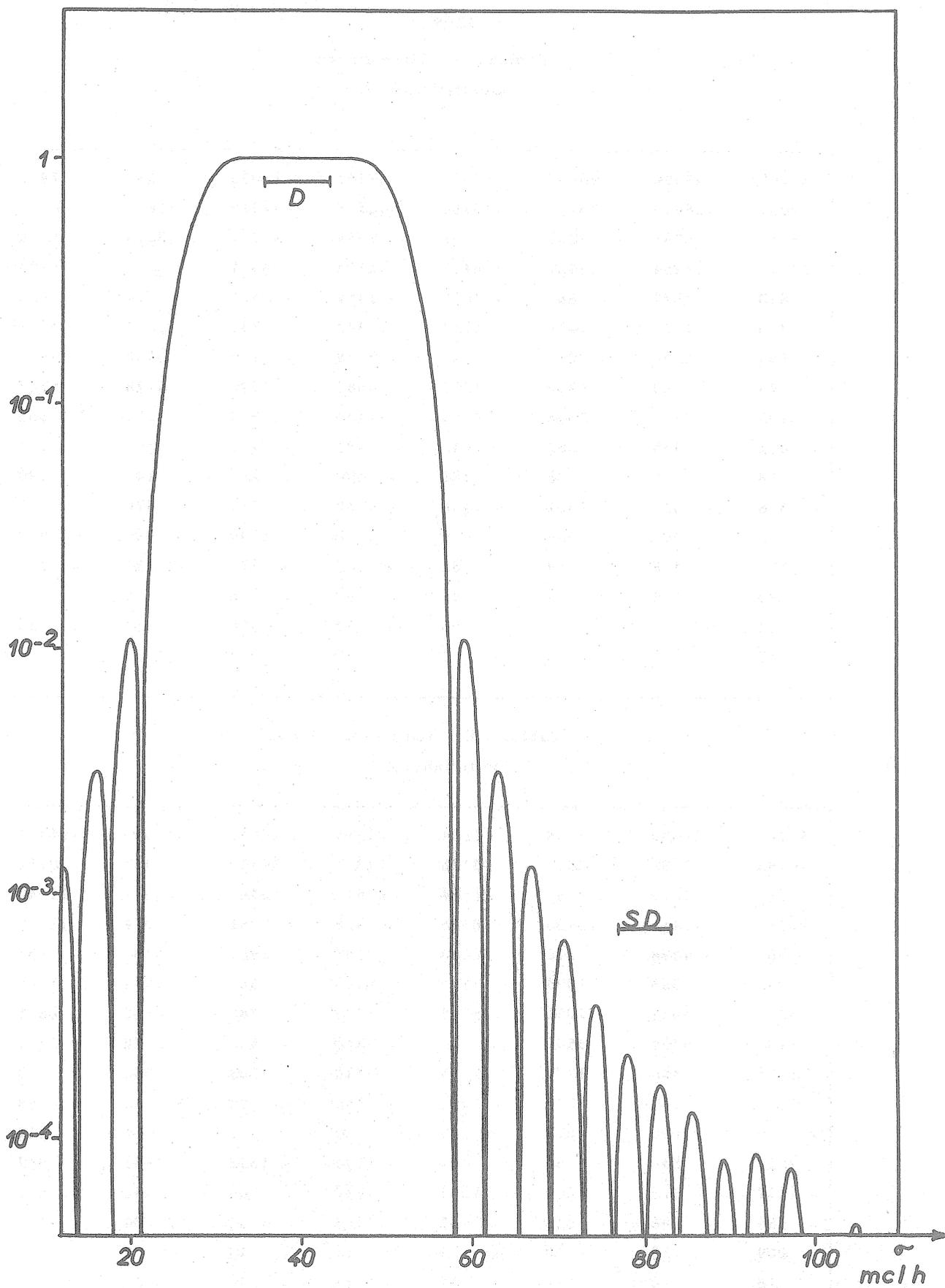


FIG. 4a

Réponse d'un filtre passe-bande diurne.

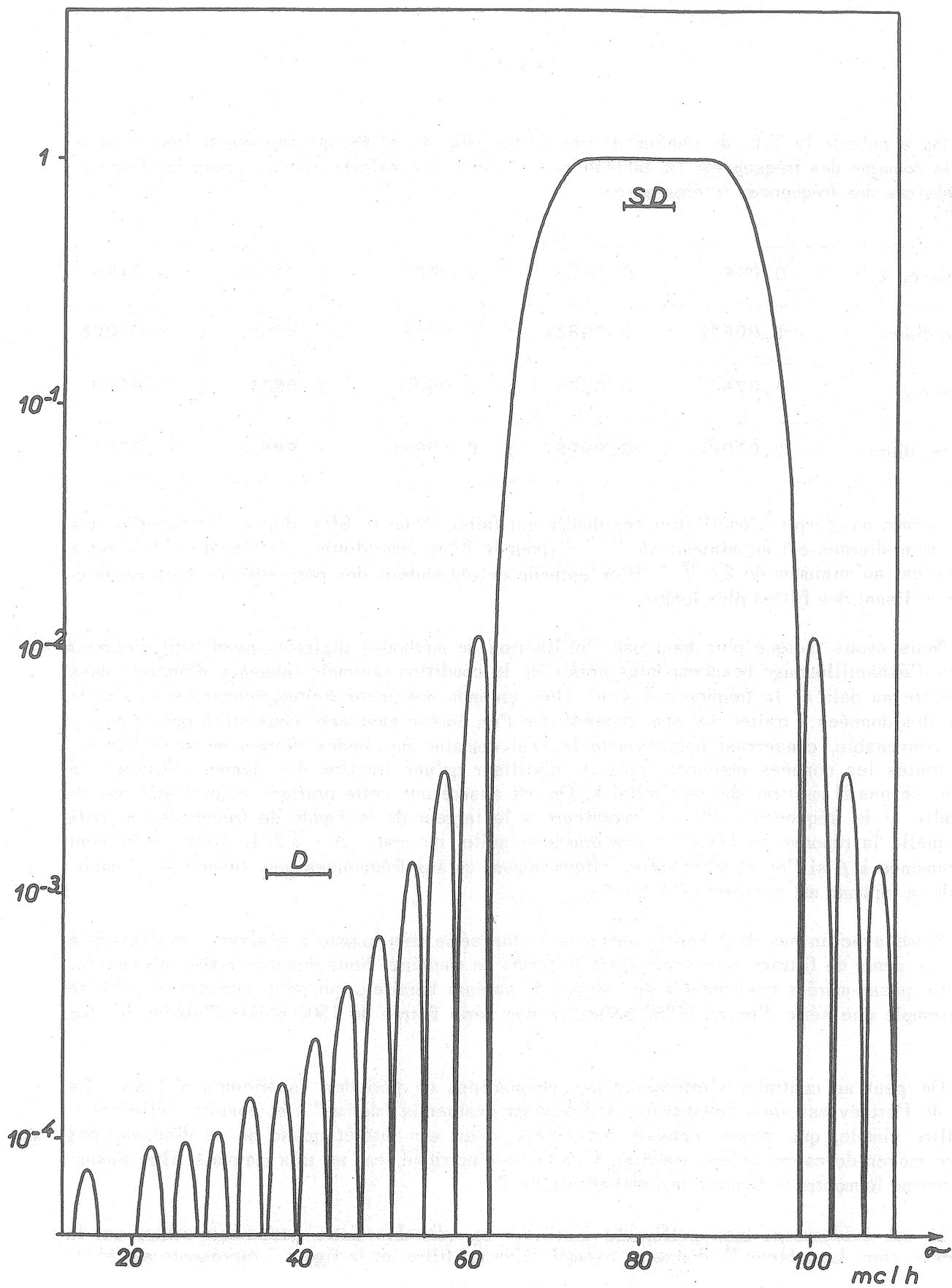


FIG. 4b

Réponse d'un filtre passe-bande semi-diurne.

On a calculé la T.F. de chacun de ces filtres (fig. 4a et 4b) qui représente leur réponse dans le domaine des fréquences. Le tableau suivant donne les valeurs obtenues pour les fréquences voisines des fréquences intéressantes.

Fréquence c/h	: 0,035	: 0,0375	: 0,0400	: 0,0425	: 0,0450
Filtre diurne	: 1,00572	: 0,99824	: 0,99856	: 0,99952	: 1,01008
Fréquence	: 0,0750	: 0,0775	: 0,0800	: 0,0825	: 0,0850
F. semi-diurne	: 1,01004	: 0,99952	: 0,99856	: 0,99816	: 1,00576

Comme on le voit, l'oscillation résiduelle est faible. Pour le filtre diurne l'atténuation des ondes semi-diurnes est au minimum de 2.10^{-4} , pour le filtre semi-diurne, l'atténuation des ondes diurnes est au minimum de $2,6.10^{-4}$. Bien entendu on obtiendrait des performances bien meilleures en utilisant des filtres plus longs.

Nous avons indiqué plus haut que l'utilisation de méthodes digitales permettait d'obtenir un pas d'échantillonnage beaucoup plus voisin de la condition optimale (absence d'énergie dans le spectre au delà de la fréquence $1/2$ h). Bien entendu son inconvénient majeur est la grande masse des données à traiter. Le seul procédé que l'on puisse envisager consiste à opérer un filtrage convenable, conservant par exemple le seul domaine des ondes diurnes et semi-diurnes, avec toutes les données obtenues, puis de n'utiliser qu'une fraction des données filtrées, en prenant un pas H multiple du pas initial h. On est assuré que cette pratique ne provoque pas de difficulté si la fréquence $1/2H$ est supérieure à la largeur de la bande de fréquences au delà de laquelle la réponse du filtre est pratiquement nulle, qui est : $\beta + 3,2/L$. Cette limite peut être ramenée à β si l'on ne s'intéresse effectivement qu'aux fréquences pour lesquelles l'amplitude de la réponse est constante à 1 % près.

Même avec un pas de 1 heure, quand on a une série très longue à analyser, on a intérêt à opérer ce genre de filtrage pour économiser le temps de machine. Nous donnons à titre d'exemple, un filtre passe-marées convenant à des séries de valeurs horaires, qui peut permettre de réduire par exemple une série d'un an (8760 points) à une série filtrée de 1500 points. (Tableau III, fig. 5).

On peut au contraire s'intéresser aux phénomènes de périodes supérieures à 1 jour. Le filtre de Pertsev est ainsi couramment utilisé pour évaluer la "dérive" - et ensuite l'éliminer -. Ce filtre simple, qui, comme ceux de Lecolazet, a eu son intérêt quand on ne disposait pas d'autre moyen de calcul qu'une machine à calculer électrique, est un très mauvais filtre passe-bas, comme le montre la figure 6 qui représente sa T.F.

Il est évidemment bien préférable d'utiliser un véritable filtre passe-bas centré sur la fréquence zéro. Le tableau IV donne un exemple d'un tel filtre, et la figure 7 représente sa réponse.

Tableau III.

Filtre passe-marées (coefficients $\times 10^6$)

120000	110908	85402	48392	6835	- 3179
-61085	-77002	-78540	-67695	-48736	-27009
- 7604	5799	11622	10490	4768	- 2299
- 7582	- 8929	- 5665	1359	10150	18262
23527	24667	21606	15398	7853	963
- 3681	- 5306	- 4114	- 1137	2142	4270
4271	1915	- 2246	- 7087	-11276	-13681
-13701	-11420	- 7549	- 3184	533	2755
3157	1997	- 1445	- 1898	- 2852	- 2365
- 435	2469	5559	7988	9100	8626
6747	4023	1209	- 977	- 2064	- 1954
- 928	465	1592	1938	- 1268	- 313
- 2401	- 4427	- 5834	- 6248	- 5581	- 4051
- 2102	- 262	1016	1485	1166	326
- 621	- 1252	- 1264	- 572	676	2149
3444	4205	4236	3549	2357	999
- 168	- 870	- 1000	- 634	0	605
910	756	139	- 789	- 1777	- 2552
- 2905	- 2750	- 2148	- 1278	- 383	309
651	614	290	- 145	- 494	- 599
- 390	96	731	1340	1755	1807
1656	1194	615	76	- 292	- 424
- 330	- 91	172	344	343	154
- 179	- 564	- 893	- 1076	- 1069	- 884
- 579	- 242	40	204	231	144
0	- 132	- 195	- 159	- 29	159
350	491	545	503	383	222
65	- 51	- 103	- 94	- 43	21
68	79	50	- 12	- 85	- 149
- 185	- 187	- 157	- 106	- 51	- 6
21	28	20	5	- 9	- 16
- 14	- 6	6	15	20	20
16	10	5	1	0	

Réponse du filtre

Fréquences c/h :	0,040	0,042	0,044		
Réponse :	1,00128	0,99940	1,00012		
Fréquences :	0,076	0,078	0,080	0,082	0,084
Réponse :	1,00012	0,99940	1,00128	0,99792	1,00188

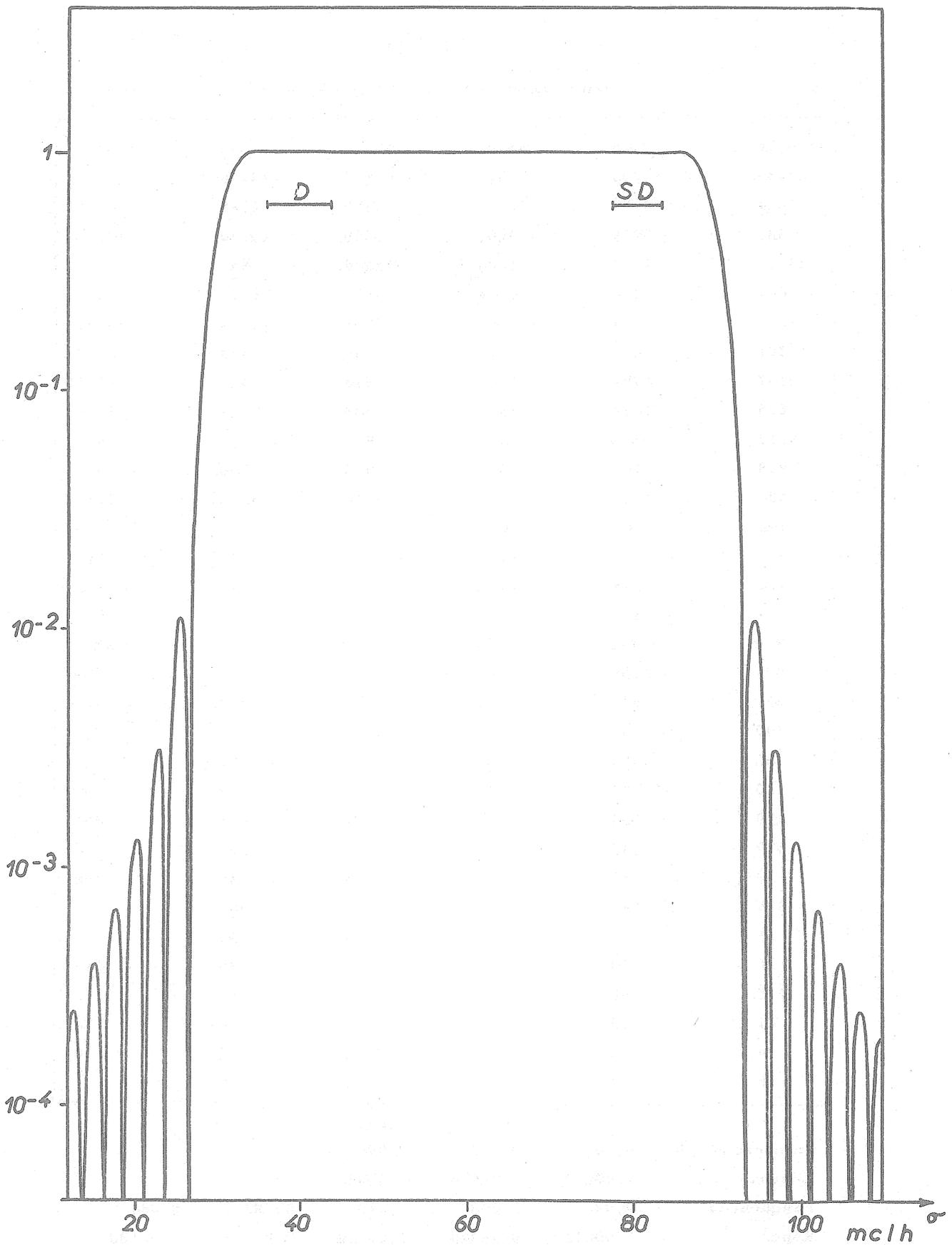


FIG. 5

Réponse d'un filtre passe-marées.

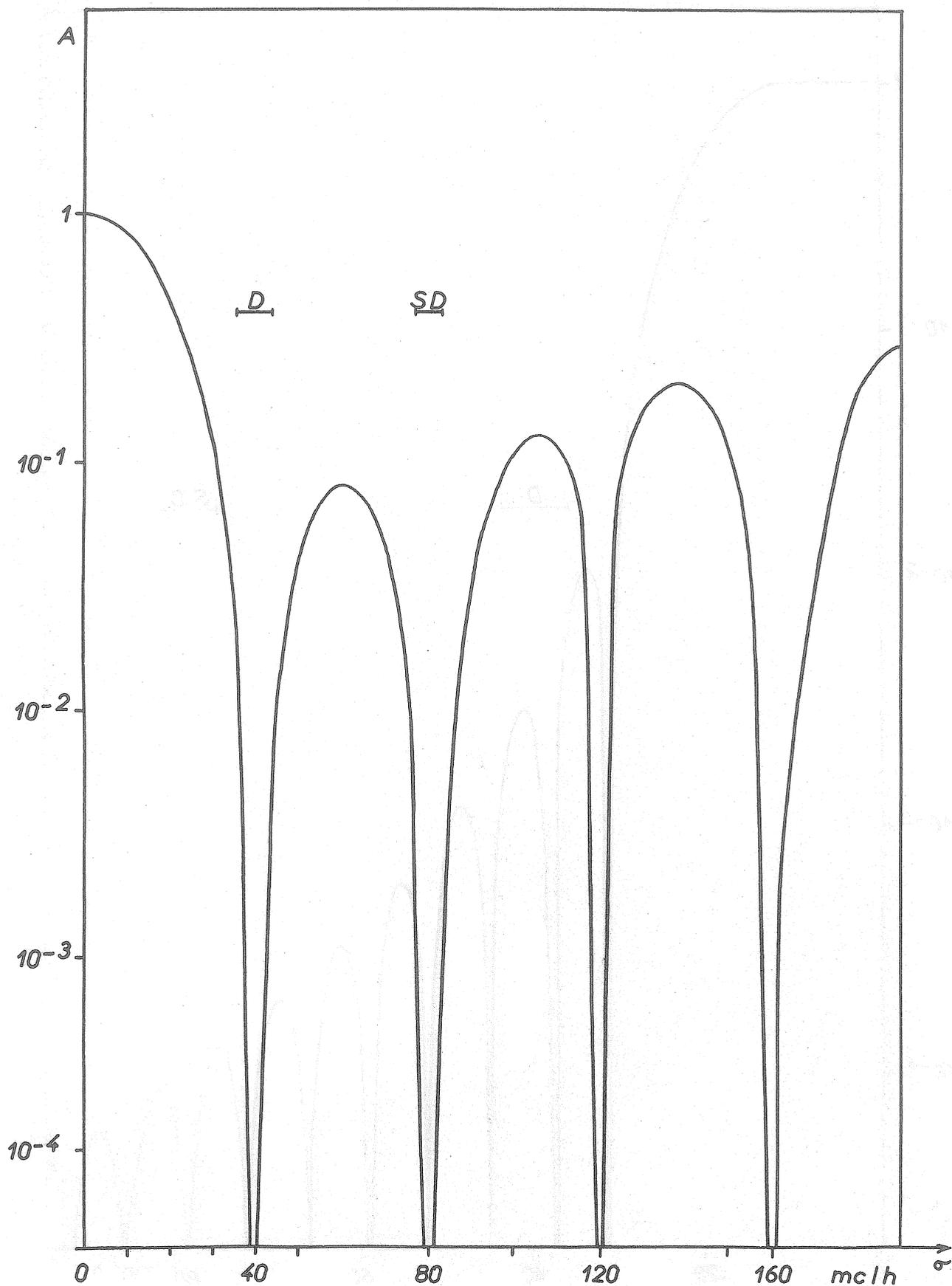


FIG. 6

Réponse d'un filtre de Pertsev (portant sur 37 valeurs)

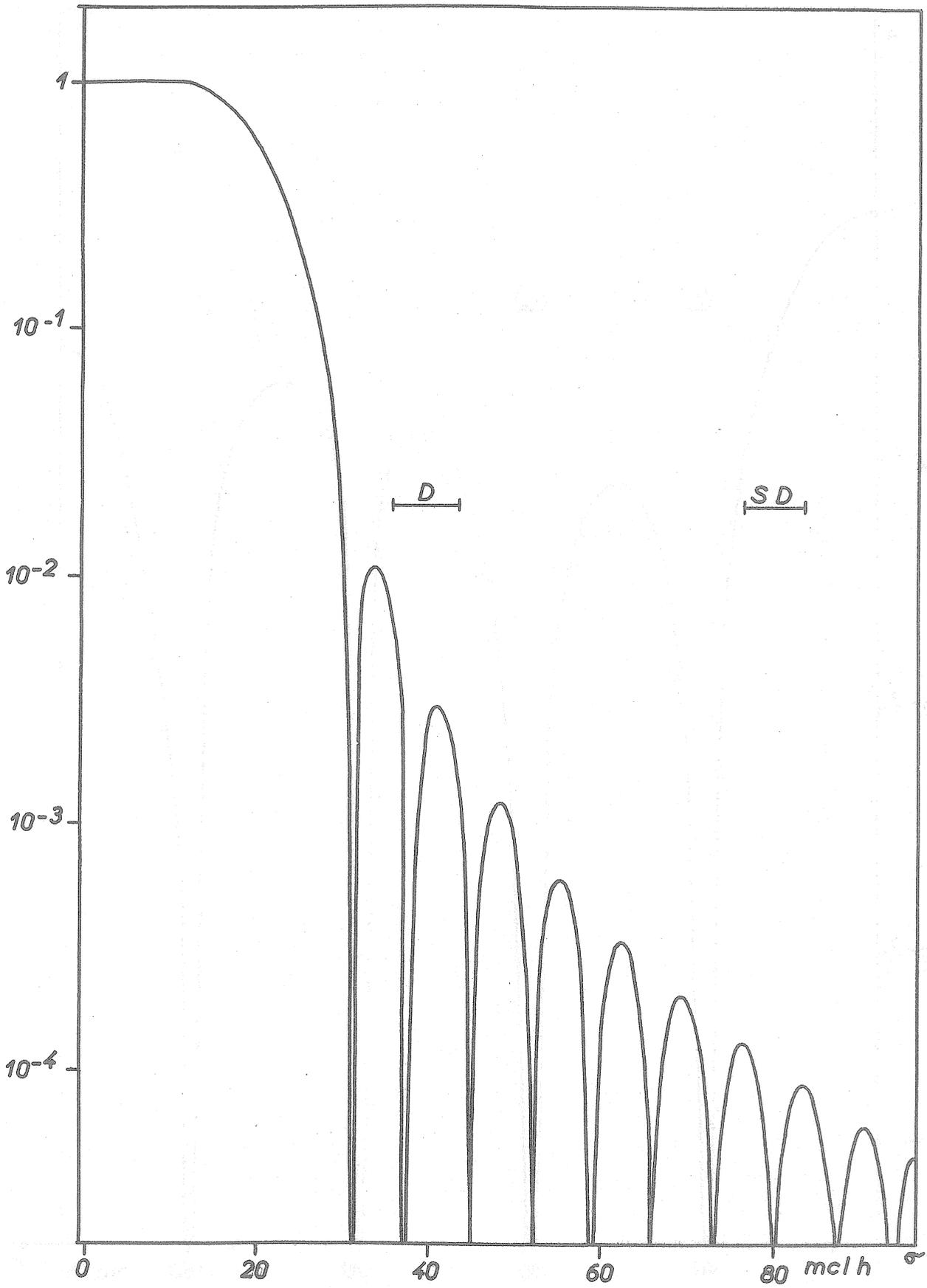


FIG. 7

Réponse d'un filtre passe-bas.

Tableau IV
Filtre anti-marées (Coefficients x 10⁶)

85000	84716	83860	82452	80504	78044
75112	71740	67976	63868	59472	54844
50040	45120	40148	35179	30269	25473
20842	16420	12248	8364	4795	1566
- 1307	- 3812	- 5947	- 7711	- 9114	-10167
-10889	-11301	-11430	-11305	-10956	-10415
- 9716	- 8894	- 7979	- 7004	- 5999	- 4991
- 4005	- 3062	- 2180	- 1375	- 657	- 34
490	913	1238	1469	1613	1678
1675	1615	1509	1370	1207	1033
856	686	528	388	269	174
102	53	22	6	1	0

		Réponse du filtre		
Fréquence c/h	:	0	0,0015	0,0030
Réponse	:	0,9942	0,9953	0,9983
σ	:	0,0390	0,0405	0,0420
A	:	0,0004	0,0026	0,0030
σ	:	0,0780	0,0810	0,0845
A	:	0,00013	0,000008	0,000088

BIBLIOGRAPHIE

- 1 J. ARSAC :
Transformation de Fourier et théorie des distributions.
Dunod, 1961.
- 2.R. LECOLAZET :
Méthode utilisée à Strasbourg pour l'analyse harmonique de la marée gravimétrique.
Bull. Inf. marées terrestres 10, 1958, p. 153-178.
- 3.J. CONNES et V. NOZAL :
Le filtrage numérique dans la spectroscopie par transformation de Fourier.
Jour. Phys. Rad., 22, 1961, p. 359.

ANALYSIS AND COMPARISON OF THE VARIOUS METHODS OF HARMONIC ANALYSIS
OF THE EARTH TIDES

by

M. T. Carrozzo
(Bari)

Summary.

We analyse Doodson's, least squares' and Lecolazet's methods of harmonic analysis of the Earth Tides.

By their comparison, it results that Lecolazet's method is certainly the one which permits to determine the unknown amplitudes more wanting of contributions due to other waves ; but it permits to determine only a limited number of tidal components.

Also the amplitudes obtained by Doodson's method are quite pure.

The amplitudes obtained by the method of the least squares show, more than those obtained by other methods, the influence of the other waves.

Doodson's method has, compared with all the others, the advantage of selecting a great number of waves.

The results here obtained confirm those obtained by Balenko in a different way.

Riassunto

Vengono analizzati i metodi di Doodson, Minimi Quadrati e Lecolazet di Analisi Armonica delle Maree Terrestri.

Dal confronto di essi risulta che il metodo di Lecolazet è senz'altro quello che permette di determinare le ampiezze incognite più pure da contributi dovuti ad altre onde ; esso permette però di determinare un numero limitato di componenti della Marea.

Le ampiezze ottenute col metodo di Doodson sono anch'esse abbastanza pure.

Le ampiezze ottenute col metodo dei Minimi Quadrati risentono più che quelle ottenute con gli altri metodi, l'influsso delle altre onde.

Il metodo di Doodson ha, rispetto a tutti, il vantaggio di selezionare un grande numero di onde.

I risultati qui ottenuti confermano quanto è stato ottenuto in altro modo da Balenko.

Premise.

It is well known that in any instant t the value $g(t)$ of the observed tide, is represented by an equation of the form :

$$g(t) = A_0 + x_1 \text{ sen } \omega_1 t + x_2 \text{ sen } \omega_2 t + \dots + x_n \text{ sen } \omega_n t + y_1 \text{ cos } \omega_1 t + y_2 \text{ cos } \omega_2 t + \dots + y_n \text{ cos } \omega_n t \quad (1)$$

where $g(t)$ is the height of the Tide above a middle level of reference, A_0 is the middle height, $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ are the amplitudes of the sinusoidal and cosinusoidal part of each wave. The relations that occur between the x_1 and y_1 and the amplitudes A_1 and the phase δ_1 , of the waves composing the Tide, are :

$$A_1 = \pm \sqrt{x_1^2 + y_1^2}, \quad \text{tang } \delta_1 = \frac{y_1}{x_1}$$

The task of the harmonical analysis is to determine the A_1 and the δ_1 .

The methods of analysis more usually used are :

- a) Doodson's method (1929) is particularly studied for the determination of the oceanic constants, and successively adapted by Doodson and Lennon to the Earth Tides.

The essential principle of the method is to combine the tidal heights from day to day so as to isolate as well as possible all the tidal waves either diurnal or semidiurnal, or of higher order.

- b) Imbert's method (1954) is based on the least squares principles. The equation (1), written attributing successive values to the time, for instance all the 720 hourly values of a month of observation, constitutes a system of more equations than unknown quantities, which can be solved by the least squares method. Practically, if we assume the central hour of the observed month as origin of the time, we can reduce this method to the successive application of linear combinations, symmetrical ($K_\mu = K_{-\mu}$) antisymmetrical ($K_0 = 0, K_\mu = -K_{-\mu}$) whose coefficients are easily determinable.

- c) Lecolazet's method (1956) is a particular case of the periodal analysis, opportunely studied for the application to the Earth Tides.

Lecolazet in fact transforms the successive hourly observations by means of linear combinations whose coefficients are determined in order to filter the periodicity included in an established interval, and to amplify on the contrary those included in a different interval ; just as we do in the classic periodal analysis.

Then we can conclude that all the methods of harmonic analysis of the Earth Tides consist in the application of some opportune linear combinations to the hourly tidal observations. The various methods differ between them in the different ways adopted to determine the coefficients of the combinations.

The purpose of this work is to give a comparison between various methods, by means of the calculation of the selectivity curves of the linear combinations.

2. Doodson's method (1929)

The first step in Doodson's method consists in calculating daily values obtained by application of some linear combinations to hourly values. The coefficients of these combinations are reported in the Tab. 1 of Doodson's publication and are called "hourly multipliers".

The selectivity curves have been calculated for such linear symmetric and antisymmetric combinations.

The formula of the selectivity curve for symmetric combinations is :

$$\rho(\omega) = K_0 + 2 \sum_K A_K \cos(K\omega), \quad (2)$$

while for antisymmetric combinations it is :

$$\rho(\omega) = 2 \sum_K A_K \sin(K\omega) \quad (3)$$

where A_K are the coefficients of the combinations and ω has the meaning of an angular speed : $\omega = \frac{2\pi}{T}$ (The formulas (2) and (3), of course, depend from the unit of time t , because ω depends from t).

The angular speeds of the tidal waves, which are usually separated by methods of periodical analysis, are expressed in degree/hour. It is thus necessary to assume as time unit the hour and to apply the harmonic analysis on tide hourly values.

If we assume a different time unit, for instance $t' = \frac{t}{n}$, between the wave periods I and I' measured with respect to two measure units of the time (t and t'), the relation subsist :

$$T' = nT$$

and obviously the relation occurring between angular speeds ω and ω' would be :

$$\omega' = \frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{nT} = \frac{\omega}{n}$$

The formulas (2) and (3) would be consequently modified and they would become :

$$\rho(\omega) = K_0 + 2 \sum_K A_K \cos\left(K \frac{\omega}{n}\right), \quad (2a)$$

$$\rho(\omega) = 2 \sum_K A_K \sin\left(K \frac{\omega}{n}\right) \quad (3a)$$

Now it is necessary to note that the combinations indicated by Doodson by X_4 and Y_4 are antisymmetric only if we assume as time unit 30 min. and as coefficient corresponding to the half-hours 0. For these combinations the equation (3a) becomes :

$$\rho(\omega) = 2 \sum_K A_K \text{sen}(K \cdot 0,5 \omega). \quad (3b)$$

The fig. 1 and 2 show two examples of selectivity curves, calculated for the hourly multipliers X_3 and X_6 .

Applying each of these combinations to the hourly values of a month of observations, we obtain 29 values, called daily values.

The second step of the method consists to apply to the series of daily values (series of the order 29) some symmetric and antisymmetric linear combinations, also of order 29, reported by Doodson in tab. II of his publication and called daily multipliers. The selectivity curves have been calculated also for these combinations ; the equations (2) and (3) become :

$$\rho(\omega) = K_0 + 2 \sum_K A_K \cos(K \cdot 24 \omega), \quad (2c)$$

$$\rho(\omega) = 2 \sum_K A_K \text{sen}(K \cdot 24 \omega) \quad (3c)$$

The fig. 3 and 4 show two examples of selectivity curves for the daily multipliers. It is well known that the successive application of two linear combinations is equivalent to the application of only one combination with selectivity curve equals the product of the two curves ; thus the application on the observation results of the hourly multipliers and successively of the daily multipliers is equivalent to the application of only one combination whose selectivity curve is :

$$\rho(\omega) = [K_0 + 2 \sum_K A_K \cos(24 \cdot K \cdot \omega)] \cdot [2 \sum_K A_K \text{sen}(K \omega)], \quad (4)$$

when the daily multipliers are symmetric and those hourly antisymmetric.

Fig. 5 gives an example of selectivity curve obtained by the multiplication of two selectivity curves.

The third part of the method consists in calculating the C_{p_1} and the D_{p_1} according to the tab. III of Doodson's publication. To obtain the real amplitudes of the waves it is necessary to apply new linear combinations, whose coefficients are reported in Doodson's Tab. IV.

The result of this last linear combination will of course be a function of the amplitudes of all the present waves. In order to obtain the wave we want to select by that particular combination, with its real amplitude, it is necessary to multiply the results of the combinations by some numbers which are nearly equal to 1. These numbers are given here in the columns "multiplication factors" of Tab. I and II.

The contribution of the different tidal waves to the amplitudes of the cosinusoidal and sinusoidal parts of each wave are given respectively in Tab. I and II.

3. Least squares method (Imbert, 1954).

Observing the Tidal heights, for instance from hour to hour, we obtain from (1) a system of equations which is generally superabundant ; it must therefore be solved by least squares method.

The analysis of a month of hourly observations by least squares method allows to separate the following waves :

N	WAVE	ω	N	WAVE	ω	N	WAVE	ω
1	Q_1	13°3987	4	μ_2	27°9682	9	M_4	57°9682
2	O_1	13°9430	5	N_2	28°4397	10	MS_4	58°9841
3	K_1	15°0411	6	M_2	28°9841			
			7	L_2	29°5285			
			8	S_2	30°0000			

Without entering into the details of the theory we will say that to use this method, it is necessary to apply to the 721 hourly data, 10 linear antisymmetric combinations of order 360 and 11 symmetric combinations of the same order.

We have calculated the selectivity curve for each combination. Fig. 6 and 7 show two examples of such curves for linear combinations of the first and second order. From these curves it results that the combinations are quite selective.

By the application of each linear combination to the observed data, we obtain some numbers X_1 and Y_1 which are the sum of the amplitudes of all the waves to be selected, multiplied by different factors ; particularly for X_1 :

$$\bar{X}_1 = 337,60x_1 - 57,91x_2 - 22,50x_3 - 3,15x_4 + 3,06x_5 - 2,98x_6 + 2,90x_7 - 2,83x_8 - 0,48x_9 - 0,39x_{10}; \quad (5)$$

and for \bar{Y}_1 :

$$\bar{Y}_1 = 332,59y_1 - 58,52y_2 - 21,84y_3 - 2,37y_4 + 2,30y_5 - 2,24y_6 + 2,17y_7 - 2,12y_8 - 0,73y_9 - 0,62y_{10} + 4,58A \quad (6)$$

We totally obtain other 9 analogous relations for the \bar{X}_i and other 10 analogous for the \bar{Y}_i .

We shall now discuss the system of \bar{X}_i equations.

The following step of the method consists with the application, to the \bar{X}_i calculated before, of 10 new linear combinations whose coefficients are reported in Tab. III of Imbert's publication.

X_i be the results of the i_{th} (with i from 1 to 10) linear combination, it will be obviously of the type :

$$X_i = a_{i1} \bar{X}_1 + a_{i2} \bar{X}_2 + a_{i3} \bar{X}_3 + \dots \dots \dots a_{i10} \bar{X}_{10} \quad (7)$$

By means of (5) and the other 9 analogous relations, it is then possible to express the X_i as functions of the x_i .

The results of this calculation are reported in Tab. III : the column "multiplication factors", gives the numbers by which the X_i are to be multiplied in order to obtain the wave we want to select with its real amplitude. This Table shows also the contribution of the other waves to the result.

Analogous results are obtained for the Y_i and given in Tab. IV.

4. Lecolazet's method.

Lecolazet observes that in the 48 hours interval, the drift of a good gravimeter can be approximated by a 2^d degree function. To eliminate such a function, it is sufficient to apply three linear indecomposable antisymmetric combinations ; Lecolazet chooses the product combination in order to operate a first selection, dividing the diurnal from the semidiurnal tidal waves. He uses therefore two combinations, each of them being the product of three antisymmetric combinations : the first eliminates the semidiurnal waves and the second eliminates the diurnal waves.

The coefficients are reported in Lecolazet's publication. The figs 8 and 9 give the selectivity curves of the two series of coefficients which show that the first series has an amplification factor that is equal to ~ 18 for the angular speeds of the diurnal waves and that is almost null for the semidiurnal waves. The second series has an amplification factor that is equal to ~ 19 for the angular speeds of the semidiurnal waves and that is almost null for the diurnal waves.

The application of these two linear combinations (called daily combination) to the series of the hourly observations, permits to determine two series of values respectively called diurnal series (as the influence of the diurnal waves is very largely predominant) and semidiurnal series (as here the influence of the diurnal waves is practically null).

The second step of the method consists in the application to diurnal and semidiurnal series (series of order 16) of some combinations of the same order which are called monthly combinations and whose coefficients are determined according to Cauchy-Tisserant's approximation. This process doesn't permit to separate, within a month, waves with very close angular speeds, such as K_1 ($\omega = 15,04107$) and P_1 ($\omega = 14,95893$), far as the monthly linear combinations for these waves are identical, being these determined by the period of the wave to be selected. In any way the precision of the observations is not sufficient to separate these waves, with only one month of observations whatever method is used.

The coefficients of the monthly combinations of the second and the first type for the diurnal and semidiurnal waves are reported in Tab. III - VI published by Lecolazet.

The selectivity curves of each series of coefficients have been calculated ; two examples are reported in figs. 10 and 11 ; from fig. 10 it results clearly that the amplitude of the K_1 wave is multiplied by a number equal to ~ 350 while the amplitudes of the other waves are multiplied by some almost null numbers. The fig. 11 has an analogous meaning. Putting in formula what we obtain from fig. 10 and 11. we get :

$$(K_1) = 345,84 K_1 - 3,930_1 + 0,94 Q_1 + 17,27 M_1 - 32,34 J_1 + 340,85 P_1, \quad (8)$$

$$(M_2) = 378,57 M_2 + 0,00 S_2 - 24,47 N_2 - 3,80 L_2 - 5,612 N_2 + 44,15 K_2 - 22,56 T_2 + 21,03 \nu_2 - 20,04 \mu_2,$$

where the amplitudes of cosinusoidal terms of the respective waves have been indicated by $K_1, O_1, Q_1, \dots, M_2, S_2$.

We can deduce analogous relations from all the other selectivity curves.

The following step of this method consists in the application of some new linear combinations to the results which have been obtained in preceding steps. The coefficients of these linear combinations called definitive by Lecolazet, have been calculated resolving four systems by means of least squares' method.

Applying the definitive combinations to the precedently obtained results, one obtains numbers which are functions of the amplitudes of the tidal waves.

In order to obtain, with its real amplitude, the wave to be selected by that particular combination, it is necessary to multiply the results of the combinations by numbers almost equal to 1 (these numbers are given in Tab. V - VIII in "multiplication factors" column).

The contributions of the different waves to the selected wave are given in Tab. V, VI for the diurnal waves and in Tab. VII, VIII for the semi-diurnal waves.

5. Conclusions.

The comparison of the results obtained by the various methods, that is using the Tab. I and II for Doodson's method, Tables III and IV for least squares' method, and tables V, VI, VII, VIII for Lecolazet's method, it results that the linear combinations more selective are Lecolazet's ones.

In fact one sees, from the Tables V, VI, VII, VIII, that in the result of each linear combination the contribution of the components is inferior to 1‰ for the waves with period very different from that we examine. On the contrary it is of the order of nearly 100 % for the waves with period very near of the period we must select because they can't be separated from precedent waves.

The wave amplitudes obtained by Doodson's method are less "pure" than those obtained by Lecolazet's method. From Tab. II it results that it is not possible to obtain the amplitude of the sinusoidal part of S_2 wave with this method. Nevertheless Doodson's method has been elaborated to permit the separation of a larger number of waves.

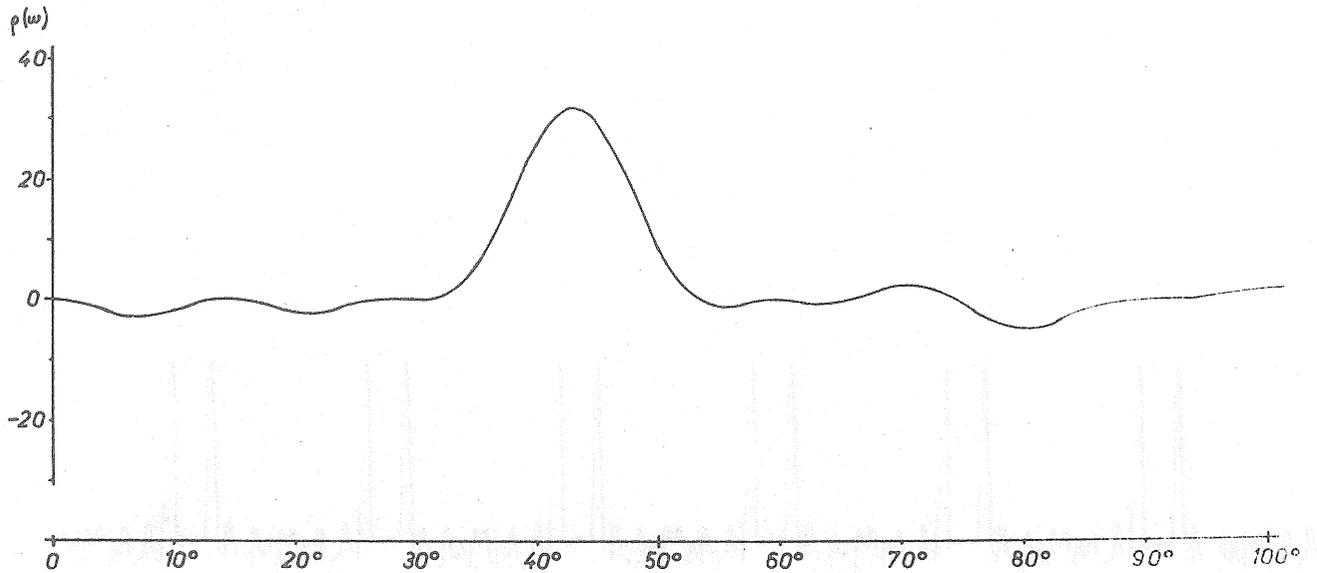


Fig. 1 : Doodson's method, Selectivity curve of the symmetrical combination X_3 (hourly multipliers).

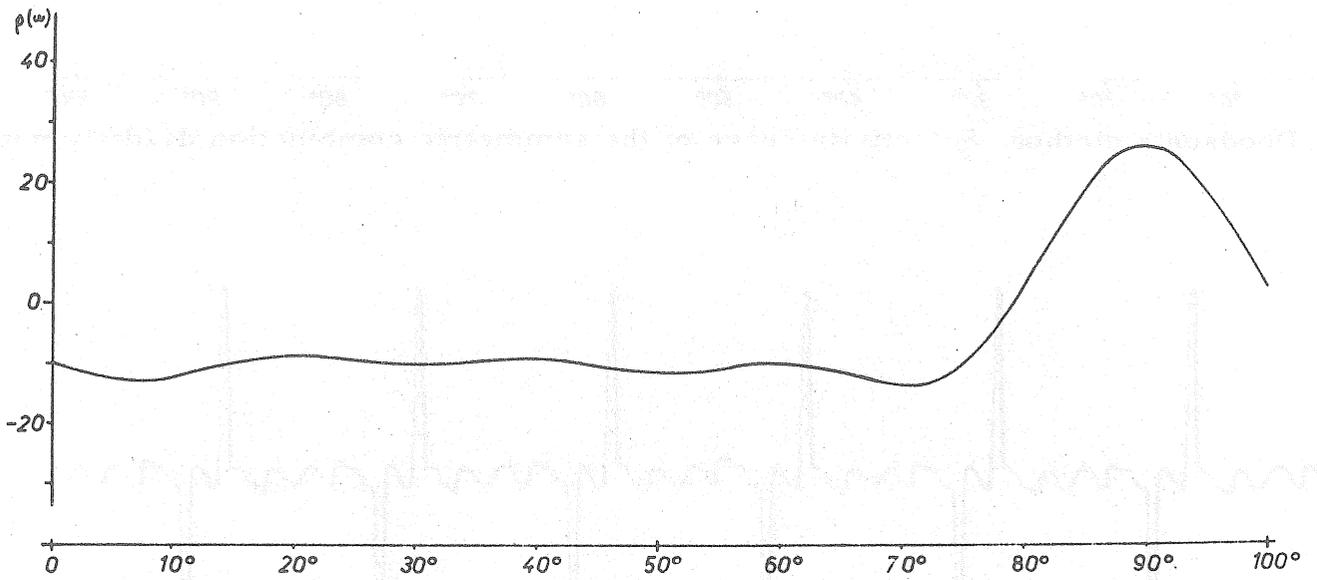


Fig. 2 : Doodson's method, Selectivity curve of the antisymmetric combination X_0 (hourly multipliers).

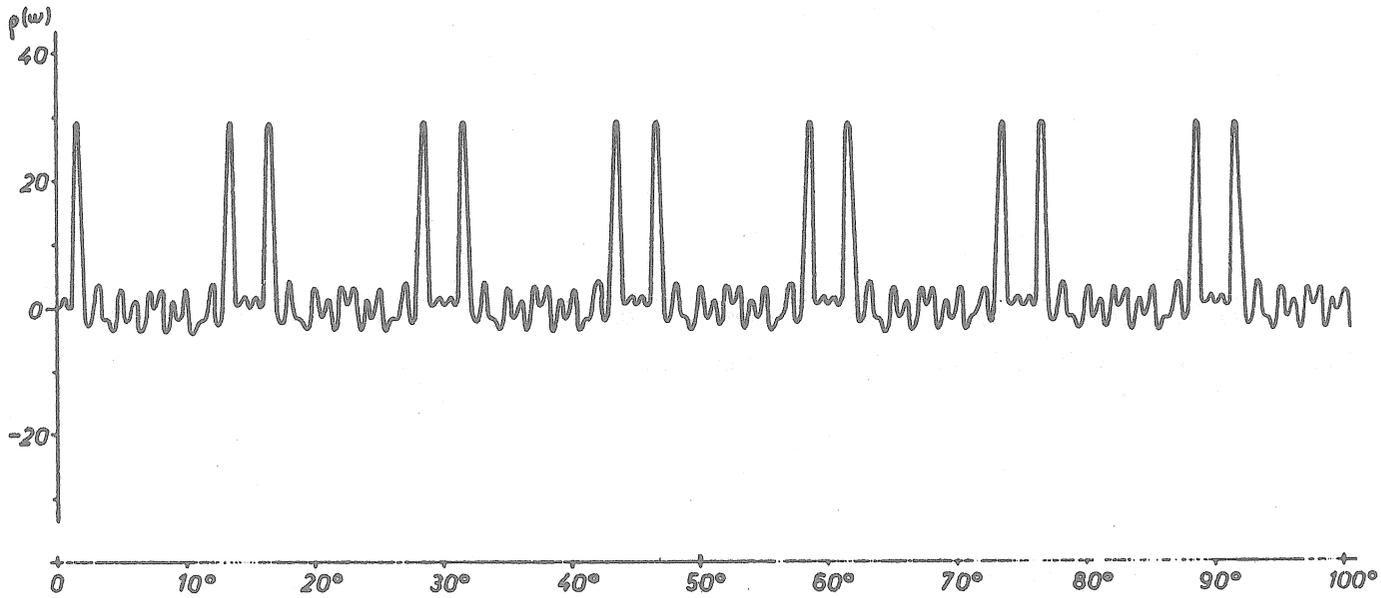


Fig. 3 : Doodson's method. Selectivity curve of the symmetric combination d_3 (daily mult.)

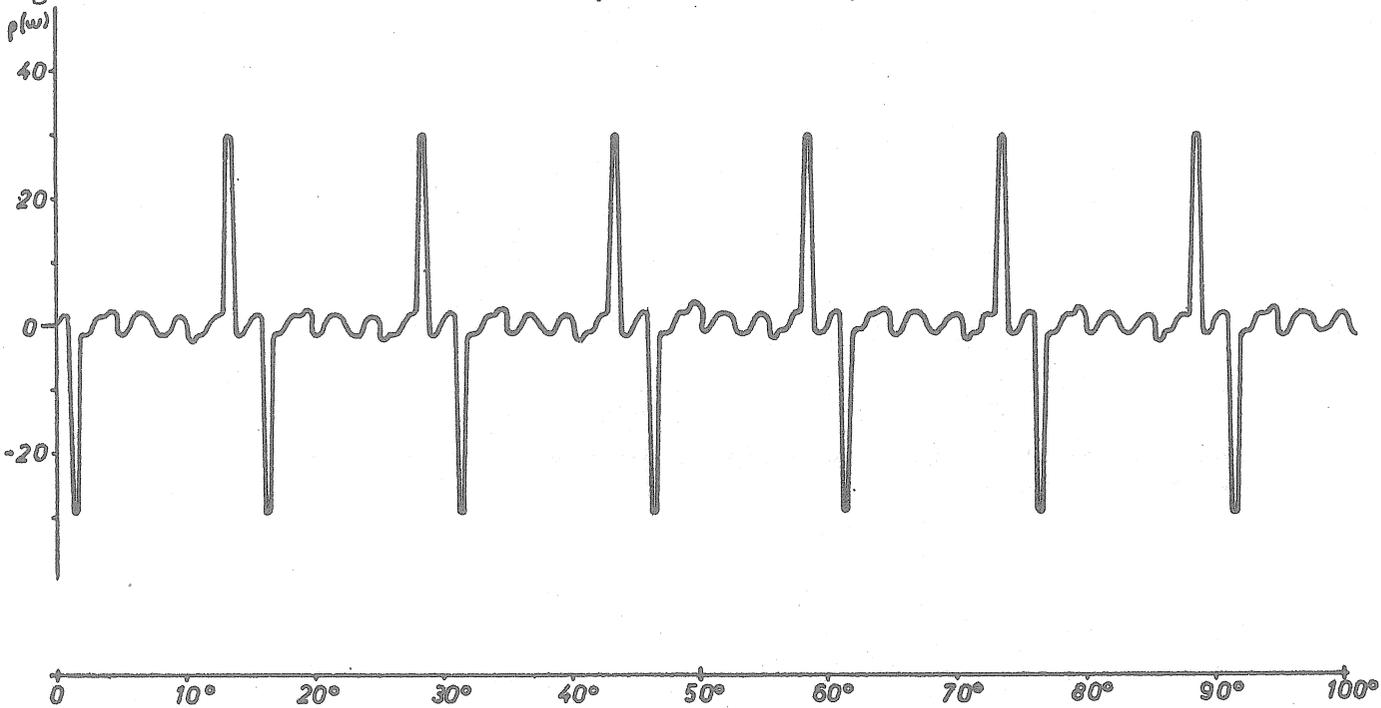


Fig. 4 : Doodson's method. Selectivity curve of the antisymmetric combination d_c (daily multipliers).

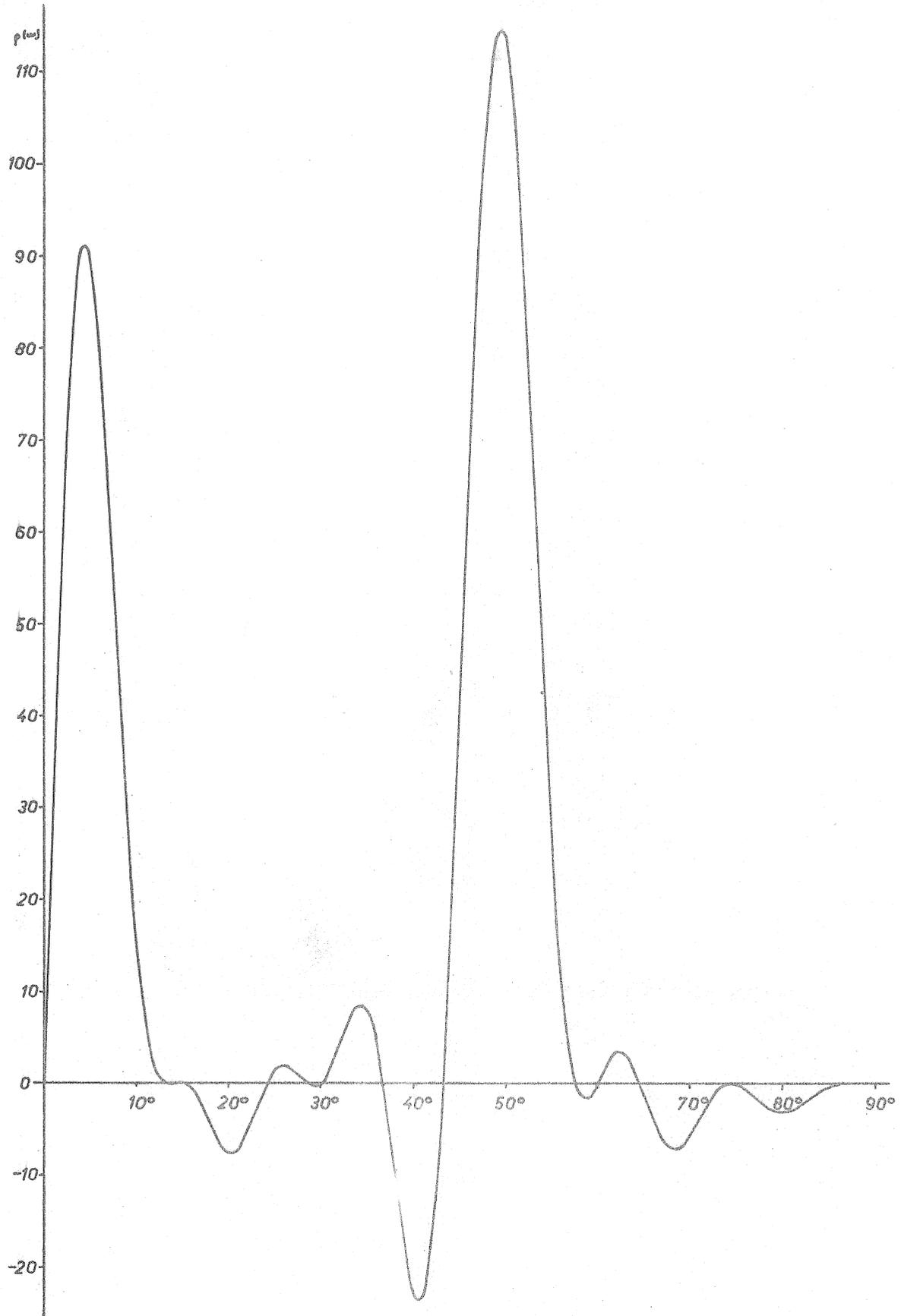


Fig. 5 : Doodson's method. Selectivity curve on the product combination X0d.

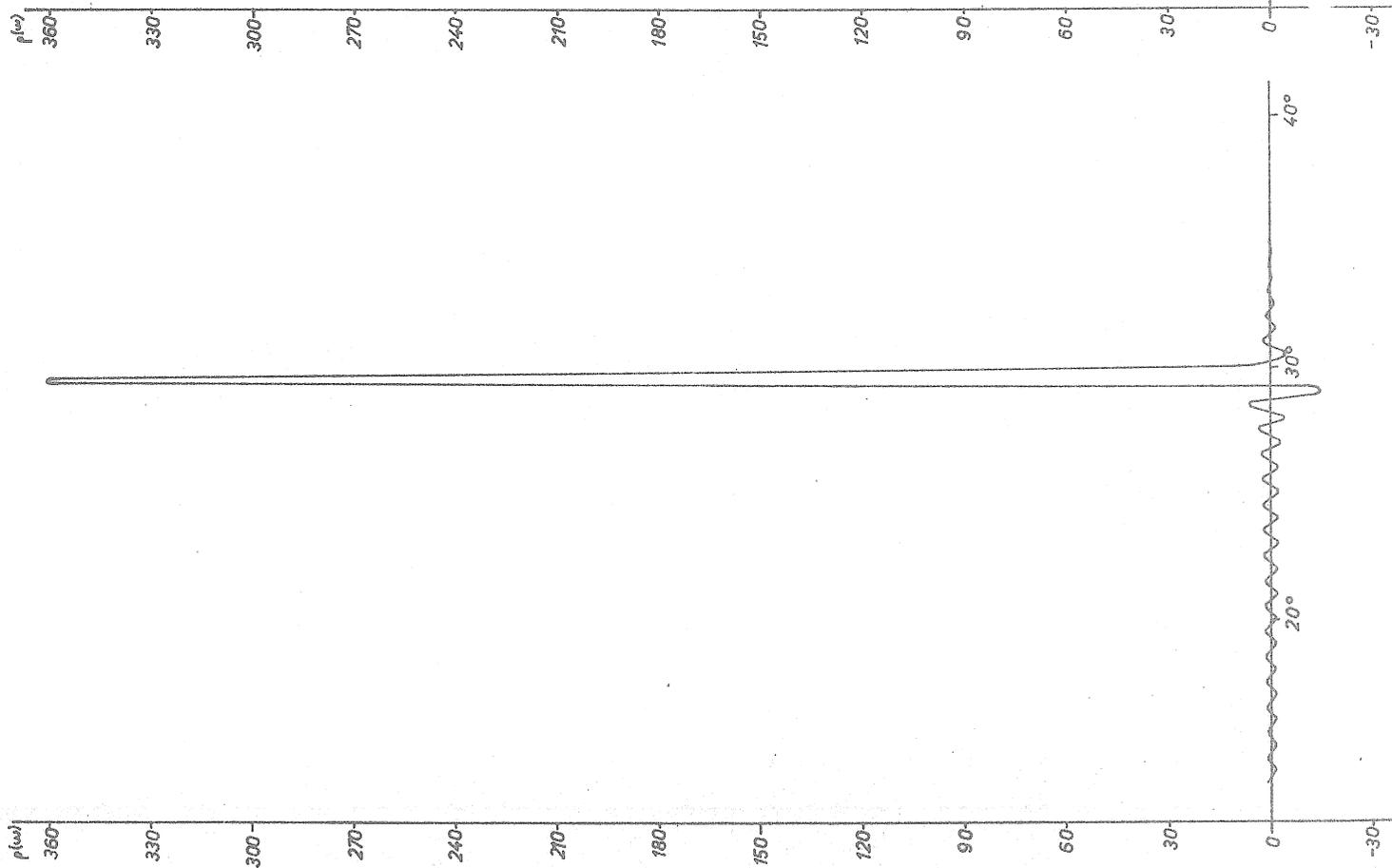


Fig. 6 : Imbert's method. Selectivity curve of a symmetric combination (L2)

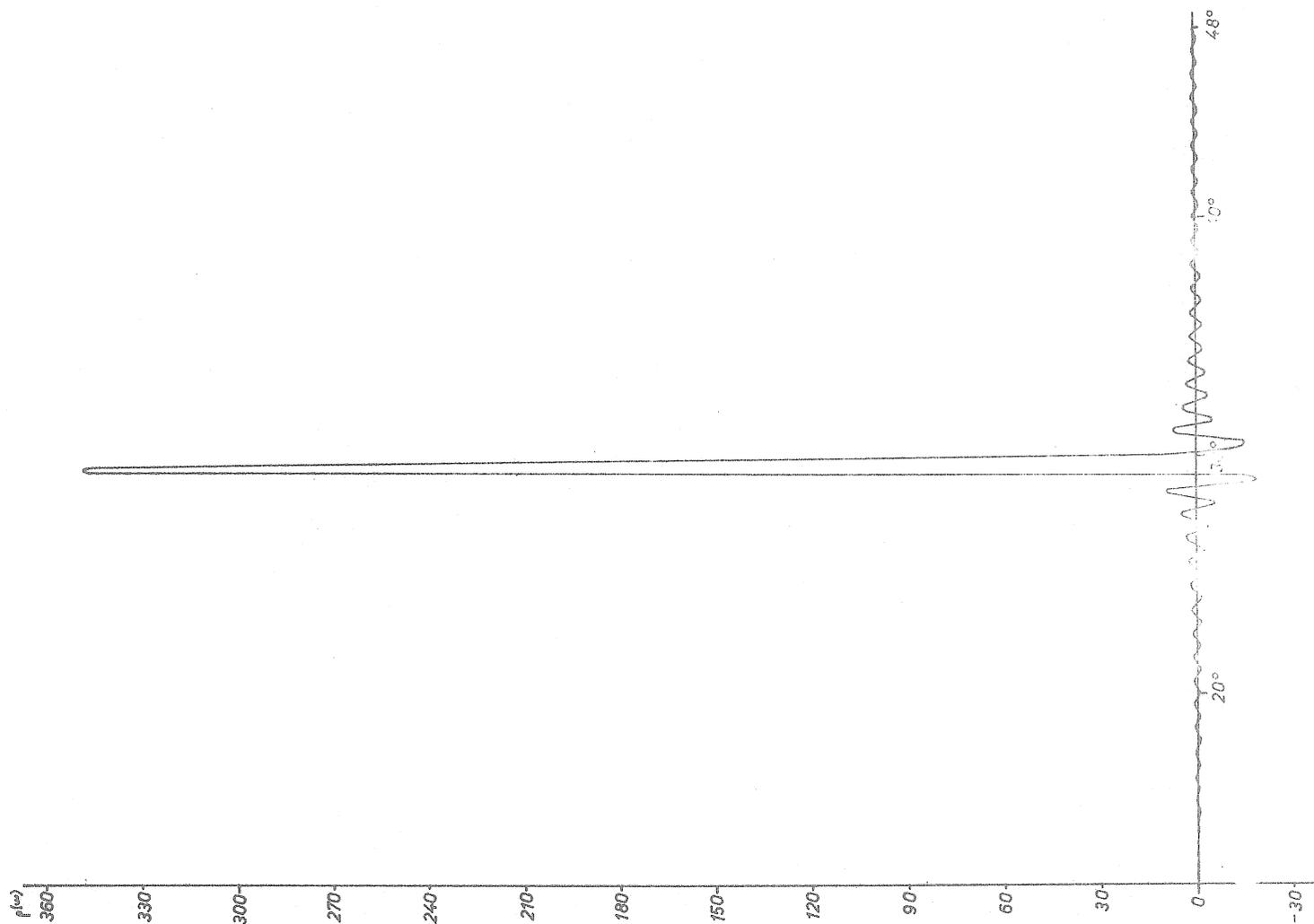


Fig. 7 : Imbert's method. Selectivity curve of the antisymmetric combination (L2)

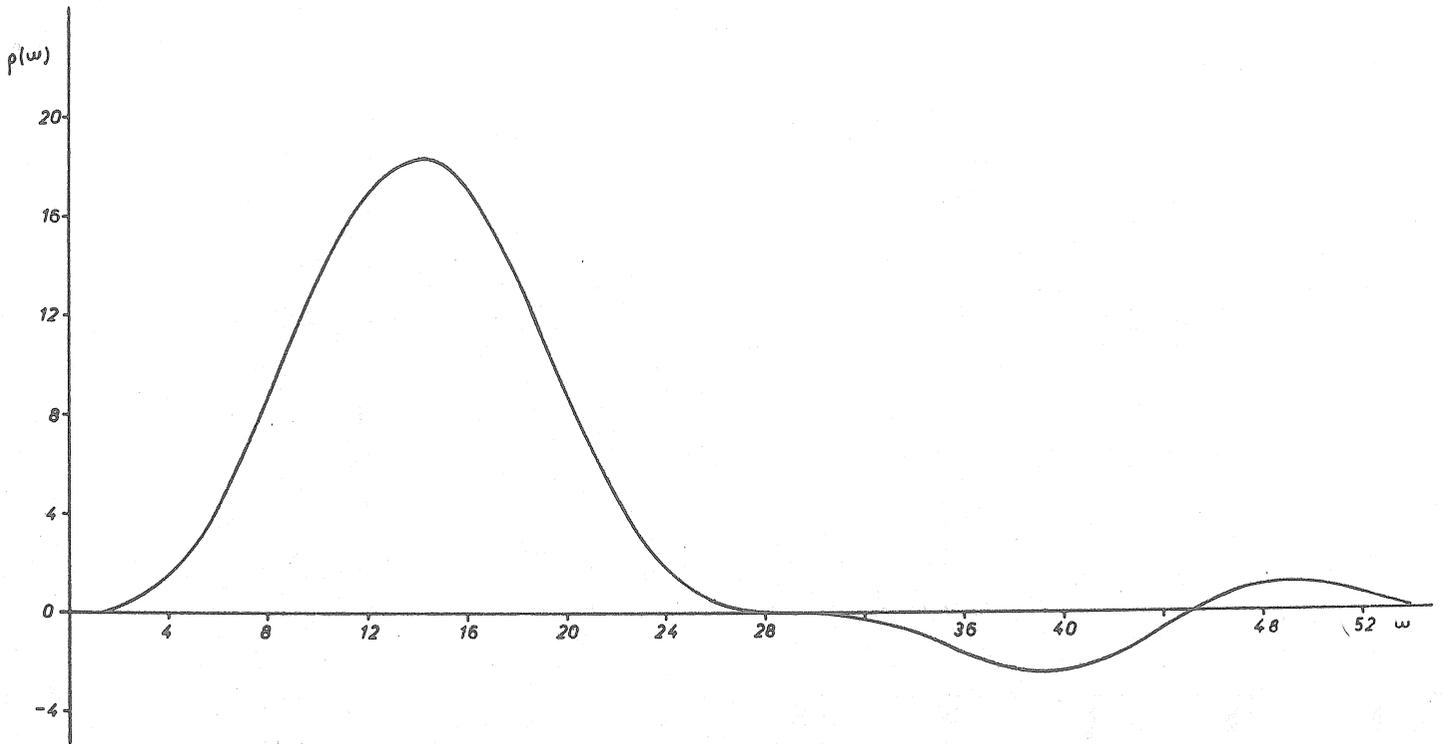


Fig. 8 : Lecolazet's method. Selectivity curve for diurnal waves.

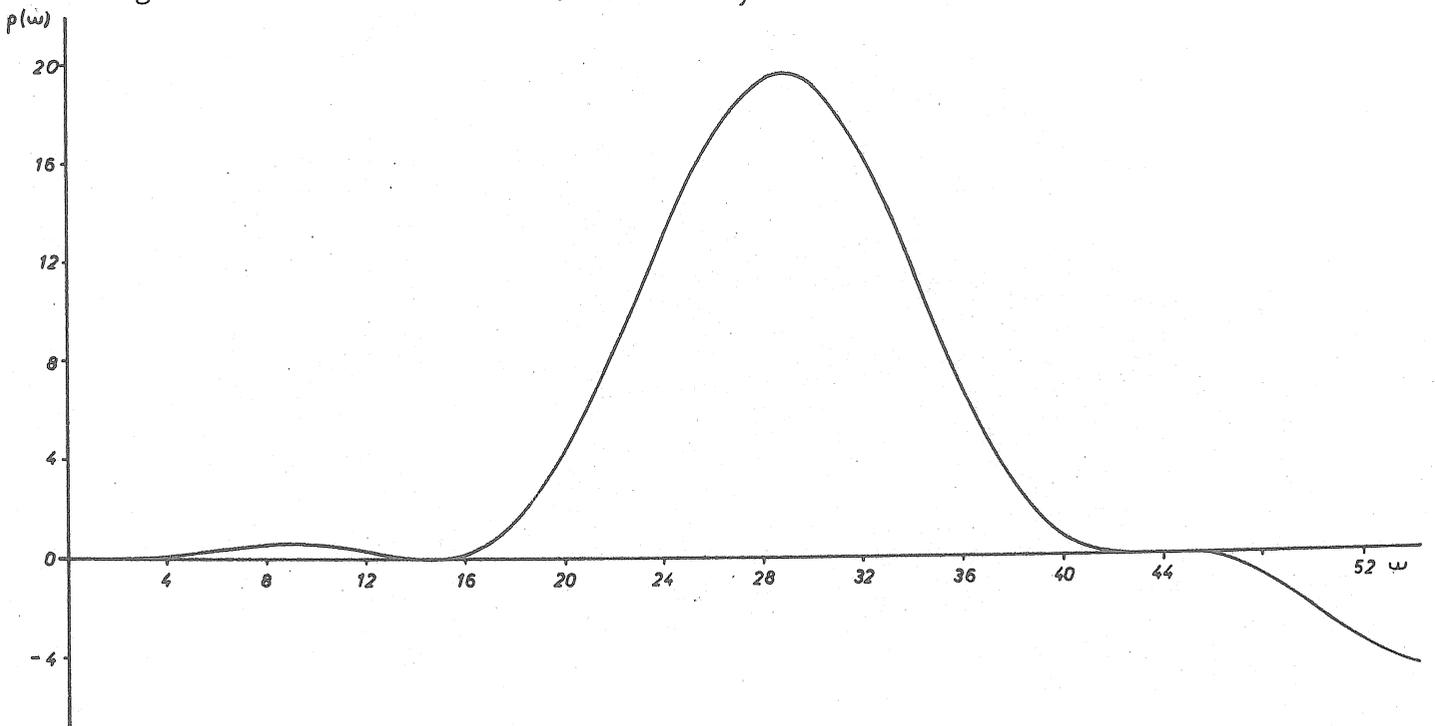


Fig. 9 : Lecolazet's method. Selectivity curve for semidiurnal waves.

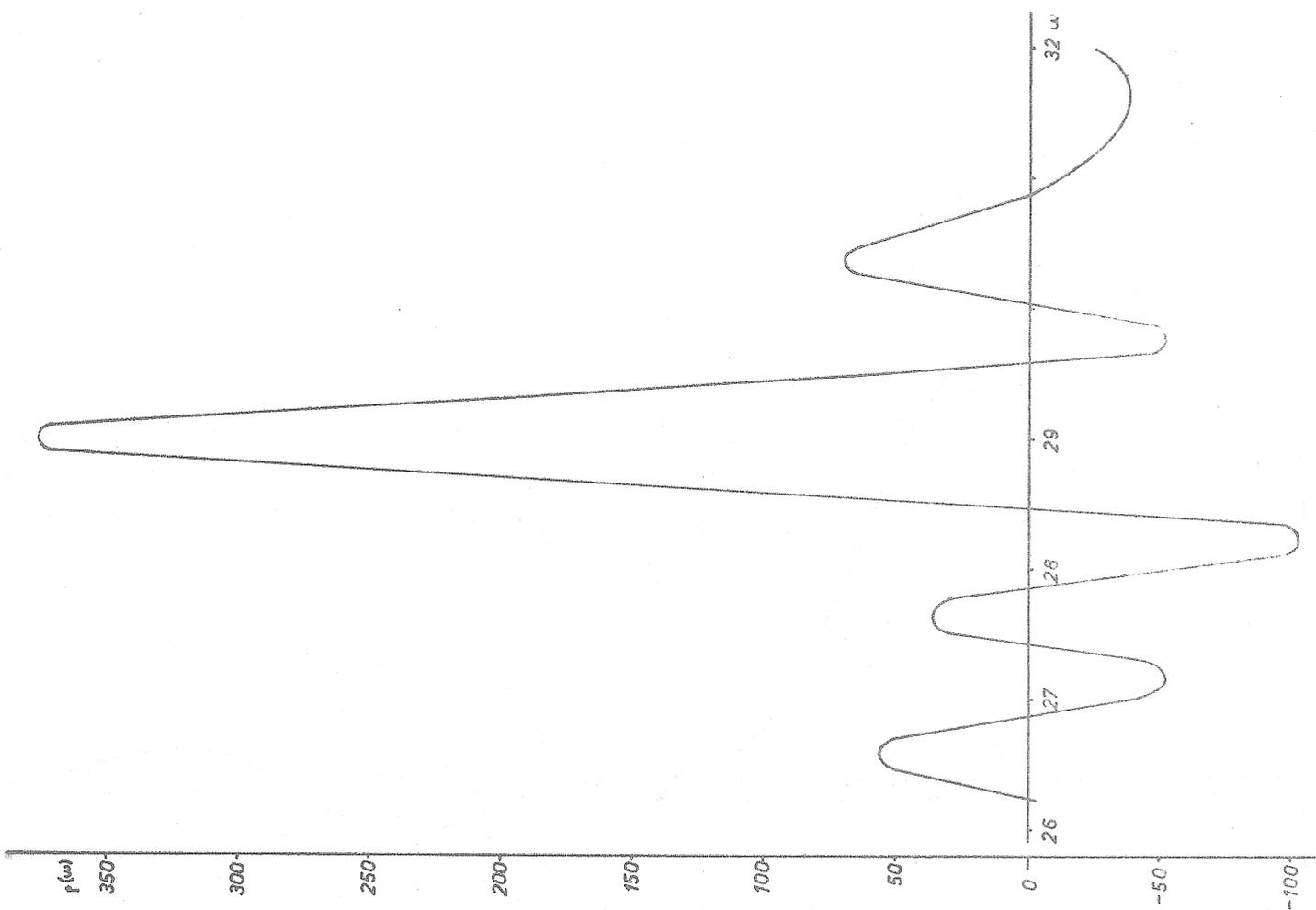


Fig. 10 : Lecolazet's method.
Selectivity curve for the wave K1.

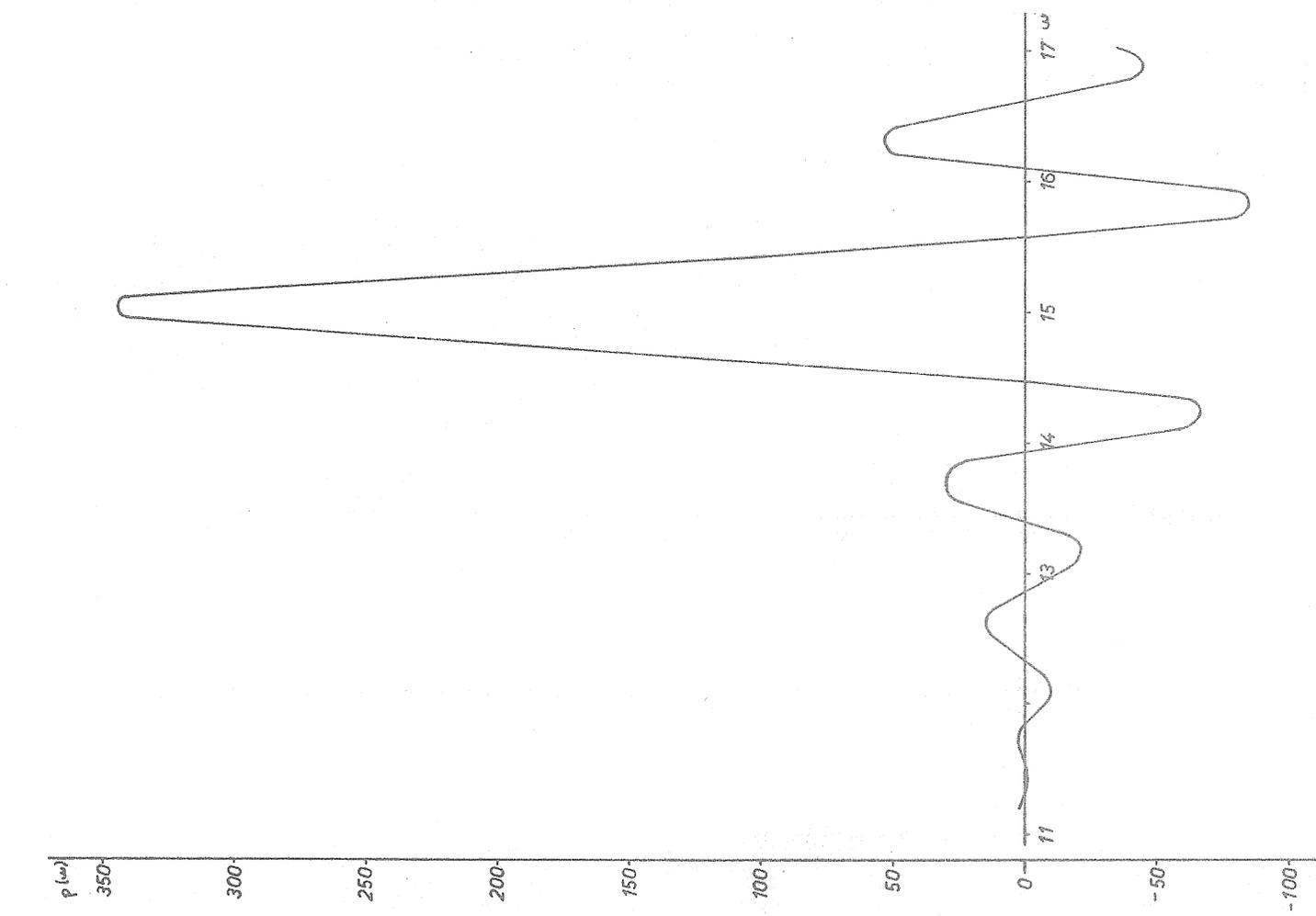


Fig. 11 : Lecolazet's method.
Selectivity curve for the wave M2.

MULTIPLI CATIONS WAVES FACTORS	Q ₁	O ₁	M ₁	K ₁	J ₁	OO ₁	M ₂	N ₂	M ₂	L ₂	S ₂	2SM ₂	M ₄	MS ₄
+1.6785 Q ₁	+1.0000	+0.0639	-0.2854	+0.0414	-0.0342	+0.2313	+0.0012	+0.0016	-0.0000	-0.0000	+0.0000	-0.0000	+0.0052	+0.0003
+1.7547 O ₁	+0.1781	+1.0000	+0.0371	-0.0752	-0.1786	+0.1178	-0.0004	+0.0003	+0.0005	+0.0000	+0.0000	-0.0004	-0.0017	+0.0046
+1.6469 M ₁	-0.0595	+0.1422	+1.0000	+0.2109	+0.8012	+0.0161	+0.0003	-0.0001	+0.0001	+0.0000	+0.0000	-0.0001	+0.0012	+0.0007
+1.5074 K ₁	+0.0391	-0.1004	+0.1402	+1.0000	+0.0941	-0.0127	-0.0001	+0.0001	-0.0001	+0.0000	+0.0000	+0.0000	-0.0006	-0.0005
+1.8799 J ₁	-0.0686	+0.3080	+1.2110	-0.0894	+1.0000	+0.2081	+0.0005	-0.0001	+0.0002	+0.0001	+0.0000	-0.0001	+0.0021	+0.0015
+2.1668 OO ₁	+0.0728	+1.3353	-0.3153	+0.1654	-0.0060	+1.0000	-0.0011	+0.0001	+0.0007	-0.0000	+0.0000	-0.0006	-0.0048	+0.0070
+1.4990 M ₂	-0.0173	-0.0010	+0.0033	+0.0004	+0.0035	-0.0016	+1.0000	+0.0536	+0.0160	+0.0108	-0.0000	+0.0077	-0.0040	+0.0000
+1.6158 N ₂	-0.0765	-0.0076	-0.0029	-0.0001	-0.0008	+0.0300	+0.1300	+1.0000	-0.0220	+0.0333	+0.0000	-0.0209	-0.0005	+0.0000
+1.4062 M ₂	-0.0070	+0.0516	+0.0021	+0.0005	+0.0040	+0.1219	+0.0888	+0.1087	+1.0000	+0.0526	-0.0000	+0.8910	-0.0003	+0.0003
+1.5726 L ₂	+0.0026	-0.0048	+0.0365	+0.0095	+0.1004	+0.0020	+0.0520	-0.0539	+0.0465	+1.0000	+0.0000	+0.0447	+0.0002	-0.0000
+0.7071 S ₂	+0.0006	+0.0029	-0.0026	-0.0003	-0.0033	+0.0014	-0.0088	+0.0317	+0.0174	+0.0668	+1.0000	+0.0171	-0.0001	+0.0000
+1.5996 2SM ₂	-0.0004	+0.0261	-0.0005	-0.0002	+0.0298	+0.1320	+0.0260	+0.0339	+1.1032	-0.0170	-0.0000	+1.0000	-0.0000	+0.0001
-1.4633 M ₄	+0.0075	-0.0004	-0.0005	+0.0000	+0.0004	+0.0008	-0.0075	-0.0007	-0.0000	+0.0000	+0.0000	+0.0000	+1.0000	+0.0032
-1.3517 MS ₄	+0.0029	+0.0189	+0.0000	+0.0000	-0.0031	-0.0152	+0.0003	-0.0004	-0.0019	+0.0000	+0.0000	-0.0019	-0.0384	+1.0000

Tab. 1 : Doodson's method. Cosinusoidal parts amplitudes.

MULTIPLI CATIONS WAVES FACTORS	Q ₁	O ₁	M ₁	K ₁	J ₁	OO ₁	M ₂	N ₂	M ₂	L ₂	S ₂	2SM ₂	M ₄	MS ₄
+1.7058 Q ₁	+1.0000	-0.0446	+0.1923	-0.1314	-0.1397	-0.3690	+0.0007	+0.0012	+0.0001	-0.0035	+0.0000	+0.0004	+0.0029	+0.0000
+1.6013 O ₁	+0.0256	+1.0000	-0.0001	+0.0056	-0.1077	-0.7449	+0.0003	-0.0004	+0.0005	-0.0006	+0.0000	+0.0003	-0.0002	+0.004
+1.4524 M ₁	-0.0623	+0.0396	+1.0000	-0.9261	-0.7874	-0.0188	+0.0001	-0.0000	+0.0000	+0.0002	+0.0000	+0.0000	+0.0010	+0.0000
+11.2674 K ₁	+0.1423	+0.3108	-0.7677	+1.0000	+0.7913	-0.2505	-0.0007	-0.0002	+0.0001	-0.0006	+0.0000	+0.0001	-0.0046	+0.001
+1.8739 J ₁	-0.0154	-0.2339	-1.2406	+1.1438	+1.0000	+0.1710	-0.0002	+0.0000	-0.0001	+0.0001	+0.0000	-0.0001	-0.0011	-0.001
+2.0652 OO ₁	+0.0660	-1.3959	+0.3011	-0.2738	-0.0129	+1.0000	-0.0006	+0.0010	-0.0007	-0.0002	+0.0000	-0.0003	+0.0011	-0.006
+1.5737 M ₂	-0.0155	+0.0012	+0.0004	+0.0013	+0.0008	+0.0041	+1.0000	+0.0423	+0.0196	+0.0215	-0.0008	-0.0156	-0.0040	-0.000
+1.6042 N ₂	-0.0760	-0.0109	+0.0052	-0.0024	+0.0002	-0.0340	-0.0014	+1.0000	-0.0449	-0.0900	+0.0011	+0.0025	-0.0000	+0.000
+1.3712 M ₂	-0.0145	-0.0648	-0.0174	-0.0190	-0.1299	-0.0780	-0.0247	+0.0738	+1.0000	+0.0430	-0.0015	-0.9260	+0.0001	-0.000
+1.4422 L ₂	+0.0046	+0.0001	+0.0317	+0.0017	+0.0292	+0.0018	-0.0085	-0.0516	+0.0238	+1.0000	+0.0037	-0.0225	+0.0000	-0.000
-4002.9718 S ₂	+3.9071	+0.9985	-7.2466	+2.4143	-6.2338	+2.4777	-48.7842	-32.8916	+7.8662	+2646084	+1.0000	-6.8315	+0.3145	-0.007
+1.5009 2SM ₂	+0.0014	+0.0496	+0.0082	+0.0084	+0.0227	+0.0670	+0.0898	+0.0225	-1.0839	-0.0257	+0.0019	+1.0000	-0.0003	+0.001
-4.0409 M ₄	+0.0185	-0.0011	-0.0011	-0.0000	-0.0008	-0.0029	-0.0195	-0.0004	-0.0000	+0.0000	+0.0000	+0.0001	+1.0000	-0.022
-1.4163 MS ₄	+0.0024	+0.0189	-0.0001	-0.0000	+0.0030	+0.0151	+0.0001	+0.0004	-0.0019	+0.0000	-0.0000	+0.0019	-0.0880	+1.000

Tab. 2 : Doodson's method. Sinusoidal parts amplitudes.

MULTIPLI CATIONS FACTORS	WAVES	Q ₁	O ₁	K ₁	μ ₂	N ₂	M ₂	L ₂	S ₂	M ₄	MS ₄
+1.0507	Q ₁	+1.0000	-0.0849	+0.0125	-0.0007	+0.0147	-0.0026	+0.0159	+0.0002	+0.0020	+0.0024
+1.0226	O ₁	+0.0021	+1.0000	-0.0283	+0.0016	-0.0029	+0.0005	+0.0008	+0.0002	-0.0009	-0.0012
+1.0061	K ₁	+0.0320	-0.0510	+1.0000	+0.0006	-0.0024	+0.0030	+0.0019	+0.0006	+0.0017	+0.0015
+1.0098	μ ₂	+0.0086	-0.0068	-0.0093	+1.0000	-0.1240	+0.0114	+0.0180	+0.0002	-0.0001	-0.0007
+1.0029	N ₂	-0.0038	+0.0053	-0.0034	+0.0716	+1.0000	-0.0288	-0.0210	-0.0003	+0.0011	+0.0013
+1.0015	M ₂	+0.0061	-0.0050	+0.0034	-0.0240	+0.1117	+1.0000	+0.0487	+0.0000	+0.0002	-0.0003
+0.9944	L ₂	-0.0046	+0.0045	-0.0031	+0.0125	-0.0486	+0.0310	+1.0000	-0.0001	-0.0021	-0.0017
+0.9994	S ₂	+0.0016	-0.0051	+0.0038	-0.0136	+0.0416	-0.0192	-0.0626	+1.0000	+0.0010	+0.0007
+1.0061	M ₄	+0.0031	-0.0025	+0.0015	-0.0012	+0.0029	-0.0010	-0.0015	-0.0004	+1.0000	+0.0016
+1.0016	MS ₄	+0.0029	-0.0221	+0.0013	-0.0012	+0.0026	-0.0010	-0.0012	+0.0001	-0.0322	+1.0000

Tab. 3 : Least squares' method. Cosinusoidal parts amplitudes

MULTIPLI CATIONS FACTORS	WAVES	Q ₁	O ₁	K ₁	μ ₂	N ₂	M ₂	L ₂	S ₂	M ₄	MS ₄	NM
+1.0583	Q ₁	+1.0000	+0.2317	+0.0492	+0.0042	-0.0054	-0.0073	-0.0037	+0.0044	+0.0015	+0.0011	-0.0154
+1.0070	O ₁	+0.2388	+1.0000	-0.0461	+0.0118	+0.0032	+0.0012	+0.0032	-0.0033	-0.0014	-0.0011	+0.0074
+1.0013	K ₁	-0.0096	-0.0097	+1.0000	+0.0188	-0.0007	-0.0073	+0.0007	+0.0009	+0.0016	-0.0028	-0.0061
+1.1126	μ ₂	-0.0041	+0.0082	+0.0028	-1.0000	-0.2485	-0.0606	+0.0356	-0.0295	+0.0071	-0.0022	+0.0030
+1.0472	N ₂	+0.0072	-0.0062	-0.0065	+0.1171	+1.0000	+0.1534	-0.0654	+0.0512	-0.0026	+0.0025	-0.0005
+0.9924	M ₂	-0.0020	+0.0022	+0.0017	-0.2228	-0.0490	+1.0000	-0.0249	-0.0287	-0.0196	+0.0047	+0.0008
+0.9871	L ₂	-0.0002	+0.0011	+0.0023	+0.1130	-0.0069	+0.0203	+1.0000	-0.0357	+0.0136	+0.0002	+0.0050
+0.9966	S ₂	-0.0012	+0.0024	+0.0007	-0.0078	+0.0097	+0.0185	-0.0344	+1.0000	-0.0069	-0.0010	-0.0006
+1.0246	M ₄	-0.0006	-0.0002	+0.0000	+0.0012	+0.0010	+0.0002	+0.0005	+0.1054	+1.0000	-0.0626	+0.0012
+1.0134	MS ₄	+0.0001	-0.0006	-0.0008	+0.0003	+0.0017	-0.0007	+0.0011	+0.0004	+0.0399	+1.0000	+0.0004
+0.9999	NM	+0.0420	-0.0015	-0.0010	-0.0001	-0.0007	-0.0008	+0.0011	-0.0027	-0.0007	-0.0008	+1.0000

Tab. 4 : Least squares' method. Sinusoidal parts amplitudes.

MULTIPLICATIONS FACTORS	WAVES	K_1	O_1	Q_1	M_1	I_1	P_1
+1.0002	K_1	+1.0000	-0.0001	+0.0034	-0.0002	+0.0020	+0.9649
+1.0001	O_1	+0.0005	+1.0000	+0.0001	+0.1062	+0.0004	+0.0843
+1.0001	Q_1	-0.0001	+0.0008	+1.0000	-0.0001	+0.0002	+0.0431
+1.0002	M_1	-0.0003	-0.0001	+0.0711	+1.0000	-0.0001	+0.1650
+1.0002	I_1	-0.0000	+0.0006	+0.0001	-0.0001	+1.0000	+0.1182

Tab. 5 : Lecolazet's method.
Cosinusoidal parts amplitudes for the diurnes waves.

MULTIPLICATIONS FACTORS	WAVES	K_1	O_1	Q_1	M_1	I_1	P_1
+1.0027	K_1	+1.0000	+0.0001	-0.0004	-0.0002	-0.0003	+1.0076
+1.0002	O_1	-0.0011	+1.0000	-0.0002	-0.0003	+0.0004	-0.0670
+1.0001	Q_1	-0.0001	-0.0001	+1.0000	-0.0002	+0.0067	+0.0410
+1.0000	M_1	-0.0001	+0.0000	+0.0000	+1.0000	+0.0001	+0.1460
+1.0000	I_1	-0.0013	-0.0001	-0.0000	-0.0001	+1.0000	-0.1571

Tab. 6 : Lecolazet's method.
Sinusoidal parts amplitudes for the diurnal waves.

MULTIPLICATIONS FACTORS	WAVES	M_2	S_2	N_2	L_2	$2N_2$	K_2	T_2	V_2	μ_2
+0.9960	M_2	+1.0000	-0.0003	-0.0801	-0.0489	+0.0016	+0.9406	-0.0269	+0.1530	-0.0636
+1.0000	S_2	+0.0470	+1.0000	-0.0648	-0.0002	+0.0000	+0.9612	+0.9856	+0.0591	-0.0328
+0.9700	N_2	-0.0001	+0.0001	+1.0000	+0.0002	-0.0001	-0.0340	+0.0189	+0.9510	+0.1230
+1.0000	L_2	-0.0001	-0.0001	+0.1411	+1.0000	-0.0005	-0.1443	+0.0918	-0.0686	+0.0394
+1.0000	$2N_2$	-0.0001	+0.0001	-0.2356	+0.0001	+1.0000	+0.0178	-0.0104	-0.1130	+0.9754

Tab. 7 : Lecolazet's method.
Cosinusoidal parts amplitudes for the hemidiurnal waves.

MULTIPLICATIONS FACTORS	WAVES	M_2	S_2	N_2	L_2	$2N_2$	K_2	T_2	V_2	μ_2
+1.0000	M_2	+1.0000	+0.0011	-0.0004	-0.0057	+0.0002	+0.1127	-0.0573	+0.0594	-0.0276
+1.0000	S_2	+0.0002	+1.0000	-0.0001	+0.0012	+0.0001	+0.9905	+0.9735	+0.6057	-0.0472
+1.0000	N_2	+0.0006	-0.0006	+1.0000	-0.1005	+0.2001	-0.0341	+0.0166	+0.9522	+0.1711
+1.0000	L_2	-0.0206	+0.3623	+0.0114	+1.0000	-0.0174	-0.1699	+0.2798	-0.0450	+0.1614
+0.9900	$2N_2$	+0.0038	-0.0099	-0.0053	-0.0572	+1.0000	-0.0103	-0.0216	-0.0899	+0.9262

Tab. 8 : Lecolazet's method.
Sinusoidal parts amplitudes for the hemidiurnal waves.

The amplitudes obtained by Imbert's method are less "pure" than those obtained by the other methods : the contribution of the other waves in it is at the most equal to 25 %.

So we find again in an exclusively theoretic way, what Balenko had already established applying different methods of harmonical analysis to a series of values calculated so as to contain 52 diurnal waves and 27 semidiurnal.

BIBLIOGRAPHY.

DOODSON A. T., 1928

The Analysis of tidal observations for 29 Days.

Rev. Hydrogr. Intern. Monaco, XXXI, 63

IMBERT B., 1954

L'analyse des marées par la méthode des moindres carrés.

Comité centr. d'Océan et d'Etude des Côtes, Bull. d'Inform. VI, 9, Serv. Centr. Hydrograph., Paris.

LECOLAZET R., 1956

Application à l'analyse des observations de la marée gravimétrique, de la méthode de H e. Y. Labrouste, dite par combinaisons linéaires d'ordonnées.

Ann. de Géoph. , t. 12.

BALENKÓ V. G., 1961

Quelques problèmes concernant la comparaison des méthodes de l'analyse harmonique des marées terrestres.

IV Symp. International Marées Terrestres, Uccle.

Perturbation gravimétrique remarquable observée à Bruxelles lors du passage d'un front froid accompagné d'une variation exceptionnelle de la pression barométrique

par

Paul MELCHIOR
(Observatoire Royal de Belgique)

Le 18 juillet 1964, entre 17 et 20 heures, un front froid très accusé a traversé la moyenne Belgique à une vitesse d'environ 90 kilomètres à l'heure (pointes de vent à 130 km/heure). Les oscillations de la pression atmosphérique ont atteint 4 millimètres de mercure soit 5,3 millibars.

La variation de pression exercée sur le sol a donc été de 5,4 gr/cm² et cela sur une bande de territoire d'une largeur d'environ 60 kilomètres, centrée sur Bruxelles.

L'Institut Royal Météorologique de Belgique a bien voulu mettre à notre disposition l'enregistrement obtenu à Bruxelles par le grand barographe à poids de Richard, enregistrement qui est reproduit sur la figure 2.

A ce moment, le gravimètre Askania n° 145 de l'Observatoire Royal de Belgique était également en fonction et l'enregistrement très remarquable qu'il a fourni est reproduit sur la figure 2. Malheureusement, une panne générale du secteur, due à la tempête violente, a interrompu l'enregistrement pendant environ 30 minutes.

Le relevé des deux courbes a permis de dresser le tableau ci-dessous portant sur 10 points caractéristiques des deux courbes. Un relevé plus détaillé n'est guère possible (en raison de la faible vitesse de déroulement des papiers enregistreurs) ni vraiment utile.

Point	Heure T U	Pression atmosphérique en mm. de mercure	Lecture du gravimètre	
			en 0,1 mm Δl	en 0,1 μ gal Δg
1	18 ^h 10	754,8	195	362
2	25	754,4	173	253
3	40	752,7	150	140
4	50	752,2	141	95
5	19 ^h 05	752,0	148	130
6	20	752,5	162	199
7	30	753,2	152	150
8	45	753,2	158	179
9	20 ^h 0	753,2	176	268
10	10	753,3	172	248

(sensibilité du gravimètre : $s = 49,32 \mu\text{gals/cm}$. On a fait $\Delta g = s \cdot \Delta l - 600$)

L'analyse numérique de ce tableau a donné les résultats suivants (cf fig. 3).

$$\begin{aligned} \text{coefficient de corrélation} \quad r &= 0,869 \\ \text{coefficient angulaire :} \quad \beta &= \frac{\text{millibar}}{\mu\text{gal}} \\ 1 \text{ millimètre de mercure} &= 7,929 \mu\text{gals.} \end{aligned}$$

ou bien

$$\boxed{1 \text{ millibar} = + 5,96 \mu\text{gals}} \quad (1)$$

Ce résultat concorde d'une manière très remarquable avec celui qu'ont obtenu P. Melchior et J. Brouet [1] en postulant que le désaccord entre les facteurs d'amplitude des ondes M_2 et S_2 peut être attribué totalement à l'effet de la pression atmosphérique.

L'analyse des pressions atmosphériques de 1959, 1960 et 1961 à Bruxelles a conduit en effet à une correction systématique pour la seule onde S_2 :

$$\Delta \delta(S_2) = - 0,041 \quad \text{pour} \quad \beta = 4,51$$

Or pour le gravimètre Askania n° 145, l'analyse harmonique de 4 années d'enregistrements a donné [2] :

$$\delta(M_2) = 1,169 \quad \delta(S_2) = 1,221$$

soit

$$\delta(S_2) - \delta(M_2) = + 0,052.$$

Le désaccord entre les facteurs d'amplitude de S_2 et M_2 serait donc annulé si l'on prenait

$$\boxed{1 \text{ millibar} = + 5,72 \mu\text{gals}} \quad (2)$$

Ces deux résultats, qui proviennent d'ondes de pression de périodes très différentes (1/2 heure environ et 12 heures) nous paraissent concluants.

Bien entendu, le coefficient trouvé résulte comme il a déjà été dit [1] d'un complexe de réactions à la fois géophysiques et instrumentales :

- (1) attraction de la masse d'air
- (2) flexion du sol portant l'instrument sous le poids de l'air
- (3) variation du potentiel terrestre dû à cette flexion
- (4) effet instrumental direct dû à l'imperfection de la compensation du fléau du gravimètre
- (5) déformation du bâti de l'appareil sous l'effet des variations de pression et variations de température committantes.

On peut évaluer l'attraction de la masse d'air responsable de la variation de pression dans diverses hypothèses.

Tout d'abord, si cette masse était concentrée en une couche horizontale d'épaisseur mince ϵ et supposée d'étendue infinie, elle exercerait une attraction

$$A_z = - 2 \pi f \rho \epsilon$$

soit, pour $\rho \epsilon = 1$ millibar ($f = 6,67 \cdot 10^{-8}$) :

$$A_z = - 0,42 \mu\text{gals} \quad (3)$$

En admettant par contre que la variation de densité de l'air en altitude obéit à la loi qui sert de définition à l'atmosphère standard (ICAN), G. Jobert a obtenu [3] (avec $H = 44,30$ km) pour une variation de pression de 1 millibar, une attraction qui ne dépend que faiblement de la longueur d'onde du phénomène : elle varie de $0,45 \mu\text{gal}$ pour une longueur d'onde infinie à $0,39 \mu\text{gals}$ pour une longueur d'onde de 280 km.

Ainsi l'attraction calculée ne dépend guère du modèle choisi et on peut se satisfaire actuellement du résultat (3)

Pour fixer encore un autre ordre de grandeur, rappelons qu'une flexion du sol de 1 centimètre produirait par suite de la variation d'altitude du gravimètre, une variation de la pesanteur de $+ 3 \mu\text{gals}$.

On voit que tous les ordres de grandeur calculés sont compatibles avec l'observation.

Notons encore que, d'après les indications du constructeur Askania, les gravimètres GS 11 sont compensés par les flotteurs à $0,5$ microgal par millibar près. Le gravimètre étant au surplus scellé cet effet instrumental ne devrait pas être présent.

Il reste à placer l'appareil dans un caisson pour le vérifier.

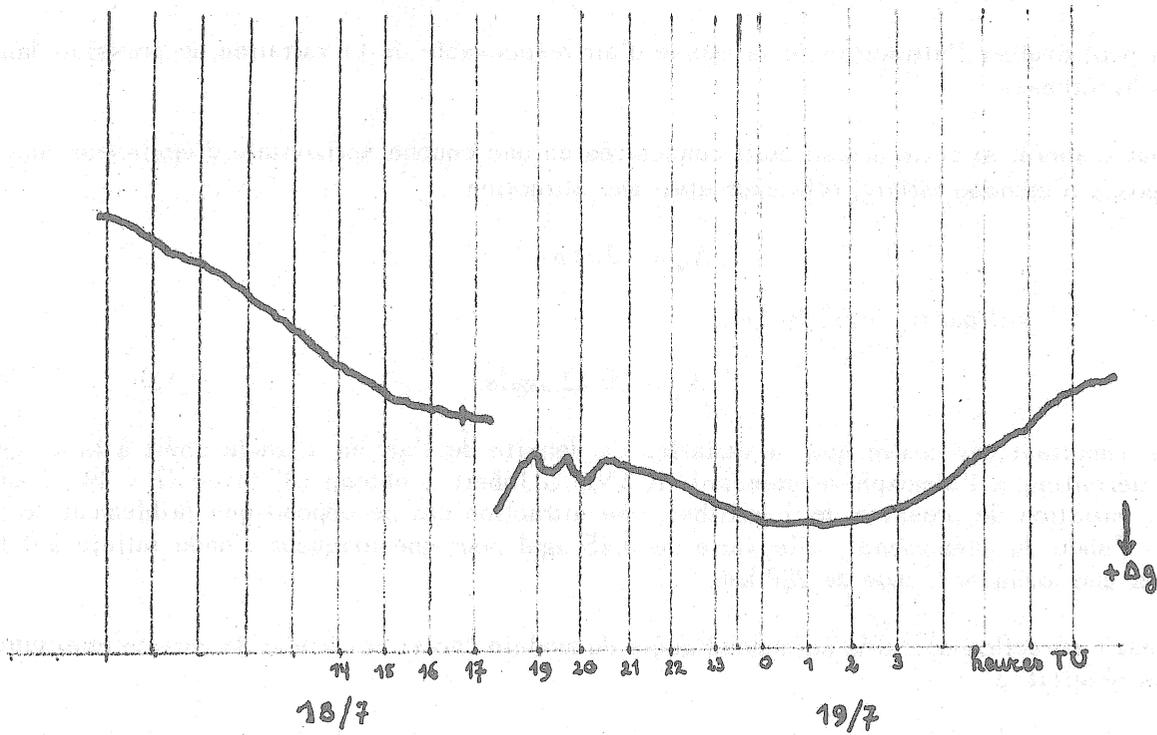


Fig. 1. Enregistrement du gravimètre Askania n° 145 à l'Observatoire Royal de Belgique à Bruxelles
Echelle 1/1.

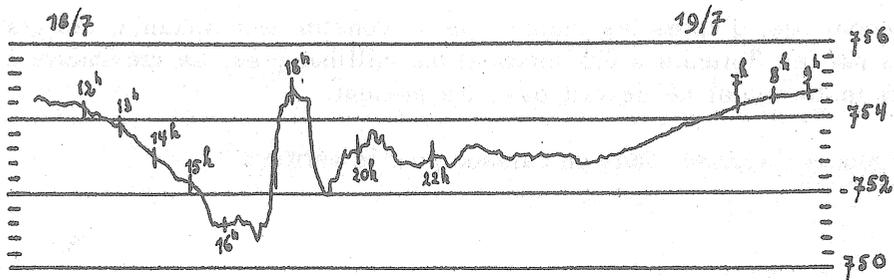


Fig. 2. Enregistrement de la pression atmosphérique par le grand barographe Richard de l'Institut Royal Météorologique à Bruxelles.
Echelle 1/1.
Les marques horaires disponibles sont indiquées (TU).

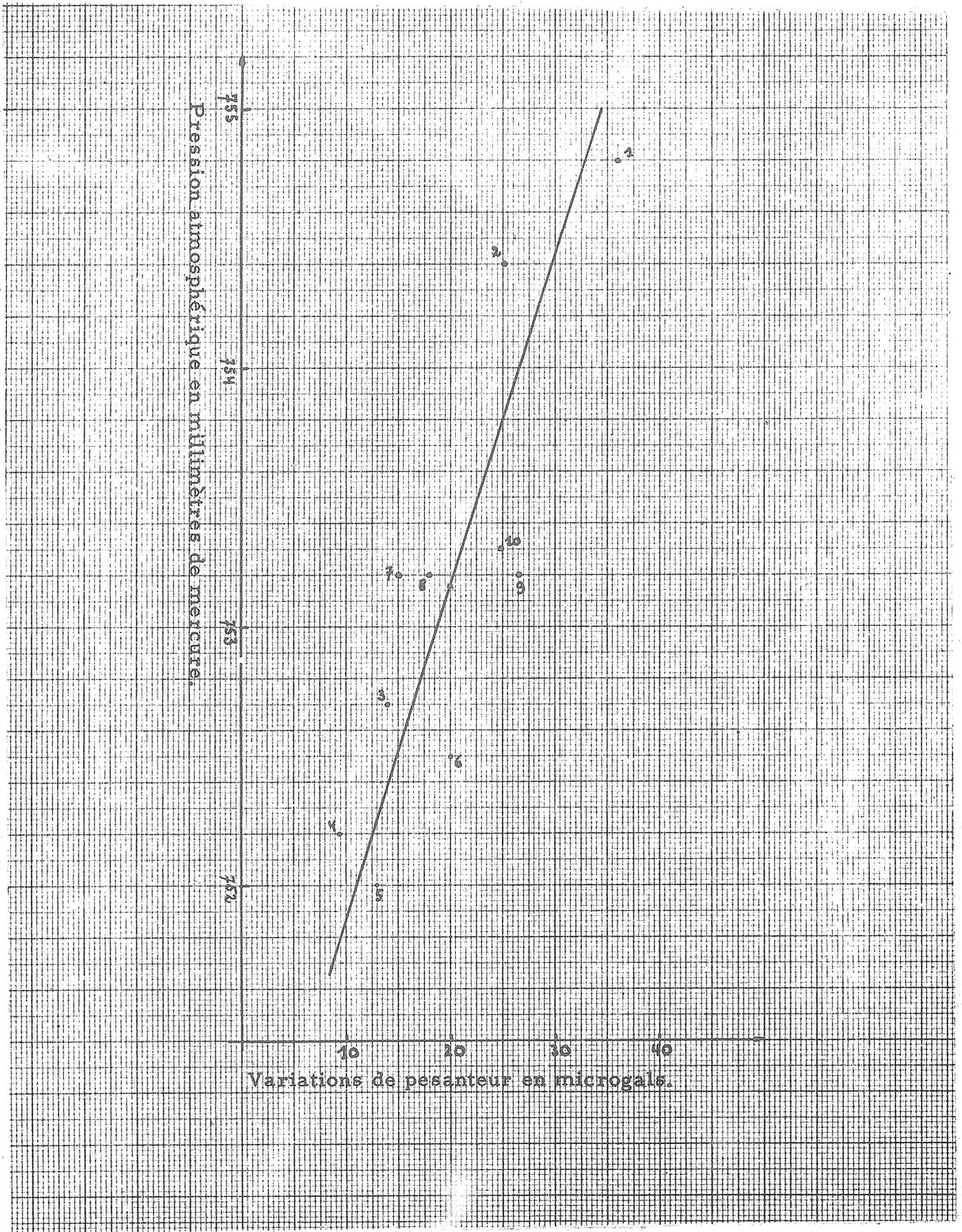


Figure : 3

