

MAREES TERRESTRES

BULLETIN d'INFORMATIONS

N° 35

15 février 1964

Association Internationale de Géodésie
Commission Permanente des Marées Terrestres

Editeur : Dr. Paul M E L C H I O R
Observatoire Royal de Belgique
3, Avenue Circulaire
Bruxelles, 18.

TRADUCTION

SUR LA DEPENDANCE DE LA PERIODE PROPRE EN FONCTION DE L'AMPLITUDE
D'OSCILLATION POUR LES PENDULES HORIZONTAUX A SUSPENSION ZÖLLNER

par

P.S. Matvéev, V.G. Goloubitskii, E.Y. Evtouchenko.

(Troudi Poltavskoi Gravimetricheskoi Observatorii, Tome XII, pp. 100-109, Kiev 1963)

О ЗАВИСИМОСТИ СОБСТВЕННОГО ПЕРИОДА ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ МАЯТНИКОВ С
ЦЕЛБНЕРОВСКИМ ПОДВЕСОМ ОТ АМПЛИТУДЫ КОЛЕБАНИЯ

П.С. Матвеев, В.Г. Голуб ицкий, Е.И. Евтушенко

(Труды полтавской гравиметрической обсерватории Том XII, 100-109, Киев 1963)

En raison de la simplicité de leur construction et de leur sécurité de travail, les pendules horizontaux à suspension Zöllner sont largement utilisés pour les observations clinométriques. Au cours des 50 dernières années on a obtenu à l'aide d'appareils de ce type des données scientifiques de valeur sur la déformation de marée de l'écorce terrestre dans la plupart des stations de marées terrestres d'Europe et d'Asie. Jusqu'à ces derniers temps l'authenticité de ces données n'a fait de doute nulle part puisqu'il n'y est apparu ni erreurs instrumentales ni n'importe quelles autres erreurs systématiques.

Cependant depuis peu les chercheurs tchécoslovaques Ia. Picha et L. Skalski [1] ont découvert que pour les pendules horizontaux à suspension Zöllner, la période des oscillations propres du pendule dépend de l'amplitude de l'oscillation et ils ont ainsi jeté le doute sur la sûreté de beaucoup de résultats de détermination de marées terrestres.

En étudiant les deux complexes de pendules de Schweydar installés à la station de marées terrestres de Brézové Hory à Pribram, Picha et Skalski ont montré que la période des oscillations propres du pendule diminue avec la réduction de l'amplitude. La dépendance de la période en fonction de l'amplitude peut être exprimée de façon nette. Les résultats sont donnés pour un des complexes installé à la profondeur de 1.300 m. et qui travaille à un régime de sensibilité se caractérisant par des périodes de 70-75 sec. La période propre du pendule AI de ce complexe est apparue comme étant de 2,5 sec. plus petite dans le cas de l'amplitude d'oscillation du spot réfléchi de 2,5 mm. qu'avec une amplitude de 40 mm. Pour le pendule A II la diminution analogue de la période est de 1,6 sec. pour des amplitudes respectives de 3 mm. et 54 mm.

La période d'oscillation propre T constitue un paramètre important du pendule horizontal, puisque l'étalonnage des pendules, d'après la méthode la plus répandue à présent, revient à la détermination de cette valeur. D'une façon générale la méthode de travail pour le calcul du coefficient de sensibilité K présentant en lui la valeur de la division d'un millimètre d'ordonnée en secondes d'arc, de l'aspect suivant :

$$K = \frac{C}{T^2} \quad (1)$$

où C est la valeur dépendant de longueur donnée l' du pendule horizontal, de l'accélération de la force de pesanteur g en un point d'observation et de la distance D de l'objectif du pendule au tambour de l'appareil enregistreur.

Si dans le processus d'observations en une station donnée ni la suspension du pendule, ni la distance D ne varient, C a une valeur constante pour toute la série d'observations clinométriques effectuée en cette station.

En différenciant (1), nous obtenons la forme qui caractérisant la dépendance de l'erreur de détermination de la sensibilité à partir de l'erreur dans la valeur prise pour la période propre d'oscillation du pendule horizontal :

$$\frac{\Delta K}{K} = - 2 \frac{\Delta T}{T} \quad (2)$$

On voit ainsi que l'erreur relative du coefficient K utilisé à la transformation des ordonnées observées de la mesure linéaire en la mesure angulaire est égale au double de l'erreur relative de la période T. Dans les conditions actuelles on a des exigences très sévères pour les observations clinométriques en ce qui concerne la précision des ordonnées de départ et la précision d'étalonnage des appareils. Les valeurs obtenues pour le coefficient γ par la réduction de ces observations (rapport de l'amplitude observée de l'onde à l'amplitude théorique calculée dans l'hypothèse de la Terre absolument rigide) doivent être déterminées avec une précision allant jusqu'à quelques unités de la troisième décimale. Pour assurer cette haute précision du résultat final, l'erreur relative du coefficient de sensibilité K ne doit pas être de plus de 0,413 % [2] ce qui fixe pour l'erreur quadratique moyenne m_T de la détermination de la période T (γ compris le calcul des erreurs de détermination de la distance et de la constante $\frac{g}{l'}$) la condition

$\frac{m_T}{T} \leq 0,0012$. Pour les valeurs de T allant de 40 à 50 sec. l'erreur admise m_T ne doit pas dépasser $\pm 0^s,06$.

Si nous comparons à présent les variations de période des pendules de Schweydar décelées à Pribram avec la valeur de l'erreur m_T (= 0,09 sec.) admise pour $T = 75$ sec., il est aussitôt clair que le fait de négliger l'augmentation de la période en fonction de l'augmentation de l'amplitude introduit une erreur systématique dans les ordonnées de départ et par conséquent dans les résultats finaux d'analyse harmonique atteignant jusqu'à 6 % pour le pendule A I et 3 % pour le pendule A II.

La communication de Ia. Picha et L. Skalski [1] sur la dépendance de la période propre et de l'amplitude, dont on n'avait pas tenu compte précédemment, a attiré l'attention particulière des chercheurs. On s'est posé tout d'abord la question de savoir si la dépendance mentionnée est propre à tous les pendules horizontaux à suspension bifilaire ou bien si elle est seulement propre au complexe expérimental des pendules construits par Schweydar ?.

En essayant de trouver l'explication de la dépendance découverte, Picha et Skalski ont recherché l'influence de l'amortissement, de la réduction pour les variations infiniment petites, de la torsion des fils, des variations de température et des inclinaisons de la surface de la Terre de différentes origines. Ils sont arrivés à la conclusion que pas un des effets énumérés n'est suffisant pour expliquer la diminution observée de la période T avec la diminution de l'amplitude

de l'oscillation. En signalant leur intention de continuer l'étude des autres influences perturbatrices (procédé de fixation des fils, l'hétérogénéité du pôle magnétique etc...) ils laissent en suspens la question de savoir quelle est la valeur de la période T qu'il faut utiliser pour déterminer la sensibilité d'après la formule (1), celle obtenue avec les amplitudes moyennes de l'ordre de 10-15 min. d'arc (ce qui se faisait jusqu'à présent dans les stations d'observation) ou la valeur réduite de quelque façon aux amplitudes infiniment petites.

En conclusion ils se sont tournés vers les chercheurs en demandant de tirer au clair si on remarque une dépendance analogue pour des appareils semblables installés dans d'autres stations.

M.Schneider [3] répondit le premier à cet appel. Il a étudié en détails trois complexes de pendules horizontaux de différentes constructions, installés dans les stations de Bergieshübel et Tiefenort. Les résultats qu'il a obtenus pour deux paires de pendules (Tomaschek-Ellenberger et Schweydar) ont confirmé l'existence, découverte par les chercheurs tchécoslovaques, de la dépendance de la période T et de l'amplitude. La dépendance de la période en fonction de l'amplitude n'a pas un caractère général mais existe pour deux pendules de Tomaschek installés à la station de Bergieshübel et réglés sur des périodes de 55 sec. Pour la seconde paire de clinomètres (pendules Tomaschek - Ellenberger) étudiée dans cette station on a remarqué outre une dépendance certaine, l'atténuation de cette dépendance période - amplitude avec la diminution de la période T . Ainsi, pour $T = 70$ sec, l'augmentation de la période propre d'un des pendules de ce type avec l'augmentation de l'amplitude de 1 à 12 min. d'arc, est environ de 1,4 sec. c'est-à-dire qu'elle semble être la même que dans le cas de Pribram au moment où pour $T = 51,6$ sec. l'augmentation correspondante de la période dans ce même diapason de variation d'amplitude n'a pas dépassé 0,6 sec. L'augmentation correspondante de la période pour ce pendule n'était que de 0,2 sec. à la période de 29,6 sec.

Dans son travail, M.Schneider ne s'est pas limité seulement à la découverte de Ia.Picha et L.Skalski de la dépendance période-amplitude, il alla plus loin qu'eux aussi bien en ce qui concerne la cause de cette dépendance qu'en ce qui concerne quelques recommandations pour la méthode d'étalonnage des clinomètres. Il a montré sur un matériel expérimental concret que la dépendance de la période propre du pendule horizontal et de l'amplitude est dans les grandes lignes parabolique et que la période propre observée pour des amplitudes faibles d'oscillation est fortement faussée par des microséismes et par d'autres mouvements quasi périodiques du sol. L'influence des microséismes et de l'instabilité du sol sur l'oscillation de faible amplitude du pendule consiste dans le fait qu'ils la rendent forcée et que de ce fait l'apparition d'autres périodes est possible.

Sur cette base M.Schneider tire la conclusion que la détermination de la période propre du pendule horizontal d'après ses oscillations d'amplitudes très faibles est peu praticable. Pour la solution de ce problème c'est-à-dire pour la détermination de la valeur véritable de la période propre qui correspondrait aux amplitudes infiniment petites, il propose un procédé qui consiste dans la représentation d'un ensemble de valeurs de mesure T (après leur adoucissement par moyennes glissantes) sous l'aspect d'un graphique de la fonction de forme $T = T(t)$ et de l'extrapolation de la courbe tracée jusqu'à l'instant t qui correspond pratiquement à l'amortissement complet des oscillations. Le tracé d'une courbe atténuée peut être réalisé soit graphiquement, soit au moyen du calcul par une formule précise qui exprime la diminution de la période des oscillations qui s'amortissent suivant la loi exponentielle. L'erreur de la valeur obtenue pour la période propre se calcule d'après les écarts des valeurs mesurées T par rapport à la courbe adoucie de la fonction $T = T(t)$.

Schneider explique l'augmentation de la période propre du pendule pour les grandes amplitudes par un déplacement du point de fixation du fil supérieur suivant la ligne correspondant au prolongement du fil. Le résultat de ce déplacement est que l'angle i composé par l'axe de rotation et la verticale doit être diminué, ce qui conduit à une augmentation de la période. D'après ses calculs, pour expliquer la variation des périodes de 1,5 à 2,5 sec. qui a été observée pour les pendules de Schweydar, il faut que le point de fixation du fil supérieur soit déplacé d'une valeur de 25 - 40 microns, ce qui ne dépasse pas l'épaisseur du fil de $\varnothing = 40$ microns. En conclusion, M.Schneider conseille que tous les anciens résultats obtenus à l'aide des pendules à suspension de Zöllner soient soumis à la critique puisqu'ils sont affectés d'erreurs systématiques importantes conditionnées par la dépendance des valeurs de la période propre prises pour la détermination de la sensibilité avec l'amplitude d'oscillation. Dans ces mêmes stations clinométriques où sont installés à présent ces pendules on considère comme nécessaire d'effectuer l'étalonnage par la méthode directe, c'est-à-dire de calculer le coefficient K d'après le mouvement du spot sur le tambour de l'enregistreur lorsqu'on incline la base du pendule d'un angle connu et sans recourir à la détermination de la période des oscillations propres.

Comme nous le voyons les conclusions définitives tirées par M.Schneider ainsi que les résultats des recherches de Ia.Picha et L.Skalski donnent une raison de douter de la sûreté de plusieurs valeurs de γ obtenues à l'aide des pendules horizontaux du type de Zöllner. Sur le territoire de l'URSS les observations sur les inclinaisons de marées de la surface terrestre avec des appareils de ce genre ont été réalisées à Tartu, Tomsk, Poltava, Kazan et Tsmakovo. Dans toutes ces stations on s'est servi des pendules horizontaux de Repsold-Levitski décrits de façon détaillée par A.Ya.Orlov [4]. A présent ces appareils ou leurs copies exactes sont construits depuis peu dans l'atelier de l'Observatoire Gravimétrique de Poltava et sont installés également dans les stations de Ingoulets, Tchistiakov et Kalouche. Les pendules horizontaux de Repsold-Levitski diffèrent essentiellement par leur construction des pendules de Schweydar et Tomaschek-Ellenberger. C'est pourquoi l'éclaircissement de la question de savoir si la dépendance de la période propre et de l'amplitude d'oscillation est propre aussi aux appareils largement répandus en URSS, est extrêmement importante. En effet, en considérant que la dépendance mentionnée pour des complexes particuliers de pendules peut être différente, il serait souhaitable d'étudier dans ce but tous les pendules horizontaux existants, aussi bien ceux employés dans le passé que ceux utilisés à présent dans les stations clinométriques énumérées plus haut. Avec le temps ce travail important et nécessaire sera sûrement réalisé. D'une façon générale l'étude de la dépendance de la période en fonction de l'amplitude devra faire partie intégrante du complexe de recherches obligatoires effectué dans les stations pour chaque clinomètre utilisé. L'étude d'un seul complexe de pendules horizontaux de Repsold-Levitski présente un intérêt certain. Son but serait de pouvoir représenter la dépendance de la période en fonction de l'amplitude, propre à ces pendules.

Pour cette recherche nous avons pris deux pendules horizontaux Repsold-Levitski qui étaient jusqu'alors installés à Kazan dans une cave profonde de l'Observatoire Astronomique Engelgardt et où on a effectué avec eux une longue série d'observations clinométriques [5]. Ces pendules ont été transférés à l'Observatoire Gravimétrique de Poltava pour une utilisation provisoire et à présent ils sont soumis à un examen méticuleux. Ensuite ils seront installés à Tchistiakov à une grande profondeur sous le niveau du sol.

Les deux pendules étudiés sont destinés à l'enregistrement optique des inclinaisons de la surface de la Terre dans deux directions réciproquement perpendiculaires. C'est pourquoi leurs systèmes mobiles diffèrent un peu dans leur construction. Pour le pendule A le miroir réfléchissant est disposé perpendiculairement à l'axe et pour le pendule B il est à peu près parallèle.

Les fils de suspension en platine ont des diamètres de 45 et 40 microns respectivement pour les pendules A et B. Le coefficient d'amortissement pour le pendule A ($k = 1,060$) est plus grand que pour le pendule B ($k = 1,030$).

La méthode de recherche était en principe la même que dans les travaux [1,2]. La différence consiste seulement dans la technique d'enregistrement des instants de passage du pendule par la position d'équilibre. L'agitation du pendule s'accomplit par une légère compression de l'extrémité du pilier sur lequel est placé le pendule ou même seulement par l'approche de l'observateur vers le pilier. Immédiatement après l'agitation du pendule, l'amplitude de ses oscillations est assez grande pour que le spot aboutisse aux limites du châssis de l'enregistreur éloigné d'une distance de 4,16 m. des objectifs des pendules. Ensuite, après un amortissement de l'amplitude d'environ 60 mm., l'observateur branche l'installation d'enregistrement et quitte la chambre pour ne pas agiter par sa présence les mouvements du pendule. Il faut cependant remarquer que malgré les précautions prises, le niveau des microséismes était très élevé. C'est pourquoi nous n'avons pas pu donner aux pendules étudiés de grandes périodes et nous nous sommes limités aux valeurs $T \approx 41$ sec. pour les deux appareils.

Du reste, pour une profondeur de 4 m. à laquelle sont effectuées les recherches, cette valeur de la période ne doit pas être considérée comme faible. Pour les pendules de cette construction, les périodes de 40 à 45 sec. correspondent à un angle entre l'axe de rotation et la ligne verticale égal à peu près à une minute d'arc. Comme l'a montré l'expérience des observations, pour des périodes de plus de 50 sec. ces pendules commencent à se comporter très instablement. C'est pourquoi, même dans les stations clinométriques qui travaillent à grandes profondeurs, on préfère ne pas leur donner de périodes supérieures à 45 sec.

L'oscillation du pendule s'enregistre sur un papier photographique de 12 x 24 cm. placé dans le châssis de l'appareil enregistreur [5]. Dans le processus d'observations le châssis se meut par un mécanisme horaire avec une vitesse de 2,67 mm/min. Les instants des passages successifs du spot réfléchi du miroir du pendule sont fixés sur le papier d'un chronographe imprimant. Dans ce but on a placé, devant le couvercle facial de l'enregistreur et tout près de la position d'équilibre, un miroir large de 7,5 mm. perpendiculaire à la fente horizontale et faisant un angle de 45° avec le faisceau lumineux projeté sur l'enregistreur par le pendule. Le miroir réfléchit le spot vers le haut où est placé sous vide un photoélément P.H.E.OU-2. La lumière tombe par une fente étroite sur celui-ci. A chaque passage du spot près de la position d'équilibre, la lumière réfléchie par le miroir sur le photoélément provoque dans le circuit un courant électrique faible qui après le passage par un amplificateur actionne le chronographe imprimant. De cette façon les instants qui correspondent à chaque passage du spot à droite et à gauche sont fixés sur le papier du chronographe. En calculant les différences entre les moments impairs successifs (dans le sens de la numération) on obtient les valeurs de la période T qui correspondent aux passages du spot dans un sens. Les différences entre les moments pairs successifs donnent une seconde série de valeurs de la période T qui correspondent aux passages du spot dans l'autre sens. Pour éliminer l'influence d'une dérive possible de la position d'équilibre, il faut calculer les moyennes deux par deux des valeurs successives de T obtenues par les passages à droite et à gauche.

En principe, la détermination des périodes d'après le procédé énoncé devrait donner une grande précision puisque le chronographe imprimant permet de mesurer les intervalles de temps comparables à la période T avec une erreur de quelques millièmes de seconde. Cependant la précision réelle de la détermination des périodes de T est apparue assez bien inférieure, ce qui s'explique par les grandes perturbations amenées par la vibration du sol. L'influence des perturbations se fait sentir en particulier pour les faibles amplitudes d'oscillation quand dans le cours du mouvement lent et par suite de la légère vibration du spot le passage par la fente du photoélément est indéterminé. Dans ce cas le chronographe fixe parfois deux instants de passage différant entre eux de quelques dixièmes de seconde.

Pour atténuer l'influence des perturbations, les valeurs individuelles de T pour chaque série d'observations sont réunies en groupes et on a pris la moyenne. De cette manière nous avons pris en considération le fait que le seuil de précision de l'enregistrement des passages du spot dans la série initiale (c'est-à-dire à grandes amplitudes) est assez bien plus bas qu'à la fin quand l'amplitude des oscillations devient déjà très faible. C'est pourquoi dans la partie initiale de la série nous avons incorporé habituellement deux valeurs de T dans chaque groupe, dans la partie centrale trois valeurs et dans la fin quatre et même cinq. Les moyennes pour les groupes de valeurs des périodes T sont données dans les tables 1 et 2 ainsi que les amplitudes R correspondant à ces périodes (amplitudes moyennes également), ces amplitudes sont relevées sur les enregistrements photographiques et exprimées en millimètres.

Table 1.

Période propre en fonction de l'amplitude d'oscillation pour le pendule A (d'après les observations du 5 juin 1962).

N° des séries	T	R	T	R	T	R	T	R	T	R
1	41,13	54,8	40,88	43,0	41,31	62,6	41,17	54,7	41,10	49,8
2	41,13	49,5	40,99	37,1	41,16	53,6	41,10	47,7	41,06	42,8
3	41,11	42,8	41,00	32,9	41,10	49,0	40,98	41,1	41,11	37,3
4	41,01	37,4	40,99	29,3	41,06	42,3	41,10	35,6	41,03	33,1
5	41,10	33,0	40,93	25,2	41,00	35,9	41,01	29,2	41,00	28,7
6	40,98	28,7	40,95	21,5	40,93	29,9	40,95	24,0	40,93	24,2
7	40,95	24,6	40,86	18,5	40,93	25,6	40,85	19,2	41,00	20,5
8	40,96	20,4	40,81	16,3	40,99	21,7	40,83	16,0	40,87	17,3
9	—	—	40,75	13,0	40,96	18,0	40,77	13,5	40,86	14,8
10	—	—	40,96	11,4	40,90	15,3	40,75	11,7	40,82	12,8
11	—	—	40,84	9,4	40,79	11,1	40,74	10,1	40,78	10,8
12	—	—	40,70	7,5	40,30	6,8	40,75	8,5	40,77	8,1
13	—	—	—	—	—	—	40,57	7,7	40,80	7,4
14	—	—	—	—	—	—	40,32	6,7	40,88	5,9

Les six séries de détermination de T effectuées avec le pendule B sont réparties sur un laps de temps égal à environ un jour et demi (28 et 29 mai 1962) et les cinq séries du pendule A ont été exécutées en un seul jour (5 juin 1962).

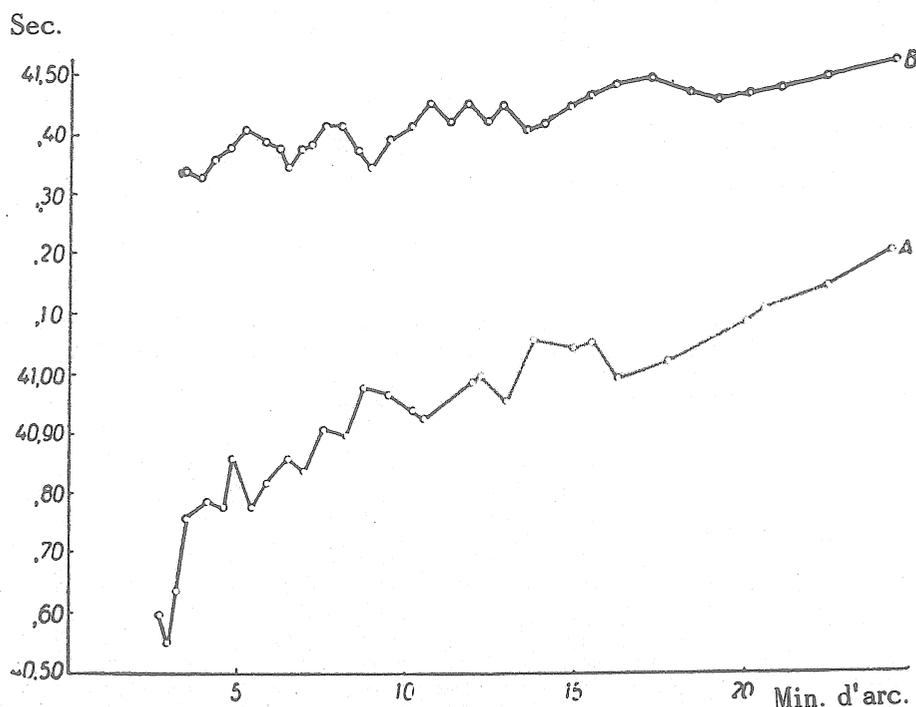
Table 2.

Période propre en fonction de l'amplitude d'oscillation pour le pendule B (d'après les observations des 28 et 29 mai 1962).

N° des séries	T	R	T	R	T	R	T	R	T	R	T	R
1	41,45	55,5	41,57	57,6	41,60	58,0	41,47	60,8	41,56	52,8	41,52	42,9
2	41,51	51,4	41,54	53,9	41,55	53,5	41,51	55,6	41,53	48,7	41,58	40,8
3	41,48	47,7	41,49	50,4	41,54	49,9	41,48	51,2	41,51	44,2	41,52	38,2
4	41,45	44,4	41,48	47,2	41,52	46,8	41,46	47,7	41,50	40,7	41,48	35,5
5	41,47	40,5	41,50	43,6	41,53	42,6	41,46	44,1	41,54	38,0	41,42	32,6
6	41,41	36,5	41,46	39,2	41,53	38,7	41,46	39,9	41,45	35,4	41,48	30,0
7	41,45	33,1	41,45	35,7	41,46	35,0	41,48	36,2	41,39	32,7	41,52	28,1
8	41,44	30,1	41,41	32,2	41,47	31,6	41,39	32,8	41,41	29,8	41,54	25,4
9	41,40	27,7	41,44	29,2	41,47	28,3	41,43	29,9	41,48	27,5	41,42	23,0
10	41,39	25,4	41,41	26,1	41,46	24,8	41,40	27,2	41,44	25,1	41,31	21,0
11	41,36	22,6	41,40	23,3	41,41	21,8	41,40	24,3	41,41	22,1	41,45	19,2
12	41,35	20,2	41,39	20,8	41,38	19,1	41,33	21,3	41,41	19,5	41,57	17,6
13	41,28	18,1	41,40	18,1	41,40	16,4	41,42	19,1	41,38	17,4	41,33	15,9
14	41,40	16,4	41,40	16,3	—	—	41,39	17,0	41,38	15,8	41,34	15,0
15	41,28	15,0	41,37	14,2	—	—	41,32	15,2	41,48	14,4	41,38	14,4
16	—	—	—	—	—	—	41,42	13,2	41,46	12,5	41,39	13,2
17	—	—	—	—	—	—	41,48	12,1	41,44	11,5	41,30	11,6
18	—	—	—	—	—	—	41,35	10,8	41,32	10,4	41,35	10,5
19	—	—	—	—	—	—	41,36	9,6	41,32	9,8	41,44	9,8
20	—	—	—	—	—	—	—	—	41,30	8,7	41,32	8,8
21	—	—	—	—	—	—	—	—	41,31	8,1	41,35	8,0
22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	41,35	7,3

Pour ces intervalles de temps relativement courts on peut parfaitement admettre la constance des périodes données. C'est pourquoi, pour faire le graphique de la relation période-amplitude nous avons fait la moyenne des données obtenues pour les six séries pour le pendule B et pour les cinq séries pour le pendule A. Pour cette moyenne nous avons disposé les valeurs données dans les tables 1 et 2 en deux séries rangées d'après les amplitudes décroissantes. Pour chacun des points utilisés pour le tracé des courbes de notre dessin nous avons pris les valeurs des périodes et des amplitudes obtenues par la moyenne de chacune des deux valeurs qui se trouvent l'une à côté de l'autre pour le pendule A et de chacune des trois valeurs pour le pendule B. Dans l'expression des amplitudes on a converti les millimètres en minutes d'arc.

On voit par ce graphique que pour le complexe de pendules horizontaux de Repsold-Levitski la diminution de la période d'oscillation est liée à la diminution de l'amplitude. La dépendance découverte s'exprime nettement pour le pendule A qui a un amortissement puissant et une forte épaisseur des fils de suspension en comparaison avec le pendule B. La valeur de la période observée pour ce pendule diminue de 0,45 sec. avec la diminution de l'amplitude d'oscillation de 24,5 à 3,5 min. d'arc. (Les trois premiers points de la ligne brisée qui représente ce pendule sur le dessin ne sont apparemment pas caractéristiques car les influences de la vibration du sol se font sentir fortement dans les oscillations du pendule d'amplitude faible. Pour le pendule B la dépendance de la période en fonction de l'amplitude s'exprime beaucoup plus faiblement. Dans ce cas la diminution de la période qui n'est au total que de 0,22 sec. correspond à la diminution de l'amplitude de 24,5 à 3,2 min. d'arc.



La dépendance de la période d'oscillation en fonction de l'amplitude pour les pendules horizontaux.

- A - Pendule avec miroir transversal.
- B - Pendule avec miroir longitudinal.

Ainsi les résultats de nos recherches confirment en général les conclusions tirées par Ia. Picha, L. Skalski et M. Schneider [1,2] sur la dépendance de la période propre des pendules horizontaux du type de Zöllner en fonction de l'amplitude d'oscillation. Bien que pour la paire d'appareils de Repsold-Levitski la dépendance ne s'exprime pas aussi nettement que pour les pendules de Schweydar et Tomaschek-Ellenberger, la crainte exprimée par les auteurs mentionnés au sujet de l'erreur possible de certains résultats obtenus dans le passé peut être exprimée pour les résultats des observations clinométriques effectuées avec les pendules de Repsold-Levitski. Il est vrai qu'il serait prématuré de se baser sur les résultats de l'étude d'une seule paire de ces pendules et d'en tirer des conclusions générales. D'autant plus qu'il faut aussi considérer cette étude comme préliminaire puisqu'à cause de défauts de son organisation (faible profondeur de la cave, grande largeur du miroir réfléchissant le spot sur le photoélément etc...) nous ne sommes pas encore parvenus à obtenir une haute précision de détermination des périodes et à englober par ces déterminations le domaine des faibles amplitudes de l'oscillation. Cependant une conclusion très importante concernant la protection des résultats obtenus avec les pendules de Repsold-Levitski, à partir des erreurs systématiques déterminées par la dépendance de la période propre des pendules en fonction de l'amplitude peut encore être tirée ici. Nous formulons cette conclusion sous la forme de cette recommandation formelle : dans n'importe quelle station clinométrique où sont installés des pendules horizontaux de Repsold-Levitski, les caractéristiques individuelles de la dépendance de la période propre d'oscillation en fonction de l'amplitude doivent être relevées. Avec l'aide de ces caractéristiques la valeur mesurée de la période T pour une amplitude arbitraire R doit, avant d'être utilisée pour le calcul du coefficient de sensibilité K , être réduite d'après le procédé proposé par Schneider [3] ou par n'importe quel autre moyen, à la valeur correspondant aux amplitudes infiniment petites des oscillations.

A la lumière des résultats obtenus dans le présent travail, l'éclaircissement de ces questions présente un intérêt certain si le caractère (et la valeur) de la dépendance de la période propre en fonction de l'amplitude varie selon les valeurs données aux périodes des pendules et selon les particularités de construction des vis de serrage utilisées pour la fixation des extrémités des fils de suspension au corps et à l'axe du pendule. Nous avons l'intention d'étudier très prochainement ces questions.

Les auteurs profitent de l'occasion pour exprimer leur reconnaissance à V.K. Kalaptourovski pour son aide dans la mise au point de l'appareillage utilisé pour notre présente recherche.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. PICHA, L. SKALSKY,
Eine Bemerkung zu den Gezeitenbeobachtungen.
Studia Geophysica et Geodaetica, t. 4, N. 3, S. 285-289, 1960.
- [2] L. SKALSKY
Zur Frage der Genauigkeit von Gezeitenbeobachtungen mit einfachen Horizontalpendeln,
III-ème Symposium Marées Terrestres, Trieste, juillet 1959.
- [3] M. SCHNEIDER,
Eine Bemerkung zur Bestimmung der Eigenperiode von Horizontalpendeln,
Studia Geophysica et Geodaetica, t. 6 N. 1. S. 86-94, 1961
- [4] O. Ya. ORLOV
Première série d'observations avec les pendules horizontaux à Youriev sur les déformations de la Terre sous l'influence de l'attraction de la Lune.
Typographie K. Mattissen, Youriev, 1911.
- [5] A. K. IVANOVA
Résultats des observations sur les oscillations de marées de la verticale dans l'AOE,
Bull. de l'Observatoire Astronomique Engelhardt N° 34, 29-67, 1959.

REMARQUES AU SUJET DU CALCUL DE LA MOYENNE DE RESULTATS D'ANALYSES
HARMONIQUES DES MAREES TERRESTRES

par

P.S. Matvéev

(Troudi Poltavskoï Gravimetricheskoï Observatorii, Tome XII, pp. 115-124, Kiev 1963)

ЗАМЕЧАНИЯ К ОСРЕДНЕНИЮ РЕЗУЛЬТАТОВ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЗЕМНЫХ
ПРИЛИВОВ

П. С. Матвеев

(Труды полтавской гравиметрической обсерватории Том XII, 115-124, Киев 1963)

1. Le but de l'analyse harmonique d'observations de marées terrestres est de déterminer les ondes les plus importantes du mouvement de marée enregistré. Le résultat final de l'analyse se représente habituellement, pour chacune des ondes déterminées, sous la forme :

$$y = R \cos [qt - (\zeta_0 + \kappa)] \quad (1)$$

où R et q sont l'amplitude et la vitesse de variation de phase de l'onde donnée, ζ_0 est la phase initiale théorique à l'instant $t = 0$ et κ est le retard de phase de la marée terrestre observée par rapport à la marée théorique. Généralement parlant, pour obtenir les valeurs R et κ qui caractérisent complètement l'onde de marée terrestre observée, il serait suffisant de réduire une seule série mensuelle d'observations. Si le matériel analysé se caractérisait par une très haute précision et était affranchi de toutes sortes d'influences perturbatrices et erreurs systématiques d'observation, l'analyse harmonique de cette série donnerait des valeurs de R et κ représentant assez fidèlement la marée terrestre réelle en un point donné et qui n'exigerait pas leur amélioration ultérieure. Cependant, dans la réalité les ordonnées observées sont toujours jusqu'à un certain point faussées par toutes sortes d'erreurs à caractère accidentel, systématique et semi-systématique. N'importe quel schéma d'analyse harmonique d'une série mensuelle garantit l'exactitude complète ou presque complète du résultat (1) seulement par rapport à l'influence des erreurs accidentelles des ordonnées de départ. Quant aux erreurs systématiques et semi-systématiques, leurs influences sur le résultat (1) ne peuvent être éliminées par le schéma d'analyse si parfait soit-il. C'est pourquoi les valeurs R et κ obtenues par la réduction d'une série mensuelle sont erronées. Par conséquent, pour atteindre le but principal de l'analyse harmonique d'une série d'observations cette opération est de loin insuffisante.

Pour obtenir les valeurs exactes de R et κ il convient d'exécuter et d'analyser de longues séries d'observations de telle manière que par la moyenne des résultats (1) obtenus d'après plusieurs séries mensuelles, les influences des différentes erreurs semi-systématiques soient bien compensées et ne faussent pas le résultat définitif. Il faut considérer parmi les erreurs semi-systématiques les plus importantes, les erreurs dans les valeurs de R et κ dues à la présence dans les ordonnées observées de l'onde météorologique diurne S_1 et dues à l'influence de la dérive.

Sur un intervalle relativement petit, l'influence de chacun de ces deux facteurs peut brusquement différer d'une manière unilatérale ce qui conduit à une erreur systématique du résultat (1)

Par conséquent, dans les formules (3) - (6) on doit substituer aux amplitudes H_i respectivement γ_i ou δ_i . A première vue cette méthode pour les valeurs moyennes de γ_i (ou δ_i) peut paraître dépourvue de sens et provoquer des objections. Cependant la validité de cette méthode est tout à fait évidente si on traite formellement les valeurs de γ_i (ou δ_i) comme les amplitudes transformées H_i de façon correspondante. Indépendamment de cela, que les amplitudes H_i soient exprimées en mesure angulaire (inclinaisons de marée de la surface de la Terre), qu'elles correspondent à des mesures de l'accélération (variations de marées de la force de pesanteur) ou qu'elles représentent des valeurs inaccessibles à la mesure comme les coefficients γ_i ou δ_i , on doit effectuer la moyenne vectorielle pour obtenir les valeurs moyennes les plus probables.

Il est facile de voir que la moyenne vectorielle des résultats (3) représente le procédé classique de moyenne de n'importe quelle variation harmonique. Ce procédé est basé sur des conditions géométriques élémentaires. Nous avons trouvé utile de nous y arrêter et de souligner la nécessité de son emploi parce que, jusqu'à présent, la grande majorité des auteurs s'en tient à la méthode du calcul des moyennes arithmétiques pour H_i et pour κ_i séparément pour obtenir les données définitives sur la marée terrestre.

Cela se fait malgré l'évidence que, à cause du manque de suite manifeste dans les valeurs κ_i , les valeurs moyennes arithmétiques H et κ ne représenteront pas la valeur moyenne réelle de l'onde déterminée donnée qui résulte de l'ensemble des résultats (3). Il est aisé de s'en convaincre par le simple exemple de la moyenne des trois valeurs suivantes des cosinusoïdes :

$$\begin{aligned}y_1 &= 3 \cos (qt - 0^\circ), \\y_2 &= 9 \cos (qt - 30^\circ), \\y_3 &= 3 \cos (qt - 180^\circ).\end{aligned}$$

La moyenne arithmétique séparée pour l'amplitude et la phase initiale donne $H = 5$ et $\kappa = 70^\circ$ tandis que le résultat de la moyenne vectorielle nous donne $H = 3$ et $\kappa = 30^\circ$.

En fait, dans les résultats d'observations réelles la dispersion des valeurs individuelles κ_i est assez bien plus petite que dans l'exemple grossier qui vient d'être donné. Cependant, même avec une dispersion moindre dans ces valeurs, l'erreur du résultat définitif obtenu par la moyenne arithmétique des valeurs H_i et κ_i peut rester importante.

A titre d'exemple et pour illustrer l'ordre possible de l'erreur du résultat définitif obtenu par la moyenne arithmétique, nous avons donné dans la table I les valeurs définitives empruntées du travail de K. Gerke [1] du coefficient γ et du retard de phase κ obtenus d'après les données de la détermination de l'onde N_2 par les observations clinométriques dans la direction N.S. à la station Tiefer Königstollen pour l'intervalle allant de septembre 1959 à novembre 1960. Les valeurs de γ_i et κ_i moyennées d'après des séries de 12 mois sont données dans la seconde et troisième colonne de cette table. A titre de valeurs définitives de ces données, K. Gerke, comme la plupart des auteurs de travaux analogues, prend leurs valeurs arithmétiques moyennes c'est-à-dire $\gamma = 0,713$ et $\kappa = 13^\circ 90$. Quant à la moyenne vectorielle on voit, d'après les formules (3)-(6), qu'elle donne $\gamma = 0,697$ et $\kappa = 14^\circ 57$. Ainsi, la valeur moyenne vectorielle γ est de 0,016 plus petite que la valeur arithmétique moyenne tandis que pour κ apparaît l'effet inverse, à savoir une augmentation de $0^\circ 67$ de la valeur moyenne vectorielle par rapport à la valeur moyenne arithmétique. La comparaison de ces deux résultats donnés dans la table I avec le résultat donné dans le travail [1] pour l'onde semi-diurne principale M_2 ($\gamma = 0,600$, $\kappa = 16^\circ 92$) montre un meilleur accord et par conséquent une plus grande précision des valeurs définitives de γ et κ obtenue par la moyenne vectorielle.

Table 1.

Moyenne vectorielle des valeurs γ et κ pour la station Tiefer Königstollen (onde N₂)

Séries	γ	κ	$a = \gamma \cos \kappa$	$b = \gamma \sin \kappa$	Δa	Δb
1	0,495	14°,95	+0,4783	+0,1277	-0,1963	-0,0477
2	0,896	13°,50	0,8713	0,2091	+0,1967	+0,0337
3	0,734	25°,17	0,6643	0,3122	-0,0103	0,1368
4	0,638	4°,84	0,6357	0,0538	0,0389	-0,1216
5	0,632	-4°,35	0,6302	-0,0479	0,0444	0,2233
6	0,675	16°,07	0,6486	+0,1868	0,0260	+0,0114
7	0,801	13°,77	0,7780	0,1906	+0,1034	0,0152
8	0,873	-1°,74	0,8726	-0,0265	0,1980	0,2019
9	0,938	39°,70	0,7217	+0,5992	0,0471	+0,4238
10	0,652	23°,55	0,5977	0,2605	-0,0769	0,0851
11	0,718	14°,34	0,6956	0,1778	+0,0210	0,0024
12	0,505	6°,99	0,5013	0,0615	-0,1733	-0,1139
Valeur moyenne vectorielle	0,697	14°,57	+0,6746	+0,1754	—	—
m	$\pm 0,037$	$\pm 4°,03$	$\pm 0,0359$	$\pm 0,0498$	—	—

L'exemple donné est caractéristique de la plupart des travaux publiés par divers auteurs. On voit donc que la moyenne des résultats définitifs sur la base du principe de la moyenne arithmétique exécutée séparément pour les coefficients γ ou δ (c'est-à-dire pour l'amplitude H) et pour le retard de phase κ , peut introduire des erreurs de quelques pourcents. La valeur de ces erreurs dépend de la dispersion dans les valeurs κ . Elles diminuent avec la diminution de la dispersion et pour $m_{\kappa} = 0$ elles deviennent égales à zéro ce qui établit l'équivalence pour ce cas des moyennes arithmétique et vectorielle.

A première vue la divergence entre les résultats des moyennes arithmétique et vectorielle, dans le cas d'une faible dispersion dans les valeurs κ , peut être insignifiante. En réalité, dans l'exemple donné les erreurs des valeurs définitives γ et κ déterminées par moyenne arithmétique sont plus petites que les erreurs quadratiques moyennes correspondantes des valeurs dont on a fait la moyenne. Cependant il faut noter ici le fait que l'influence de ces erreurs sur les valeurs définitives des valeurs moyennes sera systématique et c'est pourquoi il ne faut pas les négliger dans ce cas. La valeur définitive de l'amplitude H (c'est-à-dire des coefficients γ ou δ) sera toujours exagérée par l'erreur incluse dans la moyenne arithmétique. Il s'ensuit qu'après l'analyse harmonique de quelques séries d'observations sur les marées terrestres on obtiendra le résultat le plus probable par la moyenne vectorielle des résultats séparés.

On peut se demander pourquoi on a conservé la méthode routinière de faire la moyenne des résultats de réduction des observations de marées terrestres par la méthode de la moyenne arithmétique des valeurs H et κ . On doit en chercher la réponse apparemment dans la poursuite d'une méthode et la force de la tradition. A la fin du siècle passé et au début de celui-ci la réduction du matériel d'observation s'effectuait, de règle, d'après les séries annuelles. Le nombre de séries réduites pour des points isolés d'observation n'était pas grand mais les résultats obtenus pour chacun d'eux étaient d'un grand poids et différaient par une petite dispersion des valeurs κ . Il est naturel que par la moyenne arithmétique de ces résultats, les erreurs dans les valeurs définitives H et κ étaient faibles et en tout cas pouvaient être ignorées puisque les exigences de précision à ce moment étaient fort inférieures aux exigences actuelles. Grâce au progrès dans la réalisation de l'appareillage et dans la méthode de réduction du matériel d'observation il devint possible d'obtenir des résultats très précis pour des séries mensuelles d'observations. Et bien que quelques chercheurs [2] commencent à prendre la moyenne vectorielle des résultats de la réduction du matériel d'observation par séries mensuelles, la plupart continue comme par le passé à s'en tenir à la méthode profondément enracinée qui est fondée sur la moyenne arithmétique. En réalité, P. Melchior [3] et quelques autres chercheurs ont déjà adopté ces dernières années la moyenne vectorielle des résultats obtenus.

Il est souhaitable que dans la suite, la déduction du résultat le plus probable pour chaque station de marée terrestre soit réalisée par tous uniquement par le moyen de la moyenne vectorielle. Il est nécessaire de faire cela non seulement parce qu'il faut préférer une méthode plus rigoureuse mais surtout dans le but d'augmenter la sûreté des données expérimentales obtenues.

3. A présent, presque dans toutes les institutions de recherche scientifique s'occupant de l'étude des déformations de marées de la Terre, on effectue l'analyse harmonique du matériel d'observation sur les marées terrestres à l'aide d'ordinateurs électroniques. L'introduction de ces machines a accéléré sensiblement le processus d'obtention des résultats définitifs et en même temps a diminué le volume de travail de calcul dépensé. Ces deux avantages de la nouvelle technique de calcul ont mis à la disposition du chercheur une possibilité plus large qu'autrefois de se servir du matériel d'observation en le soumettant, selon les nécessités, à la réduction par différentes méthodes et en faisant des recouvrements entre des séries isolées.

La réduction d'un même matériel d'observation par quelques méthodes en principe différentes d'analyse harmonique constitue un moyen important et nécessaire pour la mise en évidence d'erreurs systématiques possibles dans les données de départ et pour parvenir à plus de sûreté dans les résultats. Quant aux recouvrements entre les séries voisines, faites habituellement selon le jugement du chercheur, l'utilité et la nécessité de ce procédé ne sont pas tellement évidentes.

Le but fondamental qui est poursuivi dans la répartition de toute série réduite d'observations en séries mensuelles séparées (de 29 jours de 24 heures) se recouvrant l'une l'autre, est principalement d'augmenter le nombre des résultats obtenus pour que, par leur moyenne, la précision des résultats définitifs des valeurs γ (ou δ) et κ soit augmentée. Les recouvrements sont parfois tellement grands que la partie commune (couverte) pour les deux séries voisines est de plus de 60 % de la durée d'une série mensuelle. Par exemple, le Centre International des Marées Terrestres (Bruxelles, Belgique) dirigé par P. Melchior [3] applique, pour la réduction du nombreux matériel d'observation obtenu dans les stations de Marées Terrestres des différents pays, des recouvrements de 19 jours (les instants initiaux des séries successives ne se décalent l'un par rapport à l'autre que de 10 jours). Il est possible que ces grands recouvrements contribuent effectivement à l'augmentation de précision du résultat moyen. Cependant leur utilité à ce point de vue, autant que nous sachions, n'a pas encore été soumise à une étude spéciale quelconque. Si on prend en considération l'augmentation excessive (à peu près triple) du volume de calcul pour le travail d'analyse harmonique, même en utilisant la technique actuelle de calcul électronique, elle doit être considérée comme un inconvénient de cette répartition du matériel d'observation en séries séparées. D'autre part, les résultats obtenus pour les séries séparées de 29 jours (de 24 heures) ayant de grands recouvrements ne peuvent être envisagés comme indépendants.

Par conséquent, l'application des formules de la forme (6) pour estimer la précision d'obtention du résultat le plus sûr deviendra impossible puisque la déduction de ces formules est basée sur l'hypothèse de l'indépendance des résultats dont on a fait la moyenne. C'est pourquoi l'utilité de la répartition du matériel d'observation en séries séparées avec un grand recouvrement doit être reconnue non seulement comme peu fondée mais même doit être mise en doute.

Apparemment, en ce qui concerne le recouvrement entre les séries voisines séparées, il faut s'en tenir à une solution de compromis c.à.d. que si l'on fait des recouvrements, il faut qu'ils soient petits, pour que la partie recouverte constitue un petit pourcentage de tout le matériel de la série réduite. Dans ce cas, l'hypothèse de l'indépendance des résultats (3) obtenus pour des séries séparées peut être considérée comme fondée et par conséquent il n'y aura pas d'obstacle à l'application des formules (6) pour estimer la précision du résultat final. Quant à la valeur elle-même de ce petit recouvrement, son établissement doit être non arbitraire mais subordonné à l'ambition d'éliminer ou à la rigueur d'atténuer l'influence de l'erreur semi-systématique des

résultats déterminée par présence dans les ordonnées observées de l'onde météorologique diurne S_1 . L'amplitude et la phase de cette onde subissent au cours du temps de grandes variations, c'est pourquoi n'importe quel schéma d'analyse harmonique n'est pas en état de filtrer leur apport dans les ondes déterminées. Plus que toutes les autres, l'onde diurne K_1 est altérée par l'onde météorologique. Elle exerce une influence à un degré moindre mais encore importante également sur les ondes diurnes M_1 , O_1 et Q_1 .

La théorie de la réduction des observations de marées enseigne que pour éliminer le plus complètement une onde perturbatrice quelconque d'une onde déterminée donnée, on doit prendre le schéma de sommation des ordonnées pour lequel la différence entre les phases des ondes perturbatrice et déterminée dans les ordonnées successives parcourerait aussi vite que possible le circuit complet de 0 à 2π . Par analogie, dans la répartition du matériel d'observation en séries séparées il est souhaitable de s'arranger pour que les différences entre les phases des ondes déterminées Q_1 , O_1 et M_1 correspondant aux instants initiaux des séries d'une part et entre la phase de l'onde perturbatrice de l'onde S_1 , d'autre part, aient changé aussi vite que possible et aient parcouru un circuit complet de 0 à 2π pendant un petit nombre de séries mensuelles.

Table 2.

Décalage des phases des ondes lunaires les plus importantes de la marée terrestre par rapport à la phase de l'onde solaire diurne S_1 .

Onde	d									
	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Q_1	311,4	272,9	231,5	196,1	157,6	119,2	80,8	42,3	3,9	325,5
O_1	212,7	187,3	161,9	136,6	111,2	85,8	60,5	35,1	9,7	344,6
M_1	116,2	104,0	91,8	79,6	67,4	55,2	43,0	30,8	18,7	6,5
N_2	331,1	293,6	256,2	218,7	181,3	143,8	106,4	69,0	31,5	354,1
M_2	232,4	208,0	183,6	159,2	134,8	110,4	86,1	61,7	37,3	12,9
μ_2	104,7	56,0	7,2	318,5	269,7	220,9	172,2	123,4	74,6	25,9

Dans la table 2 on donne les valeurs des différences mentionnées pour les six ondes lunaires les plus importantes pour les intervalles entre les instants initiaux des séries voisines de 20 à 29 jours (de 24 heures). Comme nous le voyons, les recouvrements entre les séries voisines de 29 jours, de 8 jours ($d = 21$) et de 7 jours ($d = 22$) sont les plus avantageux pour l'application de la condition proposée. L'influence systématique de l'onde S_1 sur l'onde O_1 au moment de ces recouvrements changera de signe lors du passage d'une série à l'autre. Pour les ondes Q_1 et M_1 une influence systématique analogue terminera un circuit complet en trois et quatre mois. Cependant, malgré les avantages mentionnés de ces recouvrements, nous nous abstenons de recommander leur emploi puisqu'ils peuvent encore troubler substantiellement la dépendance des résultats obtenus pour des séries séparées.

Le recouvrement de 4 jours ($d = 25$) sera apparemment plus acceptable pour l'application pratique car il cède, à peu de chose près, le pas aux recouvrements de sept et huit jours (de 24 heures) en ce qui concerne l'élimination des influences systématiques de l'onde S_1 , mais au contraire diffère très avantageusement d'eux par sa petite dimension.

En réalité, les valeurs qui se trouvent dans la colonne $d = 25$ de la table 2 du déplacement des phases montre que dans ce recouvrement il faut prendre un cycle englobant 6-7 séries réduites seulement pour l'élimination des influences systématiques possibles de l'onde S_1 sur l'onde M_1 . Et pour les ondes Q_1 et O_1 qui sont des ondes lunaires fondamentales dans la marée terrestre diurne, des influences perturbatrices analogues de l'onde S_1 parcoureront un cycle complet de 0 à 2π pendant trois et quatre séries mensuelles respectivement. En ce qui concerne l'indépendance des résultats obtenus pour les séries séparées réduites avec ce petit recouvrement de 4 jours, elle ne sera pratiquement pas affectée. Les considérations exposées recommandent ce schéma de répartition du matériel d'observation en séries séparées (de 29 jours de 24 heures) telles que les instants initiaux de ces séries soient séparés l'un de l'autre par des intervalles de 25 jours c'est-à-dire que les recouvrements entre les séries voisines seraient égaux à quatre jours.

BIBLIOGRAPHIE.

[1]. K. GERKE

Rapport sur les études des marées terrestres faites dans la période passée par l'Institut für angewandte Geodäsie à Frankfurt-am-Main.

Comm. de l'Obs. Royal de Belgique, N° 188, Série Géoph. N° 58, pp. 129-138, 1961.

[2]. R.H. CORKAN

The analysis of tilt records at Bidston.

Month. Not. R.A.S. Geoph. Suppl. 4, p. 481, 1939.

[3]. P. MELCHIOR

Résultats de seize mois d'enregistrement de la marée à l'Observatoire Royal de Belgique (Uccle)

Annales de l'Observatoire Royal de Belgique, Troisième Série, t. VIII, Fasc. 4 (Série Géoph., N° 53), Liège, 1960.

A PROPOS DE LA REPARTITION DES ANALYSES HARMONIQUES MENSUELLES SUR UNE
LONGUE SERIE D'OBSERVATIONS DE MAREES TERRESTRES

(Commentaires à propos d'une publication de P.S.Matvéev)

par

Paul Melchior

(Centre International des Marées Terrestres)

Dans son travail [1] P.S.Matvéev a abordé deux points en faisant référence explicite aux méthodes de travail du Centre International. C'est pourquoi nous avons jugé utile de préciser à cette occasion notre manière de voir sur ces deux aspects de la réduction de routine des observations à savoir :

- 1° l'utilisation des moyennes vectorielles de tous les résultats partiels obtenus par les analyses successives du matériel fourni par une même station.
- 2° la raison du décalage de 10,5 jours qui a été choisi au Centre pour les analyses successives.

1° Utilisation des moyennes vectorielles.

Si l'on disposait dans chaque cas d'une longue série d'observations dont la durée minimum serait un an par exemple, la méthode à appliquer est celle qui a été exposée déjà par R.Lecolazet [2] et qui consiste à séparer, par une phase de calcul supplémentaire, les ondes K_1 , P_1 et S_1 entre elles, les ondes S_2 , R_2 , T_2 entre elles et ainsi de suite pour les divers groupes. Or les instruments utilisés pour l'étude des marées terrestres sont très délicats et, même quand leur fonctionnement est parfaitement continu, il y a tant de causes étrangères aux marées terrestres qui peuvent les perturber au cours d'une année, qu'il est presque impossible de disposer d'une série absolument pure sur laquelle toutes les analyses mensuelles peuvent être exécutées avec une précision égale de telle sorte qu'on puisse ensuite les fondre dans une réduction finale. Il y a probablement plus d'intérêt à sélectionner les périodes d'observations les meilleures pour les analyser et à rejeter les périodes perturbées quitte à perdre la continuité plutôt que d'accepter sans discrimination tout le matériel dans une réduction globale.

Si l'on ne dispose pas d'une longue série continue, on n'a évidemment plus qu'à considérer les résultats individuels des analyses harmoniques mensuelles et à les traiter par des méthodes statistiques.

Dans cet esprit nous avons introduit la considération des coefficients de corrélation [3] afin de détecter autant que possible les déficiences d'étalonnage.

Une fois ce contrôle réalisé, il convient de calculer, aussi bien que possible, une valeur conclue pour les paramètres relatifs aux diverses ondes (coefficients d'amplitude et phases) pour la station étudiée.

Il est évident que la moyenne arithmétique n'est pas correcte et que c'est la moyenne vectorielle qui doit être adoptée. Mais cette remarque avait déjà été faite en 1951 par W.D.Lambert lorsqu'il présentait le Rapport Général sur les marées terrestres à l'Assemblée de Bruxelles [4].

On prendra donc les valeurs conclues par moyennes vectorielles mais on fera aussi, avec avantage, le calcul des moyennes arithmétiques pour en comparer le résultat au précédent afin d'avoir une vue particulièrement claire sur la cohérence de la série, sur la dispersion des valeurs individuelles et sur les effets systématiques qui peuvent les affecter. C'est pour cette raison que nous avons récemment pris la décision de les indiquer dorénavant dans les tableaux de nos Bulletins d'Observations [5].

A titre indicatif nous reproduisons à la table 1, quelques résultats portant sur des séries d'observations assez longues.

On trouvera, sauf exception, une concordance quasi absolue entre les moyennes vectorielle et arithmétique pour les ondes de grande amplitude et surtout M₂ et K₁. Mais l'onde N₂ permet de se faire une idée plus précise de la cohérence des observations.

2° Décalage de 10,5 jours entre les analyses successives.

La raison de ce choix est simple et est clairement illustrée par la figure ci-jointe. En principe il suffirait de décaler les analyses de 30 jours pour éviter tout recouvrement et obtenir des résultats indépendants qui pourraient ensuite être soumis au calcul des moyennes. Cependant, comme l'on veut se rendre compte de la dispersion des résultats mensuels individuels et surtout de l'évolution des paramètres dans le temps, divers auteurs ont adopté des recouvrements partiels de leurs séries analysées. Un recouvrement proposé était de 10 jours ce qui correspond à un décalage de 21 jours. Comme le montre la figure (schéma A) ce recouvrement présente l'inconvénient de créer deux séries d'analyses indépendantes qui ne couvrent pas chacune tout le domaine des mesures. Des intervalles de 10 jours, espacés entre-eux de 21 jours, sont périodiquement pris avec un poids double des autres dans les réductions.

Par contre le recouvrement de 21 jours, correspondant à un décalage de 10,5 jours, permet de constituer trois séries indépendantes dont chacune couvre tout le domaine des mesures de manière égale, exception faite du début et de la fin d'enregistrement. Ainsi toutes les journées d'observations sont prises avec le poids 3 tandis que les premiers et derniers dix jours ont le poids 1 et les dix jours contigus à ceux-ci ont le poids 2. Cette disposition n'est pas sans intérêt car on constate souvent que le début d'une campagne de mesures est caractérisé par une dérive plus forte et plus variable correspondant à la stabilisation de l'appareil qui vient d'être installé tandis que la fin des mesures correspond bien souvent à la préparation d'une période de fonctionnement anormal ou déficient. Ceci n'est évidemment pas une règle absolue mais est bien fréquent.

Dès lors on pourra traiter, comme nous l'avons fait en [6] trois séries d'analyses équivalentes, mais associant dans des groupements différents le même matériel d'observation, chacune des trois séries étant composées d'analyses basées sur des mesures complètement indépendantes.

Nous en donnons quelques exemples, relatifs à des pendules horizontaux, à la Table 2.

Nous avons donné en [6] des tables détaillées analogues pour nos gravimètres.

Ce mode de traitement des données permet à nouveau de se faire une idée sur la cohérence des observations.

L'augmentation du travail de calcul évoquée par P.S.Matvéev n'est pas aussi considérable qu'il l'indique car seules les deux dernières étapes du passage en ordinateur doivent être répétées : calcul des amplitudes et phases observées pour les 10 ondes principales, calcul des ondes homologues et comparaison. Les phases de préparation des données, de vérification, d'élimination de la dérive et de calcul des séries diurne et semi-diurne ne se font qu'une fois. Par conséquent, pour six mois d'observations analysés par les schémas de la figure ci-contre on aurait sur IBM 1620, les temps "machine" suivants :

- 1° analyse de 6 intervalles contigus de 30 jours : 59 minutes.
- 2° schéma A, 8 intervalles avec décalages de 21 jours : 71 minutes.
- 3° schéma B, 15 intervalles avec décalages de 10,5 jours : 113 minutes.

Ce calcul peut être vérifié d'après les temps donnés en [7].

On ne triple donc pas le travail, loin de là. En outre il faudrait tenir compte dans un bilan de ce genre de ce que le travail de lecture des courbes enregistrées (8 heures pour un mois) et de perforation des cartes (1 heure pour un mois), qui constitue à présent une tâche 8 à 9 fois plus lourde que le calcul proprement dit, n'est effectué qu'une seule fois.

Enfin, pour ce qui concerne les déphasages des diverses ondes lunaires par rapport à S_1 , le décalage de 10,5 jours donne :

$O_1 : 273^\circ 7$	$M_2 : 104^\circ 0$
$Q_1 : 136^\circ 5$	$N_2 : 326^\circ 8$
$M_1 : 51^\circ 9$	$\mu_2 : 208^\circ 0$

Valeurs aussi avantageuses que celles de la Table 2 de Matvéev.

Table 1

Stations	n	M ₂		S ₂		N ₂		K ₁		O ₁		O ₁	
		δ	κ	δ	κ	δ	κ	δ	κ	δ	κ	δ	κ
Uccle G. 145	64	1,169 + 0°15 1,170 + 0°16		1,221 - 1°13 1,224 - 1°21		1,136 - 1°60 1,156 - 1°97		1,150 - 1°21 1,150 - 1°20		1,152 - 1°52 1,153 - 1°51		1,223 - 6°45 1,290 - 1°75	
Uccle G. 160	63	1,165 + 1°42 1,165 + 1°41		1,179 - 1°42 1,181 - 1°27		1,126 + 2°01 1,133 + 1°87		1,147 + 0°49 1,149 + 0°40		1,139 + 0°63 1,143 + 0°76		1,210 + 3°38 1,288 + 2°30	
Strasbourg NA	47	1,198 + 1°07 1,198 + 1°07		1,195 - 1°85 1,195 - 1°85		1,184 + 1°88 1,184 + 1°83		1,161 - 0°67 1,161 - 0°68		1,179 - 1°24 1,179 - 1°24		1,177 - 2°04 1,183 - 1°91	
Genova G.	63	1,206 - 0°09 1,206 - 0°05		1,285 - 0°67 1,289 - 0°58		1,204 - 3°91 1,218 - 4°22		1,190 - 0°52 1,192 - 0°48		1,207 - 1°07 1,208 - 1°05		1,204 - 0°99 1,240 - 0°82	
		γ	α	γ	α	γ	α	γ	α	γ	α	γ	α
Sc্লাigneaux 1 EW	61	0,927 + 5°04 0,927 + 5°03		0,881 - 1°44 0,883 - 1°36		0,926 + 6°05 0,945 + 6°31		0,780 + 3°36 0,787 + 3°54		0,653 + 4°26 0,661 + 3°60			
Sc্লাigneaux 1 NS	86	0,977 + 2°09 0,978 + 2°10		1,105 + 6°16 1,110 + 6°23		1,046 - 2°83 1,058 - 2°55							
Warmifontaine 1 EW	20	0,815 - 5°58 0,815 - 5°56		0,731 - 10°19 0,731 - 10°17		0,836 - 4°40 0,843 - 4°45		0,800 - 7°84 0,803 - 8°10		0,764 - 9°32 0,767 - 4°44		0,884 - 19°95 1,006 - 15°21	
Warmifontaine 2 EW	11	0,770 - 6°34 0,770 - 6°35		0,766 - 12°37 0,766 - 12°35		0,836 - 9°91 0,847 - 9°30		0,799 + 4°97 0,804 + 4°78		0,737 + 3°21 0,738 + 3°28		0,330 - 2°79 0,486 - 4°09	
Warmifontaine 2 NS	27	0,745 - 0°16 0,745 - 0°17		0,798 + 9°22 0,799 + 9°24		0,743 - 1°61 0,748 - 1°74							
Kondara EW	57	0,603 - 4°67 0,609 - 4°58		0,651 - 8°32 0,665 - 8°22		0,630 - 6°81 0,659 - 4°97		0,820 - 2°71 0,944 - 6°93		0,732 - 8°08 0,830 - 10°13			

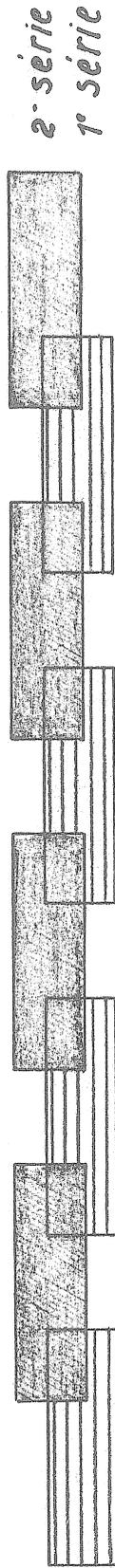
Table 2

Stations	Epoque	88 11 08	n	M ₂	S ₂	N ₂	K ₁	O ₁	O ₁
Sc1. P ₁ . EW	60/10/13-61/02/16	I	5	0,950 + 4,90	0,916 - 2,58	0,877 + 1,41	0,740 - 0,91	0,679 + 6,97	0,633 - 1,45
	60/10/23-61/02/26	II	5	0,941 + 5,67	0,910 0	0,914 - 0,45	0,716 - 0,41	0,687 + 1,94	0,601 + 8,17
	60/11/03-61/03/09	III	5	0,932 + 5,91	0,921 - 1,48	0,953 + 2,24	0,721 - 0,44	0,694 - 0,32	0,474 - 1,81
	5 mois		15	0,941 + 5,49	0,916 - 1,36	0,915 + 1,08	0,726 - 0,59	0,686 + 2,83	0,568 + 1,83
Sc1. P ₁ . EW	61/05/11-61/10/15	I	6	0,910 + 5,65	0,886 - 0,84	0,872 + 10,72	0,854 - 0,42	0,681 + 2,15	1,116 - 10,48
	61/05/21-61/10/26	II	6	0,918 + 5,66	0,877 - 3,54	0,967 + 14,05	0,855 + 0,46	0,620 + 9,98	0,945 - 36,68
	61/06/01-61/11/05	III	6	0,909 + 5,07	0,852 - 2,39	0,902 + 2,00	0,846 + 0,40	0,575 + 6,88	0,818 + 10,12
	6 mois		18	0,913 + 5,46	0,871 - 2,25	0,910 + 9,03	0,851 + 0,14	0,625 + 6,19	0,911 - 13,20
Sc1. P ₉ . NS	60/08/04-61/01/08	I	6	0,980 + 0,64	1,115 + 4,99	1,101 - 5,73			
	60/08/14-61/01/19	II	6	0,985 - 0,21	1,101 + 4,88	1,062 - 2,54			
	60/08/25-60/12/29	III	5	0,968 - 0,89	1,103 + 4,86	1,092 - 3,97			
	6 mois		17	0,978 - 0,11	1,107 + 4,91	1,084 - 4,10			
Sc1. P ₉ . NS	61/03/13-62/01/22	I	11	1,001 + 2,44	1,154 + 5,20	1,048 - 3,61			
	61/03/24-62/02/02	II	11	1,001 + 2,09	1,149 + 5,29	1,111 - 2,12			
	61/04/03-62/02/12	III	11	0,990 + 2,95	1,135 + 5,28	1,083 - 3,16			
	11 mois		33	0,997 + 2,49	1,146 + 5,26	1,081 - 2,95			
W. P ₂₃ . NS	62/08/29-63/05/08	I	9	0,742 - 0,10	0,797 + 8,64	0,728 - 3,66			
	62/09/09-63/05/19	II	9	0,747 - 0,22	0,794 + 9,63	0,751 + 0,24			
	62/09/19-63/05/29	III	9	0,745 - 0,50	0,802 + 9,05	0,751 - 1,83			
	9 mois		27	0,745 - 0,16	0,798 + 9,22	0,743 - 1,61			

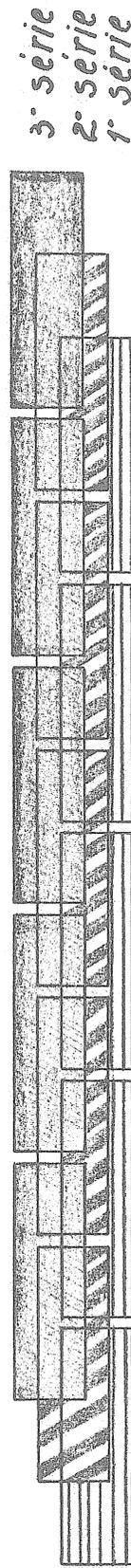
BIBLIOGRAPHIE

- [1] P.S. MATVEEV.
Remarques au sujet du calcul de la moyenne de résultats d'analyses harmoniques de marées terrestres.
(*Troudi Poltavskoï Grav. Obs. XII*, pp. 115-124- 1963. Traduit dans *BIM N° 35* pp. 1142 à 1149).
- [2] R. LECOLAZET.
La méthode utilisée à Strasbourg pour la séparation des ondes K_1 , P_1 et S_1 .
(*BIM N° 19* - pp. 311 - 321, 1960)
- [3] P. PAQUET
Programme pour la comparaison et la discussion d'un ensemble de résultats d'analyses harmoniques de marées terrestres.
(*BIM N° 29* - pp. 699-702, 1962)
- [4] W.D.LAMBERT
Rapport Général sur les Marées de l'Ecorce Terrestre.
(*Trav. Assoc. Géod. 9e Assemblée Générale, Bruxelles 1951*, cf. page 30-31)
- [5] J. VERBAANDERT et P. MELCHIOR
Station Warmifontaine. Mesures faites dans les composantes N.S. & E.O. avec les pendules horizontaux ORB N° 23 et N° 9 en 1962-1963.
(*Bull. Obs. Marées Terrestres ORB*, vol II, fasc. 2 - 1963)
- [6] P. MELCHIOR et P. PAQUET
Conclusions tirées de quatre années d'enregistrements gravimétriques de marées terrestres à Bruxelles.
(*Comm. Obs. R. Belgique, Série Géoph. N° 64*, 1962)
- [7] P. MELCHIOR.
Méthodes de calcul électronique sur ordinateur IBM 1620 dans l'analyse harmonique des marées terrestres au Centre International.
(*BIM N° 28* pp. 645-647, 1962).
-

Décalages de 21 en 21 jours



Décalages de 10,5 en 105 jours



THE USE OF POWER SPECTRUM ANALYSIS FOR EARTH TIDES.

Bernard D. Zetter

U.S. Coast and Geodetic Survey.

In recent years power spectrum analysis has proved to be a useful technique for oceanographers in the study of waves. It has been successfully used in various regions of the frequency range such as wind waves, tsunami, and very low frequencies (less than one cycle per day). It, therefore, was more or less inevitable that it would be applied to that portion of the spectrum that includes the diurnal and semi-diurnal astronomical tides.

It is my contention that, in the analysis of this last portion of the spectrum, it is ordinarily neither desirable nor economical to use power spectra. I think it is very important that this be carefully examined now; otherwise it is possible that power spectra will be accepted as a standard procedure in earth tide analysis on the assumption that a method that is more sophisticated must be better.

The principal application of modified harmonic analysis now used with earth tides is to determine the ratio of observed to theoretical equilibrium amplitudes. These ratios are used for calculating Love numbers; the latter are significant in evaluating various models of the earth.

Note that we are dealing with a limited number of unique frequencies rather than a continuum of energy and that the energies of these frequencies have more or less constant phases; that is, the lag behind some astronomical motion (for example, the transit of the moon) is fixed. Furthermore, the ratio of signal to noise is exceptionally high. These are unique properties that are not found in other regions of the frequency spectrum. It is the uniqueness of these properties that has made accurate predictions of both ocean and earth tides possible. I contend the same uniqueness removes these phenomena from a general purpose type of analysis, such as power spectrum, and permits one that takes cognizance of these special properties.

As an example of information on tidal lines obtained by both power spectral analysis and by Fourier analysis, I use some results recently obtained in sea level studies with Dr. Walter Munk and Dr. Gordon Groves at the Institute of Geophysics and Planetary Physics, University of California at San Diego.

These were part of a recent presentation at the IUGG IAPO meeting in Berkeley (Groves et al) which included the results from spectral analysis of about 50 years of sea level data for Honolulu, San Francisco, and Balboa. In the calculations reported on here, the hourly data had been low passed to avoid aliasing (Blackman and Tukey) in the process of decimation to one value per 4 days. The formulas and notation used (Munk et al) are for a series of N values of data $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$ which have been normalized so that $\langle x_i \rangle_i = 0$, where $\langle \rangle_i$ designates an average value over all N values of i .

1. $A(L) = \langle x_i x_{i-L} \rangle_i$ where A is the autocorrelation for lag L .
2. $X(k) = \delta_k \langle A(L) \{ 1 + \cos(\pi L/m) \} \cos(k\pi L/m) \rangle_L$ where L and k have the values $0, 1, \dots, m$, and $\delta_k = \frac{1}{2}$ for $L = 0$ or m , and $\delta_k = 1$ otherwise.

The autocorrelations have been multiplied by a fading function $\{1 + \cos(\pi L/m)\}$ which converts the abrupt ends into smooth die-aways.

Munk et al shows that $X(k)$ is an estimate of the energy per unit interval of F , centered on $F = k$, $k = 0, 1, 2 \dots m$, where $F = f \cdot 2m \cdot \Delta t$ is a dimensionless number proportional to the frequency f , m is the chosen number of lags and also of spectral values, and Δt is the time interval between two readings of x .

It is shown that the estimate $X(k)$, which ideally should equal the energy in the frequency interval $F = k - \frac{1}{2}$ to $F = k + \frac{1}{2}$ actually depends on frequencies from $F = k - 2$ to $F = k + 2$.

Therefore neighboring $X(k)$'s are not independent ; in fact, to separate two frequency bands completely, they must be separated by at least four units of F . Other techniques are used by other authors, using hamming (weights of 0.23, 0.54, 0.23) and hanning (weights of 0.25, 0.50, 0.25) applied to the raw spectral values to smooth these for statistical stability purposes. The net result always includes the spreading of energy over at least a few frequency band widths.

We used 250 values over the frequency range from 0 to .125 cycle per day (cpd), for a $\Delta f = .0005$ cpd. The tidal lines of interest in the frequency range being analyzed are primarily Mm and Mf, the lunar monthly and fortnightly constituents. Figure 1 shows the power spectra for the three stations in this range with energy in units of cm^2/cpd , using a logarithmic scale. The frequency values at the bottom are in consecutive multiples of .0005 cpd. The number of degrees of freedom ($2N/m$) is nearly 50; therefore, there is a 95 % probability that the true spectral values lie approximately between 0.69 and 1.55 times the computed value (Munk et al, Table 1). Thus, while in the graphs, the tidal lines are evident for all the Mf's and also for the Mm for Honolulu, the statistical reliability is not even as good as would appear to be indicated by peaks. Note also that these lines are barely notable above the continuum even though there is no contamination from nearby lines such as are found in the usual range of frequencies ordinarily considered in earth tides (diurnal and semidiurnal tides).

A relatively rough technique was used to evaluate the amplitudes of Mm and Mf from the power spectral data. We assumed that the energy due to a line was spread over five band widths, centered on the band width containing the specific frequency. We furthermore assumed that the energy due to the line was superimposed on a continuum of energy which was constant in the region of five frequency bands on either side of the centered frequency band.

Therefore, if Δf_1 is the central band, we estimated the continuum level by averaging the energy for Δf_{1-5} , Δf_{1-4} , Δf_{1-3} , Δf_{1+3} , Δf_{1+4} , and Δf_{1+5} . This average was then subtracted from the five energy values for Δf_{1-2} to Δf_{1+2} . The remainders (r_{1-2} to r_{1+2}) were then summed and the amplitudes (a) computed by formula

$$\frac{1}{2} a^2 = .0005 \sum_{j=1-2}^{1+2} r_j$$

The important points to note in these determinations are :

1. They were possible only because there were no nearby lines and, therefore, the values could be readily resolved.

2. No determination of phase was obtained. Theoretically, the phase can be determined by a cross spectral analysis of the data with a predicted comparable series whose phase is predetermined. The phase difference for the maximum coherence (Munk et al, p. 289) could then be applied to the predetermined phase to obtain the phase for each frequency band. By spreading the energy over several frequency bands, the ratio of signal to noise (the continuum) was appreciably decreased, and the degree of reliability of the amplitude and phase determinations therefore was decreased.
3. The spreading of energy of the weaker lines sought effectively made it impossible to identify these in the continuum.

In describing the above method of obtaining Mm and Mf from the power spectrum analysis, I should make it clear that this was not the purpose for which the analysis was made. We were, in fact, seeking for large contributions of energy from frequencies other than those identified in tidal theory. We did not find any having significantly more energy than neighboring frequencies (no peaks).

Contrast all of the above with what was obtained using a conventional Fourier analysis of the same data.

Mf has a frequency of .0732022 cpd. The data (as before decimated after low passing to a $\Delta t = 4$ days) was reduced to 4450 values so that the line would fall almost exactly on a harmonic of the series length ($1303 \times \Delta f = .0732025$). This device serves to simplify the resolution of the amplitude (and phase) of the line. Presumably, by optimizing the signal to noise ratio, it also maintains the optimum reliability of the results. The Fourier analysis was computed for ten frequencies on either side of the approximate Mf frequency (.07264074 to .07376434 cpd); the amplitudes (in feet) are shown in Figure 2.

A similar technique was used for Mm. The first 4581 of the data were used so that the frequency (.0362916 cpd) closely matched a harmonic of the series length ($665 \times \Delta f = .0362990$ cpd). The amplitudes from the Fourier analysis are shown in Figure 3 for 21 frequencies from .035753175 to .036844875 cpd.

Note the additional flexibility in being able to use any series length for any frequency with no appreciable increase in computing time. In power spectra, not only must the computations be done for the whole range of frequencies but only one size of band width is used across this range so there is no flexibility in centering particular frequencies within their respective band widths.

There is one more related point that should also be considered at this time and that is the effect of tapering a whole series in order to reduce the sideband effect of lines whose frequencies do not coincide with exact harmonics of a series length. Because the periods of the principal tidal lines are incommensurable, there is always this problem.

Ordinarily, when we apply Fourier analysis to a finite series, we are essentially analyzing an infinite series to which we apply a factor of 1 for the time interval of the finite series and a factor of 0 everywhere else, before and after.

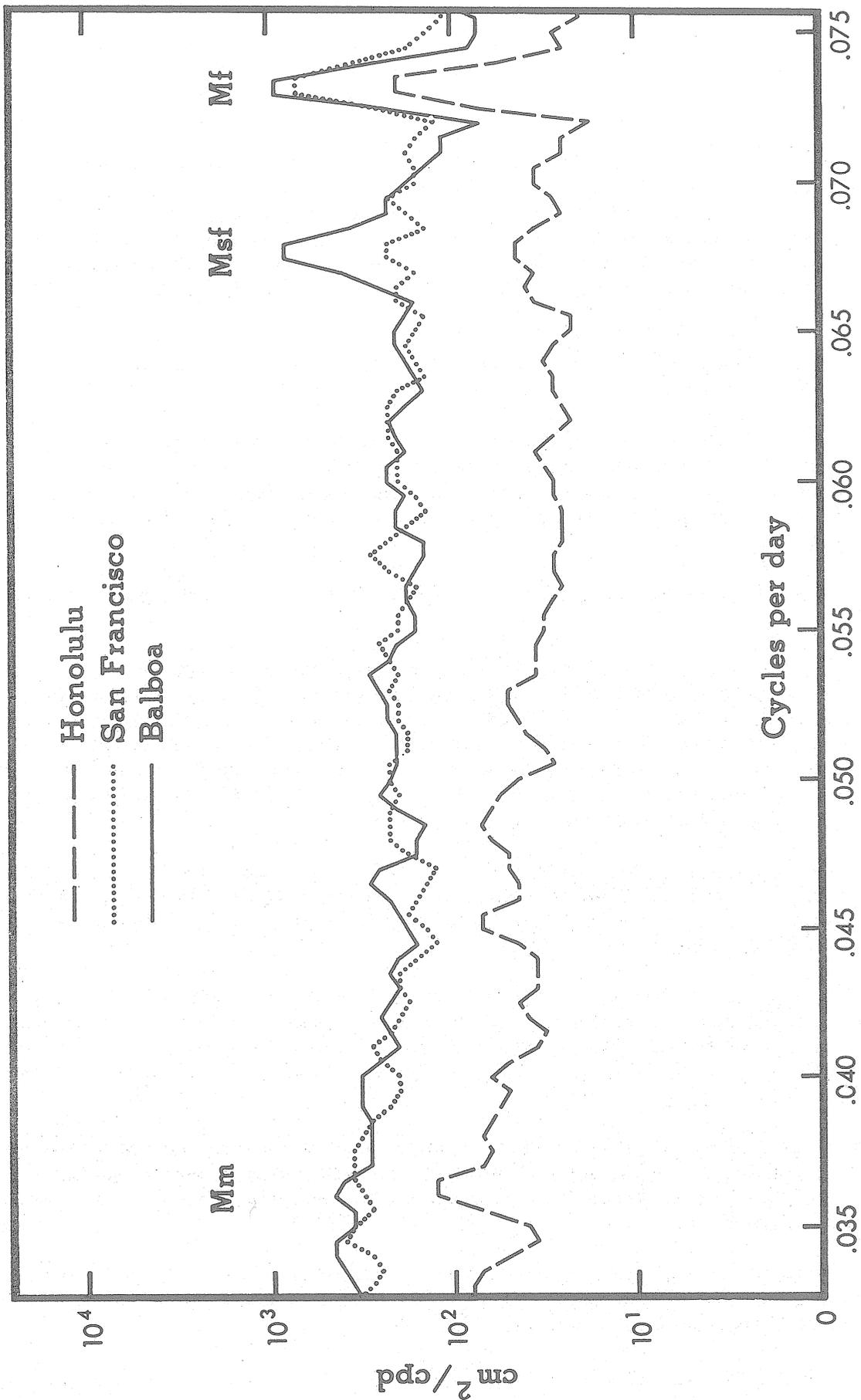


Fig. 1 - Results from Spectral Analysis of Sea Level Data
(in frequency range from .033 to .075 cpd)

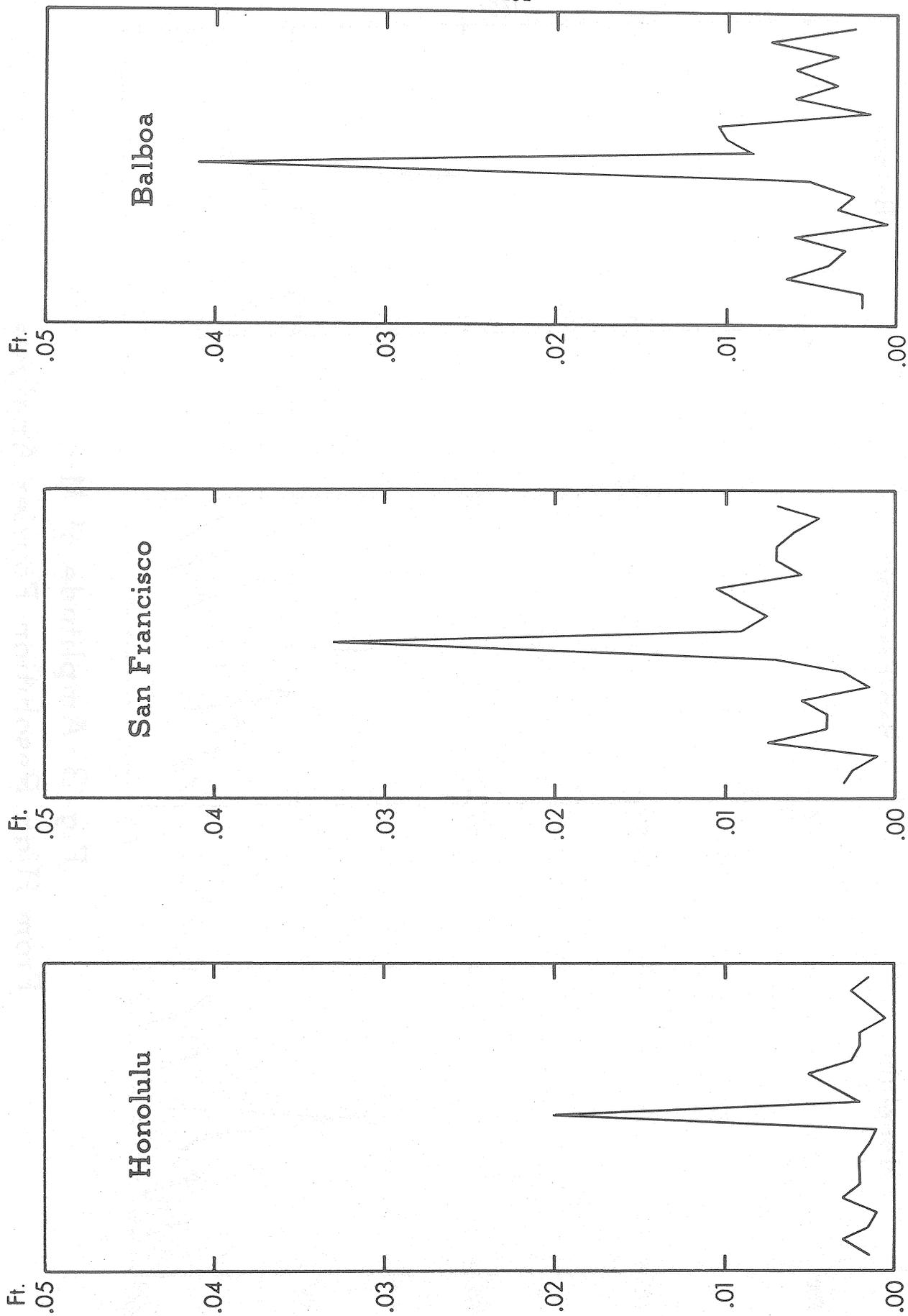


Fig. 2 - Amplitude of Mf
From High Resolution Fourier Analysis

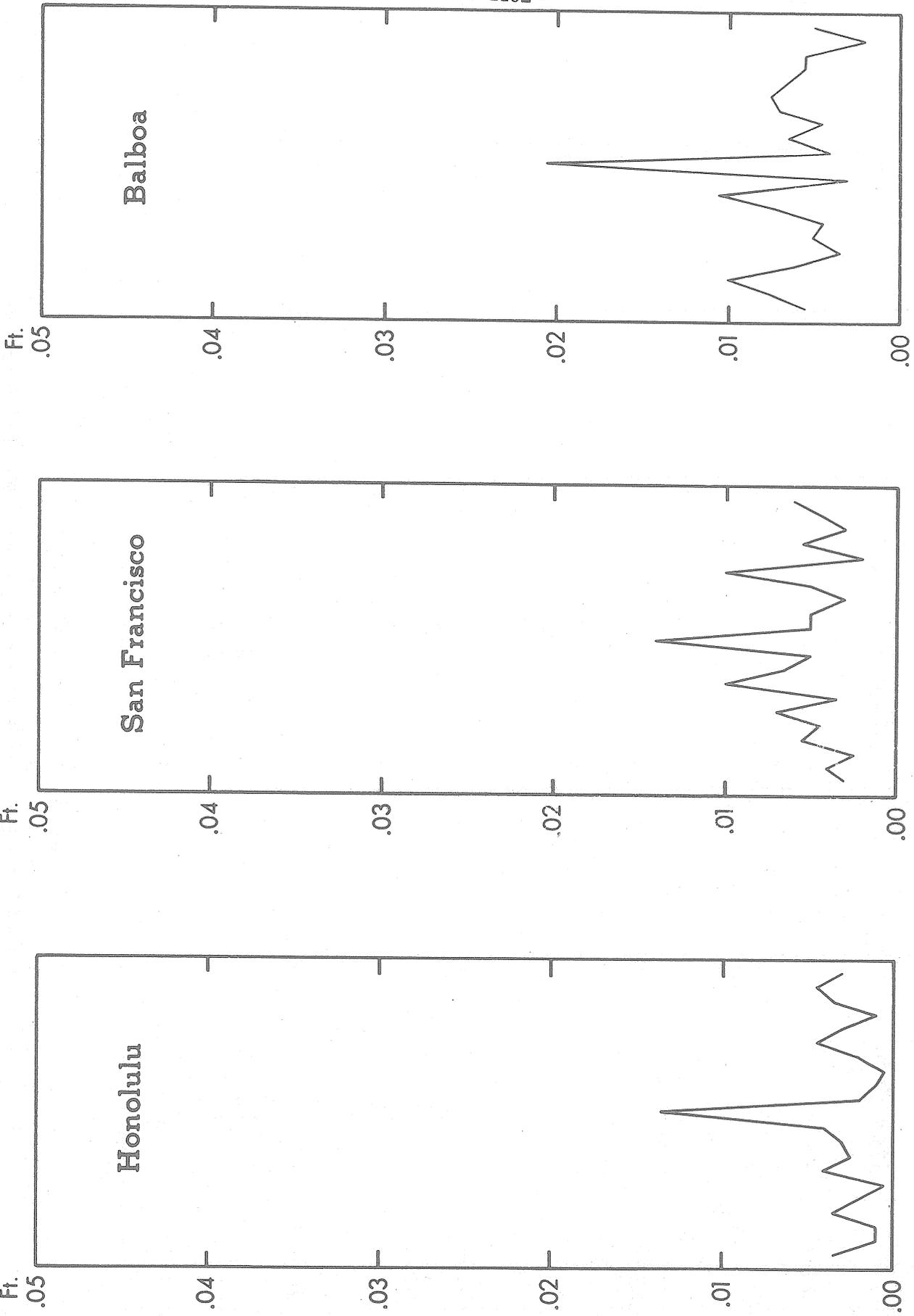
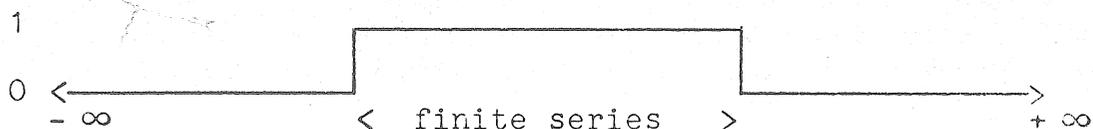
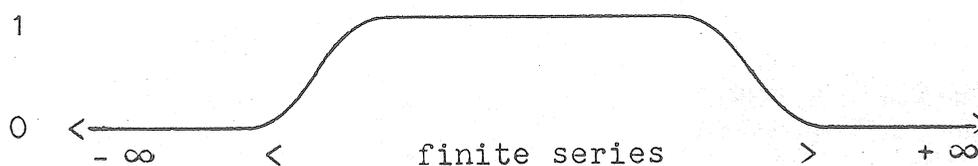


Fig. 3 - Amplitude of Mm
From High Resolution Fourier Analysis

This is called statistically a box car, the name presumably related to the graph :



The abrupt beginning of this series can be shown mathematically to result in high side-band contributions over large portions of the frequency spectrum. It can also be shown that when the series is tapered to smooth the beginning and end



and the values normalized to retain the original total energy (mean square value of taper equals 1), these sidebands are appreciably reduced. In the calculations for Groves et al, we used a resolution of one cycle per 18.6 years on a tapered series to get the energy level very close to the tidal lines in frequency ranges near 1 and 2 cpd. The taper we used was demonstrated to be highly effective in diminishing the sidebands very quickly (that is, close to the lines). However, and this is critically important, we were not trying to evaluate energy at the lines. We knew full well that, in effectively diminishing the sidebands, we were at the same time spreading the energy of the lines over at least a few nearby frequencies. Since we were seeking the energy level of the continuum, not tidal lines, using a taper made our required determinations possible.

Summing up, four different types of smoothing have been considered: tapering of the original data, a fading function applied to the autocorrelations, the smoothing implicit in using a small number of lags in the autocorrelations (small compared to all the frequencies possible in the Fourier analysis), and smoothing the raw spectral values (hamming or hanning). Each of these has the effect of diminishing the resolution of tidal lines. In tidal theory, we have four semidaily constituents, R_2 , S_2 , T_2 , and K_2 which are separated from their adjacent constituents by one cycle per year. Inasmuch as the amplitude and phase of each of these must be determined with a minimum of contamination from adjacent lines, no smoothing can be tolerated unless the series to be analyzed extends over a period of at least a few years, the exact number depending on the characteristics of the particular smoothing device. Furthermore, even if contamination is avoided by a long enough series, the determination of the amplitude requires some devious technique of combining the amplitudes of several adjacent lines (as was done with the energy of M_m and M_f in this paper); the determination of the phase from the results spread over a few nearby Fourier lines appears to be even more unsatisfactory.

Essentially then, the various smoothing techniques may be quite desirable under certain research requirements. These are not the requirements we ordinarily deal with in earth tide analysis where the ordinary end products are the amplitudes and phases of tidal lines with predetermined frequencies.

I wish to express my appreciation to Dr. Gordon W. Groves, Institute of Geophysics and Planetary Physics, University of California at San Diego, and Mr. Leslie F. Bailey, Coast and Geodetic Survey, for reviewing the preliminary draft of this paper and making helpful suggestions. However, this does not imply that either necessarily agrees completely with the final draft.

BIBLIOGRAPHY.

R.B. BLACKMAN and J.W. TUKEY
The Measurement of Power Spectra.
Dover Publications Inc., 1958.

G.W. GROVES ; W.H. MUNK ; and B.D. ZETLER
"High Resolution Determination of Sea Level Spectrum Between 0 and 2 Cycles Per Day".
Presented at IUGG 1963 meeting (IAPO) Berkeley, California (not yet published).

W.H. MUNK ; F.E. SNODGRASS ; and M.J. TUCKER
"Spectra of Low-Frequency Ocean Waves" .
Bulletin of the Scripps Institution of Oceanography of the University of California, La Jolla, California, Volume 7, No 4, University of California Press, 1959.

QUELQUES PROGRES REALISES DANS LA METHODE D'ETALONNAGE DES PENDULES HORIZONTAUX.

par

J. Verbaandert

(Observatoire Royal de Belgique, Bruxelles)

La méthode de la crapaudine dilatable s'est montrée, au cours d'une longue série d'étalonnages de pendules, précise et commode pour la détermination des coefficients de sensibilité des pendules en quartz du type O.R.B.

Il est évident que toute la qualité des étalonnages dépend de la précision des mesures interférométriques servant à mesurer les coefficients élastiques des diverses crapaudines utilisées. Aussi, ces dernières années, des efforts ont été faits pour améliorer la technique des mesures interférométriques.

Un nouveau laboratoire a été installé à Uccle et il est actuellement possible d'étudier très rapidement et dans des conditions supérieures de précision la dilatabilité des crapaudines pour des variations du niveau mercuriel atteignant 5 m. environ ce qui correspond au défilement d'environ 10 anneaux d'interférence ; auparavant les variations du niveau Hg ne s'élevaient au maximum qu'à 2 m. avec un défilement possible de 4 anneaux seulement.

Actuellement, en cours d'étalonnage d'une crapaudine, les mouvements suivant la verticale du godet mercuriel sont automatisés et se font avec une grande précision tandis que les lectures des différents niveaux mercuriels sont enregistrées photographiquement. Dans ces conditions la rapidité des opérations devenue très grande, influence favorablement la précision des résultats obtenus.

De nombreuses études comparatives ont aussi été faites en utilisant des raies spectrales différentes à savoir, le mercure, le cadmium et le sodium. Aucune différence sensible n'a pu être mise en évidence entre les résultats ainsi obtenus.

Sur les deux tableaux suivants, que nous donnons à titre documentaire, figurent de nombreux résultats d'étalonnages des crapaudines N° 21 et 25 établis dans des conditions variées; notamment en modifiant la charge que supporte le centre de la crapaudine et aussi en faisant varier dans des proportions notables la pression mercurielle interne.

Nous voyons d'abord, en consultant les premières colonnes des deux tableaux, que les mesures effectuées en faisant passer un seul intervalle d'anneau sont actuellement précises. Avec l'ancienne installation, pour obtenir une précision équivalente, il fallait faire défiler quatre intervalles d'anneau et diviser ensuite par 4 le ΔH mercuriel mesuré.

Cette dernière méthode n'est d'ailleurs sujette à aucune objection pour autant qu'on admette la linéarité parfaite des valeurs des bombements de la face portante en fonction des pressions mercurielles appliquées.

En consultant les valeurs moyennes au bas des différentes colonnes, on se rend compte que si cette linéarité est presque réalisée pour la crapaudine N° 25, il n'en est pas de même pour la crapaudine N° 21 où des variations de plusieurs % se manifestent.

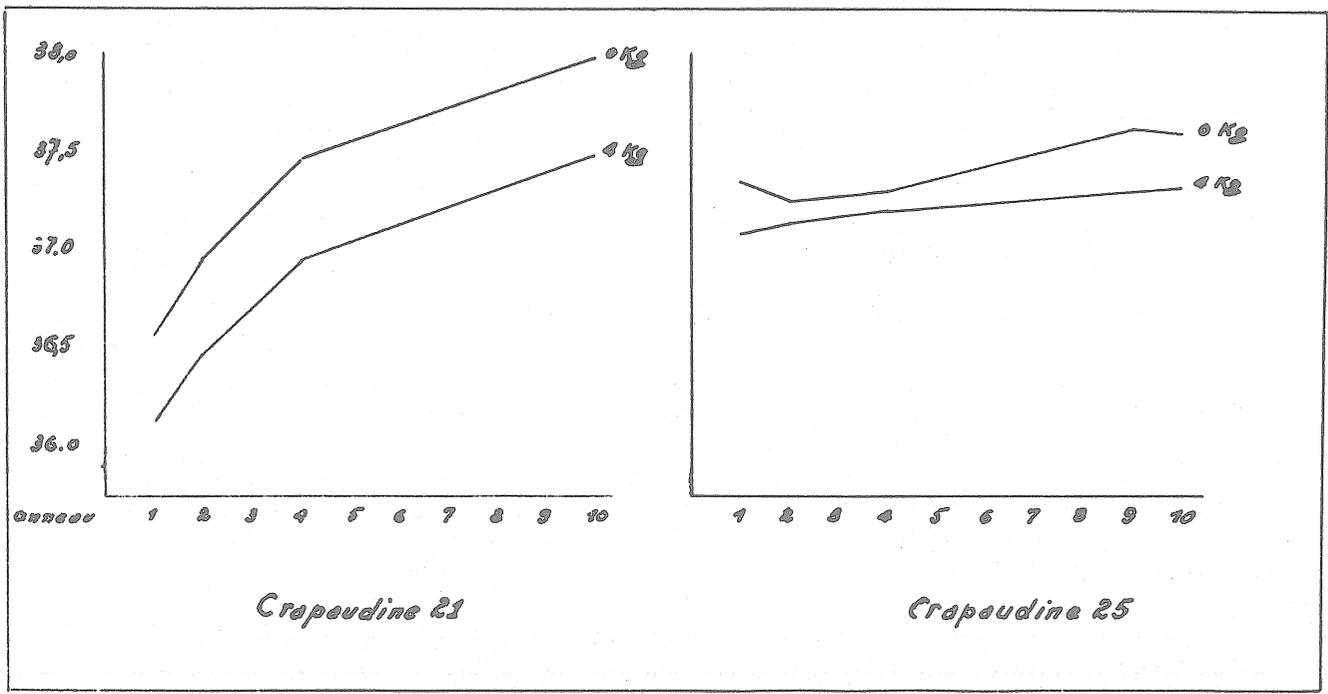
Les crapaudines se comportent en général comme si elles résistaient de plus en plus à une déformation à mesure que la pression augmente et cela d'une manière différente lorsque l'on passe d'une crapaudine à une autre.

Dans le cas de l'étalonnage d'un pendule, l'amplitude des variations du niveau mercuriel que nous réalisons à Uccle, correspond à 48 cms environ, donc au passage d'un anneau, ce sont donc les nombres de la première colonne qui comptent et non ceux de la troisième comme ce fut le cas dans les déterminations interférométriques anciennes. Pour la crapaudine N° 21, la méthode d'étalonnage interférométrique en observant le passage de 4 anneaux entraîne une erreur ultérieure dans les étalonnages de pendules d'environ 3 %, par contre, avec la crapaudine 25 qui est linéaire aucune erreur de ce genre ne peut résulter.

Actuellement toutes les crapaudines sont étudiées comme les crapaudines 21 et 25 dont il vient d'être question, dans des conditions de pression très variées de manière à mettre en évidence les écarts de linéarité et les anciennes crapaudines seront éventuellement revues.

Nous pouvons rapprocher les remarques ci-dessus, de la note qui a été publiée dans le "Bulletin d'observation des marées terrestres" de l'Observatoire Royal de Belgique, Vol. 1, fasc. 4 p. II où se trouve signalée une discordance de 3 % au total entre les résultats d'étalonnage du pendule O.R.B. N° 9 suivant que la détermination se trouve basée sur la crapaudine N° 10 ou N° 1. Cette discordance sera probablement annulée avec les nouvelles valeurs d'étalonnage.

Ainsi qu'on peut le constater aussi sur les deux tableaux, l'étalonnage interférométrique est maintenant devenu assez précis pour mettre facilement en évidence l'influence d'une surcharge qui vient augmenter la pression exercée par la vis de dérive d'un pendule sur le centre de la crapaudine. On constate pour le pendule 21 une variation d'environ 1 % des caractéristiques d'étalonnage pour une augmentation de la charge de 4 kgs ; par contre, pour le pendule N°25 cette augmentation ne s'élève qu'à 0,7 %.



INCLINAISONS DE MAREES D'APRES LES OBSERVATIONS AVEC LE CLINOMETRE PHOTO-ELECTRIQUE A PRIBRAM (près de Prague).

A.E. Ostrovskii, Ja Picha, L. Skalski, L.J. Mironova, N.G. Witman.

Recherches sur les Marées Terrestres art. XIII section du Programme IGY N° 3.

1963

ПРИЛИВНЫЕ НАКЛОНЫ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ С ФОТОЗЛЕКТРИЧЕСКИМ НАКЛОНОМЕРОМ В ПРЖИБРАМЕ (БЛИЗ ПРАГИ)

А.Е. Осмровский, Я.Пиха, Л. Скальский, Л.И.Миронова, П.Г.Витман

Изучение земных приливов сборник статей XIII раздел програаммы мкг N° 3

1963

Le professeur F. Keller fut en 1910 le premier à commencer des observations sur les inclinaisons de la Terre dans un puits profond de Pribram. L'académicien F. Cechura poursuivit les enregistrements. Il obtint une série d'enregistrements couvrant les années 1926-1928 et 1933-1940. Les meilleurs de ces enregistrements ont été réduits par V. Petr. et Ja Picha. Les résultats de l'analyse ont été publiés dans les travaux [1, 2, 3, 4, 5].

Depuis 1958 les inclinaisons sont enregistrées en deux points aux profondeurs de 1000 et 1300 m. par des pendules horizontaux du type Schweydar [2] dont la période est de 60-70 sec. et dont la longueur de levier optique est de 3,5 m. La sensibilité de ce clinomètre est très élevée : environ 250 millimètres par seconde d'arc ($1 \text{ mm} = 0''004$). Grâce à la grande profondeur, l'influence de la température sur l'enregistrement des inclinaisons est insignifiante et c'est pourquoi cet endroit est très favorable pour l'étude des déformations de la Terre provoquées par l'attraction luni-solaire, par la pression de la montagne et autres causes.

En mai 1960, à proximité de l'endroit où s'effectuaient les observations d'inclinaisons avec des pendules horizontaux perfectionnés dans l'Institut Géophysique de l'Académie des Sciences Tchécoslovaque, on a installé des clinomètres avec enregistrement photoélectrique, créés à l'Institut de Physique Terrestre de l'Académie des Sciences de l'URSS [6,9]. Les observations simultanées des inclinaisons de la Terre à l'aide des pendules horizontaux et des clinomètres à enregistrement photoélectrique en un point présentent un grand intérêt pour la comparaison des amplitudes et des phases des ondes de la marée terrestre. Ces observations étaient effectuées pour la première fois.

Conditions d'installation des appareils.

Le puits dans lequel sont installés les pendules horizontaux et les clinomètres à enregistrement photoélectrique a une profondeur de 1500 m. Comme cela vient d'être dit, on a préparé en 1958 à une profondeur de 1300 m. une salle pour l'installation des pendules horizontaux. Elle est située dans une galerie en cul-de-sac à 300 m. du puits vertical de la mine (fig. 1). La salle a une forme rectangulaire, sa superficie est d'environ 20 m^2 et la hauteur est de 2,3 m. Les murs et le sol du local sont bétonnés. La salle s'ouvre par deux portes entre lesquelles se trouvent le chargeur des accumulateurs. Le courant alternatif d'une tension de 24 volts est donné par un câble d'éclairage. La température dans la salle est d'environ 35° , l'humidité est de 100 %.

Les clinomètres à enregistrement photoélectrique ont été installés à 30 m. de la salle dans la coupe perpendiculaire à la galerie sur un socle spécial en béton d'une hauteur de 15 cm. Le béton a été coulé directement sur la roche (diabase) débarrassée des débris de pierre et des gravats qui remplissent habituellement d'aspérités le sol du puits. Le puits est constitué d'éléments solides de l'âge paléozoïque. De nombreuses crevasses la traversent en différentes directions. Les témoins de glissements s'observent fréquemment sur les murs. L'endroit du puits où se trouve la salle et où sont installés les clinomètres est sans soutènement et ne présente pas de danger pour le travail.

Un éboulement a eu lieu dans la coupe à 10 m. au sud de la salle et le passage y est fermé. Même par un examen rapide on aperçoit les traces des déformations intenses de la roche dues à la pression.

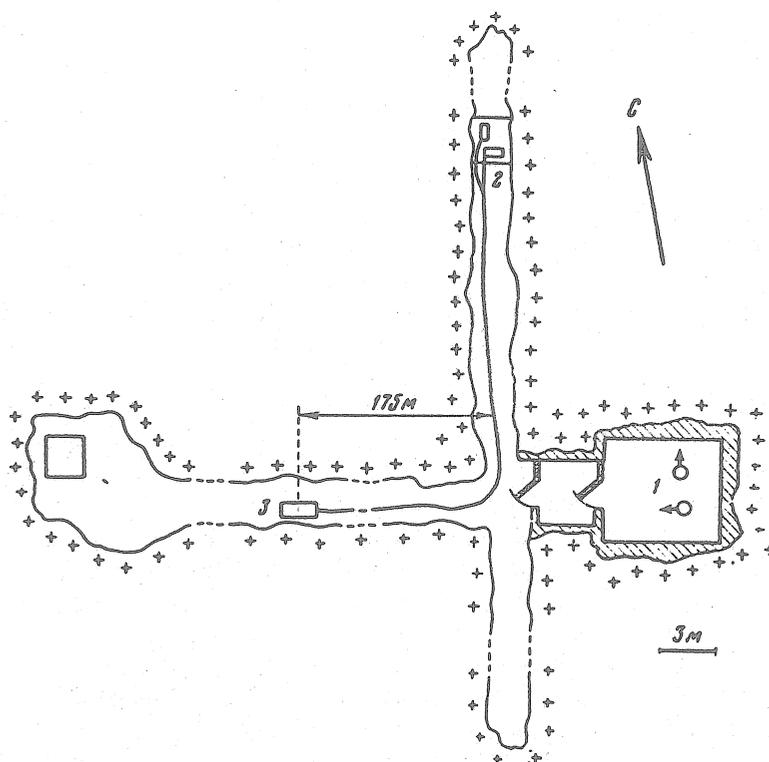


FIG. 1. SITUATION DES APPAREILS DANS LE PUIITS.

1. Pendules horizontaux de l'Institut de Géophysique de l'Académie des Sciences Tchécoslovaque.
2. Clinomètres photoélectriques.
3. Enregistreurs.

La haute température et l'humidité ont compliqué le travail avec les appareils. Au début les appareils étaient installés dans une salle à côté des pendules horizontaux, ensuite l'enregistreur a été transporté dans une partie relativement sèche du puits à 175 m., près de la cour de la mine (voir figure 1) et les clinomètres ont été installés dans un endroit déjà mentionné sur un socle spécialement préparé. Pour la liaison des clinomètres aux enregistreurs on a utilisé un câble à 18 fils.

La sensibilité des clinomètres a été d'abord de 200 - 300 millimètres par seconde d'arc c'est-à-dire la même que celle des pendules horizontaux, mais ensuite elle a été doublée. La précision de la détermination de la sensibilité des clinomètres joue un grand rôle pour la comparaison des résultats des observations. Nous décrivons plus loin la détermination des constantes et le contrôle de sensibilité des appareils installés à Příbram, on donne également une estimation de la précision de détermination de la constante électrodynamique des clinomètres.

Détermination et contrôle de la sensibilité des appareils.

Ici comme dans d'autres stations, la sensibilité des appareils est contrôlée au moment des observations à l'aide des impulsions de courant données dans la bobine des clinomètres [9].

A Moscou, la constante électrodynamique des clinomètres I_0 est déterminée sur une plate-forme spéciale (table 1). Au moment de la réduction des données d'observation on prend les moyennes de la valeur I_0 . La constante I_0 est déterminée pour de grands angles d'inclinaison de la plate-forme de 100 à 500 sec. d'arc et pour de petits angles d'inclinaison de la plate-forme de 10 à 40 sec. d'arc. Puisqu'il n'y a pas de grande différence dans les déterminations de la sensibilité pour de grands ou de petits angles, on prend dans la table les moyennes de la valeur I_0 sans tenir compte d'un poids.

La première section de la bobine a été utilisée pour l'amenée de l'impulsion et la seconde a servi pour le réglage du pendule au zéro. On a pris pour le contrôle de la sensibilité les valeurs moyennes suivantes de I_0 :

clinomètre N° 4559 - 2,263 μ a (microampère par seconde d'arc) ;
N° 4560 - 2,505 μ a ;
N° 4561 - 2,399 μ a , \pm 0,002.

La tension des éléments au moment de l'impulsion est mesurée à l'aide d'un potentiomètre avec une précision atteignant 0,02 %.

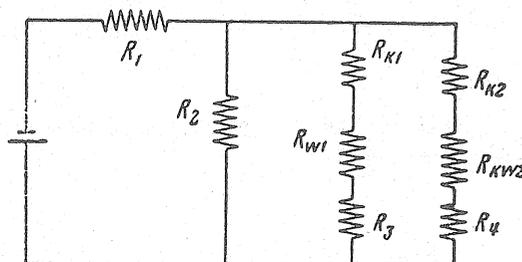


FIG. 2. SCHEMA D'AMENEE DE L'IMPULSION DE CALIBRATION.

Dans le schéma d'amenée de l'impulsion (fig.2) on peut inclure 1, 2 ou 3 éléments donnant des tensions respectives de :

$$e = 1,338 \text{ v. ; } e = 2,672 \text{ v. ; } e = 4,008 \text{ v.}$$

Dans le cas où $R_3 = R_4 = R$ la formule pour le calcul du courant de l'impulsion I_1 a la forme suivante :

$$I_1 = \frac{eR_2}{2R_2R + R(R_1 + R_2)}$$

ou

$$I_1 = 0,04950 e.$$

Il s'ensuit que pour e_1, e_2, e_3 nous obtenons :

$$I_{11} = 0,06623 \text{ amp. ; } I_{12} = 0,13226 \text{ amp. ; } I_{13} = 0,19840 \text{ amp.}$$

Nous trouvons les coefficients pour le calcul de la sensibilité des clinomètres d'après les impulsions sur la bande :

$$\begin{array}{lll} K_{50_1} = 34,17 \text{ z .m.m./"} & K_{60_1} = 37,82 \text{ z .m.m./"} & K_{61_1} = 36,22 \text{ z .m.m./"} \\ K_{50_2} = 17,11 \text{ z } \text{ »} & K_{60_2} = 18,94 \text{ z } \text{ »} & K_{61_2} = 18,14 \text{ z } \text{ »} \\ K_{50_3} = 11,41 \text{ z } \text{ »} & K_{60_3} = 12,63 \text{ z } \text{ »} & K_{61_3} = 12,09 \text{ z } \text{ »} \end{array}$$

où z est la valeur de l'impulsion en millimètres sur l'enregistrement. Nous avons utilisé ces coefficients pour la transformation des ordonnées mesurées sur les enregistrements en secondes d'arc.

Comme on le voit dans la table 1, la constante électrodynamique des clinomètres a été déterminée avec une précision allant de 0,1 à 0,3 % Après les observations les déterminations ont été répétées, la différence dans les constantes des trois appareils ne dépassait pas 1 % par rapport aux anciennes déterminations.

Résultats de la réduction des observations.

Les enregistrements des inclinaisons de marées obtenus à Pribram ont été réduits par les collaborateurs de l'Institut de Physique Terrestre de l'Académie des Sciences de l'URSS L.J.Mirova et N.G. Witman.

L'analyse harmonique a été faite par la méthode de Pertsev [10,11] sur ordinateur électronique "Oural - 2" d'après le programme réalisé par M.V.Kramer.

Table 1.

Constantes électrodynamiques des clinomètres d'après les mesures en 1959-1960

Date	1 Section		2 Section	
	amp./ ^m	sec. d'arc. de - à	<i>I.</i>	sec. d'arc. de - à
CLINOMETRE N° 4559				
1959	$R_S = 136,6 \text{ o.u.}$		$R_S = 136,6 \text{ o.u.}$	
20 avril	2,264	100-500	2,264	100-500
10 septembre	2,249	100-500	2,246	100-500
30 septembre	2,251	20-500	2,252	20-500
7 octobre	2,257	20-500	2,267	20-500
1960				
16 avril	2,281	10-40	2,291	10-40
19 avril	2,293	100-500	2,312	100-500
5 février	2,269	10-40	2,276	10-40
4 avril	2,249	10-40	2,253	10-40
12 avril	2,253	10-40	2,256	10-40
Moyenne	2,263 ± 0,0047		2,269 ± 0,007	
Erreur quadrati- que moyenne	± 0,2%		± 0,3%	
CLINOMETRE N° 4560				
1959	$R_S = 136,3 \text{ o.u.}$		$R_S = 137,2 \text{ o.u.}$	
27 avril	2,514	100-500	2,514	100-500
11 septembre	2,505	100-500	2,499	100-500
9 septembre	—	—	2,507	100-500
22 septembre	2,504	100-500	2,503	100-500
24 décembre	2,508	100-500	2,507	100-500
1960				
31 mars	2,497	10-40	2,496	10-40
14 avril	2,503	10-40	2,504	10-40
Moyenne	2,505 ± 0,002		2,504 ± 0,0025	
Erreur quadrati- que moyenne	± 0,1%		± 0,1%	
CLINOMETRE N° 4561				
1959	$R_S = 136,0 \text{ o.u.}$		$R_S = 136,0 \text{ o.u.}$	
24 avril	2,401	100-500	2,400	100-500
15 septembre	2,403	100-500	2,401	100-500
1960				
7 janvier	2,391	10-40	2,391	10-40
1 avril	3,395	10-40	2,391	10-40
11 avril	2,403	10-40	2,400	10-40
Moyenne	2,399 ± 0,002		2,397 ± 0,002	
Erreur quadrati- que moyenne	± 0,1%		± 0,1%	

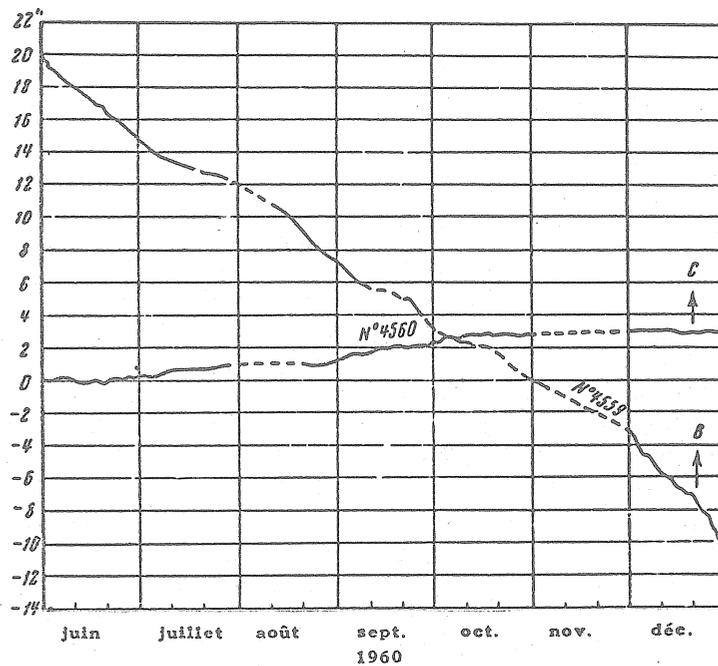


FIG. 3. ALLURE DES INCLINAISONS DANS LE PUIT PROFOND POUR UNE DEMI-ANNEE.

La réduction des enregistrements a été effectuée de la façon suivante :

1. On mesure pour chaque heure l'ordonnée de la déclinaison du pendule sur l'enregistrement.
2. On calcule la sensibilité du clinomètre d'après les impulsions de contrôle mesurées qui s'inscrivent sur la même bande deux fois chaque 24 heures.
3. On traduit les ordonnées horaires en inclinaisons; d'après celles-ci on compose des tables mensuelles d'inclinaisons qui constituent le matériel de départ pour l'analyse harmonique.

L'analyse détaillée des erreurs de mesures d'inclinaison par le clinomètre avec enregistreur photoélectrique est donnée dans l'article [9]. L'erreur de mesures de l'appareil est considérée comme ne dépassant pas 1 %.

Pour caractériser l'allure générale des inclinaisons on a composé à partir des tables un graphique des inclinaisons à petite échelle (fig. 3). Au cours des deux premiers mois il n'y eut pas d'interruption dans les observations pour les deux composantes N-S et E-W. A la fin de juillet et au début d'août (voir fig. 3), au moment du remplacement du châssis journalier par un châssis hebdomadaire, il y a eu une interruption dans l'enregistrement des inclinaisons. Sur la courbe des inclinaisons l'interruption est représentée par un pointillé. L'inclinaison de la ligne pointillée est prise comme inclinaison moyenne à partir de la fin et du début des enregistrements qui confinent avec l'interruption.

L'allure des deux composantes diffère d'une façon nette l'une de l'autre. Si l'inclinaison dans la direction N-S pour 7 mois n'a été en tout que de 3", pour la composante E-W elle excède 30 ". Il est impossible d'expliquer cette inclinaison par la dérive du clinomètre; en réalité elle est déterminée par le mouvement des deux blocs qui constituent la montagne, en leur point de jonction. De temps en temps, par exemple en juin, l'inclinaison a été voisine de la linéarité (environ 5 " par mois), les autres mois l'inclinaison a augmenté.

Ainsi, en décembre, elle atteint 8" par mois. L'inclinaison moyenne par mois pour la composante N-S était de 0,5", et pour la composante E-W environ 6", c'est-à-dire d'un ordre plus grand.

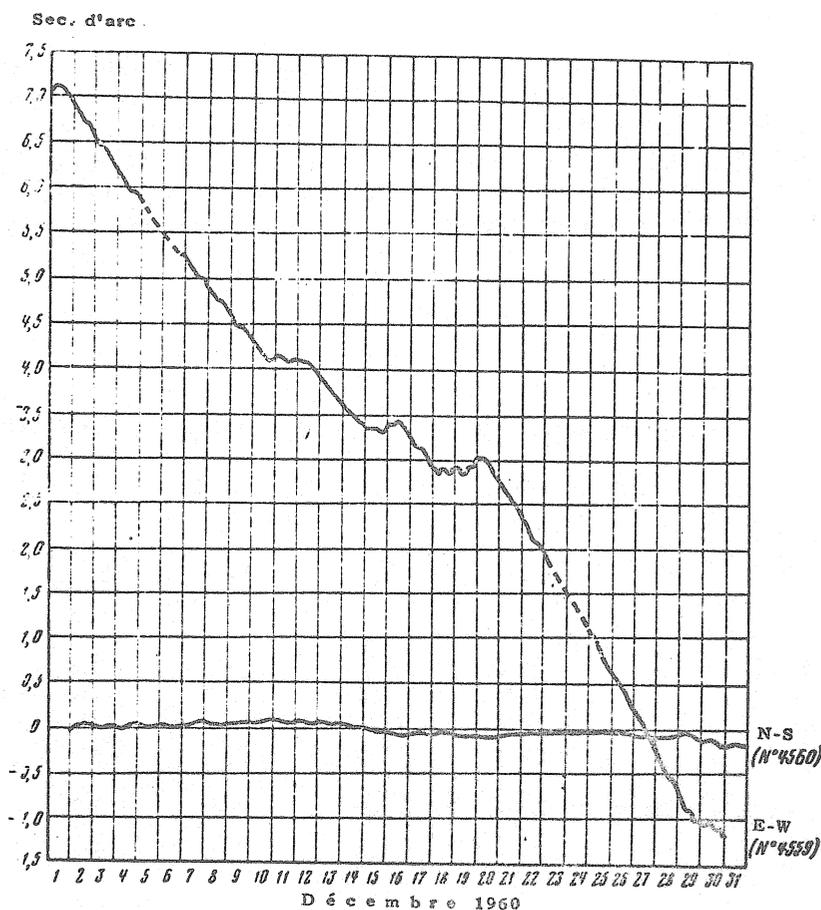


FIG. 4. GRAPHIQUE MENSUEL DES INCLINAISONS.

Les déformations lentes s'opèrent irrégulièrement, augmentant, parfois diminuant en quelques jours et constituant sur le graphique (fig. 4) des ondes ayant une période de trois jours (de 24 heures) et plus. Ces ondes sont surtout fort sensibles dans la composante E-W. Les déformations lentes sont marquées aussi par le second clinomètre en composante N-S, mais leur amplitude est à peine sensible. Il est évident que ces déformations lentes ont compliqué aussi les déformations de marées et ont diminué la précision de détermination des amplitudes et des phases des ondes de marée.

Sur la fig. 5 nous donnons la courbe des inclinaisons de marées pour juin 1960. Ici la dérive est éliminée d'après la méthode de Pertsev [10]. La courbe représente l'enregistrement typique des battements avec les ventres les 7-8 et 20-21 et avec des noeuds les 2, 15 et 29.

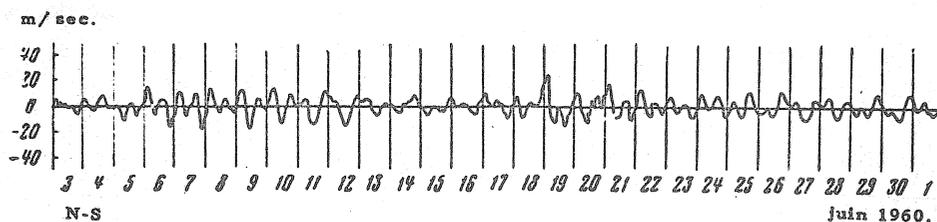


FIG. 5. GRAPHIQUE DES INCLINAISONS DE MAREES.

On aperçoit sur le graphique, outre les ondes de marées, des déformations de période plus courte (1 - 3 heures). Ces déformations supplémentaires provoquent apparemment une dispersion dans la détermination des amplitudes et des phases des ondes de marée pour les différentes séries mensuelles.

Pour diminuer la dispersion de la valeur γ (rapport des amplitudes observées aux inclinaisons théoriques calculées dans les conditions de la Terre indéformable absolument rigide) d'un mois à l'autre, le matériel d'observation a été réduit avec des pas d'un jour. Ainsi en juin, outre la table pour le jour moyen 17 juin 1960 et pour la composante N-S (table 2), on a analysé en adoptant pour jours moyens les 18, 19 et 20 juin. La même chose a été faite aussi pour juillet : quatre séries mensuelles avec pour jours moyens les 8, 10 et 11 juillet sont données dans la même table 2.

T a b l e 2.

Valeurs de γ pour la composante N-S. Clinomètre N° 4560.

Jour moyen	O n d e s				
	M_2	S_2	N_2	O_1	K_1
1960					
17 juin	0,595	0,770	0,321	1,144	2,136
18 »	0,626	0,726	0,381	1,638	2,130
19 »	0,662	0,707	0,731	1,508	2,221
20 »	0,747	0,759	0,683	1,383	2,230
Moyenne	0,658	0,740	0,529	1,418	2,179
8 juillet	0,559	1,981	0,473	1,789	0,529
9 »	0,670	0,219	0,313	1,627	0,608
10 »	0,735	0,240	0,987	1,154	0,479
11 »	0,773	0,235	0,890	0,924	0,325
Moyenne	0,684	0,669	0,666	1,374	0,485
3 septembre . . .	0,518	0,644	1,354	3,128	1,937
17 décembre . . .	0,640	1,079	0,498	1,783	1,088
18 »	0,664	1,079	0,289	2,338	1,082
Moyenne	0,652	1,079	0,394	2,061	1,085

En août-septembre on a réussi à rassembler un mois d'observations ininterrompues en composante N-S avec pour jour moyen le 3 septembre. Cette série n'a pas suffi pour opérer un déplacement du jour moyen et ce mois doit être traité à part pour la déduction de la valeur moyenne de γ . En décembre on a réduit deux séries avec pour jours moyens les 17 et 18 décembre.

La dispersion des valeurs de γ à l'intérieur de chaque groupe de séries mensuelles est considérable malgré que dans l'analyse on associe les mêmes ordonnées, à part l'élimination de 24 ordonnées du jour (de 24 heures) supplémentaire. La dispersion pour les séries mensuelles séparées, prises indépendamment, est un peu plus grande que la dispersion des valeurs de γ à l'intérieur des groupes.

Dans la première colonne de la table 2 nous donnons la valeur γ , obtenue pour l'onde M_2 par groupes de trois valeurs ainsi que pour la série d'un mois de jour moyen 3 septembre 1960. La valeur de γ pour cette série mensuelle a été très faible - 0,518.

Comme ce résultat a été obtenu d'après une seule série d'un mois d'observations on l'a éliminé dans la détermination de la valeur moyenne de γ pour l'onde M_2 . Dans ces conditions la valeur moyenne est :

$$N-S = 0,665 \pm 0,011.$$

Les enregistrements obtenus pour la composante E-W sont réduits également par pas d'un jour. Les résultats de l'analyse harmonique sont donnés à la table 3. De même que dans le cas précédent on a éliminé une série mensuelle en décembre pour la détermination de la valeur moyenne de γ . Elle changerait d'ailleurs très peu le résultat. La valeur moyenne de γ pour la composante E-W apparut un peu plus grande que pour la composante N-S :

$$E-W = 0,702 \pm 0,019.$$

Table 3.

Valeurs de γ pour la composante E-W. Clinomètre N° 4559

Jour moyen	O n d e s				
	M_2	S_2	N_2	O_1	K_1
1960					
21 juin	0,681	1,036	1,984	0,756	0,332
22 »	0,800	1,046	1,783	0,633	0,303
23 »	0,843	0,999	1,234	0,549	0,316
24 »	0,743	0,950	0,942	0,482	0,311
25 »	0,585	0,838	1,751	0,466	0,302
Moyenne	0,730	0,974	1,539	0,577	0,313
8 juillet	0,822	1,240	1,224	0,441	0,222
9 »	0,750	1,244	1,802	0,478	0,270
10 »	0,579	1,217	2,180	0,330	0,282
11 »	0,513	1,118	1,922	0,331	0,266
12 »	0,638	1,009	0,889	0,259	0,255
Moyenne	0,670	1,166	1,603	0,368	0,259
1960					
24 août	0,655	1,054	2,468	0,850	0,404
25 »	0,748	1,103	1,387	0,873	0,365
Moyenne	0,706	1,078	1,928	0,862	0,384
15 décembre . . .	0,718	0,916	0,555	1,619	1,057

Table 4.

Déphasage $\Delta\phi$ (en degrés) pour la composante N-S
Clinomètre N° 4560

Jour moyen	O n d e s				
	M_2	S_2	N_2	O_1	K_1
1960					
17 juin	-2,1	18,8	23,1	-44,5	-25,3
18 »	-5,7	20,2	-21,8	-18,5	-22,2
19 »	-6,9	23,1	-19,2	-11,8	-20,9
20 »	-8,4	26,3	-19,9	2,3	-20,8
8 juillet	-9,5	5,9	-14,0	-61,2	-55,4
9 »	-13,0	-5,0	3,2	-54,4	-58,7
10 »	-8,1	7,1	-66,3	-45,1	-73,6
11 »	-3,4	-5,9	-49,5	-16,0	-2,1
3 septembre . . .	1,8	-7,7	5,7	-53,5	26,6
17 décembre . . .	-6,0	8,6	-90,6	-32,5	-26,4
18 »	-15,9	5,8	19,5	-32,6	-32,8

Table 5.

Déphasage $\Delta\phi$ (en degrés) pour la composante E.W.
Clinomètre N° 4559

Jour moyen	O n d e s				
	M_2	S_2	N_2	O_1	K_1
1960					
21 juin	-11,1	13,2	2,0	-45,5	-48,2
22 »	-7,1	13,0	17,3	-47,2	-43,8
23 »	4,5	16,0	13,1	-54,6	-44,2
24 »	16,7	24,5	-4,9	-43,0	-36,3
25 »	17,2	23,8	-25,6	-33,8	-32,0
8 juillet	8,2	23,7	6,2	-30,0	19,9
9 »	19,2	25,1	-3,2	-24,2	21,0
10 »	17,0	22,5	6,9	-40,5	7,6
11 »	-0,8	17,6	25,4	-61,6	-8,5
12 »	-16,1	10,4	26,4	-99,3	-15,3
24 août	-29,1	-5,8	12,8	-88,2	-35,1
25 »	-40,1	-8,7	-1,7	-8,0	-39,4
15 décembre . . .	-19,6	-38,3	-44,8	4,0	25,3

L'erreur de mesure pour cette composante est égale à 0,019 c'est-à-dire à peu près deux fois plus grande que l'erreur de mesure obtenue pour la composante N.S. Cependant la différence dans les valeurs de γ est égale à 0,038 ; elle dépasse donc de deux fois l'erreur de mesures. Une conclusion s'impose donc : à Pribram il existe une différence réelle entre les composantes N.S et E.W.

Si on compare les tables 4 et 5 du déphasage $\Delta\gamma$, calculé dans le sens phase observée moins phase théorique pour les composantes N.S. et E.W., alors il devient clair que la dispersion dans la valeur de γ et $\Delta\phi$ pour la composante E.W. est assez bien plus grande que pour la composante N.S. Dans les séries mensuelles dont les jours moyens sont les 24 et 25 août 1960 le déphasage est très grand.

La valeur γ pour les autres ondes varie de 0,2 à 3,0 avec une dispersion dépassant la valeur γ elle-même, c'est pourquoi nous ne nous arrêterons pas à l'examen de cette question.

Sur la valeur moyenne de γ .

L'erreur de mesure la plus petite pour le nombre γ s'obtient pour la détermination de l'onde M₂. C'est naturel puisque outre sa plus grande amplitude, l'onde M₂ diffère sensiblement en période des autres ondes semi-diurnes.

Table 6.

Valeurs du nombre γ pour l'onde M₂ pour divers mois de 1960.

	N . S .	E . W .
Juin	0,658	0,730
Juillet	0,684	0,670
Août	-	0,706
Décembre	0,652	-
Moyenne	0,664	0,702
Erreur quadratique moyenne	± 0,011	± 0,019
Moyenne provenant des deux composantes	0,683	± 0,014

Nous donnons sur la figure 6 les graphiques de variation de la valeur de γ en fonction du temps. La dispersion des valeurs de γ , obtenues par la réduction des séries mensuelles avec des pas de un jour, est très grande : de 0,513 à 0,843 c'est-à-dire que l'écart de la moyenne de toutes les valeurs employées $\gamma = 0,685$ est environ de 25 %. Quant à la dispersion des valeurs moyennes de γ , elle est bien plus petite : pour la composante N.S. l'écart maximum par rapport à la moyenne est d'un peu plus de 3 % et pour la composante E.W. elle est d'environ 5 %. De cette façon on a réussi à réduire la dispersion dans les valeurs du nombre γ de 5 à 10 fois.

Nous donnons dans la table 6 les valeurs de γ déterminées pour l'onde M₂ pour divers mois. Ces nombres sont les moyennes des séries mensuelles réduites avec des pas de un jour (de 24 heures). Les séries de juin et juillet ne sont pas indépendantes. Cependant le recouvrement n'est

pas grand et en outre, au moment de l'analyse harmonique, les ordonnées entrent dans différentes combinaisons, c'est pourquoi il n'y aura pas de grande erreur si nous considérons ces séries mensuelles comme des mesures indépendantes.

Bien qu'il y ait peu de mesures, en tout 3 nombres pour chaque composante, nous avons évalué l'erreur de mesure. Pour la composante N-S elle est environ de 2 % et pour la composante E-W environ 3 %.

La valeur moyenne de γ pour Pribram est :

$$\gamma = 0,683 + 0,014$$

l'erreur de mesures dépasse donc un peu 2 %.

Les enregistrements de marées terrestres par les pendules horizontaux à enregistreur optique de l'Institut de Géophysique de l'Académie Tchèque des Sciences sont réduits en Tchécoslovaquie et la comparaison des résultats obtenus sera publiée par la suite.

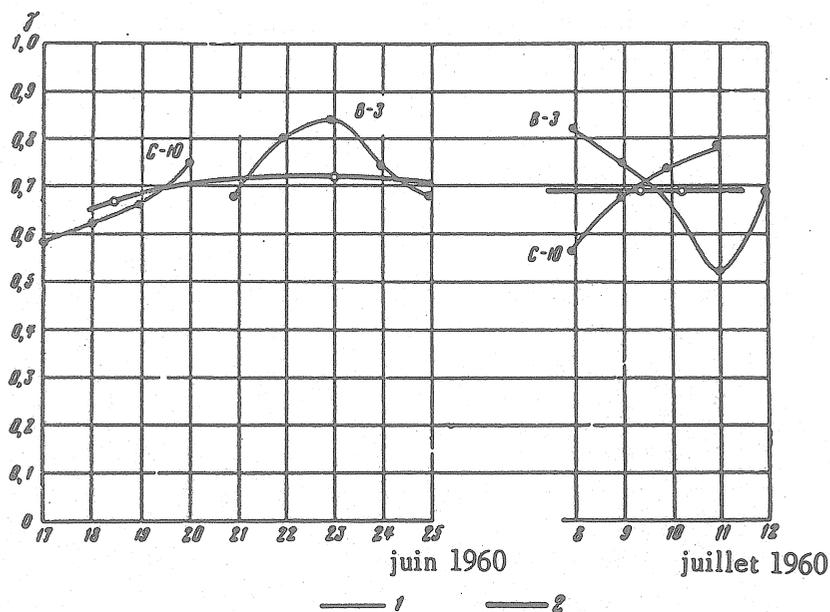


Fig. 6. Graphique des valeurs de γ obtenues d'après des séries mensuelles d'observations avec des pas de un jour (1) et graphique des valeurs moyennes de γ (2).

BIBLIOGRAPHIE

1. V. PETR.
Beobachtungen der Gezeiten der Erdkruste in Brézové Hory,
Bull. Astron. Inst. Tschecoslov. , 1955, 6. N 2, ss. 27-32.
 2. J. PICHA
Ergebnisse der Gezeitenbeobachtungen der festen Erdkruste in Brézové Hory in den Jahren
1936-1939.
Geofysikalni sbornik 1956, Práce N 42. Praha, 1957.
 3. J. PICHA
Vergleich der Methoden harmonischer Analyse und einige Bemerkungen zu den Kontrollen der
Berechnungen.
Studia geophys. et geod., 1960, N 1.
 4. J. PICHA
Gezeitenbeobachtungen in Brézové Hory aus den Jahren 1926-1928.
Geofysikalni sbornik 1957, Práce N 64. Praha, 1958.
 5. J. PICHA, L. SKALSKY.
Beitrag zum Studium des Nullpunktsganges der Horizontalpendel.
Studia geophys. et geod., 1958, 2, N 3.
 6. A.E. OSTROVSKI.
Clinomètre séismique avec enregistreur photoélectrique.
Bull. du Comité de Séismologie, 1956, N° 6.
 7. A.E. OSTROVSKI, A.V. HOROMSKI, L.I. MIRONOVA.
Résultats des observations des inclinaisons de marées de la Terre à Counrad en 1957.
Publ. "Recherches gravimétriques" N° 1, sér. "Résultats A.G.I." Izd-vo Ac. des Sc. URSS, 1960.
 8. A.E. OSTROVSKI, N.N. IONITCHEV, S.M. FANDIOUCHIN.
Inclinaisons de marées de la Terre d'après les observations à Aschkabad en 1957-1958.
(même référence).
 9. A.E. OSTROVSKI
Clinomètre avec enregistreur photoélectrique "Etude des Marées Terrestres" N° 2,
série "Résultats de l'A.G.I." Izd-vo Ac. des Sc. URSS, 1961 (Traduction BIM N°s 25, 26).
 10. B.P. PERTSEV
Sur le calcul de la dérive dans les observations des marées élastiques.
Izvestia Ac. des Sc. URSS, Série Géophysique 1959, N° 4.
 11. B.P. PERTSEV
Analyse harmonique des marées élastiques.
Izvestia, Ac. des Sc. URSS, Série Géophysique 1958, N° 8.
-

SUR LA QUESTION DE LA DEPENDANCE DE LA PERIODE ET DE L'AMPLITUDE POUR LES PENDULES HORIZONTAUX EN QUARTZ.

par

Paul Melchior

Observatoire royal de Belgique

De récents articles [1] [2] [3] ont remis en question le problème de la dépendance de la période libre d'oscillation en fonction de l'amplitude.

Cet effet, prévisible avec tous les appareils dont la suspension est réalisée en bloquant les fils ou les bandes dans des mâchoires de serrage était bien connu au siècle dernier : von Rebeur Paschwitz, Hecker, Orlov en parlent dans leurs travaux et en ont mesuré l'importance.

Cet effet provient de ce que, au cours des oscillations pendulaires les fils métalliques se tordent au voisinage de la mâchoire si bien que les points de rotation se déplacent, changeant ainsi la valeur de la période.

Cet effet n'existe pas pour les pendules construits en quartz et ce n'est pas là leur moindre avantage.

Le quartz est en effet un des seuls matériaux qui permet une soudure autogène du fil au bâti en quartz suivie d'un étirage qui fait que le fil est issu du bâti, sans aucune solution de continuité et sans torsion initiale (voir [4] p. 37, manipulation III). Ainsi les points de rotation ne changent pas de position lorsque l'équipage mobile oscille légèrement en azimut.

Il s'agit ici bien entendu de légères oscillations telles que celles qui sont engendrées lorsque l'on veut mesurer la période à l'aide d'un chronomètre, c'est-à-dire des oscillations qui à 5 mètres de focale provoquent un balayage de quelque 10 centimètres ($\frac{5}{500} = \text{tg } 35'$).

A titre d'exemple nous donnons dans le tableau ci-joint les résultats de deux séries de mesures récentes.

La méthode d'étalonnage automatique développée à Uccle [4] [5] repose sur des mesures de périodes de petites oscillations dues à l'agitation permanente du sol. En surface, dans les bâtiments de l'Observatoire, ces oscillations ont une amplitude de 1 centimètre.

En station minière par contre, la période devant être mesurée à l'aide du chronomètre, on excite des oscillations dont l'amplitude est de 5 à 10 centimètres.

Il s'agit donc, pour vérifier la validité de notre procédé d'étalonnage, de comparer les périodes dans ces deux gammes d'amplitudes.

Pour réaliser l'expérience on a doté l'enregistreur habituel [4, pp. 73-77] d'un moteur tournant en 15 minutes et on a illuminé la fente toutes les 2 secondes.

Pendule N° 9

Numéro de l'enregistrement	Faible amplitude		Forte amplitude		T ₂ - T ₁
	A ₁ (cm)	T ₁ (sec)	A ₂ (cm)	T ₂ (sec)	
1	2	55,17	6	56,60	+ 1.43
2	0,5	58,88	4	56,20	- 2.68
3	2	56,38	6	56,20	- 0.18
4	1	55,55	5	56,37	+ 0.82
5	1	53,50	5	54,00	+ 0.50
6	2	59,43	7	59,60	+ 0.17
Moyenne	1,5	56,48	5,5	56,49	+ 0.01

Pendule N° 22.

Numéro de l'enregistrement	Faible amplitude		Forte amplitude		T ₂ - T ₁
	A ₁ (cm)	T ₁ (sec)	A ₂ (cm)	T ₂ (sec)	
1	1,5	70,20	7	70,00	- 0,20
2	1,5	70,50	15	70,25	- 0,25
3	1	71,70	15	70,80	- 0,90
4	2	68,80	12	69,50	+ 0,70
5	1	68,30	6	69,25	+ 0,95
6	1	68,00	8	68,60	+ 0,60
7	1	62,00	10	62,20	+ 0,20
8	1	63,25	5	62,60	- 0,65
9	1	63,85	7	64,00	+ 0,15
Moyenne	1	67,40	9	67,46	+ 0,06

On a enregistré l'oscillation libre du pendule au "repos" (amplitude ≈ 1 centimètre) pendant 7 minutes après quoi, en haussant le niveau mercuriel d'environ 15 centimètres on a dilaté la crapaudine et excité le pendule à osciller avec une amplitude de 5 à 10 centimètres.

Les marques horaires enregistrées toutes les deux secondes ont permis, sur 7 oscillations, chaque détermination de période à 0^s1 près.

La différence entre les mesures à grande amplitude et à faible amplitude est de l'ordre de $0^{\circ}03$ et n'est donc pas significative.

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] J. PICHA et L. SKALSKY
Eine Bemerkung zu den Gezeitenbeobachtungen
(*Studia Geophysica et Geodaetica*, 4, N° 3, pp. 285-289, 1960)
 - [2] M. SCHNEIDER
Eine Bemerkung zur Bestimmung der Eigenperiode von Horizontalpendeln
(*Studia Geophysica et Geodaetica*, 6, N° 1, pp. 86-94, 1961,)
 - [3] P.S. MATVEEV, V.G. GOLOUBITSKII et E.Y. EVTOUCHENKO
Sur la dépendance de la période propre en fonction de l'amplitude d'oscillation pour les pendules horizontaux à suspension Zöllner
(*Troudi Poltavs. Grav. Obs. XII*, pp. 100-109, 1963 - Traduction BIM N° 35 pp. 1134 - 1141)
 - [4] J. VERBAANDERT et P. MELCHIOR
Les stations géophysiques souterraines et les pendules horizontaux de l'Observatoire royal de Belgique
(*Monographie N° 7 de l'Obs. R. Belge* 1961).
 - [5] J. VERBAANDERT
L'étalonnage des pendules horizontaux.
(*Comm. Obs. Royal Belgique N° 214, série géoph. N° 62*, 1963).
-