

MAREES TERRESTRES

---

BULLETIN d'INFORMATIONS

---

N° 33

20 septembre 1963

*Association Internationale de Géodésie*  
*Commission Permanente des Marées Terrestres*

Editeur : Dr. Paul M E L C H I O R  
Observatoire Royal de Belgique  
3, Avenue Circulaire  
Bruxelles, 18.

## LES MAREES TERRESTRES ET LA STRUCTURE INTERNE DE LA TERRE.

par

N.N. Pariiskii.

Nouvelle académie des Sciences SSSR (Série Géoph.) N° 2 Févr. 1963.

## ЗЕМНЫЕ ПРИЛИВЫ И ВНУТРЕННЕЕ СТРОЕНИЕ ЗЕМЛИ

Н. Н. Парийский

Известия Академии Наук СССР (серия геофизическая) N 2 февраль 1963

Le phénomène des marées océaniques est bien connu tout autant que le fait qu'elles sont provoquées par l'attraction de la Lune et du Soleil. Les marées océaniques peuvent atteindre en certains endroits des hauteurs de plus de 10 m, bien que leur hauteur statique théorique doive être d'environ 1,5 mètre. Elles constituent un phénomène complexe qu'on explique non seulement par l'effet statique des forces de marées mais aussi par les effets dynamiques en relation avec les périodes propres d'oscillation des bassins d'eau, déterminées par la forme de leur contour et par la loi de répartition des profondeurs. C'est pourquoi la hauteur et la phase des marées océaniques sont tellement différentes dans les divers endroits.

Mais la Lune et le Soleil exercent une influence de marée également sur le corps "solide" de la Terre. La Terre n'est pas un corps absolument rigide et sous l'influence de la Lune et du Soleil elle subit des déformations élastiques appelées marées terrestres [1-3]. Les déplacements verticaux de la surface de la Terre peuvent atteindre dans ces déformations plus d'un mètre 50 centimètres dans les régions équatoriales ; à Moscou ils atteignent à peu près 40 cm.

Examinons plus en détail comment se manifeste l'action du corps d'attraction, par exemple la Lune, sur notre Terre. La Lune attire chaque élément de la Terre vers son centre de gravité. Mais ces forces ne sont pas les mêmes tant en valeur qu'en direction : elles constituent un système de forces concourantes vers le centre de la Lune si bien que la valeur absolue des forces est d'autant plus grande que le point de la Terre est plus proche de la Lune.

Soit  $F$  la force d'attraction de la Lune s'exerçant sur un élément de la Masse de la Terre en un point  $P$ , et  $F_0$  - son attraction sur un même élément au centre de gravité  $O$  de la Terre. On peut décomposer chaque force  $F$  en deux forces : la force égale et parallèle à la force  $F_0$ , et la force complémentaire  $T$ . Alors, dans les divers éléments de la Terre agiront d'une part les forces  $F_0$  constituant un système de forces égales et parallèles et d'autre part, aux divers points de la Terre les différentes forces  $T$  appelées forces de marées. Le système des forces égales et parallèles  $F_0$  donne le mouvement général de la Terre sous l'influence de l'attraction de la Lune.

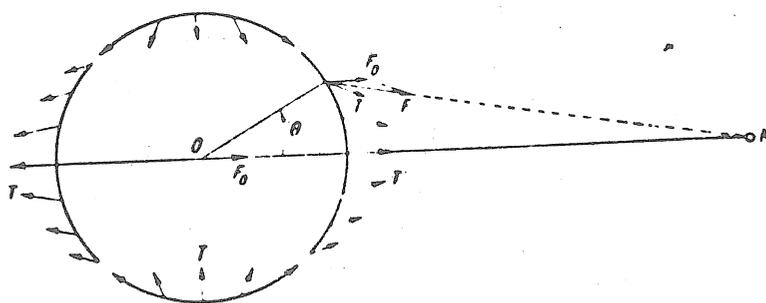


Fig. 1 : Schéma des forces des marées  $T$  à la surface de la Terre.

Le système des forces de marée déforme la Terre puisqu'elle n'est pas absolument rigide.

Sur la figure 1 on a indiqué par des fléchettes les forces de marée prenant naissance à la surface de la Terre. Elles existent aussi à l'intérieur de tout le corps de la Terre en s'atténuant systématiquement pour s'annuler en son centre. En se limitant à la première approximation on peut dire que la valeur de ces forces est proportionnelle à la masse du corps générateur de marée et inversement proportionnelle au cube de la distance qui l'en sépare de la Terre.

La composante radiale de la force génératrice de marée est directement proportionnelle à la distance au centre de la Terre mais elle a une valeur différente le long des divers rayons de la Terre, fonction de la distance angulaire  $\theta$  de ce rayon à la direction du corps perturbateur.

Ainsi les forces de marée provenant de la Lune tendent à allonger la Terre dans sa direction et à la comprimer dans la zone située perpendiculairement à cette direction comme le montre la figure 1.

Les forces de marée ont non seulement un effet radial mais elles ont aussi des composantes perpendiculaires aux rayons de la Terre. Ces forces de marée "tangentiellles" sont nulles le long des rayons dirigés vers la Lune et à proximité de la surface perpendiculaire à la direction de la Lune. Les forces de marée tangentielles atteignent leur valeur maximale à proximité de la surface conique dont l'angle est d'environ  $45^\circ$  et l'axe est dirigé vers la Lune, c'est-à-dire dans les endroits de la surface terrestre où la distance zénithale de la Lune est d'environ  $45^\circ$  et  $135^\circ$ . Les forces tangentielles tendent à dilater ou à comprimer les divers endroits du corps de la Terre dans la direction horizontale. Sous l'effet direct des forces de marée cet effet de compression ou de dilatation est maximum là où le gradient des forces tangentielles est le plus grand. La plus grande compression s'obtient sur les points du diamètre dirigé vers la Lune et la plus grande dilatation dans la surface perpendiculaire. Cependant pour une appréciation plus détaillée des tensions de cisaillement et autres qui se développent ainsi dans l'écorce de la Terre il faut résoudre complètement le problème de la répartition des tensions élastiques dans le corps hétérogène élastique de la Terre. Ce problème a été résolu par M.S. Molodenski.

Ce fait qui n'a pas été pris en considération par certains géologues qui ont tenté de résoudre le problème uniquement à partir de raisonnements géométriques a amené des malentendus.

Les forces de marée peuvent être obtenues mathématiquement à partir de la formule du potentiel de marée

$$W = \frac{r^2 m}{R^3} \left[ P_2(\theta) + \frac{r}{R} P_3(\theta) + \dots \right] = \sum_{n=2}^{\infty} W_n \quad (1)$$

où

$$W_n = \frac{r^n m}{R^{n+1}} P_n(\theta)$$

Ici  $W_n$  est la marée du  $n$ ème ordre,  $P_n(\theta)$  sont les fonctions sphériques de surface d'ordre  $n$ ,  $r$  est la distance du centre de la Terre jusqu'au point considéré,  $R$  est la distance entre les centres de la Terre et du corps générateur de marée,  $f$  est la constante de gravitation, et  $\theta$  est la distance angulaire du rayon-vecteur du point à partir de la direction du corps perturbateur;  $m$  est la masse du corps perturbateur.

Dans la plupart des cas pratiques il arrive qu'on se limite au premier terme de la décomposition dans les expressions du potentiel générateur de marée et qu'on prenne

$$W = W_2 = \frac{fr^2m}{R^3} \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) \quad (2)$$

Cependant à cause de la précision actuelle des observations de marées terrestres il arrive qu'on tienne compte aussi du second terme qui constitue environ 2 % du premier.

Puisque la compressibilité de la Terre est faible (environ 1/300), on peut considérer, avec une précision d'environ 1/3 de pourcent, dans la théorie des marées terrestres, la forme de la Terre comme une sphère non perturbée par l'effet de marée mais on peut considérer comme se superposant à la forme sphérique effective les changements de forme provoqués par les marées, calculés pour une forme sphérique. Puisque le potentiel de marée  $W(r)$  s'ajoute au potentiel de la force de pesanteur de la Terre elle-même  $V(r)$ , alors la surface de niveau, normale aux forces effectives, se déforme. Si la Terre était absolument rigide et recouverte entièrement d'un liquide léger et que cette couche serait attirée par les forces extérieures mais n'exercerait pas d'influence gravitationnelle sur elle-même, alors la surface extérieure de cet océan imaginaire coïnciderait avec la surface de niveau du potentiel total :

$$V(r) + W(r, \theta) = C \quad (3)$$

Les déviations radiales de cette surface à partir de la forme non perturbée que nous désignerons par  $\zeta_0$  (fig. 2), seront :

$$\zeta_0 = \frac{W}{g} = \sum_{n=2}^{\infty} \zeta_{0n} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{W_n}{g} \quad (4)$$

Ces déviations seront appelées déformations de marée radiales statiques pour la Terre absolument rigide ou simplement marée statique. Or la Terre n'est pas absolument rigide mais élastique et les marées produisent un effet gravitationnel dans les océans. C'est pourquoi la surface extérieure effective de la Terre ne coïncide pas avec la surface de niveau et les déplacements correspondants parce que l'effet de marée est plus petit que  $\zeta_0$  et égal à  $\zeta$  (voir figure 2). Love a montré que  $\zeta_n$  se présente comme une fonction sphérique d'ordre  $n$  et

$$\zeta_n = h_n \zeta_{0n} \quad (5)$$

où  $h_n$  sont constants à la surface et s'appellent premières constantes de Love. Pour le déplacement entier on peut écrire :

$$\zeta = \sum_{n=2}^{\infty} \zeta_n = \sum_{n=2}^{\infty} h_n \zeta_{0n} \quad (6)$$

où  $\zeta_n$  est le déplacement correspondant à la fonction sphérique du *n*<sup>ème</sup> ordre dans le potentiel de marée. C'est pourquoi pour le déplacement total

$$\zeta \neq h\zeta_0$$

Dans la théorie approchée on prend  $\zeta = h\zeta_0$ . Par suite de la déformation de marée de tout le corps de la Terre son attraction varie, des forces complémentaires prennent naissance qui sont caractérisées par un potentiel complémentaire  $W'$ . Love lui même a montré que pour la Terre élastique, il apparaît dans le potentiel de marée, à partir de chaque fonction sphérique  $W_n$ , un potentiel de marée complémentaire  $W'_n$  résultant des déformations correspondantes de la Terre.

$$W'_n = k_n W_n \quad (7)$$

où  $k_n$  sont les secondes constantes de Love, constantes à la surface de la Terre \*

La variation totale du potentiel sera

$$W = \sum_{n=2}^{\infty} (1 + k_n) W_n \quad (8)$$

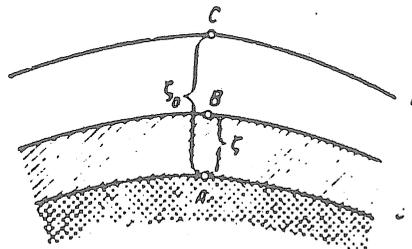


FIG. 2 Déplacement de marée à la surface de la Terre

$$1 - V_0(a + z) + W'_n \cdot C; \quad 2 - V_0(a) \cdot C$$

Les nombres de Love  $h_n$  et  $k_n$  sont constants à la surface mais sont des fonctions de  $r$  à l'intérieur de la Terre. Les nombres  $k_n$  ont un sens et sont importants pour nous aussi dans le champ extérieur.

En dehors de la Terre, sur la base des théorèmes généraux de la théorie du potentiel on peut écrire, vu que  $r > a$  :

$$W'_n(r) = W'_n(a) \frac{a^{n+1}}{r^{n+1}} \quad \text{ou} \quad k_n(r) = k_n \frac{a^{2n+1}}{r^{2n+1}} \quad (9)$$

$$W_n(r) = W_n(a) \frac{r^n}{a^n}$$

où  $a$  est le rayon de la Terre.

\* Étant donné que le noyau est liquide, strictement parlant, les déplacements dans le noyau ne sont pas proportionnels aux fonctions sphériques correspondantes entrant dans l'expression pour le potentiel de marée. Ainsi les marées très faibles des quatrième, sixième ordres et des ordres supérieurs suivent la marée du deuxième ordre.

Mais les déplacements élastiques à l'intérieur de la Terre sous l'effet des forces de marée ne se font pas seulement dans le sens radial. Il y a aussi les déplacements perpendiculaires aux rayons. Pour les décrire W. Lambert et ensuite le savant japonais Toshi Shida en 1912 ont introduit encore la valeur  $l$ , appelé le nombre de Shida ou de Lambert.

En généralisant au cas des fonctions sphériques d'ordre divers on peut dire que les valeurs  $l_n$  donnent le rapport du déplacement horizontal effectif au déplacement qui est égal à la variation des coordonnées du point, correspondant à la déviation de la verticale produite sous l'influence de  $W_n$ . De cette façon, les déplacements effectifs sous l'influence du potentiel de marée d'ordre  $n$  seront à la surface de la Terre :

dans le méridien

$$l_n \frac{1}{g} \frac{\partial W_n}{\partial r}$$

dans le premier vertical

$$l_n \frac{1}{g \cos \phi} \frac{\partial W_n}{\partial \lambda} \quad (10)$$

où  $\phi$  est la latitude et  $\lambda$  la longitude du lieu.

Souvent, en se limitant dans la théorie des marées aux fonctions sphériques du second ordre, on parle des nombres  $h, k$  et  $l$ , en sous-entendant par eux  $h_2, k_2$  et  $l_2$ . Les nombres de Love  $h$  et  $k$  et de Shida  $l$  constituent les valeurs fondamentales dans la théorie de déformations de marée de la Terre. D'une part ils peuvent être calculés théoriquement pour les différents modèles de la Terre, si on connaît la répartition radiale des densités et des couches élastiques - modules de compression et modules de contraction multiforme, tandis que d'autre part ces nombres ou leurs combinaisons peuvent être obtenus par les observations. De cette façon on trouve la possibilité d'étudier la structure interne de la Terre par l'étude des marées terrestres.

Comment se manifestent les marées terrestres ? Par suite des déformations de marée de la Terre, la force de pesanteur varie périodiquement à sa surface. Ces variations constituent environ deux dix millièmes de la force de pesanteur mais les gravimètres actuels de haute précision, comme par exemple les gravimètres Askania, permettent de mesurer ces variations avec une précision supérieure à un pourcent soit un milliardième de la force de pesanteur et pour les longues séries d'observations avec plus de précision encore.

Nous nous limiterons pour la simplicité de l'exposé à l'influence du terme principal du potentiel de marée  $W_2$ .

Dans ce cas pour la Terre absolument rigide la variation de la force de pesanteur à sa surface en un point A (fig. 2) sera conforme à

$$-\Delta g_0 = \frac{\partial W_2(r)}{\partial r} = \frac{2W_2}{a} \quad (11)$$

(cf [2])

Pour la Terre déformée, en un point d'observation B (voir fig. 2) se trouvant à l'altitude  $\zeta$  au dessus du point A, les variations de la force de pesanteur -  $\Delta g$  proviendront de quatre causes : la variation du potentiel générateur de marée direct  $W_2$ , la variation du

potentiel provoqué par la déformation de la Terre ( $k_2 W_2$ ), la variation de la force de pesanteur avec le changement d'altitude  $\zeta$  du point B et l'apparition des forces d'inertie aux oscillations du point B avec une accélération de  $\partial^2 \zeta / \partial t^2$ . C'est pourquoi la variation observée de la force de pesanteur au point B sera :

$$-\Delta g = \frac{\partial W_2}{\partial r} + \frac{\partial h_2(r)}{\partial r} W_2(r) \left[ 1 + \frac{\partial W_2(r)}{\partial r} + \frac{2g}{a} \zeta - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \right]$$

où  $2g/a$  est la variation de la force de pesanteur pour un changement d'altitude de 1 cm, or d'après (4) et (6)  $\zeta$  est égal à

$$\zeta = h_2 \zeta_0 = h_2 \frac{W_2}{g}$$

et à partir de (2)

$$\frac{\partial W_2}{\partial r} = \frac{2W_2}{r}$$

tandis que pour  $n = 2$ , (9) donne :

$$\frac{\partial h_2(r)}{\partial r} = \frac{5k_2}{r}$$

Puisque  $r$  est très faible il ne diffère guère de  $a$ , nous obtenons :

$$-\Delta g = \frac{2W_2}{a} \left[ 1 + h_2 - \frac{3}{2} k_2 \right] - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \quad (12)$$

En corrigeant les variations de marée observées de la force de pesanteur due au terme d'inertie, nous obtenons la valeur

$$-\Delta g' = -\left( \Delta g - \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \right) = \frac{2W_2}{a} \left[ 1 + h_2 - \frac{2}{3} k_2 \right]$$

Le rapport des variations de marée observées de la force de pesanteur  $\Delta g'$  aux marées statiques pour la Terre absolument rigide  $\Delta g_0$ , désigné par la lettre  $\delta$ , donne la possibilité de déterminer la combinaison linéaire des nombres  $h_2$  et  $k_2$  de Love :

$$\delta_2 = \frac{\Delta g'}{\Delta g_0} = 1 + h_2 - \frac{3}{2} k_2 \quad (13)$$

Si nous employons les variations de marée de la force de pesanteur, provenant des fonctions sphériques du troisième ordre dans la décomposition du potentiel, nous obtiendrons d'une façon analogue

$$\delta_3 = 1 + \frac{2}{3} h_3 - \frac{4}{3} k_3 \quad (14)$$

Les valeurs numériques des constantes  $h_3$ ,  $k_3$ ,  $l_3$  et  $\delta_3$  pour quelques modèles de la Terre ont été calculées pour la première fois par M.S. Molodenski et M.V. Kramer [5]. Ces constantes diffèrent essentiellement des nombres  $h_2$ ,  $k_2$  et  $l_2$ .

Ainsi, pour un des modèles de M.S.Molodenski avec un noyau liquide, un noyau rigide interne et une répartition des densités dans l'enveloppe de la Terre, voisine du modèle de Bullen, les calculs théoriques de M.S.Molodenski et M.V.Kramer sont donnés [5]

$$\begin{array}{ll} h_2 = 0,617, & h_3 = 0,294 \\ k_2 = 0,302, & k_3 = 0,095 \\ l_2 = 0,081, & l_3 = 0,013 \\ \delta_2 = 1,164, & \delta_3 = 1,060 \end{array}$$

C'est pourquoi, par exemple, l'onde  $N_2$  due partiellement aux termes du troisième ordre doit donner une valeur de  $\delta$  un peu moindre que les autres ondes si on ne prend pas en considération la différence de  $\delta_2$  et  $\delta_3$  lors du calcul de l'amplitude théorique pour cette onde.

Dans la formule (8) nous n'avons pas tenu compte de l'influence de l'effet indirect des marées océaniques sur le potentiel de marée. Comme on l'a déjà montré, on ne peut pas considérer les marées océaniques diurnes et semi-diurnes comme statiques ; c'est pourquoi leur influence doit être calculée séparément. Les marées océaniques exercent leur action sur les variations observées de la force de pesanteur de trois manières. Premièrement, comme les hauteurs de marée des eaux des océans ne sont pas faibles, elles exercent une influence gravitationnelle directe au point d'observation même situé assez loin des côtes, deuxièmement, elles déforment par leur poids le corps élastique de la Terre et ces déformations se propagent aussi dans la profondeur des continents, en variant la hauteur du point d'observation B, enfin la déformation de la Terre sous l'effet des marées liquides provoque une variation de son potentiel tout comme cela se passe sous l'effet direct des forces génératrices de marées sur la Terre. Le calcul de l'influence des marées océaniques constitue une tâche absolument nécessaire. Les premiers pas dans cette direction ont été fait par M.S.Molodenski, M.Caputo et B.P.Pertsev. Cependant les amplitudes et les phases des marées océaniques dans les grandes zones des océans ouverts sont encore à peu près inconnues. Leur détermination expérimentale bien que très difficile est apparemment déjà possible. Les calculs théoriques des marées dans les océans ouverts d'après leurs amplitude près des côtes sont en principe possibles mais exigent des calculs énormes. Des tentatives dans cette direction ont été faites également par S.Pekeris et ses collaborateurs.

Le plus grand effet de marée sur la Terre est produit par la Lune, l'effet de marée du Soleil est à peu près deux fois plus petit ; on peut négliger complètement les marées des autres planètes, étoiles et galaxies. Si on concentre la masse de toute notre galaxie en son centre, l'effet de marée qui en résulte sera  $10^{-19}$  fois plus petite que celle provenant du Soleil. La Lune se déplace autour de la Terre d'une façon irrégulière, en outre elle change de déclinaison et sa distance  $R$  à la Terre varie. C'est pourquoi l'onde de marée lunaire change en amplitude, en vitesse et en position par rapport à l'équateur de la Terre. Dans les théories classiques de la Lune, comme aussi dans la théorie la plus moderne de Brown, son mouvement se représente par une longue série de termes périodiques. C'est pourquoi dans la théorie des marées on se sert de la méthode de décomposition de l'onde de marée effective ou plus précisément du potentiel générateur de marée en série d'ondes composantes imaginaires, ayant déjà des amplitudes constantes, une vitesse constante et une orientation constante par rapport à l'équateur de la Terre. Les fréquences de ces nombreuses ondes sont en concordance avec la théorie de Brown par combinaison linéaire de six fréquences correspondant aux jours (de 24 heures) lunaire ou solaire, au mois tropical,

à l'année tropicale, à la période de révolution du périhélie de l'orbite lunaire (environ 9 années), à la période de révolution du noeud de l'orbite lunaire (environ 18,6 années) et à la période de révolution du périhélie de l'orbite terrestre (environ 21.000 années). Les coefficients dans cette combinaison linéaire ont en principe des valeurs de 0 à 5. Un grand assortiment analogue d'ondes de marées s'obtient aussi pour l'effet du Soleil [6].

Habituellement le grand nombre d'ondes de marées se partagent en trois types : à longue période, diurnes et semi-diurnes.

Les ondes à longue période (avec des périodes allant d'une semaine à 18,6 années) diffèrent des ondes de marées d'autres types par le fait qu'elles sont des ondes stationnaires : elles ne dépendent pas de la longitude de l'endroit (fig. 3). Ces marées se manifestent comme une pulsation de la forme de la Terre à cause de laquelle, en particulier, se manifestent des augmentations et diminutions périodiques de son aplatissement suivant l'axe polaire d'inertie. L'amplitude de la plus grande onde lunaire à longue période de deux semaines  $M_1$ , liée à la variation de déclinaison de la Lune, atteint 9 cm à l'équateur et 18 cm aux pôles. Les ondes de marées du type diurne ( $O_1$ ,  $P_1$ ,  $K_1$ ,  $Q_1$  et autres) sont des ondes élastiques, parcourant la Terre de l'est vers l'ouest avec des périodes de 21,6 à 29,3 heures. Elles ont des amplitudes maxima aux latitudes de  $\pm 45^\circ$  et sont nulles aux pôles et à l'équateur, leurs phases sont opposées sur des longitudes différant de  $180^\circ$ . Elles ont des phases opposées pour une même longitude dans les hémisphères nord et sud. Ainsi par exemple si à partir d'une de ces ondes, à un moment donné, nous avons une plus grande élévation dans le désert de Gobi en Chine alors au même moment on observe une plus grande élévation dans le sud de l'Amérique du Sud, mais un plus grand affaissement dans l'océan Indien vers le sud ouest de l'Australie et vers le nord de New York en Amérique du Nord. Sous l'effet des marées diurnes l'ellipsoïde d'inertie de la Terre se déforme. Son petit axe change son inclinaison par rapport à l'axe de rotation de la Terre en décrivant un cône très étroit par rapport à la position moyenne de l'axe d'inertie, qui accomplit le mouvement bien connu de Chandler par rapport à l'axe de rotation de la Terre (plus précisément par rapport à l'axe du moment principal de la quantité de mouvement de la Terre). Les observations dans les parties centrales des continents où l'influence des marées océaniques est insignifiante ont un intérêt particulier pour obtenir des valeurs exactes pour les constantes  $h$  et  $k$  de Love.

Avant de passer à d'autres manifestations des déformations de la Terre dues aux marées, prenons connaissance d'une façon un peu plus détaillée des ondes de marées [6]. Les propriétés des marées diurnes ont une signification essentielle pour l'étude du noyau de la Terre ; nous en parlerons plus en détail plus loin.

Dans la théorie des marées terrestres il convient de calculer parfois jusqu'à 52 ondes diurnes différentes. La plus grande est "la marée principale de déclinaison luni-solaire"  $K_1$  dont la période est de 4 min. plus courte que le jour moyen, "la marée principale lunaire diurne"  $O_1$  avec une période de 25 heures 49 min. et "la marée principale solaire diurne"  $P_1$  dont la période est de 4 min. plus longue que le jour (de 24 heures).

Les marées semi-diurnes dont les périodes vont de 11,5 h. à 13,2 h. sont aussi des ondes non stationnaires, mais leur répartition à la surface de la Terre est tout à fait différente que celle des ondes diurnes. Ces ondes sont symétriques par rapport à la zone équatoriale et ont des amplitudes maximales à l'équateur et nulles aux pôles. A cause des déformations liées à la formation de ces ondes, la Terre prend en première approximation la forme d'un ellipsoïde à trois axes mais la différence dans la valeur des axes équatoriaux est en tout d'environ d'un demi mètre c'est-à-dire de deux ordres plus petite que l'ondulation du géoïde terrestre en relation avec l'hétérogénéité de la structure de l'écorce terrestre et de l'enveloppe.

Comme pour les ondes diurnes cette déformation se déplace à l'intérieur de la Terre de l'Est vers l'Ouest mais avec une vitesse correspondant à la moitié de la fréquence de chaque onde puisque les phases de ces ondes "semi-diurnes" sont les mêmes à des longitudes différent de  $180^\circ$ .

Le plus grand déplacement en surface provenant des ondes semi-diurnes peut atteindre sur l'équateur 26 cm. Dans la théorie des marées il convient de calculer jusqu'à 30 ondes de ce type. Les fondamentales sont : "l'onde principale lunaire semi-diurne"  $M_2$  dont la période est de 12,4 heures, "l'onde principale solaire semi-diurne"  $S_2$  dont la période est égale à 12 heures précises (plus de deux fois plus faible que  $M_2$ ) et l'onde  $N_2$  provenant de l'ellipticité de l'orbite lunaire et qui est cinq fois plus faible que  $M_2$ . Les ondes de marées semi-diurnes se distinguent des ondes diurnes et à longue période en ce qu'elles ne changent pratiquement pas le moment d'inertie polaire de la Terre et ne changent pas la direction de l'axe polaire d'inertie.

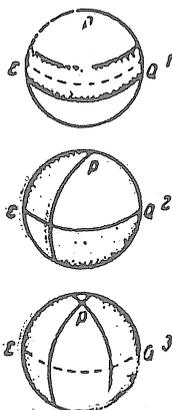


Fig. 3 - Types de marées terrestres.

- 1 - A longue période  $M_l$  - semi-mensuelle,  $M_m$  - mensuelle.
- 2 - Diurnes  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $P_1$  modifient la position de l'axe  $\zeta$ .
- 3 - Semi-diurnes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ .

Sur la figure 3 les régions ombrées et blanches indiquent respectivement la répartition des élévations et des affaissements simultanés à la surface de la Terre pour les ondes de marées des trois types décrits.

En outre, les fonctions sphériques du troisième ordre dans la décomposition du potentiel de marée donnent des petites ondes dont la période est d'environ 8 heures. Dans les marées océaniques, à cause de l'existence de fréquences propres des océans, des ondes de période d'environ 6 et 4 heures prennent naissance.

Nous passerons maintenant à d'autres manifestations des marées terrestres.

Comme nous l'avons montré les marées océaniques diurnes et semi-diurnes sont fortement altérées par des phénomènes de résonance et par d'autres effets dynamiques. Mais dans les marées océaniques il existe aussi des ondes à longue période et leur fréquence est loin de la résonance et c'est pourquoi elles se manifestent comme des marées

statiques, ce que Laplace a démontré le premier. Si on tient compte que la hauteur de la marée se mesure par rapport à la rive qui est sujette aux oscillations de marée terrestre, alors il est possible de déterminer les nombres de Love, en étudiant les amplitudes des marées océaniques mensuelles  $M_m$  et semi-mensuelles  $M_r$ . Le rapport de la hauteur observée de la marée à celle de la marée statique pour une Terre idéalement rigide est égal à [7].

$$\gamma = 1 + k - h \quad (15)$$

Pour l'étude des propriétés élastiques de la Terre par les phénomènes de marée on s'est d'abord servi notamment des marées océaniques mensuelles et semi-mensuelles. L'analyse des marées océaniques a été faite en premier lieu par G. Darwin en 1883 [8] et ensuite dans le travail classique de Schweydar en 1908 [9] qui en analysant les observations de marées dans 43 ports au cours de 194 années, obtient par les marées semi-mensuelles

$$\gamma = 0,63 \pm 0,04$$

et par les marées mensuelles

$$\gamma = 0,61 \pm 0,10$$

Nonobstant l'analyse de cet énorme matériel dans ce travail fondamental, la valeur du paramètre  $\gamma$  a été toutefois obtenue avec une précision relative faible.

La méthode d'observation des inclinaisons de marées est la troisième méthode de la détermination des constantes de Love. L'onde de marée, en parcourant le corps de la Terre, provoque une inclinaison périodique de la verticale et des inclinaisons de la surface de la Terre.

Le rapport des variations de marées observées  $\Delta i$  de l'angle entre la verticale et la surface de la Terre, avec les variations  $\Delta i_0$  de la direction de la verticale pour le cas de la Terre absolument rigide est aussi égal à :

$$\gamma = \frac{\Delta i}{\Delta i_0} = 1 + k - h \quad (15')$$

Les variations de marée des inclinaisons sont très faibles, elles atteignent une amplitude totale de  $0^{\circ}02$ . Cette inclinaison correspond à une élévation relative de 1 mm pour deux points éloignés de 10 km, mais les pendules horizontaux actuels peuvent mesurer les amplitudes des inclinaisons à partir des ondes principales de marées avec une précision d'environ 1 % .

En 1893 déjà on a commencé chez nous les mesures de  $\gamma$  par les inclinaisons (Kortazzii [10]), de longues séries d'observations ont été réalisées par A. Ya. Orlov [2], Z.N. Akseptieva [11], V.F. Bontchkovski [12] et à l'étranger par Schweydar [13], Tomaschek [14], Nishimura [15] et d'autres [3]. Cependant c'est seulement dans ces dernières années qu'ont été mis au point des pendules de grande sensibilité (Tomaschek [14], Melchior et Verbaandert [16], A.F. Ostrovski [17] et d'autres) qui permettent de déterminer le paramètre de  $\gamma$  avec une haute précision en quelques mois.

Ainsi A.E. Ostrovski, A.V. Iloromski et S.M. Fandiouchine [18] ont obtenu à partir d'une série d'un an d'observations avec les nouveaux pendules horizontaux avec enregistrement photoélectrique à distance installé dans une galerie près de Alma-Ata, pour l'onde  $M_2$

$$\gamma = 0,722 \pm 0,007 \quad (16)$$

Ils ont obtenu des valeurs de  $\gamma$  à peu près égales pour les variations d'inclinaisons dans les directions nord-sud et est-ouest.

Les valeurs de  $\gamma$  déterminées par les pendules horizontaux varient fortement d'un endroit à l'autre de la valeur de 0,5 jusqu'à 1,0. Cela s'explique partiellement par une plus grande influence des marées océaniques sur les observations clinométriques, que sur les observations gravimétriques, si elles sont effectuées non loin des côtes, mais principalement par l'influence sur les amplitudes des variations d'inclinaisons des particularités locales de la structure de l'écorce terrestre et éventuellement de l'enveloppe de la Terre. R. Tomaschek [19] a montré que les mesures des variations de marées des inclinaisons peuvent constituer une nouvelle méthode pour l'étude de la structure de l'ensemble de l'écorce. De cette façon, les valeurs de  $\gamma$  obtenues loin des océans, à condition qu'il y ait égalité à l'endroit donné des valeurs de  $\gamma$  obtenues d'après les observations dans le premier vertical et dans le méridien, peuvent servir pour la détermination des nombres de Love qui caractérisent toute la Terre.

Les marées terrestres font varier la direction de la verticale. C'est pourquoi les observations des variations périodiques de la latitude d'un lieu par rapport à la variation théorique de la latitude par l'effet du potentiel de marée pour le cas de la Terre absolument rigide permettent de déterminer encore une combinaison des nombres de Love.

$$\lambda = 1 + k - l$$

Récemment au quatrième symposium sur les marées terrestres, le savant japonais Sugawa [20] a communiqué que par la réduction de 20 années d'observations, sur des variations de latitude effectuées de 1935 à 1954 à l'aide du télescope zénithal visuel à Mizuzawa, il avait obtenu

$$\lambda = 1 + k - l = 1,32.$$

Pour la période de 1943 à 1954 les observations au télescope zénithal visuel, donnent :

$$\lambda = 1,34$$

et les observations à la lunette zénithale photographique pour la même période donnent

$$\lambda = 1,32$$

Ces résultats sont obtenus pour l'onde de marée semi-diurne  $M_2$  qui donne une amplitude totale de variation de la latitude d'environ  $0^{\circ}01$ . Il est naturel que la précision relative de cette méthode de détermination de  $k$  et  $l$  soit encore très faible, malgré la longue série d'observations employées.

La variation de marée de la force de pesanteur se fait sentir aussi sur l'allure des horloges à balancier. N. Stoyko au Bureau International du service de l'heure à Paris, a réduit une série de quatre ans (1940-1943) de comparaison des cinq horloges à quartz (sur lesquelles les variations de force de pesanteur ne produisent pas d'effet), il a obtenu la valeur [21]

$$\delta = 1,20 \pm 0,03.$$

On peut espérer qu'avec l'augmentation de la précision de la comparaison des horloges cette méthode puisse donner de bons résultats.

La sixième méthode de détermination des constantes de Love se sert des contractions horizontales et des extensions de la Terre dues aux déformations de marées.

Pour cela on se sert d'appareils spéciaux, des extensomètres placés dans des puits ou des galeries à grande profondeur et permettant de mesurer les déplacements horizontaux relatifs de deux points de l'écorce terrestre qui sont situés à une distance d'environ 20-25 mètres l'un de l'autre. Des observations semblables sont entreprises déjà dans beaucoup de pays et chez nous aussi. Ces observations permettent de déterminer directement le nombre de Shida  $l$ , si les extensomètres sont horizontaux et aussi leur combinaison avec  $h$  et  $dh/dr$  s'ils sont inclinés. L'extensomètre vertical donne la possibilité de déterminer la valeur  $(2h/a + dh/dr)$ .

Les premières observations avec extensomètres, effectuées au Japon dans trois stations, donnent après une correction approximative pour l'influence de l'effet indirect des marées océaniques, la valeur du nombre de Shida  $l$  qui est égal à :

$$l = 0,05 \pm 0,01$$

Cependant ces observations ne sont pas encore suffisamment précises et restent peu nombreuses. La valeur théorique de  $l$  peut être d'après les calculs de Molodenski assez bien supérieure à : 0,08 - 0,09 selon le modèle de la structure interne de la Terre. I.Ozawa [22] par ses observations à Osakayama au Japon en 1959 a obtenu avec des extensomètres horizontaux  $l = 0,059$  avec une précision d'environ 10 %. On constate apparemment des variations locales de la valeur de  $l$ .

Il est curieux que les variations périodiques du niveau de l'eau dans les puits inondés soit une des premières manifestations qui se révèlent des déformations de marées de la Terre. Les variations d'un volume rempli de liquide amènent à cause des déformations de marées une variation périodique du niveau de l'eau. Ce phénomène se manifeste aussi dans la variation périodique du débit de l'eau de quelques sources chaudes, du niveau de la lave dans les volcans, du niveau de l'eau dans les puits. W.Lambert, P.Melchior et d'autres ont effectué l'analyse harmonique du niveau de l'eau dans une série de sources et ils ont obtenu des rapports d'amplitudes des variations de marées du niveau, correspondant aux ondes de marées  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $O_1$ ,  $K_1$  très proches de ce qu'on attendait théoriquement. Les valeurs numériques des constantes de Love de ces observations ne peuvent être obtenues pour le moment puisque dans ces cas le volume rempli de liquide n'est pas connu. P.Melchior construit actuellement en Belgique une chambre souterraine spéciale d'un volume déterminé qui fonctionnera selon le principe du puits inondé et qui permet de mesurer la déformation volumétrique relative dans l'écorce terrestre sous l'influence des déformations de marées. Cela permettra de déterminer encore une combinaison des nombres  $l$ ,  $h$  et  $dh/dr$  :

$$\Lambda = a \frac{dh}{dr} + 4h - 6l$$

où  $r$  se mesure le long du rayon de la Terre.

La huitième méthode de détermination des nombres de Love est en relation avec la variation du moment d'inertie de la Terre due aux marées à longue période. Les marées à longue période, en changeant le moment d'inertie de la Terre  $I$ , changent aussi la vitesse angulaire de sa

rotation  $\omega$ , puisque d'après la loi de conservation du moment de la quantité de mouvement

$$I\omega = C, \quad \frac{\delta I}{I} = - \frac{\delta \omega}{\omega}$$

La variation de marée du moment d'inertie de la Terre peut être liée théoriquement à la constante de Love  $k$ . C'est pourquoi, en observant les variations de rotation de la Terre, on peut déterminer  $k$ . L'astronome américain W. Markowitz a réduit en 1959 [23] huit années d'observations de la rotation de la Terre à l'aide de deux lunettes zénithales photographiques à Washington et Richmond, elles sont rapportées aux horloges à quartz et ensuite aux horloges atomiques. Le terme périodique dans la rotation de la Terre, de période de 13,66 jours ( $M_f$ ) a donné la valeur :

$$k(M_f) = 0,29 \pm 0,07$$

le terme périodique de période de 27,55 jours, provenant de la marée à longue période  $M_m$ , a donné :

$$k(M_m) = 0,38 \pm 0,07$$

W. Markowitz obtient en moyenne :

$$k = 0,34 \pm 0,05$$

Comme on le voit, la précision de la détermination de  $k$  par cette méthode n'est pas grande. En outre le rapport théorique de  $\delta I$  avec  $k$  n'est pas encore calculé avec la précision possible à présent.

Outre ces huit méthodes basées sur les marées terrestres, permettant la détermination des nombres de Love et Shida, il y a encore une méthode astronomique qui permet de déterminer la constante de Love  $k$  d'après le mouvement périodique des pôles de la Terre. Puisque l'axe instantané de rotation de la Terre (le pôle de rotation ne coïncide pas avec le pôle de figure de la Terre), il accomplira un mouvement de précession autour de l'axe de rotation de la Terre en vertu des lois de la mécanique de l'ellipsoïde d'inertie terrestre (plus précisément - par rapport au vecteur du moment principal de la quantité de mouvement de la Terre, très proche de l'axe de rotation). Par ce mouvement l'axe de rotation décrit à l'intérieur de la Terre une surface conique dont l'ouverture est d'environ  $0^{\circ},1$  à  $0^{\circ},3$ . Ce phénomène s'appelle nutation libre ou mouvement des pôles. Pour une Terre absolument rigide "la période" de révolution du pôle de rotation autour du pôle d'inertie dans le corps de la Terre est égale à 10 mois. On l'appelle période d'Euler et sa période est :

$$\tau_0 = \frac{A}{C - A} \text{ jours stellaires}$$

où  $C$  et  $A$  sont les moments polaire et équatorial d'inertie de la Terre.

Pour la Terre réelle cette période de nutation libre  $\tau$  est voisine de 14 mois et porte le nom de période de Chandler du nom de celui qui la découvrit le premier en 1891. L'interprétation exacte de l'allongement de la période d'Euler à cause de l'élasticité de la Terre a été

donnée peu de temps après la découverte de Chandler par S.Newcomb. D'après les déterminations de E.P.Fedorov [24]

$$\tau = 433 \text{ jours (de 24 heures)}$$

Pour une Terre entièrement élastique avec un noyau qui participe aussi au mouvement Chandlerien

$$\tau = \frac{\tau_0}{1 - 41/39 k}$$

Dans ce cas il est facile de déterminer  $k$  d'après la période de mouvement du pôle.

Cependant la présence des océans mobiles modifie la période de Chandler. M.S.Molodenskii [25] a calculé la correction pour la valeur  $k$ , déterminée d'après la période  $\tau$ , par le calcul des marées océaniques provoquées par la nutation libre. Pour cette période chandlerienne qui est longue ce calcul peut être fait d'une façon assez certaine et on peut considérer les marées comme statiques et calculer seulement la répartition de la terre ferme et de la mer. En conséquence M.S.Molodenskii a calculé (en développant les travaux de E.P.Fedorov sur cette question [24]) non seulement la variation directe des produits d'inertie de la Terre par suite de la mobilité des eaux des océans, variation qui exerce une influence sur la période de nutation mais aussi les effets indirects considérables. Le fait est que la marée formée dans l'océan à cause du mouvement de nutation de l'axe d'inertie de la Terre, provoque une pression sur la surface de la Terre élastique et la déforme ; par conséquent il est nécessaire de calculer cette déformation et son effet gravitationnel complémentaire sur toute la Terre élastique. La correction à la valeur obtenue d'après la formule (12) pour la mobilité des eaux des océans, a été calculée pour deux modèles. Dans l'un on a pris pour le module de rigidité dans le noyau,  $\mu$  égal à  $06.10^{12}$  dyne/cm<sup>2</sup> (4 fois plus petit près de la frontière interne du manteau), et dans le second on a pris pour le noyau  $\mu = 0$  c'est-à-dire que le noyau est considéré comme liquide mais participant au mouvement chandlerien comme s'il était lié avec le manteau. On obtient dans les deux cas une correction presque égale :  $\Delta k = - 0,038$  dans le premier cas et  $\Delta k = - 0,039$  dans le second. De cette façon le mouvement chandlerien pour la Terre entièrement élastique donne :

$$k = 0,243 \pm 0,009$$

où l'erreur correspond à l'erreur de détermination de la période chandlerienne  $\tau$  qui est de  $\pm 3$  jours (de 24 heures). Dans le cas du noyau liquide de la Terre il peut ne pas participer au mouvement chandlerien s'il n'y a pas de mécanisme spécial électromagnétique mettant en relation le noyau et le manteau mais il exercera une influence dynamique sur le mouvement du manteau à cause de l'existence de la contraction à la frontière noyau-manteau. Dans ce cas, une série de phénomènes nouveaux apparaît au sujet desquels on parlera plus loin.

M.S.Molodenskii [4], Jeffreys et Vicente [26] ont élaboré une nouvelle théorie unifiée de la nutation et des marées terrestres diurnes pour la Terre avec un noyau liquide. Jeffreys et Vicente ont calculé les produits pour les deux modèles simplifiés de la structure du noyau de la Terre. Le modèle D I a un noyau homogène avec une masse complémentaire au centre. Dans le modèle D II la répartition de la densité dans le noyau est prise conformément à la loi de Roche  $\rho = \rho_0(1 + cr^2)$ . Dans les deux modèles, le manteau de la Terre est construit selon la répartition de la densité conforme à la loi de Bullen. Les valeurs du nombre statique  $k$  obtenues pour ces deux modèles sont :

$$\begin{array}{ll} \text{Modèle D I} & k = 0,243 \\ \text{Modèle D II} & k = 0,260 \end{array}$$

M.S.Molodenskii a examiné les deux modèles qui sont proches des notions modernes sur la structure interne de la Terre. Dans le modèle M I l'augmentation de la densité avec la profondeur dans le manteau est prise en moyenne de 40 % plus grande que par le calcul seulement de la compressibilité. Le noyau est constitué par une variation normale de densité correspondant à la compressibilité adiabatique. Dans le second modèle M II les densités dans le manteau coïncident pratiquement avec la répartition d'après Bullen mais un peu atténuées. En outre, dans cette variante on a introduit le noyau solide interne. Dans les deux variantes la répartition des propriétés élastiques du manteau est prise en accord avec la répartition de la vitesse des ondes sismiques longitudinales et transversales avec la profondeur obtenue par Jeffreys. M.S.Molodenskii et M.V.Kramer [4] ont obtenu également les valeurs statiques de  $k$  c'est-à-dire les valeurs de  $k$  pour les déformations lentes (qui sont représentatives aussi pour ces périodes, telle la période Chandlérienne).

Ces valeurs de  $k$ , sans que l'on tienne compte dans le calcul de la mobilité des océans, sont les suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{pour le modèle M I} & k = 0,307, \quad k/h = 0,494 \\ \text{pour le modèle M II} & k = 0,301, \quad k/h = 0,489 \end{array}$$

Tenant compte des corrections positives dues aux mouvements des océans et en calculant d'après les valeurs obtenues la période correspondante de Chandler, M.S.Molodenskii obtient un bon accord avec la période observée :

$$\begin{array}{ll} \text{pour le modèle M I} & \tau = 433 \text{ jours} \\ \text{pour le modèle M II} & \tau = 436 \text{ jours} \end{array}$$

Nous avons envisagé neuf méthodes différentes de détermination des nombres de Love  $k$ ,  $h$  et  $l$ . Le résumé des résultats obtenus par ces méthodes est donné dans la table.

Dans la table les valeurs du nombre de Love  $k$  pour les méthodes 1, 2, 3, 5 sont calculées d'après les valeurs  $\gamma$  et  $\delta$ , d'où

$$k = 0,489 h \quad \text{ou} \quad h = 2,045 k$$

comme M.S.Molodenskii l'a obtenu [4 page 21] pour la méthode M II avec le second noyau interne solide et la répartition de densité dans le manteau proche du modèle de Bullen. Dans ce cas :

$$k = 1,827 (\delta - 1), \quad k = 0,957 (1 - \gamma).$$

Des neuf méthodes données il n'y en a que deux qui donnent la valeur pour la Terre dans son ensemble. C'est la méthode de mesure des inégalités semi-mensuelles et mensuelles de rotation de la Terre et la méthode d'utilisation de la période de Chandler de la nutation libre de la Terre. Cependant la première donne une précision encore très faible, bien qu'on se soit servi d'une série de 8 ans d'observations effectuées avec les meilleurs procédés.

Les différentes méthodes de détermination des nombres de Love.

N°	Méthode	Combinaison	Valeur de k	Remarque
1	Marées océaniques ( $H$ )	$\gamma = 1 + k - h$	$0,36 \pm 0,04$	Schweydar [9] (43 parts)
2	Inclinaisons ( $\Lambda_l$ )	$k = 0,957 (1 - \gamma)$ $\gamma = 1 + k - h$	$0,268 \pm 0,01$	Inst. de Phys. de la Terre [18] (Alma-Ata)
3	Mesures de la force ( $\Lambda_R$ ) de la pesanteur	$k = 0,957 (1 - \gamma)$ $\delta = 1 + h - \frac{3}{2} k$ $k = 1,827 (\delta - 1)$	$0,252 \pm 0,004$	Inst. de Phys. de la Terre [28] (Tashkent)
4	Variations de la rotation de la Terre ( $\Lambda_\omega$ )	$k$ d'après $\mu_l$ $k$ d'après $\mu_m$ moyenne $k$	$0,29 \pm 0,07$ $0,38 \pm 0,07$ $0,34 \pm 0,05$	Markowitz [23] (Washington et Richmond)
5	Horloges à balanciers ( $\Lambda_R$ )	$\delta = 1 + h - \frac{3}{2} k$ $k = 1,827 (\delta - 1)$	$0,36 \pm 0,05$	Stoyko [21] Paris
6	Oscillations de la verti- cale [ $\Lambda\phi(\mu z)$ ]	$\Lambda = 1 + k - l$ $k = \Lambda - 1 + l$	$0,37 \pm 0,13$	Sugawa [20] (Misuzawa)
7	Déformations horizonta- les ( $l_{\theta\theta}$ , $l_{\phi\phi}$ ) verticales ( $l_{zz}$ )	$\begin{cases} l_{\theta\theta} + l_{\phi\phi} = h - 3l (0,28) \\ l_{\theta\theta} - l_{\phi\phi} = l \\ l_{zz} = h' + \frac{2h}{a} \end{cases}$		Ozawa [22] (Osakayama)
8	Dilatomètres ( $\Delta U$ )	$\Delta = ah' + 4h - 6l$	avenir	Lambert Melchior
9	Mouvement du Pôle de nutration libre ( $\tau$ )	$\begin{cases} \tau = \frac{\tau_0}{1 - ck} \\ \tau = 433 \pm 3 \end{cases}$	$0,243 \pm 0,009$	Molodenskii (océans pris en con- sidération) [25]
91	Noyau en relation avec le manteau			
92	Noyau liquide auto- nome	$\tau = 433$ MI $\tau = 436$ MII	$0,307$ $0,3015$	Molodenskii (océans pris en con- sidération) [4,24]

L'utilisation du mouvement du pôle donne des résultats différents suivant que l'on considère que le noyau de la Terre participe au mouvement chandlerien ou pas. Si nous avons des données indépendantes de la valeur moyenne de  $k$  pour toute la Terre on pourrait résoudre le problème du degré de liaison du manteau et du noyau dans le cas des oscillations dont la période est de l'ordre d'un an. Malheureusement toutes les autres méthodes ont un caractère local : elles ne mesurent les déformations de marées que dans les points isolés de la surface de la Terre. Ces mesures, d'une part, sont altérées par l'influence des marées océaniques et d'autre part elles peuvent ne pas être représentatives pour toute la Terre à cause de l'hétérogénéité possible de la structure profonde de la Terre dans les diverses régions. Nous nous arrêterons plus bas sur ce problème.

De toutes les méthodes locales, les méthodes de mesure des variations de la force de pesanteur et des inclinaisons jouissent de la plus grande précision et en outre comme le montrent les observations, la première méthode donne une dépendance moindre des particularités locales et est plus précise. Nous nous arrêterons plus en détail sur celle-ci plus bas. Dans la table la valeur de  $k$  d'après les observations clinométriques et gravimétriques est donnée pour deux points de l'Asie centrale qui sont éloignés des océans où l'influence de l'effet indirect des marées océaniques doit être minimum et pour lesquelles on obtient des séries d'observations les plus sûres dans le cas d'observations simultanées par deux gravimètres à chaque point. Apparemment, dans cette région les valeurs de  $k$  sont un peu plus petites que pour la moyenne de toute la Terre

bien qu'on ne puisse encore l'affirmer catégoriquement. Pour les observations clinométriques dans la ligne 2 de la table la précision est évaluée approximativement d'après l'allure des résultats dans la direction nor-sud et est-ouest, chacune de celles-ci montre d'après l'allure intrinsèque une grande précision [18]. La théorie statique des déformations de marées de la Terre a été étudiée par Thompson [29], Love [30], Herglotz [31], Schweydar [32], Leibenson [33], Jeffreys [34], Takeuchi [35], Alterman, Pekeris et Jarosch [36] et d'autres mais une étude plus complète a été faite par M.S.Molodenskii en 1953 [25] qui a calculé 16 modèles différents de la Terre et a obtenu les constantes correspondantes de Love. Il a montré en particulier comment les constantes de Love dépendent du module de rigidité dans le noyau en le supposant finalement élastique et participant à la rotation de la Terre. Ainsi, pour le modèle à noyau homogène et incompressible au moment des variations du module de rigidité dans le noyau de zéro à l'infini (noyau absolument rigide) les constantes de Love varient d'une façon monotone dans les limites de :

$$\begin{aligned} 0,310 &\geq k \geq 0,060 \\ 0,619 &\geq h \geq 0,124 \\ 0,091 &\geq l \geq 0,086 \\ 0,691 &\leq \gamma \leq 0,936 \\ 1,154 &\geq \delta \geq 1,034 \end{aligned}$$

M.S.Molodenskii a examiné également les modèles à noyau hétérogène et compressible. Il est remarquable que dans tous ces modèles on a, avec une précision allant jusqu'à un pourcent

$$h \approx 2k$$

ce qui permet pour la détermination approximative de ces constantes de profiter du rapport

$$\delta = 1 + h - \frac{3}{2}k \approx 1 + 0,50k, \quad \gamma \approx 1 - k.$$

A présent une grande quantité d'observations montrent que le noyau de la Terre est apparemment liquide (si on ne considère pas le noyau interne).

La théorie de la rotation et des déformations de marées de la Terre à noyau liquide a encore été étudiée par D.A.Sludskii en 1895 [37], Hough en 1895 [38], H.Poincaré (1910) [39], Love [40] et d'autres et ces derniers temps par Jeffreys et Vicente [26] et par Molodenskii [27] qui a donné la théorie associée la plus complète de la nutation et des déformations de marées de la Terre avec le calcul des termes d'inertie et de l'effet dynamique du noyau liquide dans le manteau. Pour les deux modèles de structure interne de la Terre qui diffèrent fortement et qui ont été étudiés dans le dernier travail de M.S.Molodenskii en 1961, celui-ci a trouvé que l'effet dynamique du noyau liquide sur le manteau et l'existence ou l'absence du noyau interne solide n'influencent pratiquement pas le rapport des nombres de Love  $h$  et  $k$ . L'influence sur ce rapport de la différence dans les modèles est insignifiante. Pour le premier modèle décrit plus haut, il a obtenu :

$$k = 0,495h \quad \text{ou} \quad h = 2,020k \quad (17)$$

et pour le second :

$$k = 0,489h \quad \text{ou} \quad h = 2,045k \quad (18)$$

La répartition de la densité pour ces deux modèles est donnée à la figure 4 où sont données les valeurs  $\rho(r)$  et  $r^2\rho(r)$ . La dernière valeur est proportionnelle à la masse de la couche sphérique mince à la distance  $r$  du centre de la Terre.

Comme on le sait par les travaux classiques de F.A.Sludski, Hough et Poincaré, la Terre élastique avec noyau liquide aplati peut avoir outre le mouvement chandlérien du pôle bien connu, encore un "mouvement" libre de l'axe d'inertie du manteau très voisin de l'axe de rotation avec une période d'environ 24 heures.

Cela signifie que l'axe polaire d'inertie de la Terre lors de la rotation diurne près de l'axe de rotation de la Terre, ne décrit pas rigoureusement un cône circulaire fermé mais un cône un peu aplati et pas complètement fermé puisque la période de ces oscillations propres de la Terre ne sont pas égales avec précision aux jours stellaires. La période de ces "mouvements diurnes" libres de l'axe de la Terre dépend également de sa structure interne. L'amplitude de ces oscillations est apparemment tellement faible qu'elle n'a pas encore été décelée \*

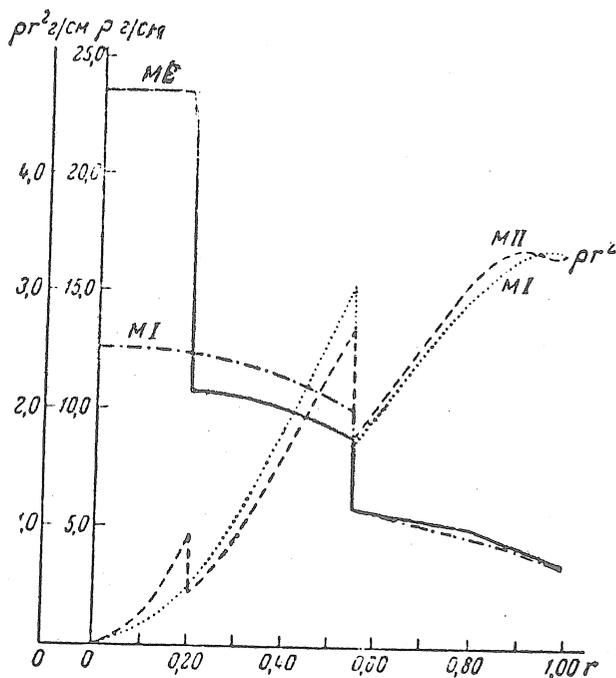


Fig. 4 Répartition des densités  $\rho(r)$  et des masses des couches minces :  $r^2\rho(r)$  à l'intérieur de la Terre pour les deux modèles de M.S.Molodenskii pour lesquels les marées diurnes et la nutation sont calculées d'après la nouvelle théorie dynamique :  
 ..... Modèle MI, ..... Modèle MII.

\* Tout récemment N.A.Popov à l'Observatoire gravimétrique de Poltava a trouvé à partir de 23 observations annuelles de deux étoiles zénithales la nutation diurne avec une amplitude de :  
 $0^{\circ}016 \pm 0^{\circ}004$ .

M.S.Molodenskii a calculé récemment [27] la période de ces "mouvements diurnes" de l'axe d'inertie de la Terre pour les deux modèles décrits de la Terre avec noyaux liquides différents et des répartitions différentes des densités dans le manteau (fig. 4). Ces périodes  $T_0$  pour les deux modèles sont apparues comme très voisines du jour stellaire diminué de 3 minutes 4 secondes pour le modèle MI et diminué de 3 minutes 6 secondes pour le modèle MII soit en moyenne de 7 minutes plus court que les jours moyens ordinaires. Il est difficile de déceler les petites variations réelles avec une période de 24 heures à cause de la présence d'erreurs systématiques possibles présentant la période de 24 heures. Cependant à présent, quand la période de cette nutation est connue avec suffisamment de précision on espère la déceler. Malgré la faiblesse de ces "mouvements" \*\*, la faculté du manteau de la Terre de présenter des oscillations avec ces périodes se manifeste dans le phénomène de résonance avec les marées terrestres diurnes.

G.Jeffreys, S.R.Vicente et M.S.Molodenskii abordèrent d'une façon indépendante comme manifestation de ce phénomène le caractère de résonance nettement établi de ce phénomène, Comme nous l'avons déjà dit plus haut, il se présente par suite des marées terrestres diurnes une variation de la direction de l'axe polaire d'inertie de la Terre et si la période de ces oscillations forcées de marées de l'axe d'inertie est voisine de la période des oscillations propres  $T_0$  alors les amplitudes des oscillations forcées s'altèrent. Cela provient de ce que les amplitudes de quelques ondes diurnes doivent être plus grandes et pour d'autres plus petites que celles obtenues d'après la théorie statique habituelle selon que la période de cette onde est plus grande ou plus petite que  $T_0$ . D'après les calculs de M.S.Molodenskii il n'y a parmi les grandes ondes de marées diurnes que l'onde  $K_1$  de période voisine du jour stellaire qui change sensiblement son amplitude à cause de ce phénomène de résonance.

Sur la figure 5 ont donne les valeurs calculées par M.S.Molodenskii [27]  $\delta = 1 + h - 3/2k$  pour les ondes diurnes de différentes fréquences  $\sigma$ . Si la vitesse angulaire de rotation de la Terre  $\omega$  est considérée comme positive alors les fréquences des ondes de marées  $\sigma$  sont négatives ( $\sigma < 0$ ). Comme on le voit par ce dessin, la fréquence de résonance  $\sigma_0$  correspondant à la période  $T_0 = 2\pi / \sigma_0$ , pour le modèle MII donne d'après les calculs de M.S.Molodenskii :

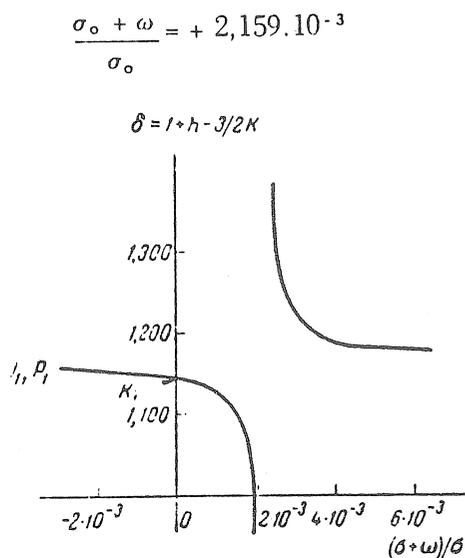


Fig. 5 Variation de  $\delta$  selon les fréquences  $\sigma$  des ondes de marées :

$\omega$  fréquence de rotation de la Terre (positive).  
 $\sigma$  fréquence des ondes de marées (négative)

\*\* On peut rappeler que Ozawa, en réduisant 20 séries annuelles d'observations avec une lunette zénithale, a pu relever les oscillations de la latitude avec une amplitude de 0,01 et une période semi-diurne.

Pour les ondes de marées diurnes de fréquence proche de  $\sigma_0$ , les valeurs de  $\delta$  doivent différer fortement des valeurs de  $\delta$  obtenues pour les ondes semi-diurnes et pour les ondes diurnes de fréquences éloignées de  $\sigma_0$ .

Malheureusement dans la décomposition du potentiel de marée il n'y a pas d'ondes diurnes d'amplitude importante et de fréquence très proche de  $\sigma_0$ . Parmi les ondes diurnes importantes il n'y a que l'onde  $K_1$  qui ait une fréquence très proche de  $\sigma_0$ . Sa période est de 3 minutes plus longue que la période de résonance  $T_0$ . Le groupe important suivant est celui des ondes de marée  $P_1$  (dont l'amplitude théorique est 3 fois plus petite que l'amplitude de l'onde principale du groupe  $K_1$ ) et a une période d'environ 10 minutes plus longue que  $T_0$ . Une des ondes diurnes principales est l'onde de la marée lunaire diurne principale  $O_1$ , elle a une période d'environ 2 heures plus longue que  $T_0$  (une heure 56 minutes), et pour celle-ci la valeur théorique de  $\delta$  ne doit pas essentiellement se distinguer de la valeur de  $\delta$  pour le cas statique et de la valeur de  $\delta$  pour les ondes semi-diurnes si les corrections de l'influence des marées océaniques sont faibles ou calculées spécialement.

Sur la figure 5 les valeurs  $(\sigma + \omega)/\sigma$  pour les ondes  $P_1$  et  $O_1$  sont hors des limites de la figure de gauche. L'influence de l'état liquide du noyau de la Terre sur les amplitudes des ondes de marées diurnes peut déjà être vérifiée par les observations.

Pour son second modèle de structure interne de la Terre (MII) M.S. Molodenskii (17) a obtenu théoriquement :

pour l'onde  $O_1$  avec la période  $T = 25$  heures 49 minutes  $\delta(O_1) = 1,164$   
pour l'onde  $K_1$  avec la période  $T = 23$  heures 56 minutes  $\delta(K_1) = 1,142$ .

La différence

$$\delta(O_1) - \delta(K_1) = 0,022 \quad (19)$$

atteint une grandeur de mesure déjà raisonnable. Cette différence dépend également de l'aplatissement du noyau ou de son moment d'inertie ce qui offre une possibilité d'estimation du moment d'inertie du noyau de la Terre et par conséquent aussi d'améliorer la précision dans la répartition des masses à l'intérieur de la Terre.

G. Jeffreys et R. Vicente ont obtenu théoriquement pour des modèles schématiques de la Terre :

pour le modèle avec noyau homogène et une masse complémentaire au centre

$$\delta(O_1) - \delta(K_1) = 1,221 - 1,183 = + 0,038$$

et pour le modèle dans lequel la densité dans le noyau varie d'après la loi de Roche  
 $\rho = \rho_0(1 - cr^2)$

$$\delta(O_1) - \delta(K_1) = 1,211 - 1,185 = + 0,026$$

Nous avons obtenu par les observations de six mois de deux gravimètres Askania à Tachkent effectuées par l'Institut de Physique de la Terre de l'Académie des Sciences de l'URSS :

$$\delta(O_1) - \delta(K_1) = + 0,027 \pm 0,003$$

En utilisant le résumé des matériaux réunis au Centre International des Marées Terrestres par Melchior [41], nous obtenons en moyenne dans 10 stations avec une durée d'observations de plus de 150 jours (de 24 heures) dans chacune :

$$\delta(O_1) - \delta(K_1) = + 0,015.$$

Au moment de la réduction habituelle des séries mensuelles d'observations on détermine généralement l'amplitude totale et la phase des ondes  $K_1$  et  $P_1$  et ensuite on les sépare, en partant de l'hypothèse que les valeurs de  $\delta$  sont égales pour celles-ci, et que s'il y a un retard de phases, il est le même pour les deux ondes.

Puisque la nouvelle théorie qui prend en considération l'état liquide du noyau de la Terre, indique une différence de valeur de  $\delta$  pour les ondes  $K_1$  et  $P_1$ , ceci doit être pris en considération au moment de la répartition des ondes  $K_1$  et  $P_1$  comme par exemple cela a été fait par Lecolazet [42] et B.P.Pertsev \*\*

Bien que cette correction soit aussi très petite car elle peut atteindre en tout quelques millièmes dans la valeur de  $\delta$ , pour l'utilisation théorique de la différence  $\delta(O_1) - \delta(K_1)$  elle doit être déterminée. Pour cela il faut réduire de longues séries d'observations en un même point d'une durée qui ne soit pas inférieure à un an.

Ces cinq dernières années, les observations des déformations de marées de la Terre se sont développées sérieusement dans tous les pays. Comme nous l'avons vu, les mesures des variations de la force de pesanteur - déterminations de  $\delta$  - sont données avec la plus grande précision. Ces premières mesures ont été faites à l'Observatoire Gravimétrique de Poltava pour une période de 3 mois par Z.N.Aksentieva en 1955 mais avec un vieux gravimètre du type Graf donnant une précision de 10 à 20 fois moins bonne que les gravimètres actuels Askania. Depuis la fin de 1957 on a commencé des observations avec les gravimètres Askania (variations de marées de la force de pesanteur avec l'aide de la section de structure de la Terre de l'Institut de Physique de la Terre de l'Académie des Sciences de l'URSS - Iou. S.Dobrochotov, B.P.Pertsev, M.V.Kramer, D.G.Gridniev, V.A.Volkov, M.V.Ivanova, S.N.Barsenkov et l'auteur de cet article). On a effectué des séries d'observations d'une durée de six mois à Poulkovo, Krasnaya Pakhra, Kiev, Alma-Ata, Tachkent, Frounze, Lantschou (dans le centre de la Chine). Les académies des républiques fédérées se sont déjà jointes à ce travail. On a commencé des observations à Tbilissi et Poltava on en ébauche à Douchambe, Novossibirsk et d'autres régions. De nouvelles méthodes d'analyse harmonique de séries d'observations mensuelles et plus longues sont élaborées qui permettent de séparer de la courbe totale d'enregistrement des variations de marées de la force de pesanteur les amplitudes et les phases des ondes principales de marées. Les méthodes de réduction proposées par B.P.Pertsev [43-48] ont obtenu la considération internationale.

\*D'après ces derniers matériaux l'Institut de Physique de la Terre à Frounze a obtenu :

$$\delta(O_1) - \delta(K_1) = + 0,025 \pm 0,003$$

\*\*B.P.Pertsev. - Analyse harmonique des variations de marées de la force de pesanteur. Institut de Physique de la Terre de l'Ac. des Sc. de l'URSS 1961.

Les méthodes de réduction se développent activement aussi à l'Observatoire de Poltava (P.V.Matvéev [47] et V.G.Balenko [48] \*).

La réduction de toutes ces observations s'effectue à présent sur ordinateur électronique Oural II et M. 20.

Les matériaux réduits ont donné une série de résultats intéressants. Les valeurs de  $\delta$  diminuent en moyenne systématiquement avec l'éloignement des océans. Ainsi, on obtient en moyenne à :

Poulkovo	$\delta = 1,20$
Krasnaya Pakhra	$\delta = 1,17$
Asie Centrale	$\delta = 1,14$

Le dernier résultat présente surtout un grand intérêt puisque l'influence des marées océaniques en Asie Centrale est faible et le résultat est obtenu avec une grande sûreté, en bon accord pour les différentes stations et les différents appareils. Ainsi, en moyenne pour les trois ondes principales ayant des périodes éloignées de la résonance,  $\delta(M_2, S_2, O_1)$  est égal [28] à :

Alma-Ata	$1,137 \pm 0,003$
Lantschou	$1,138 \pm 0,007$
Tachkent	$1,148 \pm 0,002$
en moyenne	$1,143 \pm 0,002$

En se servant de (18), nous obtenons :

$$k = 0,269 + 0,004, \quad h = 0,543 + 0,008$$

Il est curieux que les observations annuelles aux clinomètres de A.E.Ostrovskii, effectuées par A.V.Horomskii à Alma-Ata, donnent [18]

$$\gamma(M_2) = 0,722 \pm 0,007 = 1 + k - h$$

ce qui, dans la combinaison avec (20), donne

$$k = 0,280 + 0,014, \quad h = 0,588 \pm 0,021$$

Ces résultats diffèrent fortement des résultats des premières observations qui décidèrent P.Melchior à prendre pour toute la Terre  $\delta = 1,20$ , ce qui correspond à  $k = 0,365$ .

Il faut noter que les plus longues séries d'observations effectuées à proximité des océans à Strasbourg (Lecolazet-France), Uccle (P.Melchior-Belgique) et Caracas (Fiedler-Venezuela) donnent des valeurs du facteur  $\delta$ , voisin de 1,19. Malheureusement il ne suffit

---

\* Voir également V.G.Balenko. - Comparaison des méthodes d'analyse harmonique d'une série d'un mois d'observations de marées terrestres. Thèse, M. 1961.

pas des observations faites dans la profondeur des continents, à l'exception de l'Asie. Ce n'est qu'après le calcul exact de l'influence des marées océaniques et maritimes qu'on pourra parler de la valeur moyenne de  $\delta$  et par conséquent aussi des constantes de Love pour toute la Terre. Pour le moment on soupçonne que dans les différentes régions de la Terre les valeurs de ces constantes soient différentes. Si cela se confirme par des observations ultérieures alors il faut renoncer à la notion du manteau de la Terre comme s'il était formé de couches sphériques homogènes. Il faut représenter la Terre comme hétérogène non seulement le long du rayon mais aussi dans les directions de la longitude et de la latitude. Ceci peut sans doute trouver son explication dans les idées sur la formation de la Terre provenant de l'accrétion de grands blocs - protoplanètes.

La seconde particularité des marées terrestres qui se manifeste très nettement par les observations en Asie centrale est le retard des variations de marées observées de la force de pesanteur par rapport aux variations théoriques pour une Terre parfaitement élastique. Pour la Terre parfaitement élastique la déformation de marée doit avoir la même phase que la force génératrice de marée ou que le potentiel de marée. La couche de marée provenant, par exemple, de la Lune doit être à n'importe quel moment dirigée vers la Lune. Mais si la Terre ou certaines de ses couches présentent de la viscosité ou un retard de déformation par rapport à la phase des tensions existantes, la déformation de marée sera par suite de la rotation de la Terre mise en avant dans le sens de la rotation de la Terre par rapport à la ligne qui relie le centre de la Terre et le corps générateur de marée. C'est pourquoi, pour l'observateur situé sur la Terre, la plus grande élévation (et la diminution de la force de pesanteur) s'opérera non pas au moment de culmination de l'astre générateur de marée mais un peu plus tard. Les phases des ondes de marées seront en retard par rapport à leurs valeurs théoriques pour le cas de la Terre parfaitement élastique. De cette façon, l'étude du retard de phases des marées terrestres ouvre de nouvelles possibilités pour l'étude de la viscosité des autres propriétés rhéologiques de la Terre. Pour les ondes diurnes un retard de phase de  $1^\circ$  correspond à un retard en temps de 4 minutes pour les variations de la force de pesanteur tandis que pour les ondes semi-diurnes, le retard de phase en  $1^\circ$  correspond naturellement au retard en temps de 2 minutes. On a obtenu en Asie Centrale les retards de phases suivants :

	Pour les ondes semi-diurnes	Pour les ondes diurnes
à Alma-Ata	- $3^\circ,7 \pm 0^\circ,4$	- $1^\circ,6 \pm 0^\circ,3$
à Lantschou	- $3^\circ,8 \pm 0^\circ,3$	- $2^\circ,4 \pm 0^\circ,4$
à Tachkent	- $4^\circ,3 \pm 0^\circ,1$	- $1^\circ,4 \pm 0^\circ,2$
	<hr/>	<hr/>
en moyenne	- $3^\circ,9$	- $1^\circ,8$

ce qui correspond à un retard de phase moyen des variations de marée de la force de pesanteur de 7 minutes.

Cependant si on remarque comme l'a montré Slichter [49] que le potentiel de marée  $W_2$  ne retarde pas mais que retarde seulement la partie de perturbation de marée due au potentiel  $kW$  qui provient de la "couche" de marée, alors le retard effectif de la phase de la déformation de marée doit être approximativement de  $0,52 \delta / (\delta - 1)$  fois plus grand que le retard de phase de la variation de la force de pesanteur. Pour  $\delta = 1,14$  ce retard doit être 4,2 fois plus grand, et pour  $\delta = 1,20$  il doit être 2,9 fois plus grand. D'après le résumé fait par le directeur du Centre International des Marées Terrestres à Uccle (Belgique) P. Melchior, nous obtenons en moyenne pour 10 points du globe terrestre pour lesquels on a réduit des séries d'observations d'une durée de plus de 150 jours, les retards suivants de phases des variations de marées observées de la force de pesanteur :

$$\begin{aligned} \Lambda\phi(M_2) &= -1^{\circ},8 & \Lambda\phi(\text{semi-diurnes}) &\approx 3,8 \text{ min.} \\ \Lambda\phi(S_2) &= -2^{\circ},1 \\ \Lambda\phi(O_1) &= -1^{\circ},4 & \Lambda\phi(\text{diurnes}) &\approx 5,2 \text{ min.} \\ \Lambda\phi(K_1) &= -1^{\circ},2 \end{aligned}$$

ce qui correspond au retard moyen de la même marée d'environ 20 minutes.

Si on considère que les marées océaniques semi-diurnes sont beaucoup plus grandes que les marées diurnes alors on peut s'attendre à ce que, pour les points qui ne sont pas très éloignés de l'océan, les phases des ondes semi-diurnes soient déformées plus fortement par l'influence des marées océaniques que pour les ondes diurnes. C'est pourquoi, si nous prenons très approximativement pour toute la Terre  $\Lambda\phi(\Lambda g) = 5,2 \text{ min.}$  et  $\delta \approx 1,16$  alors nous obtenons :

$$\Lambda\phi(\text{marée}) = \Lambda\phi(\Lambda g) \frac{0,52 \delta}{\delta - 1} = 20 \text{ min.}$$

où  $\Lambda\phi(\Lambda g)$  est le retard des variations de marées de la force de pesanteur et  $\Lambda\phi(\text{marée})$  est le retard de la déformation de marée elle-même. Il n'y a que les observations de Paris et aussi de Strasbourg et Caracas (pour  $M_2$ ) qui donnent de petites avances de phases; dans les autres points nous observons des retards.

Cependant on a une divergence importante dans les retards de phases dans les divers endroits de la Terre d'une façon analogue à celui qu'on a avec les valeurs de  $\delta$ . Cela peut être également provoqué par les propriétés hétérogènes de structure élastique du manteau. Cependant l'appréciation définitive sur la valeur de ce retard, moyen pour toute la Terre, ne pourra se faire qu'après l'obtention d'un grand matériel plus complet que le calcul de l'influence indirecte des marées de la mer et océaniques et après une détermination plus méticuleuse du retard dû à l'instrument dans les gravimètres Askania avec lesquels on effectue à présent en grande partie les observations. Les estimations préalables du retard instrumental faites par Steinmetz, Lecolazet, P. Melchior et nous-mêmes indiquent un retard instrumental plus petit que le retard observé. Les travaux sur l'étude de ces influences s'effectuent à l'Institut de Physique de la Terre Ac. des Sc. URSS. Si la déformation de marée due à la Lune s'avance dans la direction de la rotation de la Terre à cause des propriétés de viscosité de la Terre, alors le corps de la Terre devient asymétrique par rapport à la droite reliant les centres de la Lune et de la Terre. Les forces d'attraction de la Lune, agissant sur les déformations de marées ainsi déplacées donnent un couple qui doit freiner la rotation de la Terre ce qui doit amener à un ralentissement séculaire de la rotation de la Terre (fig. 6). Nous avons calculé que si on admet le ralentissement séculaire observé de la rotation de la Terre d'après De Sitter comme correspondant à un allongement du jour sous l'effet de la Lune de 3 msec. par siècle, alors pour expliquer ce ralentissement par les marées terrestres il suffirait d'un retard de 14 minutes. Ainsi, il est possible qu'un ralentissement séculaire fondamental de la rotation de la Terre s'explique par l'effet des marées terrestres. Quant à l'influence des marées océaniques par laquelle on a d'abord expliqué le ralentissement de rotation de la Terre, elle n'est évaluée que très approximativement et apparemment assez bien plus petite que ce qu'on avait calculé au début.

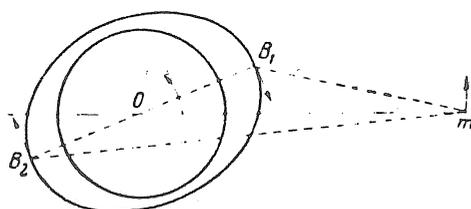


Fig. 6. - Schéma de l'effet des forces de marées sur la rotation de la Terre.

Il est curieux que le retard de marée exercé par Phobos, qui est en tout sur Mars d'un angle  $\Delta\phi = 1^{\circ}, 3'$  expliquerait aussi l'accélération séculaire dans le mouvement de Phobos si on le considère en concordance avec le travail de B. Charpless.

L'augmentation de la précision et du volume des observations des marées terrestres d'une part, et l'utilisation des ordinateurs électroniques pour l'analyse de ces observations et pour le calcul des modèles théoriques de structure de la Terre, d'autre part, permettent d'utiliser l'étude des marées terrestres comme une méthode nouvelle efficace pour l'étude de la structure interne de la Terre et de ses propriétés physiques.

Académie des Sciences URSS  
Institut de Physique de la Terre

4. VI. 1962.

### BIBLIOGRAPHIE

1. Munk W., MacDonald G. The Rotation of the Earth. Univ. Press. Cambridge, 1960.
2. Орлов А. Я. Исследования приливных деформаций земли. Избр. тр. II; Результаты юрьевских, томских и петербургских наблюдений над лунно-солнечными деформациями Земли. Избр. тр., III. Изд. АН УССР, Киев, 1961.
3. Melchior P. Les marées terrestres. Observ. Roy. Belgique, Monographies, 4, 1957.
4. Молоденский М. С. Теория приливов и суточных земных приливов. Земные приливы и путаница Земли, Изд. АН СССР, 1961.
5. Молоденский М. С. и Крамер М. В. Числа Лява для статических земных приливов 2 и 3-го порядков. Земные приливы и путаница Земли, Изд. АН СССР, 1961.
6. Bartels I. Gezeitenkräfte. Handbuch der Phys., 48, Geophys. II, Springer, Berlin, 1957.
7. Чарийский Н. Н. Земные приливы и внутреннее строение Земли. Вестник АН СССР, № 6, 1960.
8. Darwin F. H. Attempted Evaluation of the Rigidity of the Earth from the Tides of Long Period. Scient. Papers, I, Univ. Press, Cambridge, 1907.
9. Schweydar W. Beitrag zur Bestimmung des Starrheitskoeffizienten der Erde. part III; Harmonische Konstanten der vierzehntätigen und monatlichen Monflut, Gerlands Beitr. Geophys., 9, 1908.
10. Кортацци П. Наблюдения с помощью горизонтальных маятников Ребера-Павица на Николаевской обсерватории. Изв. Русск. астроном. о-ва, 4, 1895; 5, 1896.
11. Алексеева З. П. Результаты одиннадцатилетнего ряда наблюдений (с 1930 по 1941) над колебаниями отвеса в Полтаве. Тр. Полтавск. гравиметр. обсерв., II, 1948; Окончательные результаты определения волны  $M_2$  в колебаниях отвеса в Томске с 1912 по 1920 г., Тр. Полтавск. гравиметр. обсерв., IV, 1951.
12. Бончковский В. Ф. Наклоны земной поверхности. Тр. Сейсмол. ин-та АН СССР, № 99, 1940.
13. Schweydar W. Untersuchungen der Oscillationen der Lotlinie auf dem Astrometr. Institut der Grossh. Strenwarte zu Heidelberg, Gerlands Beitr. Geophys., 7; 1905; Lotschwankung und Deformation der Erde durch Flutkräfte, Zentralbureau der Intern. Erdmessung, N. F., 38, 1921.
14. Tomashek R. Tides of the solid Earth. Handbuch der Physik, 48, Geophys., II, 1957.
15. Nishimura E. On Earth Tides. Trans. Amer. Geophys. Union, 31, No 3, 1950.
16. Verbandert J., Melchior P. Les Stations Geophysiques souterraines et les pendules horizontaux de l'Observatoire Royal de Belgique. Observ. Roy. Belgique, Monographies, 7, 1961.
17. Островский А. Е. Наклономер с фотоэлектрической регистрацией. Изучение земных приливов, Сб. ст., МГУ Изд. АН СССР, 1961.
18. Ostrovsky A. E., Choromsky A. V., Fonduschina S. M. Results of a yearly series of tidal tilts observations in Alma Ata from 1 XI 59 till 1 XI 60. Quatrième Symposium International Sur les marées Terrestres, Bruxelles, 5-10 VI 1961, Commun. de l'Observ. R. de Belgique, No 188, S. G. No 58, 1961.

BIBLIOGRAPHIE.

19. Tomasehek R. The Tides of the Solid Earth and their geophysical and geological Significance. Nature, 173, No 4395, 1954.
20. Sugawa C. Determination of  $(1-k-b)$  from latitude observations made at Mizusawa. Quatrième Sympos. Internat. sur les marées Terrestres, Bruxelles 5-10 VI 1961, Commun. de l'Observ. R. de Belgique, No 188, S. G. No 58, 1961.
21. Stoyko N. L'attraction luni-solaire et les pendules. Bull. Astron., XIV, fasc 1, 1949; Disaster Prevention Research Inst. Bull., III, No 46, 1961.
22. Ozawa J. On some coefficients of Earth tidal strains, Third Intern. Symposium on Earth Tides, Triest 6-11. VII 1959, Bollettino di Geofisica, Anno II, № 5, 1960.
23. Markowitz W. Lunar and solar Earth-tides and the rotation of the earth third Intern. Symposium on Earth Tides, Triest, 6-11. VII 1959, Bollettino di Geofisica, Anno II, № 5, 1960.
24. Федоров Е. П. О влиянии колебаний уровня океана, вызываемых движением полюсов, на это движение. Докл. АН СССР, 67, № 4, 1949.
25. Молоденский М. С. Хирургические приливы, свободная нутация и некоторые вопросы строения Земли. Тр. Геофиз. ин-та АН СССР, № 9, 1953.
26. Jeffreys H., Vicente R. The Theory of Nutation and the Internal Constitution of the Earth, Physics and Chemistry of the Earth, 4, Pergamon Press Oxford, 1961.
27. Молоденский М. С., Крамер М. С. Земные приливы и нутация Земли. Изд. АН СССР, 1961.
28. Paritsky N. N. Studies of Tidal Variations of Gravity in Central Asia by the Earth Physics Institute of the USSR Academy of Sciences, Quatrième Symposium Intern. sur les marées Terrestres Bruxelles 5-10 juin 1961, Communications de l'Observ. R. de Belgique, No 188, S. G. No 58, 1961.
29. Thomson W. On the Rigidity of the Earth. Math. and Phys. Papers, III, Cambridge Univ. Press, 1890.
30. Lоуе А. Е. Н. Some problems of Geodynamics, Cambridge Univ. Press, 1911.
31. Herzog G. Über die Elastizität der Erde bei Berücksichtigung ihrer variablen Dichte. Z. für Math. u. Phys., 52, 1905.
32. Schweydar W. Ein Beitrag zur Bestimmung der Starrheitskoeffizient der Erde. Geolands Beitr. Geophys., 9, 1908; Theorie der Deformation der Erde durch Flutkräfte, Veröff. Preuss. Geod. In- u. F. 66, Potsdam, 1916.
33. Гейбелзон Л. С. Геобр. тр., Изд. АН СССР, I, 1954; IV, 1955.
34. Джеффрис Г. Земля, ее происхождение, история и строение. Изд., 1960.
35. Takeuchi H. On the Earth Tide of the compressible Earth of variable Density and Elasticity. Trans. Amer. Geophys. Union, 31, No 55, 1950.
36. Pekeris C. L., Jarosch H., Alferman Z. Second Intern. Report on Oscillations of the Earth, Weizmann Inst., Rehovot, Israel, 1959.
37. Слудский Ф. А. Нутация Земли с жидким ядром. Бюлл. Об-ва естествоиспытателей, № 2, 1895.
38. Hough S. S. The Rotation of an Elastic Spheroid. Philos. Trans. Roy. Soc. London, A, 187, 1896.
39. Poincaré H. Sur la précession des corps déformables. Bull. astron., 27, 1910.
40. Lamb H. Hydrodynamics, Cambridge Univ. Press., 1932.
41. Melchior P. Rapport sur les marées terrestres, Assoc. Intern. Geodesic, UGGI, Assamblée General Helsinki, VII, 1960.
42. Lecoqzet R. La méthode utilisée à Strasbourg pour la separation des ondes  $K_1$ ,  $P_1$  et  $S_1$ . Marées Terrestres, Bull. d'Information, No 49, 1960.
43. Перцев Б. П. Об учете сползания нуля при наблюдении хирургических приливов. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4, 1959.
44. Перцев Б. П. Гармонический анализ приливов. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 8, 1958.
45. Перцев Б. П., Парибский П. П., Крамер М. В. Сравнение различных методов гармонического анализа приливных деформации Земли. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 32, 1959.
46. Перцев Б. П. Опыт определения масштабных коэффициентов лангса при наблюдении приливных вариаций силы тяжести, Гравиметрические исследования, Сб. ст., МГГ Изд., АН СССР, 1960.
47. Матвеев П. В. Гармонический анализ месячной серии приливных наблюдений. Тр. Полтавск. гравиметр. обсерв., Изд. АН УССР, IX, 1964.
48. Балеико В. Г. Некоторые вопросы сравнения методов гармонического анализа земных приливов, Тр. Полтавск. гравиметр. обсерв. IX и X, Изд. АН УССР, 1964.
49. Slichter L. B. Note Concerning a Common Large Error in Estimating the Energy Dissipation Associated with Gravity Tides, Marées Terrestres, Bull. d'Information, No 221, 1960.

Bibliographie (texte français)

2. O r l o v A. Ya.  
Étude des déformations de marées de la Terre *Izbr. Tr. II* ;  
Résultats des observations de Iouriev, Tomsk et Potsdam sur les déformations luni-  
solaires de la Terre *Izk Tr. III Izd AN. RSSU, Kiev 1961.*
4. M o l o d e n s k i i M. S.  
Théorie de la nutation et des marées terrestres diurnes.  
Marées terrestres et nutation de la Terre, *Izd. AN. URSS 1961.*
- 5 M o l o d e n s k i i M. S. et K r a m e r M. V.  
Nombres de Love pour les marées terrestres statiques du 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> ordre.  
Marées terrestres et nutation de la Terre, *Izd. AN. URSS 1961.*
7. P a r i i s k i i N. N.  
Marées terrestres et structure interne de la Terre  
*Messenger AN. URSS, N° 6, 1960.*
10. K o r t a z z i I.  
Observations avec les pendules horizontaux de Rebour Pachwitz à l'Observatoire de  
Nicolaiév. *Izv. Rounk. Astronom. o. va 4, 1895 ; 5, 1896.*
11. A k s e n t i e v a Z. N.  
Résultats d'une série de onze années d'observation (de 1930 à 1941) sur les oscilla-  
tions de la verticale à Poltava. *Tr. de l'Obs. grav. de Poltava II, 1948 ;*  
Résultats définitifs de la détermination de l'onde M<sub>2</sub> dans les oscillations de la verti-  
cale à Tomsk de 1912 à 1920 *Tr. de l'Obs. grav. de Poltava IV, 1951.*
12. B o n t c h k o v s k i i V. F.  
Inclinaisons de la surface de la Terre. *Tr. Séismol. inst. AN. URSS N° 99, 1940.*
17. O s t r o v s k i i A. F.  
Clinomètre avec enregistreur photo-électrique.  
*Étude des marées terrestres, Sh. ct. A.G.I. Izd. AN. URSS 1961.*
24. F e d o r o v E. P.  
Sur l'influence des variations du niveau de l'océan provoquées par le mouvement des  
pôles sur ce mouvement. *Rapport AN. URSS 67, N° 1, 1949.*
25. M o l o d e n s k i i M. S.  
Marées élastiques. Nutation libre et quelques problèmes de la structure de la Terre.  
*Tr. Géophys. In. ta AN URSS N° 9, 1953.*
27. M o l o d e n s k i i M. S. et K r a m e r M. S.  
Marées terrestres et nutation de la Terre. *Izd. AN. URSS, 1961.*
33. L e i b e n s o n L. S.  
*Tr. Izd. AN URSS I, 1951 ; II 1955*
34. J e f f r e y s G.  
La Terre, son origine, histoire et structure II. 1960

37. Sloudskii D.A.  
Nutation de la Terre avec un noyau liquide.  
*Bull. Ob. va des naturalistes N. 2, 1895.*
43. Pertsev B.P.  
Sur le calcul de la dérive dans les observations de marées élastiques.  
*Izv. AN. URSS sec. Géoph. N° 4 1959.*
44. Pertsev N.P.  
Analyse harmonique des marées.  
*Izv. AN. URSS sec. Géoph. N° 8, 1958.*
45. Pertsev B.P., Pariiskii N.N., Kramer M.V.  
Comparaison des différentes méthodes d'analyse harmonique des déformations de marées de la Terre.  
*Izv. AN. URSS. sér. Géoph. N° 32, 1959.*
46. Pertsev B.P.  
Essai de détermination des coefficients proportionnels de l'enregistrement pendant les observations des variations de marées de la force de pesanteur.  
*Recherches gravimétriques Sb. st. AGI Izd. AN. URSS 1960.*
47. Matvéev P.B.  
Analyse harmonique d'une série d'un mois d'observations de marées.  
*Tr. Observ. gravim. de Poltava. Izd. AN. RSSU IX 1961.*
48. Balenko V.G.  
Quelques problèmes de comparaison des méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres.  
*Tr. Observ. gravim. de Poltava IX et X Izd. AN. RSSU 1961.*

Les précieux matériaux historiques sur les travaux pour l'étude des marées terrestres sont contenus également dans les rapports réguliers qui ont été rassemblés tous les 3 ans par W.Lambert de 1924 à 1954 pour la réunion suivante de l'Assemblée Générale de l'Union de Géophysique et de Géodésie Internationale pour l'Association de Géodésie, Rapports Généraux a 2-e, 3-e, 4-e, 5-e, 6-e, 7-e, 8-e, 9-e, et 10-e, Assemblée Gén. de l'UGGI : 4, Madrid, 1904; 6, Prague, 1927; 8, Stockholm, 1930, 12, Lisbonne, 1933 ; 14, Edinbourg 1946 ; 16, Washington, 1939; Bull. Géod. Oslo 1948; 17, Bruxelles, 1951; 19, Rome, 1954.

En 1957 (Toronto) et 1960 (Helsinki) ces rapports ont été rassemblés par P.Melchior. Presque toute la bibliothèque sur les marées terrestres de 1800 à 1959 comprenant 692 noms a été publiée par P.Melchior en décembre 1959. Ce fut une des premières mesures de la Commission Permanente des Marées Terrestres organisée au sein de l'Association Internationale de Géodésie de l'U.G.G.I. et qui a son centre à Uccle, Belgique.

P.Melchior a publié aussi régulièrement depuis décembre 1955, le Bulletin d'Information des Marées Terrestres qui comprend les dernières nouvelles et la bibliographie. Trente numéros de ce bulletin ont déjà paru : Marées terrestres bulletin d'information Commission Permanente des Marées Terrestres, Bruxelles, Nos 1 à 30.

ANALYSE HARMONIQUE DES MAREES TERRESTRES  
(Séries de 29 jours)

par

*P.S. Matvéev*

(Труды Полтавскої Гравиметрическої Обсерваторії, XI, pp. 16-63 1962).

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗЕМНЫХ ПРИЛИВОВ  
(29 - суточная серия)

И. С. Матвеев

(Труды полтавской гравиметрической обсерватории, XI, 16-63 1962)

Introduction.

La méthode d'analyse harmonique d'une série mensuelle d'observations de marées, exposée dans le travail [1], donne la possibilité de déterminer les ondes les plus importantes de la marée terrestre.

La vérification de cette méthode sur un matériel théorique de haute précision a montré que quelques ondes lunaires ( $O_1$  et  $M_2$ ) sont déterminées d'après ce schéma d'analyse proposé avec un peu moins de précision que dans les autres méthodes.

Nous avons tenté d'améliorer le schéma initial par une modification partielle (concernant la détermination de l'onde  $O_1$ ) et le calcul complémentaire d'une série d'harmoniques perturbateurs faibles [3]; ceci n'a pas donné le résultat escompté, bien qu'il soit tout à fait évident que les possibilités de la méthode proposée ne sont pas épuisées.

Dans le présent article nous proposons une seconde variante plus précise du schéma d'analyse harmonique de la série de 29 jours d'observations à l'aide de laquelle nous déterminerons les ondes de marée les plus importantes :  $Q_1$ ,  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $M_1$ ,  $N_2$ ,  $M_2$ ,  $S_2$ , et  $\mu_2$ . La nouvelle variante se distingue de l'ancienne, en ce que seule la méthode de détermination des ondes lunaires est changée, les ondes  $K_1$  et  $S_2$  se déterminant d'après un schéma qui ne se distingue en rien du schéma initial.

La limitation de la durée de la série analysée à 27 jours de calendrier était un défaut de la première variante de la méthode (pour la détermination des ondes lunaires), par le fait que le facteur d'amplitude de l'onde déterminée s'est réduit à peu près de 7 à 8 % en comparaison avec le facteur fourni par la série de 29 jours. C'est pourquoi dans la nouvelle variante, on se sert, pour la détermination de presque toutes les ondes, de la série standard de 29 jours d'observations qui englobe 696 ordonnées horaires successives.

Cependant, il n'a pas paru possible d'utiliser la série standard pour la détermination de l'onde  $N_2$  et il a fallu se borner à la série de 28 jours. Toutefois, grâce aux particularités de la méthode employée pour la sommation des ordonnées d'après le temps spécial de cette onde, son facteur d'amplitude non seulement n'a pas diminué mais au contraire s'est augmenté ici de presque 25 %.

Dans la première variante le facteur d'amplitude s'est réduit de quelques pourcents encore, à cause de la sommation des ordonnées tout au long de la série, rigoureusement d'après le temps des ondes fictives (voisines des ondes lunaires déterminées). Pour se débarrasser de cela, dans la nouvelle variante ce principe de sommation des ordonnées n'est maintenu que dans les intervalles de la série en 4 à 6 jours (de 24 heures). Les résultats de la sommation des ordonnées

d'après chacun de ces intervalles sont ramenés dans la somme générale d'après le principe de l'identité des phases. Dans ce schéma combiné la diminution des facteurs d'amplitude des ondes lunaires déterminées est pratiquement imperceptible. Dans le but d'augmenter la sûreté des résultats obtenus dans la nouvelle variante de la méthode, le nombre des ondes voisines prises en considération a été fortement augmenté. Ainsi, pour la détermination des ondes  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $N_2$ ,  $M_2$  et  $S_2$  on a pris en considération (au moyen des valeurs réduites  $f$  et  $u$ ) toutes les ondes voisines dont l'amplitude relative atteint 0,1 % pour la détermination de l'onde  $Q_1$  - toutes les ondes voisines dont l'amplitude relative atteint 0,2 % et pour la détermination des ondes  $M_1$  et  $\mu_2$  - toutes les ondes dont les amplitudes relatives atteignent 0,5 et 1,0 % respectivement.

Le calcul des ondes d'amplitude relative atteignant 0,1 % ne doit pas être envisagé comme une sorte de fantaisie du calculateur. Cette exigence est nécessaire et n'est nullement prématurée; il faut l'effectuer si l'on veut tirer du matériel d'observations des données dont la précision sera d'au moins 1 %. En effet, on tâche à présent d'effectuer l'étalonnage des clinomètres et des gravimètres avec cette même précision. On voudrait que, conformément à cela, les autres erreurs systématiques et partiellement systématiques des observations ne sortent pas des limites de 1 %. C'est pourquoi pour préserver les résultats obtenus de toute erreur systématique de calcul, les valeurs théoriques de départ des ondes déterminées doivent se calculer pour le moins jusqu'à l'ordre suivant c'est-à-dire avec une erreur relative ne dépassant pas 0,1 - 0,2 %. L'augmentation du nombre d'ondes voisines calculées et la complication que cela provoque dans les formules pour le calcul de valeurs réduites  $f$  et  $u$  rend la méthode un peu plus difficile. Cela se justifie cependant tout à fait par le désir d'obtenir des données plus sûres sur la marée terrestre. En général, à l'échelon actuel de l'évolution de la technique de calcul, quand les ordinateurs électroniques sont largement mis en application dans la pratique de l'analyse harmonique, la caractéristique de telle ou telle méthode au point de vue de sa difficulté doit passer au second plan par rapport à la caractéristique basée sur la précision des résultats obtenus. Dans la dernière partie de cet article les étapes fondamentales de la réduction du matériel d'observations d'après le schéma d'analyse proposé sont expliquées par un exemple concret.

BREVES REMARQUES A PARTIR DE LA THEORIE DE LA DECOMPOSITION HARMONIQUE  
DU POTENTIEL DES FORCES GENERATRICES DE MAREES.

La décomposition la plus précise et la plus complète du potentiel des forces génératrices de marées en série de fonctions harmoniques est donnée dans le travail de A. Doodson [4].

Pour un point éloigné d'une distance  $\rho$  du centre de la Terre, le potentiel  $W$  de la force lunaire génératrice de marée se trouvant dans le zénith géocentrique de la distance  $\delta$ , a la forme :

$$W = \frac{2}{3} G(\rho) \frac{c^3}{r^3} \left[ (3 \cos^2 \vartheta - 1) + \frac{\rho}{r} (5 \cos^3 \vartheta - 3 \cos \vartheta) + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \frac{\rho^2}{r^2} (35 \cos^4 \vartheta - 30 \cos^2 \vartheta + 3) + \dots \right], \quad (1)$$

où

$$G(\rho) = \frac{3}{4} \frac{\mu M \rho^2}{c^3} = \frac{3}{4} \frac{M}{E} \frac{(g_0)_1 \rho_1^2 \sin^3 \pi_0}{\rho_0^3} \rho^2; \quad (2)$$

$\mu$  est la constante de gravitation ;  $M$ ,  $\Pi_0$  et  $r$  sont respectivement la masse de la Lune, sa parallaxe équatoriale horizontale et la distance au centre de la masse de la Terre ;  $c$  est la valeur moyenne de la distance  $r$ , c'est à dire le demi grand-axe de l'orbite non perturbée de la Lune ;  $E$  et  $\rho_0$  sont la masse de la Terre et son rayon équatorial ;  $(g_0)_1$  l'accélération de la force d'attraction gravitationnelle sur la surface de la sphère de rayon  $\rho$  de dimension égale à la Terre.

Pour la facilité de l'énoncé suivant nous représentons le coefficient  $G(\rho)$  sous la forme suivante :

$$G(\rho) = G \frac{\rho^3}{\rho_1^3}, \quad (3)$$

où

$$G = G(\rho_1) = 26248 \text{ cm}^2/\text{sec}^2. \quad (4)$$

Cette valeur numérique de  $G$  a été obtenue par N.N. Pariiskii [5, 15] à l'aide des valeurs des constantes astronomiques [6, 7].

$$\begin{aligned} E &= 81,38 \pm 0,03, \\ M &= 3422'',45 \pm 0,03, \\ \rho_0 &= 6378388 \text{ m}, \\ \rho_1 &= 6371221 \text{ m}, \\ (g_0)_1 &= 982,037 \text{ cm/sec}^2. \end{aligned}$$

En négligeant en (1) les termes, contenant des fonctions sphériques du quatrième ordre et d'ordres supérieurs, le potentiel de la force lunaire génératrice de marée peut s'inscrire sous la forme :

$$W = W_2 + W_3 \quad (5)$$

où

$$\begin{aligned} W_2 &= G \frac{\rho^3}{\rho_1^3} \left(\frac{c}{r}\right)^3 \left(\cos 2\vartheta + \frac{1}{3}\right), \\ W_3 &= \frac{1}{6} G \frac{\rho^3}{\rho_1^3} \frac{\rho_1}{c} \left(\frac{c}{r}\right)^4 (5 \cos 3\vartheta + 3 \cos \vartheta). \end{aligned} \quad (6)$$

L'expression du potentiel de la force solaire  $W_s$  génératrice de marée est facile à obtenir à partir de (5) - (6) par la simple substitution des paramètres caractérisant l'action réciproque de la Lune avec la Terre par les paramètres solaires correspondants. Puisque l'influence d'autres corps célestes du système Solaire est pratiquement minime, à cause de leurs masses insignifiantes ou de leurs grandes distances de la Terre, le potentiel total des forces génératrices de marées élastiques dans la Terre et d'autres phénomènes de marées à sa surface, sera égal à la somme des potentiels  $W$  et  $W_s$ .

On peut décomposer les potentiels  $W$  et  $W_s$  en série de fonctions harmoniques (ondes) par le passage des expressions variables  $r$  et  $\delta$  ou  $r_s$  et  $\delta_s$  de la forme (6) aux coordonnées célestes variant d'une façon linéaire avec le temps local (au temps lunaire  $\tau$ , au temps solaire  $t$  et stellaire  $\Theta$ ) et aux longitudes moyennes de la Lune  $s$ , du Soleil  $h$ , du périégée lunaire  $p$ , du noeud ascendant de l'orbite lunaire  $N$  et du périégée solaire  $p_s$ . Le terme  $W_2$  donne naissance à des ondes à longue période, à des ondes diurnes et semi-diurnes ; à partir du terme  $W_3$ , outre les trois classes d'ondes calculées, prennent encore naissance des ondes de période 8 heures (tiers-diurnes).

La liste complète des ondes du potentiel de forces génératrices de marées, limitée aux termes dont les coefficients d'amplitude numériques sont plus petits que 0,00010 est donnée en [4] et [7]. Il y a en tout dans la liste 99 ondes à longue période, 158 diurnes, 115 semi-diurnes et 14 de 8 heures, chacune de celles-ci peut être notée en général sous la forme :

$$W_{abcdef} = C_{abcdef} G_j \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} (a\tau + bs + ch + dp + eN + fp_s), \quad (7)$$

ou

$$W_{abcdef}^* = C_{abcdef} G_j^* \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} (a\tau + bs + ch + dp + eN + fp_s), \quad (7')$$

où  $C$  est le coefficient numérique ;  $a, b, c, d, e, f$  les nombres entiers arbitraires ;  $G_j$  est appelée la fonction géodésique c'est-à-dire la fonction de la latitude géocentrique  $\Psi$  et du rayon-vecteur de la Terre  $\rho$  au point d'observation ( $j = a = 0, 1, 2, 3$  respectivement pour les ondes à longue période, diurnes, semi-diurnes et de 8 heures). Les ondes marquées d'un astérisque sont issues de  $W_3$ .

Dans la décomposition en série du potentiel  $W_s$  on introduira dans les amplitudes des ondes solaires le coefficient  $G_s(\rho)$  déterminé par l'expression analogue (2). Puisque le rapport quantitatif entre  $G_s(\rho)$  et  $G(\rho)$  peut être établi avec une précision suffisante on substitue dans ces dernières  $G_s(\rho)$  de manière à obtenir l'homogénéité dans les expressions des ondes lunaires et solaires. A Doodson [4] a utilisé dans ce but le rapport :

$$G_s(\rho) = 0,46040 G(\rho), \quad (8)$$

obtenu à partir des données  $\frac{E}{M} = 81,53$  et  $\Pi_0' = 8''79$  (parallaxe solaire). Le rapport le plus précis entre ces coefficients

$$G_s(\rho) = (0,45977 \pm 0,00017) G(\rho) \quad (8')$$

a été obtenu récemment par N.N. Pariiskii [5] sur la base des résultats des derniers travaux sur la détermination de la masse de la Lune et de la parallaxe solaire ( $\Pi_0' = 8''800$ ). La comparaison de (8') avec (8) montre que les coefficients numériques  $C$  des ondes solaires dans les tables de A. Doodson sont un peu exagérés et doivent être réduits de 0,137 %.

Si dans (7) et (7') on passe, au moyen de la substitution  $\tau = t - s + h$ , du temps lunaire  $\tau$  au temps solaire  $t$ , en transformant simultanément les arguments pour que la partie périodique se présente toujours comme une cosinusoïde d'amplitude positive, n'importe quelle onde du potentiel des forces génératrices de marées prend alors la forme :

$$W = CG_j \cos (qt + V_0), \quad (9)$$

où  $q$  est la vitesse angulaire ;  $V_0$  est la phase initiale de l'onde à l'instant  $t_0$ . Dans ces conditions, à cause de sa variabilité lente, il est plus commode de considérer l'ordonnée  $p_s$  comme la partie constante de la phase initiale  $V_0$  que nous calculerons d'après la formule :

$$V_0 = at + b's + c'h + dp + eN + \Lambda, \quad (10)$$

ou

$$\Lambda = fp_s + i 90^\circ, \quad (11)$$

et les constantes  $a, b', c', d, e, f$ , et  $i$  peuvent prendre les valeurs des nombres entiers arbitraires :  $0, \pm 1, \pm 2$  etc. ...

Dans la table I' on donne les éléments nécessaires pour les ondes diurnes et semi-diurnes les plus importantes qui sont prises en considération dans la méthode d'analyse harmonique exposée ici. Les valeurs numériques des coefficients  $C$  des ondes solaires sont données dans cette table déjà diminuées de 0,137 % par rapport à leurs valeurs dans les tables de  $\Lambda$ . Doodson.

Pour le calcul de  $\Lambda$  on s'est servi de la valeur  $p_s = 282,5$  ce qui correspond à peu près à l'année 1975.

Les fonctions géodésiques  $G_j$  pour les ondes diurnes et semi-diurnes des potentiels  $W_2$  et  $W_3$  ont la forme :

$$\begin{aligned} G_1 &= G \frac{\rho^2}{\rho_1^2} \varphi_1(\psi), & G_2 &= G \frac{\rho^2}{\rho_1^2} \varphi_2(\psi), \\ G_1^\circ &= G \frac{\rho^3}{\rho_1^3} \varphi_1^\circ(\psi), & G_2^\circ &= G \frac{\rho^3}{\rho_1^3} \varphi_2^\circ(\psi), \end{aligned} \quad (12)$$

où les symboles introduits sont :

$$\begin{aligned} \varphi_1(\psi) &= \sin 2\psi, \\ \varphi_2(\psi) &= \cos^2 \psi, \\ \varphi_1^\circ(\psi) &= 0,72618 \cos \psi (1 - 5 \sin^2 \psi), \\ \varphi_2^\circ(\psi) &= 2,59808 \sin \psi \cos^3 \psi. \end{aligned} \quad (13)$$

#### VARIATIONS DE LA FORCE DE PESANTEUR DUES AUX MAREES.

Les données sur la déformation de marée de la surface de la Terre s'obtiennent par la comparaison des amplitudes observées et des phases des ondes les plus importantes de la marée terrestre avec les amplitudes théoriques correspondantes et les phases calculées pour le point donné d'observation dans l'hypothèse de la rigidité absolue (indéformabilité) de la Terre.

Nous obtenons les formules pour le calcul des valeurs théoriques des ondes dans la variation de la force de pesanteur ( $-\delta g$ ) par la différentiation de l'expression du potentiel (9) par rapport à  $\rho$ , en prenant la direction extérieure du rayon-vecteur comme positive ,

$$(-\delta g) = \frac{\partial W}{\partial \rho} = C \frac{\partial G_j}{\partial \rho} \cos(qt + V_0). \quad (14)$$

L'expression du rayon-vecteur  $\rho$  du point arbitraire de la surface de la Terre a la forme :

$$\rho = \rho_0 \left( 1 - e \sin^2 \psi + \frac{h}{\rho_0} \right), \quad (15)$$

où  $\rho_0$  et  $e$  sont respectivement le rayon équatorial et l'aplatissement de la Terre et  $h$  l'altitude du point d'observation à la surface du sphéroïde terrestre. En posant en (14) les dérivées partielles par rapport à  $\rho$ , nous obtenons à partir de  $G_1$  et  $G_2$ , pour les ondes provenant du potentiel  $W_2$  :

$$(-\delta g) = (H_g)_0 \Phi_j(\psi) \cos(qt + V_0), \quad (14')$$

où

$$(H_g)_0 = \frac{2G\rho_0}{\rho_1^2} C = 0,000082488 C \text{ cm/sec}^2,$$

$$\Phi_1(\psi) = \left( 1 - e \sin^2 \psi + \frac{h}{\rho_0} \right) \sin 2\psi, \quad (16)$$

$$\Phi_2(\psi) = \left( 1 - e \sin^2 \psi + \frac{h}{\rho_0} \right) \cos^2 \psi.$$

Pour les points, situés dans les régions plates, on peut négliger sans inconvénient pour la précision du résultat le troisième terme entre parenthèses des deux dernières expressions qui tient compte de l'influence de l'altitude  $h$ .

L'aspect général des ondes prenant leur origine dans le potentiel  $W_3$  est analogue à (14'). Etant donné leur peu d'amplitude comparativement aux amplitudes des ondes du potentiel  $W_2$ , on peut émettre l'importante hypothèse simplifiée  $\rho = \rho_1$  qui amène à des expressions de la forme :

$$(H_g)_0^* = \frac{3G}{\rho_1} C = 0,000123593 C \text{ cm/sec}^2,$$

$$\Phi_1^*(\psi) = \varphi_1^* \psi = 0,72618 \cos \psi (1 - 5 \sin^2 \psi), \quad (16')$$

$$\Phi_2^*(\psi) = \varphi_2^*(\psi) = 2,59808 \sin \psi \cos^2 \psi.$$

Dans le calcul  $\Phi_1(\psi)$  et  $\Phi_2(\psi)$  une erreur de 1 %, sur la valeur admise de  $e$  conduit dans le résultat à une erreur ne dépassant pas 0,003 %. C'est pourquoi pour tous les calculs suivants, nous prendrons :

$$e = \frac{1}{297} = 0,003367.$$

La valeur théorique de l'onde de marée calculée d'après (14') ne sera pas encore comparable avec la valeur obtenue immédiatement à partir de l'analyse harmonique des ordonnées observées. Cela s'explique parce que dans le spectre général des vitesses angulaires des ondes de marées il y a beaucoup d'ondes perturbatrices faibles dont les arguments diffèrent des ondes comprises dans la table I par les coefficients de  $h$ ,  $\rho$ ,  $N$  et  $p_s$ . La séparation de ces ondes voisines à partir des observations est pratiquement impossible dans un laps de temps relativement court. Même une série d'observation d'un an ne permet d'assurer que la séparation des ondes dont les arguments

différent par au moins les coefficients de  $h$ . La séparation complète des ondes faibles perturbatrices les plus importantes demanderait des séries d'observations d'une durée d'environ 19 années. De cette façon, la valeur de l'onde obtenue à partir de la réduction d'une série de 29 jours, contrairement à l'onde théorique, sera toujours un peu perturbée.

Pour pouvoir comparer l'observation avec la théorie il faut effectuer l'une ou l'autre des deux réductions :

- 1° éliminer l'influence des ondes voisines perturbatrices de la valeur de l'onde obtenue par l'analyse harmonique ;
- 2° introduire l'influence de ces ondes dans la valeur théorique de l'onde calculée d'après (14').

Dans la suite nous adopterons exclusivement la réduction du second type. Ainsi les valeurs réduites employées de  $f$  (le facteur d'amplitude) et  $u$  (la correction dans la phase) contiennent les fonctions de  $h$ ,  $p$  et  $N$  pour l'instant moyen de la série réduite ( $p_s$  pour les dix années les plus proches peut être pris égal à 282,5). Les formules pour le calcul de  $f$  et  $u$  sont données dans la table II.

Pour la plupart des ondes perturbatrices déterminées, nous avons pris à nouveau les formules incluses dans la table II pour les ondes  $K_1$ ,  $I_1$ ,  $OO_1$ ,  $K_2$  et  $L_2$  tirées du travail [8].

Les renseignements sur les harmoniques proches englobés par les valeurs réduites correspondantes de  $f$  et  $u$  dans telle ou telle onde guide sont donnés plus bas.

L'expression (14') après réduction prend l'aspect suivant

$$(-\delta g) = f(H_g)_0 \Phi_j(\psi) \cos [qt + (V_0)_0 + u + j(\lambda - \lambda_0)]. \quad (14'')$$

La phase est généralisée ici au cas où l'enregistrement des ordonnées d'observations se fait en point situé sur le méridien  $\lambda$  et non nécessairement d'après le temps local mais d'après n'importe quel temps sur le méridien  $\lambda_0$ .

Ce choix arbitraire du temps pour la lecture des ordonnées exige que la partie astronomique calculée à l'instant  $t_0$  de la phase initiale  $V_0$  soit reportée au méridien  $\lambda_0$ . Le second indice nul de  $V_0$  est introduit pour la répercussion de cette condition. Nous représentons la valeur théorique de n'importe quelle onde dans la variation de la force de pesanteur sous la forme dans laquelle on obtient habituellement les résultats définitifs d'analyse harmonique des ordonnées d'observations par :

$$(-\delta g) = fH_T \cos (qt - \zeta_T) = R_T \cos (qt - \zeta_T), \quad (17)$$

où

$$\begin{aligned} H_T &= (H_g)_0 \Phi_j(\psi), \\ R_T &= fH_T = f(H_g)_0 \Phi_j(\psi), \\ \zeta_T &= -(V_0)_0 - u - j(\lambda - \lambda_0). \end{aligned} \quad (18)$$

Les valeurs des coordonnées  $s$ ,  $h$ ,  $p$  et  $N$  pour le méridien de Greenwich à l'instant  $t_0$  peuvent être calculées d'après les formules des travaux [4, 7, 8] ou à partir de tables spéciales [1, 7, 9]. Puisque pour le calcul de la partie astronomique de la phase initiale  $(V_0)_0$  les valeurs de ces coordonnées à l'instant  $t_0$  dans le méridien  $\lambda_0$  sont nécessaires, les corrections suivantes doivent être ajoutées aux valeurs trouvées pour Greenwich :

$$\begin{aligned}\Delta s &= -0.03660 \lambda_0, \\ \Delta h &= -0.00274 \lambda_0, \\ \Delta p &= -0.00031 \lambda_0, \\ \Delta N &= +0.00015 \lambda_0,\end{aligned}\tag{19}$$

où la longitude  $\lambda_0$  est exprimée en degrés et est considérée ici comme positive pour l'est de Greenwich.

Pour les ondes provenant du potentiel  $W_3$ , les valeurs théoriques des variations  $(-\delta g)$  ont un aspect analogue à (17) - (18) avec la différence seulement que les expressions (16') entreront dans leurs amplitudes à la place des expressions (16). Les valeurs des constantes  $(H_g)_0$  et  $(H_g)^*_0$ , exprimées en microgals pour chacune des ondes prises en considération sont données dans l'avant-dernière colonne de la table I.

OSCILLATIONS DE LA VERTICALE.

La composante horizontale de la force génératrice de marée déplace le pied de la verticale dans le sens de la perturbation en modifiant la direction de la force de pesanteur  $g$  au point d'observation d'un angle  $\alpha$ . Pour la surface de la Terre supposée absolument rigide

$$\tau_{\alpha} = \frac{1}{g} \frac{\partial W}{\partial m},\tag{20}$$

où  $m$  est une direction arbitraire dans le plan horizontal dont l'azimut calculé à partir du point sud vers l'ouest est égal à  $\alpha$ .

A l'aide des deux composantes réciproquement perpendiculaires - la composante méridienne  $\eta_{NS}$  et de la composante dans le premier vertical  $\eta_{EW}$  - l'oscillation  $\eta_{\alpha}$  peut être représentée sous la forme de :

où 
$$\tau_{\alpha} = \tau_{NS} \cos \alpha + \tau_{EW} \sin \alpha,\tag{21}$$

$$\begin{aligned}\tau_{NS} &= -\frac{1}{g\rho} \frac{\partial W}{\partial \psi}, \\ \tau_{EW} &= -\frac{1}{g\rho \cos \psi} \frac{\partial W}{\partial \lambda}.\end{aligned}\tag{22}$$

Ici les déviations de la verticale sont considérées comme positives vers le sud et l'ouest.

La longitude  $\lambda$  entre dans les arguments des ondes par l'expression

$$jt = j(T_0 + \lambda),$$

liant le temps local  $t$  au temps universel de Greenwich  $T_0$ .

Pour les ondes tirant leur origine du potentiel  $W_2$ , après la substitution des dérivées partielles de l'expression (9) en (22) et l'introduction de la valeur moyenne de l'accélération de la pesanteur  $g_1 = 979,77 \text{ cm/sec}^2$ , nous obtenons

$$\eta_{NS} = -(H_r)_0 \frac{g_1}{g\rho_0} \left( \varphi_j(\psi) \frac{\partial \rho}{\partial \psi} + \frac{\rho}{2} \frac{\partial}{\partial \psi} \varphi_j(\psi) \right) \cos(qt + V_0), \quad (22')$$

$$\eta_{EW} = (H_r)_0 j \frac{g_1 \rho_j(\psi)}{2g\rho_0 \cos \psi} \sin(qt + V_0),$$

où

$$(H_r)_0 = \frac{2G\rho_0}{g_1 \rho_1^2} C = 0",017366 C. \quad (23)$$

Remplaçant en (21) les composantes  $\eta_{NS}$  et  $\eta_{EW}$  par les expressions obtenues, nous obtenons l'oscillation théorique de marée de la verticale dans l'azimut arbitraire sous la forme suivante

$$\eta_\alpha = (H_r)_0 k \cos(qt + V_0 - A), \quad (21')$$

ou après la réduction tenant compte de l'influence des ondes perturbatrices faibles à périodes voisines et le report de la phase initiale à l'instant  $t_0$  du méridien arbitraire  $\lambda_0$

$$\eta_\alpha = (H_r)_0 k \cos[qt + (V_0)_0 + u + j(\lambda - \lambda_0) - A]. \quad (24)$$

Ici les valeurs  $k$  et  $A$  sont fonction de l'amplitude et de la phase de l'onde dans l'azimut  $\alpha$  dans lequel on enregistre l'oscillation de la verticale, de la latitude géocentrique  $\psi$  et de l'altitude  $h$  du point d'observation au dessus de la surface du sphéroïde terrestre.

A partir des identifications faites à l'équation (21') nous obtenons les formules suivantes pour le calcul des valeurs  $k$  et  $A$  :

pour les ondes diurnes (dérivant du potentiel  $W_2$ )

$$k \sin A = \frac{979,77}{g} \sin \psi \left( 1 - e \sin^2 \psi + \frac{h}{\rho_0} \right) \sin \alpha, \quad (25)$$

$$k \cos A = - \frac{979,77}{g} \left[ \cos 2\psi \left( 1 + \frac{h}{\rho_0} \right) - e \sin^2 \psi (6 \cos^2 \psi - 1) \right] \cos \alpha;$$

pour les ondes semi-diurnes

$$k \sin A = \frac{979,77}{g} \cos \psi \left( 1 - e \sin^2 \psi + \frac{h}{\rho_0} \right) \sin \alpha,$$

$$k \cos A = \frac{979,77}{2g} \sin 2\psi \left[ 1 + e(3 \cos^2 \psi - 1) + \frac{h}{\rho_0} \right] \cos \alpha. \quad (26)$$

L'aspect général des ondes prenant leur origine dans le potentiel  $W_3$  (marquées d'astérisque dans la table 1) est analogue à l'expression (24). Cependant les formules pour le calcul de  $k$  et  $A$  seront pour ces ondes assez simples à cause de la validité de l'hypothèse  $\rho = \rho_0$  dans les expressions (12).

Pour les ondes diurnes (potentiel  $W_3$ ) nous aurons :

$$\begin{aligned} k \sin A &= 0,36309 (1 - 5 \sin^2 \psi) \sin \alpha, \\ k \cos A &= 0,36309 (15 \cos^2 \psi - 4) \cos \alpha, \end{aligned} \quad (27)$$

pour les ondes semi-diurnes

$$\begin{aligned} k \sin A &= 1,29904 \sin 2\psi \sin \alpha, \\ k \cos A &= 1,29904 \cos \psi (3 \sin^2 \psi - 1) \cos \alpha. \end{aligned} \quad (28)$$

Nous réduisons la valeur théorique de n'importe quelle onde de l'oscillation de marée de la verticale à la forme dans laquelle s'écrit habituellement l'onde déduite directement par la méthode d'analyse harmonique des ordonnées observées :

$$\begin{aligned} \eta_x &= \int H_T \cos (qt - \zeta_T) = R_T \cos (qt - \zeta_T), \quad (29) \\ \text{où} \quad H_T &= k (H_T)_0, \\ R_T &= \int H_T = \int k (H_T)_0, \\ \zeta_T &= (V_0)_0 - u - j(\sigma_0^2 - \lambda_0) + A. \end{aligned} \quad (30)$$

Si on calcule d'après les formules données des valeurs théoriques des ondes pour les points peu élevés au dessus du niveau de la mer (ou peu profonds sous la surface de la Terre) on peut négliger les termes  $\frac{h}{\rho_0}$  dans les expressions (25) et (26). L'erreur introduite du fait de cette approximation sera insignifiante. Ainsi pour  $h = \pm 600$  m l'erreur du résultat ne sera pas de plus de  $\pm 0,01$  %.

Il suffit de connaître l'accélération de la pesanteur au point d'observation avec une précision de 100 mgal.

Les valeurs des constantes  $(H\eta)_0$  et  $(H\eta)_0^*$  exprimées en millisecondes d'arc (1 msec = 0,001) sont données dans la dernière colonne de la table 1 pour chacune des ondes prises en considération. Il convient de noter que les valeurs théoriques des amplitudes des grandes ondes de marée, calculées d'après les formules (30), peuvent se différencier par le second chiffre des millisecondes des valeurs des amplitudes correspondantes calculées d'après les formules du travail de R. Lecolazet [10]. Cette divergence s'explique par le fait que nous nous sommes servis de la valeur précise (augmentée de 0,16 %) du coefficient G du travail [5], et en outre nous avons modifié les coefficients numériques G des ondes solaires des tables de A. Doodson conformément à la valeur du rapport (8') entre les influences de marées du Soleil et de la Lune.

SUR LA REDUCTION DES VALEURS THEORIQUES DES ONDES DE MAREES.

La réduction des harmoniques fondamentaux des ondes les plus importantes à l'aide des valeurs  $f$  et  $u$  correspond au calcul de la moyenne des ondes formant groupe pour un intervalle de 29 jours. Ces ondes contiennent autant d'harmoniques voisins que l'on en a pris en considération dans l'établissement des formules qui leur correspondent pour le calcul de  $f$  et  $u$ . Le nombre total que nous avons pris d'harmoniques du potentiel de la force génératrice de marée, englobant leurs ondes perturbatrices les plus importantes (table 1), est caractérisé par les expressions développées dans la suite de ces ondes, inscrite en conservant la désignation introduite par A. Doodson [4] de la phase de l'onde en position de l'argument caractéristique (argument number) :

ondes diurnes

$$Q_1 = 7216 f G_1 \sin [\{135 \cdot 655\} + u] = G_1 [-23 \sin \{133 \cdot 855\} - \\ - 61 \sin \{134 \cdot 656\} - 28 \sin \{135 \cdot 435\} - 42 \sin \{135 \cdot 635\} + \\ + 1360 \sin \{135 \cdot 645\} + 7216 \sin \{135 \cdot 655\} - 19 \sin \{135 \cdot 855\} - \\ - 39 \sin \{136 \cdot 555\} + 68 \sin \{136 \cdot 654\} - 78 \sin \{137 \cdot 655\}], \\ (135)^* = -211 f G_1^{\circ} \cos [\{135 \cdot 555\} + u] = G_1^{\circ} [-84 \cos \{135 \cdot 545\} - \\ - 211 \cos \{135 \cdot 555\} - 13 \cos \{135 \cdot 755\}],$$

$$O_1 = 37689 f G_1 \sin [\{145 \cdot 555\} + u] = G_1 [-113 \sin \{143 \cdot 755\} - \\ - 130 \sin \{144 \cdot 556\} - 218 \sin \{145 \cdot 535\} + 7105 \sin \{145 \cdot 545\} + \\ + 37689 \sin \{145 \cdot 555\} - 243 \sin \{145 \cdot 755\} - 40 \sin \{145 \cdot 765\} + \\ + 115 \sin \{146 \cdot 554\} + 107 \sin \{147 \cdot 565\}],$$

$$(145)^* = -108 f G_1^{\circ} \cos [\{145 \cdot 655\} + u] = G_1^{\circ} [16 \cos \{145 \cdot 645\} \\ - 108 \cos \{145 \cdot 655\} + 14 \cos \{145 \cdot 665\}], \quad (31)$$

$$K_1 = -53027 f G_1 \sin [\{165 \cdot 555\} + u] = G_1 [1050 \sin \{165 \cdot 545\} - \\ - 53027 \sin \{165 \cdot 555\} - 7182 \sin \{165 \cdot 565\} + 154 \sin \{165 \cdot 575\}],$$

$$P_1 = 17560 f G_1 \sin [\{163 \cdot 555\} + u] = G_1 [14 \sin \{163 \cdot 535\} - \\ - 199 \sin \{163 \cdot 545\} + 17560 \sin \{163 \cdot 555\} - 11 \sin \{163 \cdot 557\} - \\ - 26 \sin \{163 \cdot 755\}],$$

$$M_1 = -2964 f G_1 \sin [\{155 \cdot 555\} + u] = G_1 [-63 \sin \{153 \cdot 645\} - \\ - 278 \sin \{153 \cdot 655\} + 15 \sin \{154 \cdot 656\} + 17 \sin \{155 \cdot 435\} - \\ - 197 \sin \{155 \cdot 445\} - 1065 \sin \{155 \cdot 455\} + 85 \sin \{155 \cdot 645\} - \\ - 2964 \sin \{155 \cdot 655\} - 594 \sin \{155 \cdot 665\} + 17 \sin \{155 \cdot 675\} - \\ - 18 \sin \{156 \cdot 654\} - 566 \sin \{157 \cdot 455\} - 124 \sin \{157 \cdot 456\}],$$

$$(155)^* = -661 f G_1^{\circ} \cos [\{155 \cdot 555\} + u] = G_1^{\circ} [98 \cos \{155 \cdot 545\} \\ - 661 \cos \{155 \cdot 555\} + 86 \cos \{155 \cdot 565\}],$$

ondes semi-diurnes

$$N_2 = 17387 f G_2 \cos [\{245 \cdot 655\} + u] = G_2 [-56 \cos \{243 \cdot 855\} - \\ - 147 \cos \{244 \cdot 656\} - 63 \cos \{245 \cdot 435\} - 648 \cos \{245 \cdot 645\} + \\ + 17387 \cos \{245 \cdot 655\} - 33 \cos \{246 \cdot 456\} - 94 \cos \{246 \cdot 555\} + \\ + 163 \cos \{246 \cdot 654\} + 153 \cos \{248 \cdot 454\}],$$

$$(245)^* = -569 f G_2^{\circ} \sin [\{245 \cdot 555\} + u] = G_2^{\circ} [-97 \sin \{245 \cdot 545\} - \\ - 569 \sin \{245 \cdot 555\} + 11 \sin \{245 \cdot 755\}],$$

$$M_2 = 90812 f G_2 \cos [\{255 \cdot 555\} + u] = G_2 [-273 \cos \{253 \cdot 755\} - \\ - 314 \cos \{254 \cdot 556\} + 47 \cos \{255 \cdot 535\} - 3386 \cos \{255 \cdot 545\} + \\ + 90812 \cos \{255 \cdot 555\} + 53 \cos \{255 \cdot 755\} + 276 \cos \{256 \cdot 554\} - \\ - 52 \cos \{257 \cdot 355\} + 107 \cos \{257 \cdot 555\}], \quad (32)$$

$$\mu_2 = 2777 f G_2 \cos [\{237 \cdot 555\} + u] = G_2 [-40 \cos \{236 \cdot 556\} - \\ - 25 \cos \{236 \cdot 655\} + 36 \cos \{236 \cdot 754\} - 104 \cos \{237 \cdot 545\} + \\ + 2777 \cos \{237 \cdot 555\} + 189 \cos \{238 \cdot 554\} - 85 \cos \{239 \cdot 355\}],$$

$$(235)^* = -156 f G_2^{\circ} \sin [\{235 \cdot 655\} + u] = G_2^{\circ} [-27 \sin \{235 \cdot 645\} - \\ - 156 \sin \{235 \cdot 655\}],$$

$$S_2 = 42300 f G_2 \cos [\{273 \cdot 555\} + u] = G_2 [101 \cos \{271 \cdot 557\} + \\ + 94 \cos \{273 \cdot 545\} + 42300 \cos \{273 \cdot 555\} - 354 \cos \{274 \cdot 554\} + \\ + 92 \cos \{274 \cdot 556\}].$$

Ici comme dans la table I, les coefficients numériques des amplitudes sont exprimés en unités de la cinquième décimale.

En désignant par  $V$  et  $V_i$  respectivement les arguments des harmoniques fondamental et apparenté, nous obtenons pour le calcul des valeurs réduites  $f$  et  $u$  les équations suivantes :

$$f \cos u = 1 + \sum_1^i \frac{C_i}{C} F_i \cos \Delta V_i; \quad (33)$$

$$f \sin u = \sum_1^i \frac{C_i}{C} F_i \sin \Delta V_i,$$

où

$$F_i = \frac{1}{n} \sin \frac{nm}{2} \Delta V_i \operatorname{cosec} \frac{m}{2} \Delta V_i; \quad (34)$$

$$\Delta V_i = V_i - V = jh + kp + lN + rp_s;$$

$n$  est le nombre de jours (de 24 heures) spéciaux de l'onde formant groupe, donnée dans la série réduite ;  $m$  est la durée de ces jours exprimée en heures moyennes ;  $j, k, l,$  et  $r$  sont tous les nombres arbitraires. Les valeurs des différences  $\Delta V_2$  prises à l'époque moyenne de la série réduite.

Comme nous le voyons, la valeur de la contribution de l'harmonique perturbatrice isolée dans l'onde formant groupe dépend de la différence  $\Delta V_i$  entre les arguments des harmoniques perturbatrice et fondamentale. Plus grande est la différence, plus petite sera la contribution correspondante gouvernée par le facteur d'amplitude  $F_i$ .

Pour les harmoniques ( $j = 0$ ) perturbatrices voisins, la valeur du facteur  $F_i$  peut être considérée avec une erreur de 0,1 à 0,2 % comme égale à l'unité. Pour ces mêmes harmoniques pour lesquels dans  $\Delta V_i$  le coefficient  $j = 0$ , les facteurs  $F_i$  sont sensiblement plus petits que l'unité et c'est pourquoi il faut en tenir compte dans l'amplitude correspondante. Cependant il n'est pas absolument nécessaire de calculer ses valeurs précises. Puisque la plupart des harmoniques perturbateurs pris en considération sont assez faibles et que la diminution de  $F_i$  s'opère relativement lentement quand  $\Delta V_i$  augmente, on peut ajouter aux groupes séparés d'harmoniques perturbateurs, sans nuire à la précision du résultat, les valeurs constantes de ce facteur ( $F_1, F_2, \dots$ ). Pour la déduction des formules de calcul des valeurs réduites  $f$  et  $u$  (table II) nous avons pris  $F_1 = 0,990$  ( $j = \pm 1, k = l = r = 0$ ),  $F_2 = 0,958$  ( $j = \pm 2, k = l = r = 0$ ) et  $F_3 = 0,907$  ( $j = \pm 3, k = l = r = 0$ ).

En assemblant les ondes formant groupe  $O_1$ , (145)\*,  $N_2$  (245)\*,  $M_2$  et  $S_2$  nous avons tenu compte de ce que tous les harmoniques perturbateurs ont été pris en considération lorsque la contribution relative dans l'onde correspondante est de plus de 0,1 %. Dans quelques cas on a inclus aussi des harmoniques plus petits si on n'a pas dû introduire ainsi de nouveaux termes dans les formules du calcul des valeurs réduites  $f$  et  $u$ . A cause du nombre limité d'harmoniques perturbateurs pris en considération pour l'onde  $K_1$  la valeur de l'amplitude relative a été également prise jusqu'à 0,1 %, ce qui a nécessité le calcul complémentaire de quelques harmoniques faibles et voisins de l'onde  $P_1$  et de prendre en tant qu'onde de marée  $S_1$  la somme des harmoniques {164.554} et {164.556}.

Pour l'onde caractérisant le groupe  $Q_1$  on a inclus tous les harmoniques voisins avec une amplitude relative allant jusqu'à 0,2 %, et dans les ondes  $M_1$  et  $\mu_2$  tous les harmoniques ayant des amplitudes allant respectivement jusqu'à 0,5 % et 1,0 %.

Généralement parlant, dans la réduction d'un matériel d'observation ne se caractérisant pas par une haute précision, l'utilité de la détermination  $M_1$  et  $\mu_2$  est douteuse et ne pourrait être faite que dans l'espoir d'obtenir des données certaines sur la déformation de la Terre. Pour obtenir ces données, la précision de la détermination des amplitudes de ces ondes ne sera pas assez élevée. C'est pourquoi, en introduisant dans le schéma de la variante définitive de notre travail ces deux ondes, nous proposerons qu'elles soient employées plutôt pour le contrôle des résultats obtenus pour les ondes les plus importantes et non pour la déduction de caractéristiques indépendantes de la marée terrestre. Nous voulons dire par là qu'accroître le nombre d'ondes déterminées de six à huit ne sera pas lié à l'accroissement des ondes calculées, puisqu'il n'est pas nécessaire pour cela de totaliser en plus les ordonnées mais on emploiera les résultats des sommations effectuées pour la détermination des ondes  $M_2$  et  $O_1$ .

Si l'on réduit un matériel d'observation de haute précision, la totalité du calcul des harmoniques perturbateurs voisins donne la possibilité d'obtenir pour les ondes  $M_1$  et  $\mu_2$  des données satisfaisantes en précision. Toutefois ces données après avoir en fait la moyenne sur toute la série d'observations ne joueront qu'un rôle secondaire de la marée terrestre mais présenteront un intérêt scientifique indépendant. Il faut certes se rendre compte que le matériel d'observations nécessaire pour obtenir de tels résultats doit être extrêmement précis, obtenu à l'aide d'appareils sûrs dans des conditions éliminant les influences de température et d'autres influences météorologiques.

SOMMATION DES ORDONNEES EN FONCTION DU TEMPS SPECIAL DES ONDES DETERMINEES.

Soit l'onde déterminée  $R_x$  et n'importe laquelle des autres ondes (perturbatrices)  $R_y$  on a :

$$\eta_x = R_x \cos(q_x t - \zeta_x) = u_x \cos q_x t + v_x \sin q_x t, \quad (35)$$

$$\eta_y = R_y \cos(q_y t - \zeta_y) = u_y \cos q_y t + v_y \sin q_y t,$$

où

$$u_x = R_x \cos \zeta_x, \quad v_x = R_x \sin \zeta_x; \quad (36)$$

$$u_y = R_y \cos \zeta_y, \quad v_y = R_y \sin \zeta_y.$$

Les désignations données sont prises dans le travail [1] et en se limitant dans le polynôme caractérisant la dérive de l'appareil aux deux premiers termes, il est facile de démontrer que la somme  $n$  des ordonnées  $\eta_t$  pour l'heure  $t$  du temps spécial de l'onde déterminée  $R_x$  peut être présentée sous la forme suivante :

$$\sum_1^n \eta_t = X_0 + b_t Y + A'_x \cos q_x t + B'_x \sin q_x t + A'_{2x} \cos q_{2x} t + B'_{2x} \sin q_{2x} t, \quad (37)$$

où  $b_t = \frac{1}{m} (2t - m)$ ,  $X_0$  et  $Y$  sont les inconnues caractérisant les parties constante et linéaire de la dérive et les coefficients intégraux  $A'_{jx}$  et  $B'_{jx}$  ont la forme :

$$\begin{aligned} A'_{jx} &= nu_{jx} + (F_x)_y u_y + (F_x)_v v_y + (F_x)_z u_z + \dots, \\ B'_{jx} &= nv_{jx} - (F_x)_y u_y + (F_x)_v v_y - (F_x)_z u_z + \dots \end{aligned} \quad (38)$$

Ici les indices  $y, z, \dots$  sont généralisés aussi bien pour les ondes perturbatrices diurnes ( $j = 1$ ) que pour les ondes perturbatrices semi-diurnes ( $j = 2$ ). Il faut retenir que les ordonnées totalisées  $\eta_t$  doivent être préalablement réduites à une même ligne de base c'est-à-dire débarrassées de toute espèce de sauts et de poussées perturbant la continuité de la courbe d'enregistrement. Comme nous le voyons en (38), les coefficients intégraux  $A'_x, B'_x, A'_{2x}$  et  $B'_{2x}$  renferment, outre  $n$  contributions multiples des ondes  $R_x$  et  $R_{2x}$ , les apports de toutes les autres ondes (perturbatrices) ( $R_y, R_z, \dots$ ). Toutefois chaque onde perturbatrice est représentée dans la partie droite du coefficient intégral correspondant par deux termes.

Les valeurs de  $(F_c)_t$  et  $(F_s)_t$  caractérisant l'influence quantitative des ondes perturbatrices sont fondamentales pour cette méthode. Elles dépendent de la longueur de la série réduite, de la durée des jours (de 24 heures) spéciaux de l'onde déterminée  $R_x$  et de la différence entre les vitesses angulaires des ondes perturbatrices et déterminée (formules (12) et (15) en [1]). Pour une longueur standard d'une série réduite ces valeurs restent constantes et c'est pourquoi on peut les calculer une fois pour toutes.

La sommation des ordonnées  $\eta_t$  pour la détermination des ondes solaires  $S_1$  (ou  $K_1$ ) et  $S_2$  s'effectue assez facilement puisque les ordonnées d'observation, comme de règle, se mesurent d'après le temps solaire. Dans ce cas, les résultats des sommations d'après les lignes de la feuille de départ des ordonnées peuvent être représentés directement par les expressions (37) - (38) avec la valeur  $n = 29$  et par les indices  $x, 2x, y, \dots$  désignant respectivement les ondes  $S_1, S_2, K_1 \dots$

En ce qui concerne les sommations pour la détermination des ondes lunaires  $Q_1, O_1$  et  $M_1$ , étant donné les difficultés très grandes surgissant dans la tentative de rassembler dans les sommes séparées  $\sum \eta_t$  toutes les ordonnées se trouvant dans la même phase, il convient de renoncer à la sommation d'après le temps spécial de l'onde déterminée et d'employer pour cela un temps spécial conventionnel. Le principe de ce dernier consiste dans le fait qu'à la base du groupement des ordonnées voisines en phases on admet des jours spéciaux conventionnels égaux à la période arrondie à l'heure entière correspondant à l'onde diurne. Pour les ondes  $Q_1, O_1$  et  $M_1$  la durée  $m$  de ces jours est égale respectivement à 27, 26 et 25, heures moyennes. Le schéma de sommation des ordonnées adopté se trouve dans ses grandes lignes dans la suite. Toute la série réduite se partage en  $r + 1$  intégrales comprenant le nombre entier ( $n_1, n_2 - n_1, n_3 - n_2, \dots, n - n_r$ ) des jours spéciaux conventionnels de l'onde déterminée. Dans les limites de chacune des intégrales la sommation s'effectue rigoureusement d'après le temps spécial conventionnel, cependant à la réduction des sommes partielles en vue de  $\sum_{n_t} \eta_t$  dans la somme totale  $\sum_1^n \eta_t$  les premières rétrogradent successivement d'une heure. Autrement dit, la sommation s'effectue d'après le schéma :

$$\sum_1^n \eta_t = \sum_1^{n_1-1} \eta_t + \sum_{n_1}^{n_2-1} \eta_{t-1} + \sum_{n_2}^{n_3-1} \eta_{t-2} + \dots + \sum_{n_r}^n \eta_{t-r}. \quad (39)$$

Ces décalages horaires  $r$  sont introduits dans l'espoir de limiter la durée de la série réduite à 696 heures exactement (série de 29 jours), puisque la longueur de cette série précisément assure une meilleure répartition des ondes déterminées les plus importantes et contribue à réduire au minimum l'influence commune des ondes solaires  $K_1, S_1$  et  $P_1$  sur les ondes diurnes lunaires. De cette façon le choix de  $r$  n'est pas arbitraire mais subordonné à la condition

$$r = nm - 696$$

où  $n$  est le nombre de jours (de 24 heures) spéciaux de l'onde déterminée.

La disposition d'une série de 29 jours en intervalles pour la détermination des différentes ondes lunaires se caractérise par les données de la table I.

Table I.

Onde	<i>n</i>	<i>nm</i>	<i>r</i>	<i>n</i> <sub>1</sub>	<i>n</i> <sub>2</sub>	<i>n</i> <sub>3</sub>	<i>n</i> <sub>4</sub>	<i>n</i> <sub>5</sub>	<i>n</i> <sub>6</sub>
<i>Q</i> <sub>1</sub>	26	702	6	4	8	12	16	20	24
<i>O</i> <sub>1</sub>	27	702	6	4	8	12	16	20	24
<i>M</i> <sub>1</sub>	28	700	4	5	11	17	23	—	—

Les réductions relatives à l'application du schéma (39) pour la sommation des ordonnées d'après le temps spécial des ondes *Q*<sub>1</sub>, *O*<sub>1</sub> et *M*<sub>1</sub> sont données dans les seconde, troisième et quatrième colonnes de la table III où sont indiquées les heures initiales (heure zéro) de chacun des jours spéciaux *n* (de 24 heures). Les heures zéro déplacées (se trouvant sur les points de contact des deux intervalles) sont marquées dans la table par deux points. Les ordonnées correspondant à ces heures sont sommées deux fois - comme les ordonnées de l'heure zéro (*t* = 0) des jours donnés et comme les ordonnées de la dernière heure (*t* = *m* - 1) des jours précédents.

Les procédés pratiques de sommation d'après le schéma conseillé peuvent être différents. Le plus simple de ceux-ci nécessite une triple copie préalable des ordonnées de départ d'après le temps spécial des ondes déterminées. La difficulté relativement grande est constituée par l'insuffisance de ce procédé analogue à celui employé dans les méthodes de Darwin [9, 11, 12] et Orlov [13, 14]. Le procédé prévoyant l'emploi de clichés spéciaux tracés sur papier-calque en conformité avec les données de la table III est le plus avantageux au point de vue de la réduction des calculs. Ces clichés pouvant être superposés sur la feuille des ordonnées de départ, donnent la possibilité d'effectuer la sommation directement d'après le temps spécial conventionnel des ondes *Q*<sub>1</sub>, *O*<sub>1</sub> et *M*<sub>1</sub>. Cependant pour la sommation d'après les clichés les frais de travail pour cette opération purement technique sont très élevés.

L'utilisation des ordinateurs électroniques modernes constitue sans aucun doute le procédé le plus efficace et le plus pratique dont la mise en application dans la pratique de l'analyse harmonique n'est devenu possible que ces dernières années.

Nous présenterons brièvement la partie périodique des ordonnées  $\eta_t$  n'étant composée que de deux ondes de la forme (35) de l'onde déterminée *R*<sub>x</sub> et de l'onde perturbatrice *R*<sub>y</sub>. Alors après la substitution des expressions développées  $\eta_t$  dans la somme (39) nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \sum_1^n \eta_t &= X_0 + b_1 Y + \\
 &+ \sum_{k=0}^{n_1-2} \{R_x \cos [q_x t + kmq_x - \zeta_x] + R_y \cos [q_y t + kmq_y - \zeta_y]\} + \\
 &+ \sum_{k=n_1-1}^{n_2-2} \{R_x \cos [q_x (t-1) + kmq_x - \zeta_x] + R_y \cos [q_y (t-1) + kmq_y - \zeta_y]\} + \\
 &\dots \dots \dots \\
 &+ \sum_{k=n_r-1}^{n-1} \{R_x \cos [q_x (t-r) + kmq_x - \zeta_x] + R_y \cos [q_y (t-r) + kmq_y - \zeta_y]\}. \tag{39'}
 \end{aligned}$$

Les transformations consécutives à (39') sont simples mais un peu encombrantes et à cause de cela nous les supprimerons ici. Dans le résultat de ces transformations les sommations des ordonnées à l'heure  $t$  du temps spécial conventionnel des ondes  $Q_1$ ,  $O_1$  et  $M_1$  sont représentées par les équations de la forme (37) avec des coefficients intégraux tels que :

$$\begin{aligned} A'_{jx} &= + (F_c)_{jx} u_{jx} + (F_s)_{jx} v_{jx} + (F_c)_y u_y + (F_s)_y v_y + \dots \\ B'_{jx} &= - (F_s)_{jx} u_{jx} + (F_c)_{jx} v_{jx} - (F_s)_y u_y + (F_c)_y v_y - \dots \end{aligned} \quad (40)$$

Ici, comme en (38), pour les ondes diunes  $j = 1$ , et pour les semi-diunes  $j = 2$

Les coefficients  $(F_c)_{jx}$ ,  $(F_s)_{jx}$ ,  $(F_c)_y$ , ... ont la forme

$$\begin{aligned} (F_c)_{jx} &= \operatorname{cosec} \frac{1}{2} m q_{jx} \left\{ \sin \frac{1}{2} (n_1 - 1) m q_{jx} \cos l_0 + \right. \\ &+ \sum_{i=1}^{r-1} \sin \frac{1}{2} (n_{i+1} - n_i) m q_{jx} \cos l_i + \left. \sin \frac{1}{2} (n - n_r + 1) m q_{jx} \cos l_r \right\}, \\ (F_s)_{jx} &= \operatorname{cosec} \frac{1}{2} m q_{jx} \left\{ \sin \frac{1}{2} (n_1 - 1) m q_{jx} \sin l_0 + \right. \\ &+ \sum_{i=1}^{r-1} \sin \frac{1}{2} (n_{i+1} - n_i) m q_{jx} \sin l_i + \left. \sin \frac{1}{2} (n - n_r + 1) m q_{jx} \sin l_r \right\}; \quad (41) \\ (F_c)_y &= L_y \left\{ \sin \frac{1}{2} (n_1 - 1) m q_y \cos \left[ \frac{m-1}{2} (q_y - q_x) + l_0 \right] + \right. \\ &+ \sum_{i=1}^{r-1} \sin \frac{1}{2} (n_{i+1} - n_i) m q_y \cos \left[ \frac{m-1}{2} (q_y - q_x) + l_i \right] + \\ &+ \left. \sin \frac{1}{2} (n - n_r + 1) m q_y \cos \left[ \frac{m-1}{2} (q_y - q_x) + l_r \right] \right\}, \\ (F_s)_y &= L_y \left\{ \sin \frac{1}{2} (n_1 - 1) m q_y \sin \left[ \frac{m-1}{2} (q_y - q_x) + l_0 \right] + \right. \\ &+ \sum_{i=1}^{r-1} \sin \frac{1}{2} (n_{i+1} - n_i) m q_y \sin \left[ \frac{m-1}{2} (q_y - q_x) + l_i \right] + \\ &+ \left. \sin \frac{1}{2} (n - n_r + 1) m q_y \sin \left[ \frac{m-1}{2} (q_y - q_x) + l_r \right] \right\}, \end{aligned}$$

où pour n'importe quelle onde  $(x, 2x, y, \dots)$

$$\begin{aligned} l_0 &= \frac{1}{2} (n_1 - 2) m q, \\ l_1 &= \frac{1}{2} [(n_2 + n_1 - 3) m - 2] q, \\ l_2 &= \frac{1}{2} [(n_3 + n_2 - 3) m - 4] q, \\ &\dots \\ l_r &= \frac{1}{2} [(n + n_r - 2) m - 2r] q \end{aligned} \quad (42)$$

et pour les ondes perturbatrices

$$L_y = \frac{1}{m} \frac{\sin \frac{1}{2} m (q_y - q_x)}{\sin \frac{1}{2} m q_y \sin \frac{1}{2} (q_y - q_x)} \quad (43)$$

Le schéma de sommation des ordonnées  $\eta_i$  pour la détermination de l'onde  $N_2$  en général est resté le même que dans la première variante de la méthode [1]. C'est seulement la longueur de la série réduite et la durée du jour spécial conventionnel qui ont changé.

La longueur de la série est maintenant de 671 heures (au lieu de 646 heures dans l'ancien schéma) de cette façon  $n$  est augmenté de 34 à 35. Les heures (zéro) initiales de chacun des 18 jours (de 24 heures) spéciaux conventionnels impairs et des 17 jours pairs sont données dans les deux dernières colonnes de la table III.

En parlant de la variation de la durée des jours (de 24 heures) spéciaux conventionnels de l'onde  $N_2$  il faut souligner que ce n'est pas l'intervalle de temps  $m' = 19$  h. qui est à la base de la mise en phase des ordonnées voisines qui est soumis à changement mais seulement le nombre d'heures  $t$  sur lesquelles sont composées les sommations à signe variable

$$D_t = \sum_1^n (-1)^{n-1} \eta_t = (\sum \eta_t)_{\text{nev}} - (\sum \eta_t)_{\text{ver}}. \quad (44)$$

Dans la nouvelle variante du schéma (44) les ordonnées se totalisent successivement sur les heures  $t = 0, 1, 2, \dots, 24$  d'où il s'ensuit que la longueur prise pour les jours spéciaux conventionnels de cette onde est égale à 25 heures moyennes ( $m = 25$ ). Nous nous arrêterons sur les particularités de la sommation des ordonnées d'après ce schéma pour expliquer la méthode par un exemple concret.

On peut inscrire la sommation à signe variable (44) à l'heure arbitraire  $t$  de la façon suivante

$$\begin{aligned} D_t = & X_0 + b_t Y + \\ & + u_{2x} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \cos(q_{2x}t + km'q_{2x}) + v_{2x} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \sin(q_{2x}t + km'q_{2x}) + \\ & + u_y \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \cos(q_yt + km'q_y) + v_y \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \sin(q_yt + km'q_y) + \dots, \quad (45) \end{aligned}$$

où les membres avec les indices  $2x$  représentent l'onde déterminée  $N_2$  et avec l'indice  $y$  n'importe quelle autre onde (perturbatrice).

En utilisant en qualité d'auxiliaire l'onde fictive  $N'_2$  ( $q'_{2x} = 28^\circ, 4210526$  ;  $\Pi' = 12^h, 666\dots$ ) on peut représenter l'expression de la sommation  $D_t$  après quelques transformations par l'équation :

$$D_t = X_0 + b_t Y + A'_{2x} \cos q'_{2x} t + B'_{2x} \sin q'_{2x} t, \quad (46)$$

dont les coefficients périodiques ont une forme analogue à (49) c'est-à-dire

$$\begin{aligned} A'_{2x} = & + (F_c)_{2x} u_{2x} + (F_s)_{2x} v_{2x} + (F_c)_y u_y + \dots, \\ B'_{2x} = & - (F_c)_{2x} u_{2x} + (F_c)_{2x} v_{2x} - (F_s)_y u_y + \dots, \end{aligned} \quad (47)$$

Les coefficients  $(F_c)_{2x}$ ,  $(F_s)_{2x}$ ,  $(F_c)_y$  ... se calculent d'après les formules :

$$\begin{aligned}
 (F_c)_{2x} &= L'_{2x} \cos \left[ \frac{m-1}{2} (q_{2x} - q'_{2x}) + l_{2x} \right], \\
 (F_s)_{2x} &= L'_{2x} \sin \left[ \frac{m-1}{2} (q_{2x} - q'_{2x}) + l_{2x} \right], \\
 (F_c)_y &= L'_y \cos \left[ \frac{m-1}{2} (q_y - q'_{2x}) + l_y \right], \\
 (F_s)_y &= L'_y \sin \left[ \frac{m-1}{2} (q_y - q'_{2x}) + l_y \right],
 \end{aligned}
 \tag{48}$$

où

$$\begin{aligned}
 L'_{2x} &= \frac{1}{m} \frac{\sin \frac{1}{2} m (q_{2x} - q'_{2x}) \sin n \left( \frac{1}{2} m' q_{2x} + 90^\circ \right)}{\sin \frac{1}{2} (q_{2x} - q'_{2x}) \cos \frac{1}{2} m' q_{2x}}, \\
 L'_y &= \frac{1}{m} \frac{\sin \frac{1}{2} m (q_y - q'_{2x}) \sin n \left( \frac{1}{2} m' q_y + 90^\circ \right)}{\sin \frac{1}{2} (q_y - q'_{2x}) \cos \frac{1}{2} m' q_y}, \\
 l_{2x} &= (n-1) \left( \frac{1}{2} m' q_{2x} + 90^\circ \right), \\
 l_y &= (n-1) \left( \frac{1}{2} m' q_y + 90^\circ \right),
 \end{aligned}
 \tag{49}$$

DETERMINATION DES COEFFICIENTS INTEGRAUX.

Dans le paragraphe précédent on a montré que chaque sommation d'ordonnées  $\Sigma \eta_t$  ou  $D_t$  à une heure arbitraire  $t$  des jours spéciaux conventionnels de l'onde déterminée se représente par une équation de la forme de (37) ou (46). De cette façon, dans le résultat des sommations d'après le temps spécial conventionnel des ondes  $S_1$ ,  $Q_1$ ,  $O_1$ ,  $M_1$  et  $N_2$  on peut composer cinq systèmes de  $m$  équations chacun.

En général, le nombre des inconnues dans ces équations peut être égal à quatre ou six en fonction du nombre d'ondes qui se déterminent d'après les résultats de la sommation donnée. L'expérience de la détermination de l'onde  $Q_1$  a montré cependant que la réduction du nombre d'inconnues dans les équations de la forme (37) jusqu'à quatre amène de moins bons résultats. Au sujet de l'onde  $N_2$  il faut préciser qu'elle se détermine avec une précision moindre par la résolution du système d'équations (46) qu'à partir de la résolution du système de ces mêmes équations avec addition dans la partie droite de deux membres avec des inconnues éliminant le résidu des influences des ondes diurnes. C'est pourquoi dans toutes ces équations composées d'après les résultats de chacune des cinq sommations, nous gardons les six inconnues :  $X_0$  et  $Y$  caractérisant la partie constante et linéaire de la dérive ;  $A'_{2x}$  et  $B'_{2x}$ , les contributions totalisées de toutes les ondes diurnes et  $A'_{2x}$  et  $B'_{2x}$  les contributions totalisées de toutes les ondes semi-diurnes.

Pour déterminer l'onde  $Q_1$  le système se compose de 27 équations de la forme (37) dans lesquelles les deux membres représentant l'onde  $K_2$  sont introduits dans le but de supprimer le résidu d'influence des ondes semi-diurnes.

Dans les équations composées sur la base des résultats de la sommation des ordonnées d'après le temps spécial conventionnel des ondes  $O_1$  ( $m = 26$ ) et  $M_1$  ( $m = 25$ ) on a introduit respectivement les ondes semi-diurnes  $\mu_2$  et  $M_2$  à titre de seconds harmoniques déterminés.

Dans les équations de la forme (46) établies pour la détermination de l'onde  $N_2$  ( $m = 25$ ) l'onde  $S_1$  est introduite dans le but de supprimer le résidu d'influence des ondes diurnes.

Le système de 24 équations de la forme (37) dans lesquelles l'onde  $S_1$  est introduite en qualité d'onde diurne (membres avec indicés  $x$ ) et l'onde  $S_2$  en qualité d'onde semi-diurne est établi sur la base des résultats de la sommation d'après le temps solaire.

La solution des systèmes d'équations calculés d'après la méthode des moindres carrés donne les valeurs les plus sûres pour les inconnues  $X_0$ ,  $Y$  et pour les coefficients intégraux  $A_j$  et  $B_j$  correspondant des ondes déterminées. Du fait que lors de la réduction des différentes séries, seuls les termes libres varient tandis que les coefficients restent constants, il est très commode et avantageux de représenter les inconnues cherchées sous forme de fonctions linéaires des termes libres, c'est-à-dire :

$$w = \sum_{t=0}^{m-1} (\alpha_w)_t \sigma_t \quad (50)$$

où  $w$  est n'importe laquelle des six inconnues;  $\sigma_t$  les sommations de la forme  $\sum \eta_t$  ou  $D_t$ .

Les valeurs des coefficients  $\alpha_w$  sont données dans les tables IV - VIII avec une précision allant jusqu'à la sixième décimale. Cette précision est tout à fait suffisante pour qu'aux termes libres  $\sigma_t$  exprimés par des nombres de six chiffres, l'erreur calculée dans les valeurs des coefficients intégraux  $A_j$  et  $B_j$  n'excède pas les quelques premières unités. C'est pourquoi dans ces cas quand le processus de sommation des ordonnées d'après un temps spécial des ondes déterminées donne des valeurs de plusieurs chiffres  $\sigma_t$ , on doit éliminer de ces derniers, avant de les employer dans les calculs d'après les formules (50), la partie commune constante afin que les parties variables restantes des valeurs de  $\sigma_t$  ne soient pas exprimées par plus de six chiffres ou mieux encore par un plus petit nombre de chiffres significatifs. Pratiquement il suffit pour réaliser cette élimination, de négliger dans la série des valeurs  $\sum \eta_t$  calculées d'après les formules (50), les premiers chiffres significatifs qui restent constants dans tout l'intervalle de  $t = 0$  à  $t = m - 1$ .

Au moment de la programmation de la méthode de calcul sur ordinateur électronique, il est utile de prévoir que les valeurs des sommations  $\sigma_t$  employées dans les formules (50) soient complètement affranchies de la partie constante, afin de préserver les résultats obtenus d'erreurs possibles déterminées par l'importance des termes libres. A cet effet, il faut préalablement soustraire de chaque sommation de la forme  $\sum \eta_t$  ou  $D_t$  leurs valeurs moyennes dans l'intervalle de  $t = 0$  à  $t = m - 1$ .

Table 2

Système résolu des équations	Poids $p_w$ des inconnues					
	$X_0$	$Y$	$A_1$	$B_1$	$A_2$	$B_2$
$Q$	26,169	3,422	12,561	5,328	12,006	12,196
$O$	25,543	2,190	12,780	3,871	12,866	8,220
$M$	24,519	2,056	12,236	3,650	12,232	7,815
$N$	24,460	2,132	12,904	3,641	11,341	7,239
$S$	23,471	1,851	11,483	3,335	11,483	7,375

Dans la table 2 nous donnons les poids  $\rho_w$  des inconnues obtenues d'après les formules (50). Comme on le voit, Y et B'1 sont obtenues avec un poids moindre ; cela s'explique par le fait que les coefficients relatifs à ces inconnues dans les équations conventionnelles de la forme (37) possèdent une certaine communauté de variations (de signe), à la suite de quoi diminue la sûreté de leur répartition.

L'erreur quadratique moyenne  $\mu_w$  de la détermination de l'inconnue w peut être calculée d'après la formule :

$$\mu_w = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{\rho_w(m-r)}}, \quad (51)$$

où  $\Delta$  sont les écarts restants après substitution des valeurs trouvées des inconnues dans les équations de la forme (37) ; m est le nombre de ces équations, r est le nombre d'inconnues déterminées. Dans notre cas, pour les cinq systèmes d'équations résolues : r = 6.

Il convient de noter que dans le calcul des erreurs quadratiques moyennes d'après les formules (51) l'hypothèse que les erreurs sur les ordonnées de départ n'ont qu'un caractère fortuit n'est pas évidente. En réalité chaque ordonnée observée contient, outre des erreurs accidentelles, toute une série d'erreurs systématiques et quasi systématiques. C'est pourquoi on peut estimer plus sûrement la précision des résultats finaux sur la base de l'allure des résultats d'après des séries isolées et non des erreurs des coefficients intégraux  $\Lambda_j$  et  $B_j$  calculés d'après la formule (51). En somme, au moment de l'analyse harmonique des ordonnées observées, il suffit de calculer seulement les valeurs des coefficients  $\Lambda_j$  et  $B_j$ . Quant aux valeurs des inconnues  $X_0$  et Y elles ne peuvent être nécessaires que dans des cas assez rares quand par exemple on éprouve le besoin d'éliminer du mouvement de la marée totale la partie constante et linéaire.

#### OBTENTION DES RESULTATS DEFINITIFS.

Séparons des coefficients intégraux  $\Lambda_j$  et  $B_j$  les termes qui représentent une contribution de l'onde  $R_x$ . Pour cela, nous écrivons les expressions (38), (40) et (47) sous la forme générale :

$$A_x = A'_x + \Delta A'_x, \quad (52)$$

$$B_x = B'_x + \Delta B'_x,$$

où

$$\begin{aligned} A_x &= +(F_c)_x u_x + (F_s)_x v_x, \\ B_x &= -(F_s)_x u_x + (F_c)_x v_x \end{aligned} \quad (53)$$

et

$$\begin{aligned} \Delta A'_x &= -(F_c)_y u_y - (F_s)_y v_y - (F_c)_z u_z - \dots, \\ \Delta B'_x &= +(F_s)_y u_y - (F_c)_y v_y + (F_s)_z u_z - \dots \end{aligned} \quad (54)$$

Ici les indices x, y ... sont généralisés en ondes diurnes et semi-diurnes.

Comme on le voit, pour obtenir les valeurs  $A_x$  et  $B_x$  qui déterminent complètement l'onde cherchée  $R_x$ , il est nécessaire d'introduire dans les coefficients intégraux  $A_x'$  et  $B_x'$  les corrections représentant l'influence de toutes les ondes perturbatrices. Il faut introduire pour chaque onde deux termes corrigés. Les coefficients  $(F_c)_x$  et  $(F_s)_x$  des termes corrigés correspondants avec leurs signes et la même succession que dans les formules (54) sont donnés dans les tables IX et X. Les valeurs des coefficients pour toutes les ondes lunaires déterminées ont été calculées d'après les formules (41) et (48) et pour les ondes  $K_1$  et  $S_2$  elles sont restées inchangées et les mêmes que dans [1]. Contrairement à la première variante ce n'est que l'interprétation de l'onde  $S_1$  qui a changé, celle-ci est considérée maintenant (table IX) comme une des ondes perturbatrices dans l'onde  $K_1$ . Nous avons ici en vue il est vrai, la marée partielle  $S_1$  et non l'effet journalier sommé des différentes influences météorologiques, appelé l'onde météorologique diurne  $S_1$ .

Dans la première approximation, la correction des coefficients intégraux  $A_x'$  et  $B_x'$  peut être obtenue par introduction dans ceux-ci de corrections de sommations de la forme (54) obtenues par le calcul des valeurs les plus sûres des facteurs  $\gamma_0$  ( $= 0,72$ ) ou  $\beta_0$  ( $= 1,20$ ) à l'aide des valeurs

$$\begin{aligned} u_0 &= R_r \cos \zeta_r, \\ v_0 &= R_r \sin \zeta_r, \end{aligned} \quad (55)$$

représentant les valeurs théoriques des ondes de la forme (18) ou (30).

Table 3

Onde	$(F_c)_x$	$(F_s)_x$	Onde	$(F_c)_x$	$(F_s)_x$
$Q_1$	24,121	-7,906	$N_2$	34,724	3,807
$O_1$	26,263	-4,931	$M_2$	27,716	0,014
$K_1$	27,814	7,075	$S_2$	29,000	—
$M_1$	27,929	0,007	$\mu_2$	26,585	2,908

Les valeurs  $A_x$  et  $B_x$  obtenues comme résultat de la correction des coefficients intégraux correspondants donnent la possibilité d'écrire à partir de la table 3 deux équations de la forme (53) avec les coefficients  $(F_c)_x$  et  $(F_s)_x$ . Puisque dans ces équations seuls les termes indépendants changent, il est facile de représenter les inconnues  $u_x$  et  $v_x$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned} u_x &= a_u A_x + b_u B_x, \\ v_x &= a_v A_x + b_v B_x, \end{aligned} \quad (56)$$

où

$$\begin{aligned} a_u &= b_v = \frac{(F_c)_x}{(F_c)_x^2 + (F_s)_x^2}, \\ a_v &= -b_u = \frac{(F_s)_x}{(F_c)_x^2 + (F_s)_x^2}. \end{aligned} \quad (57)$$

Les valeurs numériques des coefficients  $a_u$ ,  $b_u$ ,  $a_v$  et  $b_v$  sont données à la table XI.

On peut calculer facilement d'après les valeurs trouvées  $u_x$  et  $v_x$  l'amplitude et la phase initiale de l'onde déterminée  $R_x$  écrite sous la forme (35) :

$$\begin{aligned} R_x &= \sqrt{u_x^2 + v_x^2}, \\ \zeta_x &= \text{arc tg } \frac{v_x}{u_x}. \end{aligned} \quad (58)$$

Cependant on ne peut pas encore considérer le résultat obtenu comme définitif puisque les coefficients intégraux  $A_x^*$  et  $B_x^*$  employés pour cette réduction ne sont débarrassés de l'influence des ondes perturbatrices qu'en première approximation. Quant à l'inexactitude de la première approximation elle est tout à fait évidente en raison des hypothèses faites au moment de la substitution des valeurs approchées dans (54) et des valeurs observées  $u_y, v_y, u_z, \dots$  par leurs valeurs calculées d'après (55) et multipliées par  $\gamma_0$  ou  $\beta_0$ .

Ces hypothèses consistent en ce que pour toutes les ondes de marée terrestre sans exception, le retard de phase est considéré comme égal à zéro ( $\kappa = 0$ ) et la valeur véritable du facteur  $\gamma$  (ou  $\beta$ ) est assimilée à sa valeur normale  $\gamma_0$  (ou  $\beta_0$ ). Comme le montre l'expérience de la réduction des observations effectuées dans les divers points de la surface de la Terre, pour la plupart des stations de marées terrestres ni la première ni la seconde des hypothèses faites ne représentent les caractéristiques réelles de la marée terrestre. C'est pourquoi pour obtenir un résultat définitif il faut entreprendre la seconde et la plus exacte "épuration" des coefficients intégraux  $A_x^*$  et  $B_x^*$  pour qu'au moment du calcul des corrections des sommes  $\Delta A_x^*$  et  $\Delta B_x^*$  dans les expressions (54) on remplace les valeurs  $u_y', v_y', u_z'$ , dont les valeurs pour toutes les ondes se calculent d'après les formules :

$$\begin{aligned} u' &= (\gamma', \beta') R_r \cos(\zeta_r + \kappa'), \\ v' &= (\gamma', \beta') R_r \sin(\zeta_r + \kappa'). \end{aligned} \quad (59)$$

Les facteurs entrant ici  $\gamma', \beta'$  et le retard de phase  $\kappa'$  s'obtiennent d'après les résultats de la première approximation obtenus pour les ondes les plus importantes. Ces valeurs doivent toutefois être considérées non plus comme identiques pour toutes les ondes (comme cela a été fait dans la première approximation) mais différentes pour les groupes déterminés d'ondes perturbatrices.

Le regroupement des ondes perturbatrices d'après le principe de communauté des caractéristiques de la marée terrestre ne peut certes être arbitraire. Il faut que chaque groupe d'ondes comprenne au moins une onde fondamentale, déterminée avec sûreté par la méthode d'analyse harmonique à partir d'une série d'observations. Nous partagerons toutes les ondes perturbatrices suivant les cinq groupes suivants en considérant les caractéristiques de la marée terrestre pour les ondes entrant dans l'un ou l'autre groupe, comme identiques :

- I - les ondes diurnes dont les périodes sont de plus de  $26^h,5$  :  $2 Q_1, \sigma_1, \rho_1, (135)^*$  (onde fondamentale  $Q_1$ ) ;
- II - les ondes diurnes avec une période allant de  $24^h,5$  à  $26^h,5$  :  $\tau_1, M_1, (145)^*, (155)^*$  (onde fondamentale  $O_1$ ) ;
- III - les ondes diurnes avec une période de moins de  $24^h,5$  :  $P_1, S_1, II_1, \Psi_1, \Phi_1, J_1, OO_1$  (onde fondamentale  $K_1$ )
- IV - les ondes semi-diurnes dont les périodes sont de plus de  $12^h,25$  :  $N_2, \epsilon_2, 2N_2, \mu_2, \nu_2 (235)^*, (245)^*, (255)^*$  (onde fondamentale  $M_2$ ).
- V - les ondes semi-diurnes avec une durée de période de moins de  $12^h,25$  :  $K_2, \lambda_2, L_2, T_2$  (onde fondamentale  $S_2$ ).

Le résultat de la seconde correction des coefficients intégraux fournit de nouvelles valeurs plus précises de  $A_x$  et  $B_x$ , à l'aide desquelles on calcule à nouveau d'après les formules (56) et (58) l'amplitude et la phase initiale de l'onde déterminée, notée sous la forme habituelle (35).

La vérification de la méthode a montré que dans la réduction d'un matériel d'observations de haute précision, le résultat obtenu à partir de la seconde approximation peut être considéré comme définitif puisque les approximations suivantes ne présentent pas de changements qui excèdent l'erreur quadratique moyenne. Par contre la réduction d'un matériel d'observations ne se distinguant pas par une haute précision, l'accord des résultats provenant des approximations successives pour les ondes  $K_1$  et  $Q_1$  est parfois (pour les fortes valeurs de  $\gamma$  ou  $\beta$  et  $\kappa$ ) tellement lent à se produire qu'il arrive qu'on fasse une troisième et même une quatrième approximation ; la méthode ne diffère pas de celle de la seconde approximation.

C'est pourquoi, indépendamment de la qualité du matériel d'observations analysé, la troisième approximation doit être appliquée pour obtenir des valeurs les plus sûres de  $u_x$  et  $v_x$  des ondes déterminées.

Il est clair que pour accélérer le processus d'obtention des résultats il est souhaitable de procéder à l'exécution de la seconde approximation avec les valeurs  $\gamma'$  (ou  $\beta'$ ) et  $\kappa'$ , qui caractérisent avec plus de précision la marée terrestre en un point donné que celles-ci qui s'obtiennent à partir de la première approximation avec l'utilisation des valeurs normales  $\gamma_0$  (ou  $\beta_0$ ) et  $\kappa_0 = 0$ . Cela permettrait d'obtenir déjà pour les résultats de la seconde approximation une proximité suffisante avec les valeurs des constantes harmoniques qui sont distinctes pour un point donné en général et pour le matériel d'une série réduite en particulier. Alors la troisième approximation (avec emploi de  $\gamma''$  ou  $\beta''$  et  $\kappa''$ ) qui modifie d'une façon insignifiante les résultats même pour les ondes  $K_1$  et  $Q_1$ , pourrait s'employer plutôt comme contrôle et non pour améliorer encore la précision des résultats obtenus. Mais comme son utilisation est prévue, il faut naturellement prendre comme résultats définitifs les valeurs des constantes harmoniques obtenues précisément par celle-ci.

Les valeurs  $\gamma'$  (ou  $\beta'$ ) et  $\kappa'$  répondant à l'exigence formulée c'est-à-dire plus précises et assurant des résultats rapides peuvent être obtenues comme suit : en tant que première approximation on compare l'amplitude et la phase des ondes observées sommées  $Q_1, O_1, K_1, M_1$  et  $S_1$  représentées par les coefficients intégraux  $A_x'$  et  $B_x'$  avec leurs valeurs théoriques correspondantes représentées par les coefficients intégraux  $(A_x)_0'$  et  $(B_x)_0'$ . Nous obtiendrons les formules pour ce calcul à partir de (52) :

$$\begin{aligned} (A_x)_0' &= + (F_c)_x u_0 + (F_s)_x v_0 - (\Delta A_x)_0', \\ (B_x)_0' &= - (F_s)_x u_0 + (F_c)_x v_0 - (\Delta B_x)_0'. \end{aligned} \quad (60)$$

Ici  $(F_c)_x$  et  $(F_s)_x$  sont les coefficients de la table 3 qui désignent l'apport de l'onde fondamentale déterminée  $R_x$  dans l'onde sommée correspondante  $R_x'$  :  $(\Delta A_x)_0'$  et  $(\Delta B_x)_0'$  sont les corrections de sommations (54), obtenues à l'aide des coefficients des tables IX - X et de valeurs  $u_0$  et  $v_0$  calculées pour toutes les ondes d'après les formules (55). Les coefficients intégraux de sommations des ondes peuvent être représentés de la façon suivante :

$$\begin{aligned} A_x' &= R_H' \cos \zeta_H', & B_x' &= R_H' \sin \zeta_H', \\ (A_x)_0' &= R_T' \cos \zeta_T', & (B_x)_0' &= R_T' \sin \zeta_T', \end{aligned} \quad (61)$$

où les indices "H" et "T" sont les valeurs retenues, représentant respectivement les ondes observées et les ondes théoriques.

En déterminant à partir de (61) les amplitudes et les phases initiales des ondes sommées et en effectuant de la façon habituelle la comparaison de l'observation avec la théorie, nous obtenons les valeurs nécessaires pour la seconde approximation des coefficients  $\gamma'$  (ou  $\beta'$ ) et du retard de phase  $\kappa'$  (calculé comme la différence  $\zeta_{11}' - \zeta_1'$ ) qui seront analogues aux valeurs déterminées d'après la méthode Lecolazet.

Pour conclure nous ferons remarquer que précédemment nous n'avons pas touché complètement au problème de l'introduction immédiate des corrections dans les coefficients intégraux  $A_x'$  et  $B_x'$  représentant l'influence perturbatrice de l'onde de température diurne  $S_1$  qui est une onde météorologique factice qui change brusquement en valeur et en phase avec le temps et qui dépend très fortement des conditions dans lesquelles se trouvent les appareils enregistreurs de marées.

Il ne peut pas être question de calculs de corrections représentant l'influence de cette onde, basés sur des conditions théoriques quelconques. Il est de même impossible d'obtenir ces corrections d'après les valeurs observées de l'onde  $S_1$  puisque la série mensuelle n'est pas en mesure de garantir une répartition indépendante des ondes  $S_1$  et  $K_1$ . L'ordre d'exécution de la seconde approximation que nous avons adopté, prévoyant l'emploi pour le calcul des corrections  $\Delta A_x'$  et  $\Delta B_x'$  des valeurs  $u_x', v_x', u_y', \dots$ , obtenues par le calcul des résultats de la première approximation assure une élimination partielle de l'influence de l'onde  $S_1$  des résultats définitifs de la détermination des ondes lunaires. Cependant cette élimination indirecte ne peut pas toujours apparaître efficace.

Ceci concerne en particulier les observations clinométriques effectuées à peu de profondeur sous la surface de la terre dans des conditions de température défavorables.

De cette façon la valeur de chacune des quatre ondes diurnes déterminées obtenue d'après une série de 29 jours contiendra une certaine contribution de l'onde météorologique  $S_1$ . L'onde  $K_1$  sera la plus perturbée de toutes par cette contribution.

Le mieux de tout est de préserver les résultats obtenus de l'influence perturbatrice de l'onde  $S_1$  en installant les appareils dans les puits ou les galeries. A de grandes profondeurs l'effet de l'influence de cette onde sur les ondes lunaires diurnes déterminées est naturellement tellement faible qu'on peut la négliger. Quant à son influence sur l'onde  $K_1$  elle reste parfois sensible même à grande profondeur. Dans ce cas, en ayant à sa disposition quelques séries mensuelles d'observations, on peut départager les ondes  $S_1$  et  $K_1$  par la résolution par la méthode des moindres carrés du système d'équations de la forme (53) composées d'après les valeurs corrigées  $A$  et  $B$  des coefficients intégraux de l'onde  $K_1$ , en ajoutant dans le second membre de chacune de ces équations deux termes complémentaires qui représentent l'onde  $S_1$ . Le procédé de séparation des ondes  $S_1$  et  $K_1$  proposé ici peut être étendu aussi à la séparation de  $P_1$ ,  $S_1$  et  $K_1$  si l'on dispose d'au moins trois séries de 29 jours d'observations. Pour cela, il doit y avoir dans le second membre de chacune des équations (53) entrant dans le système choisi non plus quatre mais six inconnues. En relation avec cela, les termes libres (coefficients  $A$  et  $B$ ) de chacune des équations ne doivent pas être débarrassés préalablement des contributions de l'onde  $P_1$  dans les coefficients intégraux.

#### ANALYSE D'UNE SERIE DE CONTROLE.

---

Nous expliquerons l'application de la méthode par un exemple concret de réduction d'une série de contrôle de 29 jours.

Comme ordonnées horaires de contrôle, nous nous sommes servis des variations dues aux marées  $(\delta g)_t$  de la force de pesanteur pour un point de latitude géographiques  $\phi = 50^\circ$ , ces variations ont été calculées par V.G. Balenko et S.N. Zachartchenko [3]. Ils ont calculé les ordonnées sur ordinateur électronique "Kiev" d'après la formule :

$$(\delta g)_t = \sum_{i=1}^{79} H_i \cos(q_i t + V_{0i}). \quad (62)$$

L'amplitude de chacune des 79 harmoniques totalisées (52 diurnes et 27 semi-diurnes) a été prise avec une précision de 0,01  $\mu\text{gal}$  de façon à ce que l'erreur accidentelle des ordonnées  $(\delta g)_t$  qui dépend de la méthode de calcul n'excède pas  $\pm 0,05 \mu\text{gal}$ .

Les ordonnées d'une série de contrôle exprimées en centièmes de  $\mu\text{gal}$  sont données à la table XII. Chacune des ordonnées dans cette table est augmentée de 20.000 unités pour la facilité de la notation. Le début de la série commence le 2 janvier 1962 à 0 heure, la fin le 30 janvier 1962, à 23 heures.

Puisque dans le bulletin de départ les ordonnées sont réparties d'après le temps solaire, il suffit pour obtenir les sommes  $\sigma_t$  employées dans la suite pour la détermination des ondes  $K_1$  et  $S_2$  d'utiliser la sommation par ligne. Les résultats de cette sommation sont donnés dans les dernières colonnes des tables XII et XIV.

Il faut noter que le bulletin des ordonnées de départ (table XII) doit avoir une disposition standard permettant l'application de clichés dessinés sur papier calque pour la sommation d'après le temps spécial des ondes  $Q_1$ ,  $O_1$  et  $M_1$ . Les clichés sont en relation rigoureuse avec les données sur le temps spécial de ces ondes que nous présentons dans la table III. Les ordonnées marquées dans cette table par deux points, se somment deux fois. C'est pourquoi il est souhaitable que sur les clichés elles soient désignées clairement par un trait supplémentaire ou un contour de points rouges. Cela facilite leur calcul au moment du contrôle.

Les ordonnées d'après le temps spécial des ondes  $Q_1$ ,  $O_1$  et  $M_1$  se somment assez simplement. Après application du cliché sur le bulletin de départ, toutes les ordonnées soulignées d'une ligne de couleur en gradins correspondant à l'heure spéciale  $t = 0$  sont englobées dans la somme  $\sigma_0$ ; les ordonnées soulignées d'une ligne correspondant à l'heure  $t = 1$  sont englobées dans la somme  $\sigma_1$ , etc. Par exemple, dans la somme  $\sigma_0$ , pour l'onde  $M_1$  sont comprises ces ordonnées :

$$\begin{aligned} \sigma_0 = & 15646 + 15782 + 16434 + 17461 + 14638 + \\ & + 15961 + \dots \quad \dots + 16993 = 582381. \end{aligned}$$

Les résultats définitifs de la sommation des ordonnées de la série de contrôle d'après le temps spécial des ondes  $Q_1$ ,  $O_1$  et  $M_1$  sont donnés dans les seconde, troisième et cinquième colonnes de la table XIV.

L'exactitude de la sommation se vérifie par l'assimilation de la somme obtenue  $\sum_{t=0}^{m-1} \sigma_t$  à la somme de toutes les ordonnées pour 29 jours de 24 heures (dernière colonne de la table XII) ajoutée au dernier r des ordonnées marquées dans la table III de deux points. Par exemple, pour l'onde  $M_1$ , nous vérifions l'exactitude des 25 sommes de  $\sigma_t$  ainsi :

$$13998388 = 13915306 + 14638 + 21452 + 24315 + 22677.$$

L'application des clichés pour le calcul des sommes de la forme (44) sur chaque heure de temps spécial de l'onde N<sub>2</sub> est malheureusement liée à un grand inconvénient à cause de la nécessité de sommer les ordonnées séparément d'après les jours impairs et les jours pairs. C'est pourquoi une liste complémentaire des ordonnées d'après le temps spécial de cette onde devient inévitable. Le résultat obtenu est donné à la table XIII dans laquelle toutes ordonnées utilisées pour la détermination de l'onde N<sub>2</sub> sont disposées conformément aux données de la table III.

Comme nous le voyons, jusqu'à la 19<sup>ème</sup> heure spéciale (t = 18) nous obtenons des sommes de l'aspect Σ<sub>H</sub> et Σ<sub>q</sub> précisément de la même façon que dans la première variante de notre méthode [1]. L'obtention des sommes analogues sur les 6 heures suivantes (de t = 19 jusqu'à t = 24) exige une explication spéciale.

Dans l'article, on note que la durée des jours spéciaux conventionnels de l'onde N<sub>2</sub> est maintenant acceptée égale à 25 heures. Cela signifie que dans l'élaboration de la liste des ordonnées d'après le temps spécial de cette onde en conformité avec le schéma donné (table III) les six ordonnées doivent être répétées chaque fois à la jonction des jours spéciaux, ces ordonnées représenteront alternativement tantôt la partie finale, tantôt la partie initiale de la courbe diurne.

De cette façon, dans la table XIII les six premières ordonnées de la deuxième suite de 24 heures sont simultanément aussi les six dernières ordonnées de la première suite de 24 heures ; les six premières ordonnées de la troisième suite de 24 heures sont simultanément les six dernières ordonnées de la seconde suite de 24 heures, etc. Il est clair que pour obtenir les six dernières sommes Σ<sub>H</sub> d'après les jours de 24 heures impairs, il faut prendre les six premières sommes Σ<sub>q</sub> d'après les jours pairs et les augmenter respectivement par une ordonnée de la partie complémentaire des 35 x jours (t = 19, 20, ...24). Pour l'obtention des six dernières sommes Σ<sub>q</sub> d'après les jours pairs, il faut prendre les six premières sommes Σ<sub>H</sub> de jours impairs et en soustraire respectivement les six premières ordonnées de la série.

L'exactitude de la liste et de la sommation suivante des ordonnées se vérifie par l'égalité :

$$\sum_H (1 \div 19) + \sum_q (1 \div 19) + \sum_A = \sum_0^{23} \sigma_t$$

où le second membre contient la somme des 696 ordonnées de la série (somme de la dernière colonne de la table XII), par Σ<sub>A</sub> on désigne la somme complémentaire qui comprend les six dernières ordonnées des 35 x jours spéciaux, la dernière ordonnée de 28 jours et toutes les ordonnées des 29 jours de calendrier de la série. Il est souhaitable de calculer en deux séries indépendantes les six dernières sommes de la forme Σ<sub>H</sub> et Σ<sub>q</sub>, restant dans l'étape finale en dehors du contrôle mentionné.

D'après les données définitives de la table XIII, on obtient les valeurs sommées de signe variable D<sub>t</sub> (désigné dans la suite pour maintenir les symboles par σ<sub>t</sub>), ces valeurs sont données dans la quatrième colonne de la table XIV.

Les sommes de la forme σ<sub>t</sub> données dans les cinq colonnes de la table XIV sont les termes libres des équations correspondantes de la forme (37).

Les inconnues de ces équations se déterminent d'après les formules (50) à l'aide des coefficients  $(a_w)_t$  des tables IV - VIII. Par exemple, la valeur du coefficient intégral  $A'_1$  de l'onde  $M_1$

$$A'_1 = +0,051012 \cdot 582381 + 0,061137 \cdot 625733 + \\ + 0,064358 \cdot 653837 + \dots = +2821.$$

Les résultats de ces calculs d'après toutes les ondes déterminées sont donnés dans les six lignes inférieures de la table XIV. Les valeurs des inconnues  $X_0$  et  $Y$ , généralement parlant, ne sont pas nécessaires à la réduction du matériel d'observation si l'on n'a comme but que de faire l'analyse harmonique. C'est pourquoi pour les calculs suivants nous transférerons de la table XIV dans la XVI à titre de données de départ uniquement les coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$ .

Le calcul des valeurs de  $u_0$  et  $v_0$  nécessaires pour obtenir en première approximation les corrections de sommations de la forme  $\Delta A'_x$  et  $\Delta B'_x$  est donné dans la table XV. Les valeurs théoriques des amplitudes  $R_T$  et des phases initiales  $\zeta_T$  sont calculées d'après les formules (18). Dans la dernière de ces formules, outre le fait que le temps  $t$  d'après lequel sont tabulées les ordonnées analysées, est le temps moyen local, on admet :  $j(\lambda - \lambda_0) = 0$  et  $(V_0)_0 = V_0$ . Les valeurs  $u_0$  et  $v_0$  d'après l'onde (255)\* ne sont pas calculées puisque dans les ordonnées analysées cette onde manque.

En relation avec le fait que les ordonnées de contrôle que nous avons employées ne diffèrent de la composante verticale de la force génératrice de marées que par le signe, les valeurs de départ  $V_0$  calculées d'après les formules (10) de la table I, sont introduites dans la table XV avec un déphasage de  $180^\circ$ . Les valeurs réduites  $f$  et  $u$  sont calculées d'après les formules de la table II avec des valeurs des coordonnées  $h$ ,  $p$  et  $N$  prises pour l'époque moyenne de la série réduite, c'est-à-dire, à 0 h 16 janvier 1962 ( $h = 294^\circ 96$ ,  $p = 338^\circ 80$ ,  $N = 139^\circ 22$ ). La valeur  $p_s$  admise est égale à  $282^\circ 5$ .

Avec les valeurs obtenues  $u_0$  et  $v_0$  nous calculons à l'aide des tables IX et X les corrections de sommations  $\Delta A'_x$  et  $\Delta B'_x$  dans les coefficients intégraux correspondants. Par exemple, la valeur de la correction  $\Delta A'_x$  dans le coefficient intégral  $A'_1$  de l'onde  $M_1$  s'obtient par la sommation des produits suivants :

$$\Delta A'_1 = -1,58 \cdot 4,443 - 0,38 \cdot 2,457 - 1,83 \cdot 4,900 + \\ + 0,18 \cdot 25,929 - \dots - 0,01 \cdot 0,689 = +9,904.$$

Les résultats de ces calculs sont donnés dans la quatrième colonne de la table XVI (les valeurs  $\Delta A'$  et  $\Delta B'$  jusqu'à leur utilisation à titre de corrections de sommation doivent être multipliées par  $\beta_0 (= 1,20)$ ).

En ajoutant les corrections de sommation aux coefficients intégraux, nous obtenons les valeurs corrigées  $A_x$  et  $B_x$ , d'après lesquelles par les formules (56) et (58) nous trouvons les amplitudes  $R_H$  et les phases initiales  $\zeta_H$  des ondes déterminées. La comparaison des valeurs obtenues (observées) avec les valeurs théoriques (introduites par le calcul des ordonnées  $(\delta g)_t$  dans l'ordinateur électronique) est donnée dans la table XVII.

Au moment de la réduction de séries expérimentales d'observations les valeurs des amplitudes  $R_H$  et des phases  $\zeta_H$  (première approximation) et respectivement les résultats de la comparaison de l'observation avec la théorie ne donneraient pas de caractéristiques définitives de la marée terrestre. C'est pourquoi pour obtenir des résultats définitifs, il nous conviendrait d'appliquer la seconde et la troisième approximation, c'est-à-dire suivre la table XV afin d'obtenir les valeurs  $u'$  et  $v'$  d'après les formules (59), répéter tout le cycle des calculs d'après la rectification des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$ , déterminer les valeurs  $R_H$  et  $\zeta_H$ , en comparant l'observation avec la théorie, obtenir  $\beta''$  et  $\kappa''$  etc. ...

Cependant dans notre exemple de contrôle, il n'est pas nécessaire d'appliquer la seconde et la troisième approximations puisqu'on peut dire d'avance qu'elles ne changent pratiquement pas les résultats de la première approximation. C'est pourquoi les valeurs  $R_H$  et  $\zeta_H$  données dans la table XVI peuvent être considérées comme définitives.

L'application de la première approximation d'après la seconde variante, c'est-à-dire par la comparaison des ondes observées sommées et les ondes théoriques, a donné des résultats pour les cinq ondes fondamentales ( $Q_1$ ,  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $M_2$ ,  $S_2$ ), coïncidant avec les données de la table XVI.

Nous voyons dans la table XVII que la concordance des amplitudes obtenues et des phases avec leurs valeurs de départ est satisfaisante. Pour les quatre plus grandes ondes de marées ( $O_1$ ,  $K_1$ ,  $M_2$  et  $S_2$ ) la divergence en amplitude est plus petite qu'un demi pourcent et la non-concordance des phases ne sort pas des limites d'un demi degré. Cependant l'analyse de ces écarts relativement petits montre que seule une petite partie sans importance peut être portée en compte de l'erreur introduite par la méthode. Quant à la grande partie de ces écarts, elle s'explique par la "nouvelle correction" partielle des coefficients intégraux  $A_x^*$  et  $B_x^*$  des ondes déterminées correspondantes pour tenir compte des ondes faibles (prises en considération par nos formules pour le calcul des valeurs  $f$  et  $n$ , table II) qui n'ont pas été introduites dans l'ordinateur électronique au moment du calcul des ordonnées de contrôle  $(\delta g)_t$ .

Pour les ondes  $Q_1$ ,  $M_1$ ,  $N_2$  et  $\mu_2$ , la concordance des résultats est beaucoup moins bonne. Cependant, ici aussi la grande partie de chacun des écarts s'explique par l'effet de "nouvelle correction" mentionné plus haut, et non par les erreurs de la méthode. Pour l'onde  $N_2$ , par exemple, la valeur  $\Delta R$  est égale à 2,24 % et est diminuée de 1,8 % si dans les formules pour le calcul des valeurs  $f$  et  $u$  (table II), on néglige les termes correspondant aux ondes faibles qui ne sont pas représentés dans les ordonnées  $(\delta g)_t$ . Le calcul de l'effet de la "nouvelle correction" d'après les ondes  $Q_1$ ,  $M_1$  et  $\mu_2$  aboutit à une diminution analogue des valeurs  $\Delta R$  et  $\kappa$ .

En conclusion, l'auteur profite de l'occasion pour remercier V.G.Balenko pour son aimable permission d'utiliser la série mensuelle d'ordonnées calculées  $(\delta g)_t$  de la variation de la force de pesanteur pour corriger et éclairer la méthode par un exemple correct.

---

BIBLIOGRAPHIE.

---

1. P.S. MATVEEV  
Analyse harmonique d'une série mensuelle d'observations de marées.  
*Trav. de l'Obs. Grav. de Poltava T. IX Izd. vo Acc.Sc.USSR, 1961*  
Traduction BIM N° 31 pp. 773-787
2. V.G. BALENKO et S.W.ZACHARTCHENKO  
Quelques problèmes de comparaison des méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres.  
*Trav. de l'Obs. Grav. de Poltava T. X, Izd. vo Acc. Sc. USSR, 1961.*  
Traduction BIM N° 31 pp. 801-819
3. P.S. MATVEEV  
Sur la détermination de l'onde  $O_1$  et le calcul de quelques ondes faibles par l'analyse harmonique d'une série mensuelle d'observations de marées.  
*Trav. de l'Obs. Grav. de Poltava, T. X, Izd. vo Acc. Sc. USSR, 1961.*  
Traduction BIM N° 29 pp. 57-66
4. A.T. DOODSON  
The harmonic development of the tidegenerating potential.  
*Proc. of the Roy. Soc. of London (A) 100, 1921, ctp. 305-329.*
5. N.N. PARIISKII  
Remarque pour le calcul des valeurs théoriques des amplitudes des variations dues aux marées de la force de pesanteur.  
*"Etude des marées terrestres". N° 2, XIII Répartition du programme de l'AGI, Izd. vo Acc. Sc. USSR, 1961.*
6. K.U. ALLEN  
Valeurs astrophysiques  
1960
7. LANDOLT-BÖRNSTEIN  
Zahlwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik und Technik  
*Bd. III, Astronomie und Geophysik, Berlin-Göttingen - Heidelberg, 1962.*
8. A.T. DOODSON  
The analysis of tidal observations,  
*Phil. Trans, Roy. Soc. of London (A), 227, 1928, ctp. 223-279*
9. P. SCHUREMAN  
Manual of harmonic analysis and prediction of tides,  
*U.S. Coast and Geod. Surv. Spec. Publicat., N° 98, Washington, 1941.*
10. R. LECOLAZET  
Le development harmonique des déviations périodiques théoriques de la verticale,  
*Mar. Terr. Bull. d'Inf. N° 14, 20 janvier 1959, Bruxelles, Belgique.*
11. G.H. DARWIN  
Oceanic tides,  
*Scientific papers, I Cambridge University Press, 1907.*

12. M.V. NIKITINE

Analyse harmonique des marées.

*Izd. vo Hydrographique USSR. L. 1925.*

13. A.Ya. ORLOV

Sur les déformations de la Terre d'après les observations de Tomsk et Poltava à l'aide de pendules horizontaux.

*Izd. vo Acc. Sc. série Géogr. et Géoph. n° 1, 1939.*

14 Z.N. AKSENTIEVA

Sur les marées du lac Baikal.

*Trav. de l'Obs. Grav. de Poltava. T II Izd. vo Acc. Sc. USSR, 1948.*

15. N.N. PARIISKII.

Some remarks concerning the calculation of theoretical amplitudes of tidal gravity observations,  
*Marées Terrestres Bull. d'Inf., N° 23, 3 janvier 1961, Bruxelles, Belgique.*

---

Table 1  
Les ondes les plus importantes à courte période du potentiel luni-solaire des foyers génératrices de marées

Désignation de l'onde	Nombre caractéristique	Amplitude $CG_j \cdot 10^5$	Phase initiale $V_0$			Vitesse ho- raire de la phase $q$	$\rho = 24 q$	$29 \rho$	Période $\Pi = \frac{2\pi}{q}$	$(H_g)_{00}$ - $\mu\text{gal}$	$(H_T)_{00}$ msec
			$t_0$	$S_0$	$h_0$						
$Q_1$	135.655	7216 $G_1$	1	-3	+1	+1	-38° 43' 21.4	-34° 53' 2	26 <sup>h</sup> .868	5.952	1.253
$O_1$	145.555	37689 $G_1$	1	-2	+1	+1	-25 36' 15	-15 6' 47	25 819	31.089	6.545
$P_1$	163.555	17560 $G_1$	1	-1	-1	-1	-0 98' 56.5	-28 58' 4	24 066	14.485	3.049
$S_1$	164.555	296 $G_1$	1	-1	-1	-1	0 00' 00.0	0 00' 0	24 000	0.244	0.051
$K_1$	165.555	53027 $G_1$	1	-4	+1	+1	+0 98' 56.5	+28 58' 4	23 934	43.741	9.209
$2Q_1$	125.755	955 $G_1$	1	-4	+3	+3	-51 49' 13	-53 41' 7	28 006	0.788	0.166
$\sigma_1$	127.555	1153 $G_1$	1	-3	+3	+3	-49 74' 86.4	-2 71' 0	27 848	0.951	0.200
$P_1$	137.455	1371 $G_1$	1	-2	+3	+3	-36 68' 36.5	+16 17' 4	26 723	1.131	0.338
$T_1$	147.555	491 $G_1$	1	-1	+1	+1	-12 92' 139.8	+41 52' 0	25 568	0.405	0.085
$M_1$	155.555	2964 $G_1$	1	-1	+1	+1	-14 49' 20' 52.1	+1 97' 12.5	24 841	2.445	0.515
$\pi_1$	162.556	1028 $G_1$	1	-1	+1	+1	-12 19' 07.5	+1 97' 12.5	24 841	2.445	0.515
$\gamma_1$	166.554	422 $G_1$	1	-2	+2	+2	-14 91' 78' 64.7	+57 16' 6	24 132	0.848	0.179
$\eta_1$	167.555	755 $G_1$	1	-2	+2	+2	-15 08' 21' 35.3	+57 16' 6	23 869	0.348	0.073
$J_1$	175.455	2964 $G_1$	1	-1	+1	+1	-15 12' 32' 05.9	+85 75' 1	23 804	0.623	0.131
$OO_1$	185.555	1623 $G_1$	1	+1	+1	+1	-14 05' 06' 4	+72 81' 5	22 306	2.445	0.515
$(135)^*$	135.555	211 $G_1$	1	-3	+1	+1	-27 33' 34.4	+47 46' 9	23 098	1.339	0.282
$(145)^*$	145.655	108 $G_1$	1	-2	+1	+1	-38 54' 35.4	+37 76' 3	26 879	0.261	0.037
$(155)^*$	155.555	661 $G_1$	1	-1	+1	+1	-25 25' 57.4	-12 41' 7	25 811	0.133	0.019
$N_2$	245.655	17387 $G_2$	2	-3	+2	+1	-12 19' 07.5	+6 46' 8	24 841	0.817	0.115
$M_2$	255.555	90812 $G_2$	2	-2	+2	+1	-37 44' 64.9	+5 94' 8	12 658	14.342	3.019
$S_2$	273.555	42300 $G_2$	2	-2	+2	+2	-24 38' 15.0	+12 93' 6	12 421	74.909	15.770
$K_2$	275.555	11501 $G_2$	2	-2	+2	+2	0 00' 00.0	0 00' 0	12 000	34.893	7.346
$e_2$	227.655	671 $G_2$	2	-5	+4	+1	+1 97' 13.0	+57 16' 8	11 967	9.487	1.997
$\mu_2$	235.755	2301 $G_2$	2	-4	+2	+2	-61 82' 79.9	+6 98' 8	13 127	0.553	0.117
$\nu_2$	237.555	2777 $G_2$	2	-4	+4	+4	-50 51' 14.8	+24 83' 3	12 905	1.898	0.400
$\lambda_2$	247.455	3303 $G_2$	2	-3	+4	+1	-48 76' 30.0	+25 87' 3	12 872	2.291	0.482
$L_2$	263.655	670 $G_2$	2	-1	+1	+1	-35 69' 80.1	+44 75' 8	12 626	2.725	0.574
$T_2$	265.455	2567 $G_2$	2	-1	+2	+1	-13 06' 49.9	+18 88' 5	12 222	0.553	0.116
$(235)^*$	235.655	2476 $G_2$	2	-1	+2	+1	-11 31' 65.1	+31 82' 1	12 192	2.117	0.446
$(245)^*$	245.555	156 $G_2$	2	-4	+2	+1	-50 98' 56.0	+28 58' 2	12 016	2.042	0.430
$(255)^*$	255.655	569 $G_2$	2	-3	+2	+2	-37 55' 79.0	+28 06' 4	12 908	0.193	0.027
		86 $G_2$	2	-2	+2	+1	-24 27' 00.9	+16 16' 7	12 660	0.703	0.099
			2	-2	+2	+1			12 419	0.106	0.015

Table II.

Formules pour le calcul des valeurs réduites f et u.

$Q_1$	$f \cos u = 1,0000 + 0,1885 \cos N - 0,0058 \cos 2N - 0,0026 \cos 2p - 0,0039 \cos 2(p-N) - 0,0054 \cos (h-p) +$ $+ 0,0010 \cos (h-p_s) - 0,0104 \cos 2h - 0,0030 \cos 2(h-p)$ $f \sin u = + 0,1885 \sin N - 0,0058 \sin 2N - 0,0026 \sin 2p + 0,0039 \sin 2(p-N) - 0,0054 \sin (h-p) +$ $+ 0,0177 \sin (h-p_s) - 0,0104 \sin 2h + 0,0030 \sin 2(h-p)$
$O_1, 2Q_1$	$f \cos u = 1,0000 + 0,1885 \cos N - 0,0058 \cos 2N - 0,0064 \cos 2p - 0,0011 \cos (2p-N) - 0,0029 \cos 2(h-p) +$ $+ 0,0027 \cos (2h-N)$
$\sigma_1, \varrho_1$	$f \sin u = + 0,1885 \sin N - 0,0058 \sin 2N - 0,0064 \sin 2p - 0,0011 \sin (2p-N) + 0,0061 \sin (h-p_s) +$ $+ 0,0029 \sin 2(h-p) + 0,0027 \sin (2h-N)$
$P_1$	$f \cos u = 1,0006 - 0,0113 \cos N + 0,0008 \cos 2N - 0,0015 \cos 2p$ $f \sin u = - 0,0113 \sin N + 0,0008 \sin 2N - 0,0015 \sin 2p$
$K_1$	$f = 1,0060 + 0,1150 \cos N - 0,0088 \cos 2N + 0,0006 \cos 3N$ $u = - 8^{\circ}, 86 \sin N + 0^{\circ}, 68 \sin 2N - 0^{\circ}, 07 \sin 3N$
$M_1$	$f \cos u = 1,3593 \cos p + 0,2669 \cos (p-N) - 0,0115 \cos (p-2N) - 0,0287 \cos (p+N) - 0,0050 \cos (h-p-p_s) +$ $+ 0,0060 \cos (h+p-p_s) + 0,2728 \cos (2h-p) + 0,0604 \cos (2h-p-N)$ $f \sin u = 0,6407 \sin p + 0,1339 \sin (p-N) - 0,0287 \sin (p+N) + 0,0050 \sin (h-p-p_s) + 0,0060 \sin (h+p-p_s) +$ $+ 0,0931 \sin (2h-p) + 0,0197 \sin (2h-p-N)$
$I_1$	$f = 1,0129 + 0,1676 \cos N - 0,0170 \cos 2N + 0,0016 \cos 3N$ $u = - 12^{\circ}, 94 \sin N + 1^{\circ}, 34 \sin 2N - 0^{\circ}, 19 \sin 3N$
$OO_1$	$f = 1,1027 + 0,6504 \cos N + 0,0317 \cos 2N - 0,0014 \cos 3N$ $u = - 36^{\circ}, 68 \sin N + 4^{\circ}, 02 \sin 2N - 0^{\circ}, 57 \sin 3N$

(135)*	$f \cos u = 1,0000 + 0,3981 \cos \lambda + 0,0616 \cos 2p,$ $f \sin u = +0,3981 \sin \lambda + 0,0616 \sin 2p$
(145)* (155)*	$f \cos u = 1,0000 - 0,2784 \cos \lambda,$ $f \sin u = -0,0182 \sin \lambda$
$N_2, \epsilon_2$	$f \cos u = 1,0000 - 0,0373 \cos \lambda - 0,0036 \cos 2(p - \lambda) - 0,0033 \cos (h - p) + 0,0009 \cos (h - p_s) - 0,0019 \cos (h - 2p + p_s) - 0,0031 \cos 2(h - p) + 0,0079 \cos (3h - 2p - p_s),$ $f \sin u = -0,0373 \sin \lambda + 0,0036 \sin 2(p - \lambda) - 0,0053 \sin (h - p) + 0,0177 \sin (h - p_s) - 0,0019 \sin (h - 2p + p_s) + 0,0031 \sin 2(h - p) + 0,0079 \sin (3h - 2p - p_s)$
$M_2, 2V_2, \nu_2$ $\lambda_2, \lambda_1$	$f \cos u = 1,0000 - 0,0373 \cos \lambda + 0,0005 \cos 2V + 0,0006 \cos 2p - 0,0004 \cos (h - p_s) + 0,0011 \cos 2h - 0,0034 \cos 2(h - p),$ $f \sin u = -0,0373 \sin \lambda + 0,0005 \sin 2V + 0,0006 \sin 2p + 0,0064 \sin (h - p_s) + 0,0011 \sin 2h + 0,0023 \sin 2(h - p)$
$S_2$	$f \cos u = 1,0000 + 0,0022 \cos \lambda - 0,0083 \cos (h - p_s) + 0,0022 \cos (h + p_s) + 0,0023 \cos 2(h - p_s),$ $f \sin u = +0,0022 \sin \lambda - 0,0083 \sin (h - p_s) + 0,0022 \sin (h + p_s) - 0,0023 \sin 2(h - p_s)$
$K_2$	$f = 1,0241 + 0,2863 \cos \lambda + 0,0083 \cos 2V - 0,0015 \cos 3V,$ $u = -17,74 \sin \lambda + 0,68 \sin 2V - 0,04 \sin 3V$
$I_2$	$f \cos u = 1,0000 - 0,0374 \cos \lambda - 0,0090 \cos (h - p) + 0,0531 \cos (h - p_s) + 0,0128 \cos (h - 2p + p_s) + 0,0293 \cos 2(h - p),$ $f \sin u = -0,0374 \sin \lambda + 0,0090 \sin (h - p) - 0,0817 \sin (h - p_s) - 0,0128 \sin (h - 2p + p_s) + 0,0293 \sin 2(h - p)$
$L_2$	$f \cos u = 1,0000 - 0,0370 \cos \lambda - 0,2505 \cos 2p - 0,0156 \cos 2(p - \lambda) - 0,1102 \cos (2p - \lambda),$ $f \sin u = -0,0370 \sin \lambda - 0,2505 \sin 2p - 0,0156 \sin 2(p - \lambda) - 0,1102 \sin (2p - \lambda)$
(235)* (245)*	$f \cos u = 1,0000 + 0,1705 \cos \lambda - 0,0193 \cos 2p,$ $f \sin u = +0,1705 \sin \lambda - 0,0193 \sin 2p$

Remarque : Pour les ondes  $S_1, T_1, \psi_1, \tau_2, (255)^*$  :  $f = 1, u = 0$ .

Table III.

Heure initiale des jours (de 24 heures) spéciaux des ondes lunaires déterminées

Jours du calendrier des séries	Heure initiale des jours (de 24 heures) spéciaux des ondes					Jours du calendrier des séries	Heure initiale des jours (de 24 heures) spéciaux des ondes				
	Q <sub>1</sub>	O <sub>1</sub> et μ <sub>2</sub>	M <sub>1</sub> et M <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>			Q <sub>1</sub>	O <sub>1</sub> et μ <sub>2</sub>	M <sub>1</sub> et M <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	
				jours impairs	jours pairs					jours impairs	jours pairs
1	0 <sup>h</sup>	0 <sup>h</sup>	0 <sup>h</sup>	0 <sup>h</sup>	19 <sup>h</sup>	16	15	1	13	20	1
2	3	2	1	14	—	17	17:	2:	13:	—	15
3	6	4	2	—	9	18	20	4	14	10	—
4	8:	5:	3	4	23	19	23	6	15	—	5
5	11	7	3:	18	—	20	—	8	16	0	19
6	14	9	4	—	13	21	2	9:	17	14	—
7	17	11	5	8	—	22	4:	11	18	—	9
8	19:	12:	6	22	3	23	7	13	18:	4	23
9	22	14	7	—	17	24	10	15	19	18	—
10	—	16	8	12	—	25	13	16:	20	—	13
11	1	18	8:	—	7	26	15:	18	21	8	—
12	4	19:	9	2	21	27	18	20	22	22	3
13	6:	21	10	16	—	28	21	22	23	—	—
14	9	23	11	—	11	29	—	—	—	—	—
15	12	—	12	6	—	n	26	27	28	18	17

Table IV.

Coefficients  $(\alpha_w)_t$  de résolution du système des équations de forme (37) pour la détermination de l'onde Q<sub>1</sub>.

t	w			
	X <sub>0</sub>	Y	A <sub>1</sub>	B <sub>1</sub>
0	+0,022487	-0,279607	+0,046708	-0,167591
1	,024250	,200407	,046364	,105115
2	,027869	,124320	,046731	,046058
3	,032854	,057799	,047229	+0,05927
4	,038290	,005867	,046354	,048000
5	,043072	+0,028846	,042177	,078456
6	,046192	,046520	,033000	,016888
7	,047012	,049888	,017987	,104054
8	,045431	,043409	-0,002408	,101553
9	,041920	,032098	,026349	,091417
10	,037406	,020308	,050896	,075662
11	,033033	,010809	,072583	,056006
12	,029870	,004375	,088160	,033718
13	,028639	0	,095310	,009711
14	,029545	-0,004374	,093148	-0,015244
15	,032232	,010809	,082386	,040216
16	,035901	,020308	,065108	,063844
17	,039541	,032098	,044243	,084224
18	,042215	,043408	,022838	,098982
19	,043317	,049888	,003367	,105543
20	,042747	,046519	+0,012780	,101553
21	,040936	,028846	,025487	,085349
22	,038725	+0,005867	,035720	,056360
23	,037136	,057799	,045061	,015331
24	,037078	,124320	,055059	+0,035691
25	,039096	,200407	,066610	,093605
26	,043199	,279608	,079547	,154730

T a b l e V

Coefficients ( $\alpha_w$ )<sub>t</sub> de résolution du système des équations de la forme (37)  
pour la détermination de l'onde  $Q_1$  et de l'onde  $\mu_2$

t	$w$					
	$X_t$	Y	$A_1$	$B_1$	$A_2$	$B_2$
0	+0,022441	-0,384374	+0,050115	-0,241640	+0,052007	-0,118607
1	,029040	,217405	,058713	,118059	,052811	,030483
2	,034781	,077053	,061566	,012318	,036431	+0,040809
3	,039068	+0,023052	,058060	+0,065994	,007812	,084539
4	,041590	,077039	,048268	,112305	-0,025319	,095910
5	,042363	,057612	,033007	,127594	,054299	,077005
6	,041715	,065001	,013760	,117783	,071570	,036161
7	,040198	,024315	-0,007510	,092099	,072473	-0,014045
8	,038451	-0,018086	,028644	,060815	,056337	,059770
9	,037056	,048340	,047595	,032903	,026641	,089109
10	,036406	,058065	,062702	,014135	+0,009812	,094810
11	,036632	,045905	,072888	,006100	,044501	,073820
12	,037592	,017323	,077737	,006287	,069210	,037386
13	,038925	+0,017324	,077441	,009240	,077974	+0,10381
14	,040164	,045906	,072652	,008461	,068520	,055082
15	,040872	,058065	,064259	-0,091433	,042832	,085149
16	,040774	,048340	,053168	,022822	,006730	,092762
17	,039842	,018086	,040123	,053936	-0,031448	,075876
18	,038327	-0,024315	,025603	,088782	,062767	,038861
19	,036715	,065000	,009842	,118171	,079747	-0,008396
20	,035623	,087612	+0,007080	,131600	,078101	,052711
21	,035664	,077038	,025067	,119638	,057721	,080674
22	,037296	,023052	,043837	,076181	,022711	-0,081804
23	,040709	+0,077053	,062786	,000112	+0,019569	,051081
24	,045766	,217406	,080933	+0,104094	,060191	+0,009748
25	,052012	,384374	,096985	,226934	,090727	,092420

Table VI.

Coefficients ( $\alpha_w$ ) de résolution du système des équations de la forme (37) pour la détermination des ondes  $M_1$  et  $M_2$

$t$	$X_0$	$Y$	$A_1$	$B_1$	$A_2$	$B_2$
0	+0,022961	-0,401350	+0,051012	-0,252848	+0,050975	-0,124862
1	,030470	,217192	,061137	,116582	,053605	,028359
2	,036802	,065575	,064358	,002153	,036643	+0,048145
3	,041286	+0,038125	,060008	+0,079559	,005886	,092549
4	,043635	,088432	,048345	,124070	,029548	,100124
5	,043989	,090450	,030585	,133797	-0,059549	,074500
6	,042857	,058080	,008746	,116973	,075584	,026586
7	,040979	,010242	-0,014660	,085303	,072860	-0,028250
8	,039134	-0,033934	,037029	,050947	,051534	,074047
9	,037953	,059728	,056062	,023594	,016656	,098200
10	,037770	,060142	,070096	,008351	+0,073108	,094502
11	,038567	,037052	,078276	,004984	,057692	,064501
12	,040001	,000000	,080561	,008602	,078196	,016894
13	,041531	+0,037052	,077564	,011659	,079173	+0,034934
14	,042581	,060142	,070280	,006636	,060058	,076535
15	,042731	,059728	,059781	-0,011224	,23368	,096318
16	,041849	,033935	,046953	,041978	-0,016371	,038717
17	,040160	-0,010242	,032343	,080283	,054701	,055809
18	,038211	,058079	,016151	,116178	,079817	,006989
19	,036754	,090450	+0,001643	,137977	,084992	-0,043273
20	,036562	,088432	,021057	,131481	,063246	,078997
21	,038237	,038125	,041857	,090435	,032844	,086724
22	,042049	+0,065576	,063364	,011485	+0,013500	,058978
23	,047846	,217192	,084380	+0,101045	+0,060531	+0,003702
24	,055070	,401350	,103257	,236374	,097972	,092683

Table VII

Coefficients  $(\alpha_w)_t$  de résolution du système des équations de la forme (46) pour la détermination de l'onde  $N_2$

t	$w$			
	$X_0$	$Y$	$A_2$	$B_2$
0	+0,022210	-0,393331	+0,039350	-0,141560
1	,029552	,206402	,052287	,035924
2	,035194	,055809	,043299	+0,047882
3	,039518	+1,043664	,017165	,097540
4	,041527	,087795	-0,017482	,108324
5	,041836	,083212	,050314	,083959
6	,041065	,045226	,071865	,035513
7	,039968	-0,006195	,075836	-0,021406
8	,039236	,051378	,060619	,070466
9	,039327	,075557	,029657	,098508
10	,040360	,072077	+0,009456	,098587
11	,042103	,043446	,046877	,071444
12	,044051	,000001	,072999	,025061
13	,045579	+0,043446	,080874	+0,027586
14	,046125	,072076	,068014	,071991
15	,045370	,075556	,037101	,095953
16	,043345	,051377	-0,004557	,092842
17	,040462	,006195	,046697	,063473
18	,037447	-0,045226	,078523	,016118
19	,035180	,083212	,091272	-0,035350
20	,034504	,087796	,080328	,074744
21	,036026	,043664	,046363	,087515
22	,039959	+0,055810	+0,004762	,064379
23	,046064	,206402	,063330	,003765
24	,053676	,393330	,118002	+0,087542

Table VIII

Coefficients  $(\alpha_w)_t$  de résolution du système d'équations de la forme (37) pour la détermination des ondes  $S_1$  et  $S_2$

t	$w$					
	$X_0$	$Y$	$A_1$	$B_1$	$A_2$	$B_2$
0	+0,023844	-0,427743	+0,047687	-0,270752	+0,047687	-0,133030
1	,032594	,217748	,062348	,116263	,054022	,026055
2	,039596	,049710	,068026	+0,010201	,037523	+0,056708
3	,044125	+0,058989	,063842	,096264	,004915	,101678
4	,046001	,104015	,050335	,138007	-0,033000	,104517
5	,015599	,094362	,029432	,140223	,064307	,071013
6	,043722	,049335	,004112	,114560	,079223	,015342
7	,041378	-0,006931	-0,022145	,076104	,072748	-0,043824
8	,039502	,051955	,045995	,039281	,045997	,088328
9	,038725	,070607	,064809	,014231	,005885	,105293
10	,039227	,058543	,077047	,064607	+0,036787	,090377
11	,040729	,022511	,082370	,007318	,070293	,048668
12	,042605	+0,022512	,081457	,014249	,085209	+0,007001
13	,044106	,058542	,075616	,015486	,077047	,059872
14	,044610	,070608	,066285	,003027	,047551	,094128
15	,043832	,051955	,054597	-0,026039	,004330	,099491
16	,041956	,006931	,041090	,067783	-0,011088	,074324
17	,039612	-0,049336	,025680	,111722	,076279	,026323
18	,037736	,094362	,007864	,143062	,091195	-0,029346
19	,037333	,104016	+0,012900	,146335	,080836	,074016
20	,039209	,058989	,036750	,109569	,046581	,090515
21	,043738	+0,049710	,063068	,027461	+0,004144	,067873
22	,050739	,217748	,090314	-0,096161	,059813	,004449
23	,059490	,427743	,116139	,249183	,107815	+0,091363

Table IX.

Coefficients des termes de correction des formules de la forme (54)  
(ondes diurnes).

$R_y$		$R_y$							
		$Q_1$		$O_1$		$K_1$		$M_1$	
		$\Delta A$	$\Delta B$						
$Q_1$	$u$	—	—	- 2,78	- 0,92	- 0,85	- 0,25	- 1,58	- 0,38
	$v$	—	—	+ 0,92	- 2,78	+ 0,25	- 0,85	+ 0,38	- 1,58
$O_1$	$u$	+ 1,72	+ 0,27	—	—	- 0,61	- 0,08	- 1,83	- 0,18
	$v$	- 0,27	+ 1,72	—	—	+ 0,08	- 0,61	+ 0,18	- 1,83
$P_1$	$u$	+ 0,99	+ 0,26	+ 1,43	+ 0,56	- 27,81	- 7,08	+ 3,05	+ 1,18
	$v$	- 0,26	+ 0,99	- 0,56	+ 1,43	+ 7,08	- 27,81	- 1,18	+ 3,05
$S_1$	$u$	+ 0,24	+ 0,01	+ 0,43	+ 0,13	- 29,00	—	+ 0,79	+ 0,23
	$v$	- 0,01	+ 0,24	- 0,13	+ 0,43	—	- 29,00	- 0,23	+ 0,79
$K_1$	$u$	- 0,43	+ 0,10	- 0,57	+ 0,21	—	—	- 1,28	+ 0,42
	$v$	- 0,10	- 0,43	- 0,21	- 0,57	—	—	- 0,42	- 1,28
$2Q_1$	$u$	- 3,14	- 1,62	- 1,89	- 0,95	- 0,90	- 0,43	- 1,48	- 0,54
	$v$	+ 1,62	- 3,14	+ 0,95	- 1,89	+ 0,43	- 0,90	+ 0,54	- 1,48
$\sigma_1$	$u$	- 0,66	- 0,02	- 0,48	+ 0,06	- 0,05	—	- 0,38	+ 0,21
	$v$	+ 0,02	- 0,66	- 0,06	- 0,48	—	- 0,05	- 0,21	- 0,38
$\rho_1$	$u$	- 25,72	+ 3,23	+ 0,46	+ 0,05	+ 0,43	- 0,07	+ 0,27	+ 0,16
	$v$	- 3,23	- 25,72	- 0,05	+ 0,46	+ 0,07	+ 0,43	- 0,16	+ 0,27
$\tau_1$	$u$	- 2,10	+ 0,75	- 25,31	+ 8,17	+ 1,62	- 0,63	+ 2,64	- 0,66
	$v$	- 0,75	- 2,10	- 8,17	- 25,31	+ 0,63	+ 1,62	+ 0,66	+ 2,64
$M_1$	$u$	+ 0,06	—	+ 0,34	+ 0,10	+ 0,53	- 0,03	—	—
	$v$	—	+ 0,06	- 0,10	+ 0,34	+ 0,03	+ 0,53	—	—
$\pi_1$	$u$	+ 1,40	+ 0,82	+ 2,18	+ 1,47	- 24,43	- 13,29	+ 4,99	+ 3,34
	$v$	- 0,82	+ 1,40	- 1,47	+ 2,18	+ 13,29	- 24,43	- 3,34	+ 4,99
$\psi_1$	$u$	- 0,95	+ 0,48	- 1,34	+ 0,74	- 24,43	+ 13,29	- 2,74	+ 1,45
	$v$	- 0,48	- 0,95	- 0,74	- 1,34	- 13,29	- 24,43	- 1,45	- 2,74
$\varphi_1$	$u$	- 1,20	+ 1,04	- 1,72	+ 1,52	- 19,34	+ 17,92	- 3,36	+ 2,91
	$v$	- 1,04	- 1,20	- 1,52	- 1,72	- 17,92	- 19,34	- 2,91	- 3,36
$J_1$	$u$	- 0,55	+ 0,22	- 0,71	+ 0,38	- 3,01	+ 1,31	- 1,14	+ 0,63
	$v$	- 0,22	- 0,55	- 0,38	- 0,71	- 1,31	- 3,01	- 0,63	- 1,14
$OO_1$	$u$	- 0,56	+ 0,38	- 0,72	+ 0,62	- 2,02	+ 1,46	- 0,96	+ 0,94
	$v$	- 0,38	- 0,56	- 0,62	- 0,72	- 1,46	- 2,02	- 0,94	- 0,96
(135)*	$u$	- 23,80	- 8,55	—	—	—	—	—	—
	$v$	+ 8,55	- 23,80	—	—	—	—	—	—
(145)*	$u$	—	—	- 26,43	- 4,20	—	—	—	—
	$v$	—	—	+ 4,20	- 26,43	—	—	—	—
(155)*	$u$	—	—	—	—	—	—	- 27,93	+ 0,01
	$v$	—	—	—	—	—	—	+ 0,01	- 27,93

Table X.

Coefficients des termes de correction des formules de la forme (54)  
(ondes semi-diurnes).

$R_y$		$R_x$							
		$N_2$		$M_2$		$S_2$		$\mu_2$	
		$\Delta A$	$\Delta B$						
$N_2$	$u$	—	—	- 1,88	+ 0,03	- 0,16	- 0,01	+ 2,08	+ 0,56
	$v$	—	—	- 0,03	- 1,88	+ 0,01	- 0,16	- 0,56	+ 2,08
$M_2$	$u$	-1,33	+ 0,20	—	—	+ 0,53	- 0,06	+ 0,34	+ 0,20
	$v$	-0,20	- 1,33	—	—	+ 0,06	+ 0,53	- 0,20	+ 0,34
$S_2$	$u$	+0,96	+ 0,19	+ 0,75	+ 0,48	—	—	+ 0,43	+ 0,29
	$v$	-0,19	+ 0,96	- 0,48	+ 0,75	—	—	- 0,29	+ 0,43
$K_2$	$u$	-0,74	+ 0,22	- 1,00	+ 0,80	-24,43	+13,29	- 0,36	+ 0,42
	$v$	-0,22	- 0,74	- 0,80	- 1,00	-13,29	-24,43	- 0,42	- 0,36
$e_2$	$u$	+ 2,58	- 1,26	- 0,47	+ 0,49	+ 0,11	- 0,01	- 1,02	+ 0,13
	$v$	+ 1,26	+ 2,58	- 0,49	- 0,47	+ 0,01	+ 0,11	- 0,13	- 1,02
$2N_2$	$u$	+ 1,04	- 0,07	- 1,71	- 0,17	- 0,48	- 0,10	-24,67	- 8,53
	$v$	+ 0,07	+ 1,04	+ 0,17	- 1,71	+ 0,10	- 0,48	+ 8,53	-24,67
$\mu_2$	$u$	+ 5,76	- 3,10	+ 0,26	+ 0,35	+ 0,51	- 0,13	—	—
	$v$	+ 3,10	+ 5,76	- 0,35	+ 0,26	+ 0,13	+ 0,51	—	—
$\nu_2$	$u$	-28,71	+17,02	+ 2,13	- 0,25	+ 1,12	- 0,48	- 1,48	+ 0,59
	$v$	-17,02	-28,71	+ 0,25	+ 2,13	+ 0,48	+ 1,12	- 0,59	- 1,48
$\lambda_2$	$u$	+ 1,56	+ 0,37	+ 2,98	+ 1,24	- 1,42	- 0,23	+ 0,92	+ 0,48
	$v$	- 0,37	+ 1,56	- 1,24	+ 2,98	+ 0,23	- 1,42	- 0,48	+ 0,92
$L_2$	$u$	- 0,76	+ 0,15	- 0,81	+ 0,47	+ 2,67	- 0,77	- 0,15	+ 0,24
	$v$	- 0,15	- 0,76	- 0,47	- 0,81	+ 0,77	+ 2,67	- 0,24	- 0,15
$T_2$	$u$	+ 1,69	+ 0,78	+ 1,65	+ 1,03	-27,81	- 7,07	+ 0,80	+ 0,54
	$v$	- 0,78	+ 1,69	- 1,03	+ 1,65	+ 7,07	-27,81	- 0,54	+ 0,80
(235)*	$u$	—	—	—	—	—	—	- 24,67	- 8,53
	$v$	—	—	—	—	—	—	+ 8,53	-24,67
(245)*	$u$	-34,84	+ 2,87	- 2,09	- 0,07	—	—	+ 2,33	+ 0,68
	$v$	- 2,87	-34,84	+ 0,07	- 2,09	—	—	- 0,68	+ 2,33
(255)*	$u$	—	—	-27,72	+ 0,01	—	—	—	—
	$v$	—	—	- 0,01	27,72	—	—	—	—

Table XI.

Coefficients des formules (56) pour le calcul des valeurs  $u_x$  et  $v_x$

Onde		$a$	$b$	Onde		$a$	$b$
$Q_1$	$u$	+0,037436	+0,012270	$N_2$	$u$	+0,023456	-0,003120
	$v$	- 0,012270	,037436		$v$	,003120	+ ,028456
$O_1$	$u$	+ ,036780	,006906	$M_2$	$u$	,036080	- ,000018
	$v$	- ,006906	,036780		$v$	,000018	+ ,036080
$K_1$	$u$	+ ,033768	- ,008590	$S_2$	$u$	,034483	—
	$v$	,008590	+ ,033768		$v$	—	,034483
$M_1$	$u$	,035805	- ,000009	$\mu_2$	$u$	,037170	- ,004066
	$v$	,000009	+ ,035805		$v$	,004066	+ ,037170

Table XII

Série de contrôle des ordonnées horaires des variations dues aux marées de la force de pesanteur ( $\delta g$ )<sub>t</sub> pour le parallèle  $\phi = 50^\circ$

t	n														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	15646	13248	10576	8161	6648	6571	8099	10898	14222	17191	19111	19665	18915	17185	14915
1	17728	15782	13185	10373	8000	6754	7090	8995	11965	15197	17889	18500	19838	19010	17315
2	19756	18553	16434	13676	10841	8667	7810	8567	10742	13720	16724	19086	20404	20568	19696
3	21401	21082	19741	17461	14638	11941	10119	9709	10821	13108	15932	18610	20617	21664	21687
4	22465	22994	22564	21070	18699	15961	13572	12201	12211	13539	15764	18297	20588	22240	23043
5	22913	24094	24520	23943	22338	20005	17524	15569	14660	14978	16345	18347	20498	22378	23694
6	22875	24401	25464	25734	25023	23408	21272	19186	17707	17178	17640	18878	20543	22270	23750
7	22591	24127	25504	26384	26485	25708	24221	22421	20795	19740	19418	19888	20873	22147	23451
8	22343	23603	24950	26104	26767	26738	26006	24775	23383	22197	21452	21249	21547	22218	23096
9	22364	23180	24222	25302	26180	26636	26558	25086	25094	24122	23285	22726	22503	22599	22950
10	22767	23123	23714	24455	25202	25791	26097	26069	25741	25213	24605	24030	23570	23277	23164
11	23503	23528	23689	23973	24337	24718	25053	25292	25400	25361	25178	24876	24499	24100	23731
12	24371	23294	24194	24078	23969	23905	23935	24089	24351	24658	24919	25054	25020	24817	24475
13	25062	25143	25046	24741	24253	23681	23188	22931	22998	23366	23913	24476	24914	25136	25102
14	25241	25690	25878	25686	25071	24124	23070	22202	21760	21844	22384	23197	24067	24804	25275
15	24645	25557	26240	26466	26067	25038	23589	22997	20962	20458	20649	21411	22508	23684	24710
16	23163	24477	25730	26593	26744	26013	24500	22577	20755	19492	19041	19409	20418	21801	23265
17	20880	22389	24114	25674	26605	26537	25377	23384	21089	19089	17835	17520	18098	19355	20997
18	18083	19473	21413	24539	25304	26150	25738	24120	21733	19221	17194	16047	15909	16693	18166
19	15204	16132	17921	20310	22757	24574	25183	24362	22345	19710	17141	15199	14205	14239	15194
20	12738	12912	14162	16399	19188	21813	23513	23784	22577	20287	17561	15058	13253	12409	12580
21	11126	10387	10778	12420	15104	18176	20807	22357	22168	20668	18254	15565	13182	11516	10791
22	10662	9029	8391	9103	11188	14221	17415	18896	21030	20635	18965	16545	13957	11705	10156
23	11422	9096	7457	7043	8151	10640	13898	17049	19273	20095	19480	17748	15390	12920	10789

Première suite de la Table XII

t	n																		$s_t = \sum_{i=1}^n i$
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29					
0	12566	10558	9217	8720	9073	10147	11737	13610	15329	17256	18565	19266	19221	18343	394859				
1	15147	12935	11074	9855	9419	9760	10764	12262	14055	15921	17623	18935	19654	19607	405632				
2	18060	16025	13989	12306	11220	10837	11147	12067	13463	15162	16954	18616	19919	20639	433648				
3	20803	19264	17410	15594	14113	13159	12813	13080	13907	15191	16779	18483	20092	21371	480590				
4	22961	22109	20721	19098	17533	16259	15423	15103	15321	16051	17212	18677	20281	21821	533778				
5	24290	24149	23384	22200	20841	19535	18456	17727	17430	17600	18230	19260	20591	22079	587578				
6	24764	25200	25053	24424	23475	22390	21331	20437	19816	19546	19672	20198	21090	22272	634997				
7	24563	25323	25647	25540	25076	24369	23547	22727	22017	21511	21277	21362	21780	22520	671042				
8	23459	24017	25346	25598	25555	25261	24788	24219	23637	23120	22740	22550	22593	22895	693533				
9	23216	23390	23632	23884	24104	24262	24349	24373	24428	24090	23779	23535	23395	23394	703186				
10	23426	23906	23075	23025	23045	23116	23228	23374	23550	23749	23954	24140	24280	24346	696752				
11	24039	23558	23086	22671	22351	22149	22076	22141	22343	22675	23105	23586	24059	24456	688424				
12	24816	24315	23666	22958	22379	21705	21291	21078	21098	21360	21849	22518	23296	24090	680269				
13	25399	25155	24582	23771	22845	21924	21111	20494	20148	20126	20449	21101	22030	23146	672574				
14	25405	25656	25429	24778	23820	22700	21556	20519	19710	19236	19174	19562	20396	21630	663652				
15	24543	25414	25748	25518	24798	23717	22426	21078	19830	18837	18238	18138	18605	19666	650534				
16	22703	24109	23158	25540	25307	24538	23359	21917	20379	18930	17758	17031	16905	17491	630131				
17	20014	21890	23473	24531	24951	24730	23936	22677	21096	19379	17735	16383	15537	15411	600525				
18	16827	18807	20776	22420	23525	23991	23802	22996	21665	19955	18065	16226	14692	13744	561967				
19	13653	15377	17415	19415	21090	22243	22768	22618	21805	20407	18574	16510	14467	12757	517386				
20	11056	12192	13942	15977	17975	19672	20879	21464	21351	20529	19068	17109	14858	12605	471885				
21	9521	9810	10989	12715	14712	16692	18411	19668	20304	20220	19388	17861	15760	13305	432284				
22	8343	8779	9125	10251	11918	13859	15814	17546	18838	19512	19450	18605	16993	14724	405208				
Σ														476241	13915306				

Deuxième suite de la Table XII

<i>t</i>	<i>n</i>									
	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
0	15646	25690	21070	25304	26006	19896	24658	19086	20418	23750
1	17728	25557	23943	22757	26558	17049	23365	18610	18098	23451
2	19756	24477	25734	19188	26097	14222	21844	8297	15909	23096
3	21401	22389	26384	15104	25053	11965	20458	18347	14205	22950
4	22465	19473	26104	11188	23935	10742	19492	18878	13253	23164
5	22913	16132	25302	8151	23188	10821	19089	19888	13182	23731
6	22875	12912	24455	6571	23070	12211	19221	21249	13957	24475
7	22591	10387	23973	6754	23589	14660	19710	22726	15390	25102
8	22343	9029	24078	8667	24500	17707	20287	24030	17185	25275
9	22364	9096	24741	11941	25377	20795	20668	24876	19010	24710
10	22767	10576	25686	15961	25738	23383	20635	25054	20568	23265
11	23503	13185	26466	20005	25183	25094	20095	24476	21664	20997
12	24371	16434	26593	23408	23513	25741	19111	23197	22240	18166
13	25062	19741	25674	25708	20807	25100	17889	21411	22378	15194
14	25241	22564	23539	26738	17415	24351	16724	19409	22270	12580
15	24645	24520	20310	26636	13898	22998	15932	17520	22147	10791
16	23163	25464	16399	25791	10898	21760	15764	16047	22218	10156
17	20880	25504	12429	24718	8995	20962	16345	15159	22599	10789
18	18083	24950	9103	23905	8567	20755	17640	15058	23277	12566
Σ										
<i>t</i>	<i>n</i>									
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
0 (19)	15204	24222	7043	23681	9709	21089	19448	15565	24100	15147
1 (20)	12738	23714	6648	24124	12201	21733	21452	16545	24817	18060
2 (21)	11126	23689	8000	25038	15560	22345	23285	17748	25136	20803
3 (22)	10662	24194	10841	26013	19186	22577	24605	18915	24804	22961
4 (23)	11422	25046	14638	26537	22421	22168	25178	19838	23684	24290
5 (24)	13248	25878	18699	26150	24775	21030	24919	20404	21801	24764
6	15782	26240	22338	24574	25986	19273	23913	20617	19355	24563
7	18553	25730	25023	21813	26069	17191	22384	20588	16693	24007
8	21082	24114	26485	18176	25292	15197	20649	20498	14239	23459
9	22994	21413	26767	14221	24089	13720	19041	20543	12409	23216
10	24094	17921	26180	10640	22931	13108	17835	20873	11516	23426
11	24401	14162	25202	8099	22202	13539	17194	21547	11705	24039
12	24127	10778	24337	7090	22097	14978	17141	22503	12920	24816
13	23603	8391	23969	7810	22577	17178	17564	23570	14915	25399
14	23180	7457	24253	10119	23384	19740	18254	24499	17315	25405
15	23123	8161	25071	13572	24120	22197	18965	25020	19696	24543
16	23528	10373	26067	17524	24362	24122	19480	24914	21687	22703
17	24294	13676	26744	21272	23784	25213	19665	24067	23043	20014
18	25143	17461	26605	24221	22257	25361	19500	22508	23694	16827
Σ										
Moyenne : 6864618+6465235+92219+16993+476241=13915306										

Table XIII

Liste des ordonnées d'une série de contrôle d'après le temps spécial de l'onde N<sub>2</sub> (1 = 0,01 μgal)

n										
21	23	25	27	29	31	33	35	Σ <sub>n</sub>	Σ <sub>n</sub>	
13653	23632	9073	21924	15103	21096	22740	17861	366606	328971	
11056	23075	9419	22700	17727	21665	23779	18605	365143	331641	
9521	23086	11220	23717	20437	21805	24205	19221	361832	336202	
9343	23666	14113	24538	22727	21351	23954	19654	357602	341532	
10558	24582	17533	24730	24219	20304	23105	19919	353644	346334	
12935	25429	20841	23991	24745	18838	21849	20092	351117	349437	
16025	25748	23475	22243	24373	17256	20449	20281	350846	350094	
19264	25158	25076	19672	23374	15921	19174	20591	353112	348159	
22109	23473	25555	16692	22141	15162	18238	21090	357561	344132	
24149	20776	25100	13859	21078	15191	17758	21780	363269	339039	
25200	17415	24104	11737	20494	16051	17735	22593	368962	334171	
25323	13942	23045	10764	20519	17600	18065	23395	373321	330768	
24796	10989	22351	11147	21078	19546	18574	24015	375270	329720	
24017	9125	22279	12813	21917	21511	19068	24280	374274	331335	
23390	8720	22845	15423	22677	23120	19388	24059	370453	335260	
23206	9855	23820	18436	22996	21090	19450	23296	364566	340551	
23558	12306	24798	21331	22618	24286	19266	22030	357853	345928	
24315	15594	25307	23547	21464	23749	18935	20396	351727	350061	
25155	19098	24951	24718	19668	22675	18616	18605	347460	351900	
								6864618	6465235	
n										
22	24	26	28	30	32	34				
25656	22200	23525	24993	17516	21360	18483	16905	345876	350960	
25414	24424	21090	24349	15529	20126	18677	15537	347178	347415	
24169	25540	17975	23228	14055	19236	19260	44692	350894	342076	
21890	25598	14712	22076	13463	18837	20198	14467	355999	336201	
18807	24897	11918	21291	13907	18930	21362	14858	361192	331179	
15377	23884	10147	21111	15321	19379	22550	15760	365197	328204	
12192	23025	9760	21556	17430	19955	23535				
9840	22671	10837	22426	19816	20407	24111				
8779	22958	13159	23359	22017	20529	24140				
9217	23771	16259	23936	23637	20220	23586				
11074	24778	19535	23802	21428	19512	22518				
13989	25518	22390	22768	24347	18565	21101				
17410	25540	21369	20879	23550	17623	19562				
20721	24531	25261	18411	22343	16951	18138				
23384	22420	25125	15814	21098	16779	17034				
25053	19415	24262	13610	20148	17212	16383				
25647	15977	23116	12262	19710	18230	16226				
25346	12715	22149	12067	19830	19672	16510				
24522	10251	21705	13080	20379	21277	17109				
								92219	8990954	8501270

Table XIV.

Sommes  $\sigma_t$  et valeurs des coefficients intégraux des ondes déterminées.

$t$	$Q$	$O$	$N$	$M$	$S$
0	533678	512571	37635	582381	391859
1	532835	558717	33502	625733	105632
2	530977	573825	25630	653832	135648
3	528206	587221	16070	660266	480590
4	524757	598301	7310	643960	533778
5	520966	606462	1680	609377	587578
6	517218	611165	752	565397	634997
7	513861	611919	4953	523058	671012
8	511176	608525	13129	492787	693533
9	509293	600826	21230	481809	703186
10	508235	589082	31791	492357	702921
11	507897	573867	42553	521126	696752
12	508122	556087	45550	560182	688424
13	508735	536911	42939	598959	680269
14	509633	517795	35193	626990	672574
15	510758	500079	24015	636555	663652
16	512142	485104	11925	624690	650534
17	513866	473930	1666	593915	630131
18	516018	467266	-440	551682	600526
19	518643	465116	-5084	508494	561967
20	521676	468260	-9237	475280	517336
21	524956	475319	+8818	460655	471885
22	528200	485956	19798	468738	432284
23	531076	499230	30013	498095	405208
24	533242	514293	36993	542070	
25	534428	530304			
26	534484				
$\sum_{t=0}^{m-1} \sigma_t$	14045081	14038524	489684	13998388	13915306
$X_0$	+519959	+510000	+20033	+559927	+579833
$Y$	- 30	+ 686	+ 410	+ 386	+ 580
$A_1'$	+ 12492	+ 2354	-	+ 2821	-146514
$B_1'$	- 3726	+ 73453	-	+ 16250	+ 17482
$A_2'$	-	+ 1037	+21501	+ 20019	- 37933
$B_2'$	-	- 3171	- 5387	+ 86429	- 7567



Table XVI

Obtention des résultats définitifs

Onde		Approximation	$\begin{pmatrix} A'_x \\ B'_x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \Delta A'_x \\ \Delta B'_x \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} A_x \\ B_x \end{pmatrix}$	$u_x$	$v_x$	$R_T$	$\zeta_H$
$Q_1$	A	(1)	+ 124,920	+ 1,812	+ 126,732	+ 4,486	- 2,343	5,061	332°,42
	B		- 37,260	+ 16,206	21,054				
$O_1$	A	(1)	+ 23,510	- 23,172	+ 0,368	+ 4,905	+ 26,047	26,505	79,34
	B		+ 731,530	- 26,267	+ 708,263				
$K_1$	A	(1)	- 1465,140	+ 395,601	- 1069,539	- 39,283	+ 3,261	39,418	175,26
	B		+ 174,820	+ 193,818	+ 368,638				
$M_1$	A	(1)	+ 28,210	+ 9,901	+ 38,114	+ 1,364	+ 1,927	2,361	54,71
	B		+ 162,500	- 108,686	+ 53,814				
$N_0$	A	(1)	+ 215,010	- 37,481	+ 177,529	+ 5,447	- 3,051	6,243	330,75
	B		- 53,870	- 72,797	- 126,667				
$M_2$	A	(1)	+ 200,190	- 22,417	+ 177,773	+ 6,398	+ 31,366	32,012	78,47
	B		+ 864,290	+ 4,954	+ 869,244				
$S_1$	A	(1)	- 379,330	- 37,551	- 416,881	- 14,375	+ 0,086	14,375	179,66
	B		- 75,670	+ 78,162	+ 2,492				
$P_2$	A	(1)	+ 10,370	+ 10,776	+ 21,146	+ 0,838	- 0,389	0,924	335,10
	B		- 31,710	+ 18,921	- 12,789				

Table XVII

Comparaison des résultats obtenus avec les résultats théoriques  
(Amplitudes exprimées en microgals)

Onde	Approximation	$R_H$	$R_T$	$\Delta R$	$\zeta_H$	$\zeta_T$	$\alpha = \zeta_H - \zeta_T$
$Q_1$	(1)	5,061	5,077	- 0,32%	332°,42	331°,06	+ 1°,36
$O_1$	(1)	26,505	26,388	+ 0,41	79,34	79,30	+ 0,04
$K_1$	(1)	39,418	39,504	- 0,22	175,26	175,36	- 0,10
$M_1$	(1)	2,361	2,371	- 0,42	54,71	60,57	- 5,86
$N_0$	(1)	6,243	6,106	+ 2,24	330,75	330,87	- 0,12
$M_2$	(1)	32,012	31,983	+ 0,09	78,47	78,60	- 0,13
$S_2$	(1)	14,375	14,353	+ 0,15	179,66	180,16	- 0,50
$P_2$	(1)	0,924	1,020	- 9,41	335,10	335,78	- 0,68

## RAPPORT SUR LES MAREES TERRESTRES

1961 - 1963

par

*Paul J. Melchior*

Observatoire Royal de Belgique  
Bruxelles

### Introduction.

Nous écrivions dans le précédent rapport, présenté en 1960 à l'Assemblée Générale d'Helsinki [623] qu'à la suite de l'effort mondial entrepris depuis l'Année Géophysique, l'étude des marées terrestres avait été complètement repensée.

L'essentiel de ce renouvellement résidait dans la construction d'instruments beaucoup plus précis, gravimètres et pendules horizontaux bien étalonnés, dans le développement de méthodes d'analyse harmonique plus rigoureuses et dans l'introduction de plus en plus large du calcul électronique.

Tous ces points se sont trouvés amplifiés au cours des trois années qui séparent l'Assemblée d'Helsinki et celle de Berkeley et l'effort entrepris s'est poursuivi dans toutes les directions.

La quantité de résultats expérimentaux s'est accrue dans de très grandes proportions car les instruments qui étaient en cours d'installation et en début de fonctionnement en 1960 ont actuellement un rendement effectif maximum tandis qu'un nombre appréciable de stations nouvelles ont été mises en fonction ou sont sur le point de l'être.

Une ombre au tableau cependant : la majeure partie des stations permanentes se trouvent groupées en Europe, dans la partie asiatique de l'URSS et au Japon. A part elles, on ne relève que trois stations aux USA et une au Venezuela. Cela est bien mis en évidence par les tableaux de mesures que nous présentons plus loin.

La Commission Permanente des marées terrestres, présidée par le prof. R. Tomaschek, a tenu un important Symposium à Bruxelles en juin 1961; 80 spécialistes y ont participé. Une exposition d'instruments anciens et modernes avait été organisée ; le volume des comptes rendus, comportant 336 pages a été publié et distribué dès octobre 1961 (Communication de l'Observatoire Royal de Belgique N° 188 Série Géophysique N° 58).

L'activité de la Commission est soutenue par un Centre International des Marées Terrestres, installé à Bruxelles (Uccle) sous la direction du Rapporteur.

Ce Centre, qui s'est tout spécialement occupé à mettre au point des techniques de calcul électronique, est affilié à la FAGS.

Il nous a paru difficile, pour ne pas dire impraticable, de rédiger un Rapport sur l'activité du Centre qui soit distinct du Rapport habituel sur les marées terrestres.

Nous rendrons donc compte sans les dissocier artificiellement, des travaux exécutés par les diverses Institutions Scientifiques Nationales et par le Centre International.

Cependant nous croyons qu'en raison du développement considérable des recherches dans ce domaine, le Rapport sur les marées terrestres ne peut plus être exhaustif. Le lecteur qui désirera approfondir certains points et poursuivre des investigations détaillées se référera utilement à ce volume déjà signalé du Symposium de Bruxelles et à la collection des Bulletins d'Informations édités par le Centre International (32 Bulletins comportant 911 pages ont été publiés depuis 1957). Ces Bulletins contiennent un grand nombre de renseignements pratiques ainsi que depuis septembre 1961 la traduction en langue française des travaux russes traitant des marées terrestres (\*). Par ailleurs un supplément à la Bibliographie Générale a été édité en janvier 1963, couvrant les travaux publiés de 1959 à 1962. Tous les travaux évoqués ici y figurent et les numéros de référence cités sont ceux de cette Bibliographie. Cela nous évitera d'alourdir le rapport d'abondantes références.

Etude des déviations de la verticale par rapport  
à la croûte

$$\text{facteur } \gamma = 1 + k - h.$$

Un grand nombre de résultats nouveaux, déjà publiés, ont été obtenus à partir de deux appareils de type très différent : le pendule horizontal Verbaandert-Melchior et le pendule horizontal Ostrovski.

Ces appareils ont été décrits dans le précédent rapport ainsi que les conditions d'installation toutes spéciales introduites par les auteurs du premier appareil.

En février 1963, le Centre International a publié un Catalogue général des résultats des analyses harmoniques mensuelles d'observations de marées terrestres. On relève dans l'introduction le tableau que nous reproduisons ici, en le complétant des résultats déjà parus en addition (Bull. Inf. n° 32 et n° 33).

	Nombre de stations occupées	Nombre d'analyses effectuées	Stations en :	
			Europe	Asie
Pendules Nord-Sud	20	352	11	9
Pendules Est-Ouest	23	311	15	8
Total :	43	663	26	17

(\*) 18 articles russes couvrant 274 pages ont été publiés en traduction française dans le BIM  
6 articles sont actuellement sous presse.

	Nombre d'analyses par année		Total
	Pendules NS	Pendules EW	
1957	8	5	13
1958	35	38	73
1959	110	110	220
1960	69	54	123
1961	51	49	100
1962	57	27	84
1963	22	28	43
	352	311	663

Nombre d'analyses par pays (pour les 2 composantes)

France (*)	8
Belgique	246
Allemagne	151
Italie (*)	42
URSS	216
Total	663

Note : la décroissance du nombre d'analyses au cours des dernières années s'explique évidemment par le fait que les calculs relatifs aux observations les plus récentes ne sont pas toujours terminés.

(\*) Il a été communiqué au rapporteur que des résultats de mesures assez abondants seront prochainement publiés dans ces pays.

Statistique par type instrumental.

	Nombre de stations occupées	Nombre d'analyses effectuées
Blum Jobert	1	8
Lettau	2	36
Ostrovski	17	204
Repsold Levitski	2	12
Tomaschek	7	115
Verbaandert - Melchior	14	288
	43	663

Un premier examen de ces résultats a été fait par Melchior et Pâquet (BIM n° 32) et a donné lieu au Tableau I qui rassemble les moyennes vectorielles pour chacune des stations.

Cette procédure est évidemment sommaire mais dans le stade actuel, vu l'aspect très lacunaire du réseau de stations, il est difficile de faire plus.

On peut cependant déjà relever certaines particularités saillantes.

On ne prend pas en considération les ondes diurnes dans la composante Nord-Sud car l'ensemble des stations clinométriques est dans la zone de latitude 45° Nord où ces composantes s'annulent.

On peut considérer ici, en opposition avec ce qui se passe pour les gravimètres, que c'est la phase qui est la moins bien déterminée. Elle repose en effet sur une mesure d'azimut du bras pendulaire qu'il est souvent difficile de réaliser avec précision. Par contre les mesures de sensibilité sont plus faciles et la sensibilité elle-même reste plus stable - sauf exception - que dans le cas des gravimètres.

Ondes semi-diurnes.

- a. Le facteur d'amplitude diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'Atlantique pour tendre vers la valeur 0,7.
- b. Le facteur d'amplitude est nettement plus faible en Italie.

Ondes diurnes (EW).

- a. Ces ondes apparaissent bien moins perturbées par la présence de l'Océan Atlantique, ce qui tend à attribuer à priori les anomalies des ondes semi-diurnes aux effets indirects.
- b. Les facteurs d'amplitude des ondes diurnes sont en général un peu plus faibles que ceux des ondes semi-diurnes de la même station.

Groupe des stations d'Europe Occidentale et Centrale

Scلاigneaux, Dourbes, Warmifontaine, Tiefer Königstollen, Berchtesgaden, Tiefenort, Berggieshübel.

L'examen des Tables 1 et 2 révèle une allure homogène très systématique pour les diverses caractéristiques :

Nous résumerons comme suit les données de la Table comparative 3 :

$$(\alpha_{S_2} - \alpha_{M_2})_{NS} > 0 \quad - \quad NS : \text{avance de } S_2 \text{ sur } M_2$$

$$(\alpha_{S_2} - \alpha_{M_2})_{EW} < 0 \quad - \quad EW : \text{retard de } S_2 \text{ sur } M_2$$

$$\gamma_{S_2} (NS) > \gamma_{M_2} (NS) \quad NS : \text{marée } S_2 \text{ plus faible}$$

$$\gamma_{S_2} (EW) < \gamma_{M_2} (EW) \quad EW : \text{marée } S_2 \text{ plus forte}$$

$\gamma_{O_1} (EW) < \gamma_{K_1} (EW)$	marée $O_1$ plus forte que $K_1$
---	----------------------------------

nous reviendrons sur ce point important plus loin.

$$\gamma_{O_1} (EW) < \gamma_{M_2} (EW) \quad \text{marée } O_1 \text{ plus forte que } M_2$$

Table 3.

Europe Occidentale et Centrale

Composante verticale.

	$\delta_{S_2}/\delta_{M_2}$	$\kappa_{S_2} \frac{\Delta \kappa}{\kappa_{M_2}}$	$\delta_{O_1}/\delta_{M_2}$	$\kappa_{O_1}^{2.08} \frac{\Delta \kappa}{\kappa_{M_2}}$	$\delta_{O_1}/\delta_{K_1}$	$\kappa_{O_1} \frac{\Delta \kappa}{\kappa_{K_1}}$
Paris	1,008	-0°64	0,977	-1.52	1,014	+0°02
Uccle-Bruxelles	1,031	-2°01	0,985	-2.33	1,003	-0°03
Vedrin	0,987	-3°34	0,981	-2.11	0,952	+2°33
Luxembourg	1,007	-0°56	1,000	-9.70	1,037	-6°89
Strasbourg	0,997	-2°92	0,984	-3.65	1,016	-0°57
Tihany	0,950	-6°45	0,993	+1.62	1,022	+1°32

Composante Nord-Sud

	$\gamma_{S_2}/\gamma_{M_2}$	$\alpha_{S_2} \frac{\Delta \alpha}{\alpha_{M_2}}$
Sclaigneaux	1,135	+3°78
Warmifontaine	1,046	+6°11
Tief. Königstollen	1,015	+5°26
Tiefenort	1,054	+8°26

Composante Est-Ouest.

	$\gamma_{S_2}/\gamma_{M_2}$	$\alpha_{S_2} \frac{\Delta \alpha}{\alpha_{M_2}}$	$\gamma_{O_1}/\gamma_{M_2}$	$\alpha_{O_1}^{2.08} \frac{\Delta \alpha}{\alpha_{M_2}}$	$\gamma_{O_1}/\gamma_{K_1}$	$\alpha_{O_1} \frac{\Delta \alpha}{\alpha_{K_1}}$
Sclaigneaux	0,953	-6°83	0,699	+4°67	0,812	+2°65
Dourbes	0,991	-3°96	0,799	+4°07	0,897	+1°42
Warmifontaine	0,908	-4°85	0,936	-10°04	0,955	-0°46
Tief. Königst.	0,788	-0°16	0,798	-0°69	0,985	-8°87
Berchtesgaden	(1,204)	-8°96	0,947	-17°79	0,958	+1°08
Tiefenort 1	0,859	-4°72	0,870	-9°05	0,968	+4°10
Tiefenort 2	0,905	+0°03	0,792	+11°96	0,868	+1°11
Berggieshübel	0,939	-1°04	0,850	-70°15	0,877	-4°08

Note: Pour comparer les phases de O<sub>1</sub> et M<sub>2</sub> il convient de multiplier la première par le facteur 2,08 afin de la ramener à la même échelle de temps.

Stations présentant des résultats anormaux.

Il y a un désaccord systématique entre les deux stations installées à Tiefenort pour la composante EW ainsi qu'entre les deux stations installées à Ashkabad et aussi à Sclaigieux, mais ici pour les deux composantes.

On ne relève pas de contradictions de ce genre pour les autres stations doubles ou multiples ( Warmifontaine, Kondara, Alma Ata).

On peut donc penser que les mouvements d'inclinaison de la croûte terrestre peuvent être perturbés par des conditions très locales comme par exemple des failles ou fractures.

D'autres anomalies concernent uniquement certaines ondes de la marée. On relèvera les cas de Berchtesgaden (onde  $S_2$  en EW), Bari et Genova (onde  $O_1$  en EW), Poltava (onde  $K_1$  en EW).

Valeurs moyennes.

Excluant ces quelques cas ainsi que les stations de Bari et Genova très voisines de la mer et, pour les composantes semi-diurnes, la station de Sclaigieux qui est très sensible aux effets indirects, on peut tenter d'obtenir à titre indicatif des valeurs moyennes pour les différents coefficients. On obtient les chiffres ci-après :

Composante Nord-Sud.

Excluant Sclaigieux, Berchtesgaden, Bari, Genova :

$$\bar{\gamma}(M_2) = 0,643$$

$$\bar{\gamma}(S_2) = 0,667$$

$$\bar{\gamma}(N_2) = 0,662$$

---

$$\bar{\gamma}_{NS}^{sd} = 0,657$$

En pondérant les valeurs de  $\gamma$  en fonction de l'amplitude de chaque onde, on aurait  $\gamma_{NS}^{sd} = 0,653$  qui diffère à peine de la valeur précédente.

Composante Est-Ouest.

Excluant Sclaigieux, Berchtesgaden, Bari, Genova :

$$\bar{\gamma}(M_2) = 0,726$$

$$\bar{\gamma}(S_2) = 0,690$$

$$\bar{\gamma}(N_2) = 0,740$$

---

$$\bar{\gamma}_{EW}^{sd} = 0,719$$

En pondérant comme précédemment on aurait  $\gamma_{EW}^{sd} = 0,715$  valeur très voisine de la précédente.

Excluant Bari, Genova, Poltava :

$$\bar{\gamma}(K_1) = 0,753$$

$$\bar{\gamma}(O_1) = 0,675$$

---

$$\bar{\gamma}_{EW}^d = 0,714.$$

On constate que :

$$\gamma_{NS}^{sd} < \gamma_{EW}^{sd}$$

$$\gamma_{EW}^d = \gamma_{EW}^{sd}$$

ce qui voudrait dire que  $\gamma_{NS}$  est particulièrement affecté par les effets indirects puisque ceux-ci sont pratiquement nuls pour les ondes diurnes.

### Détermination des constantes instrumentales.

#### 1° Azimut.

La rigueur avec laquelle l'azimut du bras pendulaire doit être déterminé pour assurer une précision donnée aux amplitudes et phases des diverses ondes de marée a été rappelée d'une manière très claire par une série de graphiques dus à M.Schneider (BIM n° 32).

Chaque onde de marée fait décrire au pied de la verticale une ellipse dont le grand axe est dans le premier vertical. Pour les ondes diurnes le petit axe est nul à la latitude de 45° au voisinage de laquelle se trouvent toutes les stations actuellement en fonction. Les ellipses diurnes y sont donc très aplaties et on ne peut espérer aucune précision dans la détermination des constantes des ondes diurnes suivant la composante NS.

Pour une précision comparable dans la détermination des phases et amplitudes, l'azimut des pendules devra être mesuré avec beaucoup plus de soin pour la composante NS que pour la composante EW.

Pour illustrer ce fait nous reproduirons quelques chiffres donnés par Schneider pour la latitude 50° :

Ondes	Semi-diurnes	Diurnes	Semi-diurnes	Diurnes
C O M P O S A N T E	NS	± 46'	± 1°53'	± 8°22'
	EW	± 1°18'	± 4°25'	± 12°41'

#### 2° Etalonnage de la sensibilité

Dans le rapport précédent nous avons décrit le dispositif imaginé par J.Verbaandert [679] et appelé "crapaudine dilatable" et qui consiste en un boîtier en acier dans lequel on injecte du mercure sous pression de manière à lui faire subir de petites dilatations élastiques.

En plaçant la crapaudine sous la vis de dérive d'un pendule horizontal on pourra étudier les réactions de celui-ci (relation période-amplitude) aux inclinaisons provoquées par la dilatation de la crapaudine. Cette opération est maintenant commandée par un dispositif photographique automatique fonctionnant jour et nuit dans des salles spécialement aménagées à l'Observatoire Royal de Belgique à Uccle où sont étalonnés les pendules Verbaandert - Melchior. Une fois développés les enregistrements d'étalonnage passent directement au service de calcul électronique ou les mesures brutes sont portées sur des cartes perforées à partir desquelles l'ordinateur IBM 1620 imprime un procès verbal d'étalonnage complet.

Une vingtaine de crapaudines ont été construites et sont utilisées dans divers pays. Elles sont elles-mêmes étalonnées sur un interféromètre utilisant la raie verte du mercure et la raie rouge du cadmium. Une nouvelle salle interférométrique a été installée à l'Observatoire d'Uccle où l'on peut opérer des dénivellations du niveau mercuriel de 7 mètres commandées automatiquement par un moteur d'entraînement que l'on actionne tout en observant le déplacement des anneaux d'interférences.

La constante fondamentale  $K = sT^2$  de chaque pendule ainsi déterminée, il suffira de mesurer régulièrement sa période propre d'oscillation lorsqu'il est en station pour en déduire sa sensibilité  $s$ .

De nombreuses mesures de ce genre ont été publiées dans les Bulletins d'Observations des marées terrestres de l'Observatoire Royal de Belgique [672, 3, 4, 5]. Elles montrent que la sensibilité est plus stable dans le temps que celle des gravimètres et qu'une mesure de période chaque mois constitue un contrôle suffisant.

#### Erreur quadratique moyenne sur une mesure.

D'après les Bulletins d'Observations sur les Marées Terrestres de l'Observatoire Royal de Belgique l'erreur quadratique moyenne sur une mesure est de l'ordre de  $0''0003$ . Elle atteint aux époques les plus perturbées  $0''0008$  pour descendre aux époques les plus favorables en dessous de  $0''0002$ . Ces valeurs proviennent de 7 pendules Verbaandert - Melchior.

La valeur moyenne correspond à 1 % de l'amplitude totale de la marée terrestre. Comme une analyse harmonique repose sur la combinaison de 720 mesures horaires, l'erreur quadratique moyenne sur les constantes (amplitude et phase) d'une onde donnée, telle  $M_2$ , est très faible et peut d'ailleurs être calculée rigoureusement ainsi que l'avait montré R.Lecolazet en 1959 [526] : l'erreur moyenne sur  $R \cos r$  et  $R \sin r$  sera de l'ordre de  $0,12 \sigma$  et comme ici  $\sigma = 0''0003$  elle est de  $0''000036$ .

#### Etude des déviations de la verticale par rapport à l'axe du monde facteur $\Lambda = 1 + k - l$ .

C.Sugawa [711] a fait une nouvelle étude des observations de variations de latitude à la station japonaise de Mizusawa menées à l'aide de deux instruments différents : une lunette visuelle et une lunette photographique, pendant les années 1943 - 1954.

Les résultats des deux appareils sont pratiquement identiques et donnent en moyenne :

$$\Lambda = 1,33$$

qui confirme la valeur  $\Lambda = 1,30$  trouvée par le même auteur pour la période 1935 - 1954 avec la lunette visuelle.

### Variations de l'intensité de la pesanteur

$$\text{facteur } \delta = 1 + h - \frac{3}{2}k$$

Les observations suivant la composante verticale se sont poursuivies très nombreuses pendant la période considérée ainsi qu'en témoigne le tableau statistique ci-dessous, extrait du catalogue général et de la table II.

#### Gravimètres.

	Total	Europe	Asie	Afrique	Amérique
Nombre de stations occupées	71	35	23	6	7
Nombre d'analyses effectuées	633				
Nombre d'analyses par année :					
1954-56	3				
1957	42				
1958	115				
1959	133				
1960	148				
1961	114				
1962	74				
1963	4				
	<u>633</u>				
Nombre d'analyses par pays :					
Angleterre	9	URSS	96		
France	57	Iran	3		
Belgique	163	Japon	40		
Allemagne	37	Canada	14		
Italie	100	USA	36		
Suède	5	Venezuela	48		
Pologne	9				
Hongrie	12				
Bulgarie	3				

(cf. Note de la Table relative aux pendules)

#### Statistique par type instrumental.

Appareil	Nombre de stations occupées	Nombre d'analyses effectuées
Askania	43	500
La Coste Romberg	14	50
North American	10	63
Autres	4	20

On peut, à partir de la Table III, faire une série de remarques générales:

Les facteurs d'amplitude ne peuvent être comparés qu'avec circonspection car leurs valeurs reposent sur l'étalonnage du gravimètre et de l'enregistreur, opération délicate et parfois trop rarement effectuée ou insuffisamment répétée. En outre, la sensibilité fluctue dans le temps de manière non linéaire entre les étalonnages et il en résulte une dispersion et des erreurs systématiques.

Nonobstant ce fait on peut affirmer :

- a. que les facteurs d'amplitude sont plus faibles en Asie que dans tout le reste du monde.
- b. que les stations russes présentent un retard de phase sensible par rapport aux stations d'Europe Occidentale
- c. que les facteurs d'amplitude des ondes  $K_1$  et  $O_1$  sont similaires et systématiquement plus faibles que ceux des ondes semi-diurnes, le facteur relatif à  $O_1$  étant en général supérieur à celui qui est relatif à  $K_1$ .
- d. qu'il y a un remarquable accord de toutes les phases pour les stations de Bruxelles et Strasbourg mais un désaccord marqué pour l'amplitude de l'onde  $M_2$ .
- e. que pour les stations russes, asiatiques et américaines l'onde  $O_1$  est en avance sur l'onde  $K_1$ .
- f. qu'à première vue les  $\Delta k$  sont plus grands entre  $S_2$  et  $M_2$  qu'entre  $K_1$  et  $O_1$  mais ceux-ci doivent en fait être multipliés par 2 pour correspondre à la même base de temps.

Le fait essentiel est la divergence entre les stations d'Asie et les autres stations mondiales.

Les coefficients d'amplitude  $\delta$  pour les diverses ondes mais surtout pour les ondes semi-diurnes y sont décisivement plus faibles.

Une explication proposée était que les stations situées au coeur de l'Asie devaient donner des coefficients affranchis de tout effet indirect dû aux marées océaniques trop lointaines, coefficients qui correspondraient par conséquent plus exactement aux propriétés élastiques réelles de la Terre.

Ce qui est étonnant dans ce cas c'est que les stations japonaises donnent des résultats en parfait accord avec celles du centre de l'Asie.

D'autre part s'il en était ainsi on devrait observer une diminution progressive du coefficient à mesure que l'on s'enfonce dans le continent. Or on trouve à Kiev par exemple des valeurs similaires à celles de France et de Belgique.

Nous aurions plutôt tendance à invoquer un effet de l'hétérogénéité du manteau supérieur.

Un second fait frappant est que le facteur  $\delta$  est nettement plus faible pour les ondes diurnes que pour les ondes semi-diurnes. Celui-ci est en relation avec les recherches théoriques sur les effets dynamiques du noyau Terrestre que nous évoquerons plus loin.

### Etalonnage des gravimètres enregistreurs [695]

Nous avons attiré l'attention au Symposium de Bruxelles sur le fait que la précision d'étalonnage du papier enregistreur des gravimètres Askania n'était pas suffisante car la lecture d'une différence micrométrique n'a pas la même précision que la mesure du déplacement correspondant sur le papier. Pour remédier à cela il convient de substituer un ressort plus fin au ressort de mesure standard. C'est ce qui a été réalisé depuis par le constructeur pour les deux gravimètres Askania de Bruxelles et a donné l'amélioration souhaitée.

Nous avons montré également à la même occasion que le traînage ne présente qu'une courte constante de temps pour les gravimètres Askania et n'entraîne pas de correction aux résultats des analyses harmoniques.

### Automation d'un gravimètre Askania [747]

Lors du Symposium de Bruxelles en 1961 P. Melchior a exposé les dispositions prévues par lui pour une exploitation beaucoup plus intensive des enregistrements gravimétriques :

"Un procédé, qui ne paraît pas devoir se heurter à des difficultés majeures, consiste à perforer une bande à la sortie de l'enregistreur d'un gravimètre. Nous avons examiné diverses possibilités et pris dès à présent des dispositions pour essayer un tel système à l'un de nos deux gravimètres. L'axe fileté qui porte le chariot inscripteur sera remplacé par un axe plus long où l'on pourra placer un potentiomètre dont la lecture sera transformée en signal digital et perforée sur une bande 8 canaux directement utilisable en 1620. Les ordres de perforation seront évidemment beaucoup plus fréquents que les lectures qu'un opérateur fait usuellement sur des enregistrements ..."

Cette adaptation au suiveur de spot Lange, annoncée au Symposium de 1961 a été effectivement terminée au début de 1962 et les deux gravimètres Askania 145 et 160, revus comme il a été dit par le constructeur ont été mis en service successivement sur cet équipement depuis le 17 mars 1962.

La tension est lue en permanence par un voltmètre électronique lequel, à chaque signal de garde temps, affiche la lecture en clair puis la perfore dans une bande huit canaux. Chaque pointé comporte 3 chiffres suivis d'un zéro qui sert de séparation.

Le dispositif permet de faire une lecture chaque seconde. Dans le programme actuellement établi, on perfore une lecture chaque minute, à la seconde 30, tandis qu'un signal spécial est perforé à l'heure exacte et un autre signal spécial une fois par jour à un instant arbitrairement choisi par le programmeur.

Le dépouillement des bandes est assuré en deux étapes au terme desquelles le dessin des cartes résultats est directement adapté aux programmes d'analyse harmonique du Centre International des Marées terrestres à Bruxelles :

1° Conversion de la bande en cartes : La bande perforée présente l'avantage de la continuité en même temps que d'un prix de revient considérablement plus faible que la carte. Mais elle est d'une manipulation peu aisée et c'est pourquoi, partant de l'heure initiale exacte (exprimée en temps universel) de la première perforation, on transforme en ordinateur IBM 1620 la bande issue du gravimètre en un jeu de cartes dont chacune contient un indicatif formé du numéro d'appareil et de l'époque (mois, jour, heure) des mesures contenues dans la carte. Chaque carte de ce type contient vingt nombres de trois chiffres - exprimés dans les unités arbitraires du voltmètre - c'est-à-dire vingt minutes d'observations. Il y aura donc trois cartes par heure, dûment numérotées.

L'ordinateur a ainsi transféré les perforations de la bande en les datant correctement et en vérifiant la continuité des mesures, grâce à un test d'heure et à un test de changement de jour (signal spécial du jour). Cette opération se fait au rythme d'un mois lu et transformé en 30 minutes.

Les cartes issues de la conversion sont soumises à un programme qui groupe les lectures 10 par 10, calcule et compare les six moyennes de manière à détecter immédiatement toute valeur anormale.

Ce programme calcule en outre la dispersion pour chaque heure. Enfin l'erreur quadratique moyenne est calculée pour chaque période de 10 jours.

Calcul de l'étalonnage du voltmètre :

On procède en fait ici comme dans le cas des enregistrements sur papier standard mais évidemment avec plus de précision. Les opérations d'étalonnage, qui se répètent au moins une fois par mois consistent à provoquer des déflexions artificielles du fléau du gravimètre en agissant sur le fin ressort de mesure qui est pourvu d'un micromètre.

Lors d'une opération d'étalonnage, on provoque 14 minutes après chaque heure une déviation du fléau alternativement dans un sens puis dans l'autre., la bande perforée est transformée en cartes qui permettent de faire redessiner le graphique de l'étalonnage automatiquement et à grande échelle par la Table Traçante Electronique de l'Observatoire Royal (fig. 1).. Nous obtenons ainsi des tracés dont l'échelle est 2,8 fois celle des enregistrements directs obtenus sur le papier du suiveur de spot Lange.

Précision obtenue:

Le calcul des erreurs quadratiques moyennes par la combinaison d'erreurs de Lecolazet, usuellement choisie a montré que pour le gravimètre 145 cette erreur est passée de 2 microgals à 1 microgal et que pour le gravimètre 160 elle est passée de 2,6 microgals à 1,5 microgal. Il y a donc un gain appréciable dû à la fois à la révision du gravimètre, et à la multiplication des lectures. Le changement du ressort d'étalonnage n'intervient pas dans les erreurs accidentelles mais est de nature à réduire les erreurs systématiques.

Résultats obtenus à l'aide des gravimètres LaCoste Romberg.

Trois gravimètres LaCoste Romberg de haute précision ont été mis en service depuis 1957 et quelques résultats ont été publiés pour les stations permanentes de Paris et Austin ainsi que pour les stations occupées temporairement pendant l'AGI (cf. catalogue général).

En 1961 C.L.Hager de l'Université de Californie a fait des mesures avec le gravimètre n° 6 pendant une éclipse totale et a atteint l'extraordinaire précision de 0,025 microgal.

Les autres appareils de ce type donnent une précision de l'ordre de 0,8 microgal.

## Mesures de $l$ aux extensomètres et dilatations cubiques.

De nouveaux extensomètres ont été mis en service en Allemagne à l'Institut de Géophysique de Freiberg [715, 6, 7], aux USA, par le Lamont Geological Observatory, en France par l'Institut de Physique du Globe de Paris [664].

Hierseman [717] a fait une première détermination du nombre  $l$  à Freiberg et a obtenu :

$$l = 0,07$$

après élimination des effets indirects.

En ce qui concerne l'étude des dilatations cubiques, des observations ont été faites en Belgique dans le puits de Basècles. Elles montrent que les rapports entre les diverses ondes sont normaux mais présentent un déphasage inexpliqué.

Citons encore l'étude faite par Machado (\*) sur le volcanisme des îles Açores où il conclut à une influence de la marée Terrestre semi-annuelle Ssa.

## Discussion des méthodes d'analyse harmonique.

A. De nombreux travaux ont été consacrés à la comparaison des mérites respectifs des méthodes de Doodson-Lennon, de Lecolazet, de Pertsev, de Matvéev (cf. réf. [723] à [741] et BIM N.º 31, 32).

Il en ressort que la méthode la plus satisfaisante apparaît bien être celle de Lecolazet (cf. travaux de Balenko et de Melchior) et qu'en outre cette méthode est parfaitement applicable aux enregistrements par pendules horizontaux même soumis à d'importants effets indirects (Melchior [730]).

Outre des argumentations de caractère théorique, de nombreux calculs sur des séries modèles ont été effectués indépendamment sur ordinateur par Balenko à Poltava et par Melchior à Bruxelles.

De nouvelles méthodes ont été proposées par Venedikov (Sofia) [733] et par Pertsev, celui-ci pour 50 jours d'observations [731].

G. Jobert utilise la méthode d'analyse spectrale sur des intervalles de l'ordre de 1 an à l'aide d'un ordinateur IBM 7090 [741].

Le Centre International dispose maintenant d'un ordinateur IBM 1620 et d'une table traçante. La méthode Lecolazet y est largement appliquée (plus de 1250 analyses) ainsi que la méthode graphique de l'Amirauté Britannique utilisée pour la comparaison des enregistrements simultanés en diverses stations : des anomalies concomitantes ont ainsi été relevées à plusieurs reprises et sont à l'étude.

---

(\*) F.MACHADO - Sobre o Mecanismo da Erupção dos Capelinhos (Mem. N.º 9, serv. Geol. Portugal - Lisboa 1962.

B. L'analyse harmonique des enregistrements de marée terrestre suivant l'une ou l'autre composante telle qu'on l'a pratiquée jusqu'ici implique un certain nombre d'hypothèses théoriques que l'on pouvait admettre il y a quelques années mais qui doivent maintenant être revues en raison de l'accroissement de sensibilité de précision des nouveaux appareils.

Au départ on a admis que les nombres de Love ont la même valeur numérique quel que soit le type d'onde de marée.

Les travaux théoriques de Jeffreys et Vicente et de Molodensky ont montré que les effets dynamiques du noyau terrestre modifient les constantes de Love relatives aux ondes à caractère tesseral et que cette altération est fonction de leur période.

Il y aurait donc lieu d'introduire des constantes de Love propres aux ondes sectorielles (semi-diurnes) et zonales (longue période) d'une part et des constantes différentes propres à chacune des ondes tesserales (diurnes).

Au surplus les ondes dérivant du terme du troisième ordre du développement du potentiel luni-solaire, devront être également affectées de constantes de Love, propres à chaque type auquel elles répondent.

Les conséquences de ces considérations seront les suivantes :

Dans les méthodes d'analyse utilisées, la séparation sur un mois d'observations des ondes tesserales diurnes et des ondes sectorielles semi-diurnes est parfaite et aucune hypothèse théorique n'intervient dans ce processus.

On pourra donc traiter la séparation des ondes semi-diurnes principales entre-elles ( $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $L_2$ ) et surtout le calcul théorique de leurs ondes homologues avec l'hypothèse tout à fait valable que les nombres de Love sont les mêmes pour chacune des ondes composantes.

Cette hypothèse n'est plus valide lorsque l'on s'occupe des ondes diurnes ( $K_1$ ,  $O_1$ ,  $Q_1$ ,  $M_1$ ,  $J_1$ ) car les nombres de Love relatifs à  $K_1$  (période = 1 jour sidéral) sont assez différents de ceux qui sont relatifs à  $O_1$ . Il faut bien noter cependant que dans une bonne méthode d'analyse telle que celle de Lecolazet, la séparation par combinaison d'ordonnées de  $K_1$  et  $O_1$  à partir des observations elles-mêmes est parfaite si bien que, lors du calcul des ondes homologues, la contribution de  $O_1$  sur  $K_1$  et vice-versa est rigoureusement nulle. On obtiendrait ainsi sans autre difficulté les amplitudes et phases de ces ondes et on pourrait en déduire expérimentalement les différences supputées pour les nombres de Love et calculées sur des modèles théoriques.

Ceci n'est malheureusement pas rigoureux en raison du nombre d'ondes satellites qui entourent  $O_1$  aussi bien que  $K_1$  et qui ne sont pas elles rigoureusement filtrées par le processus des combinaisons d'ordonnées. Ainsi le calcul de l'onde homologue  $O_1$  contient une contribution nulle de  $K_1$  mais une contribution non négligeable des ondes voisines de  $K_1$  et réciproquement.

Mais le cas le plus difficile est sans conteste celui des ondes  $K_1$  et  $P_1$ . En effet la proximité des vitesses de ces deux ondes ne permet pas d'en obtenir la séparation sur un mois d'observations tandis qu'elles sont suffisamment écartées que pour avoir des constantes de Love sensiblement différentes. Or l'amplitude de  $P_1$  est importante vis à vis de celle de  $K_1$  puisqu'elle en représente 33 % tandis qu'elle contribue entièrement à la formation de l'onde homologue théorique de  $K_1$ . Il convient donc de parvenir à séparer  $K_1$  et  $P_1$  en utilisant des séries plus longues que la série mensuelle.

Lecolazet a donné une méthode de séparation des ondes  $K_1$  et  $P_1$  à partir des observations qui est applicable lorsque l'on dispose d'une année d'observations continues [729].

Pertsev propose un procédé de séparation des ondes  $K_1$  et  $P_1$  consistant à comparer des analyses harmoniques mensuelles séparées par un intervalle de 3 mois (sous presse).

C. L'analyse harmonique des enregistrements obtenus à l'aide d'extensomètres pose un problème particulier car la notion de déformations théoriques est dépourvue de sens puisqu'elles sont nulles dans le cas du globe rigide indéformable. On ne pourra donc pas comparer ici comme dans le cas des déviations de la verticale et des variations de  $g$  l'amplitude et la phase observées aux éléments théoriques correspondants.

Il faut donc, dès l'abord, introduire les nombres de Love  $h$  et  $l$ . D'autre part la combinaison de  $h$  et  $l$  qui affecte la déformation, diffère suivant la composante du tenseur que l'on considère ainsi que le montrent les expressions à la surface :

$$e_{11} = \frac{h}{g} \frac{\partial W_2}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{H(r)}{g} \right) W_2$$

$$e_{22} = \frac{1}{ga} \left( h W_2 + l \frac{\partial^2 W_2}{\partial \theta^2} \right)$$

$$e_{33} = \frac{1}{ga} \left( h W_2 + l \cotg \theta \frac{\partial W_2}{\partial \theta} + \frac{l}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 W_2}{\partial \lambda^2} \right)$$

$$e_{23} = \frac{l}{ga \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[ \frac{\partial W_2}{\partial \theta} - \cotg \theta \cdot W_2 \right]$$

( $\theta$  : colatitude) - Les facteurs  $\frac{l}{\sin \theta}$  figurant dans  $e_{33}$  et  $e_{23}$  disparaissent lorsqu'on introduit le développement de Laplace de  $W_2$ . Il s'ensuit que la déformation dans une direction quelconque sera une combinaison assez complexe des précédentes et que si l'on a à analyser les enregistrements d'un seul extensomètre orienté de manière quelconque on ne pourra pas en déduire d'informations sur les nombres de Love.

Il convient donc soit d'installer les extensomètres dans les directions du méridien, du premier vertical et de la verticale, soit de disposer d'un faisceau d'extensomètres qui permette de reconstituer à partir de leurs résultats, les déformations suivant les axes principaux. C'est seulement alors que l'on pourra effectuer l'analyse harmonique. R. Lecolazet a publié (BIM n° 31) les tables nécessaires pour y parvenir. Les coefficients géodésiques  $G_0, G_1, G_2, G'_0, G'_1, G'_2$  qui ne sont fonctions que de la latitude dans le cas des gravimètres ou des pendules horizontaux sont remplacés ici par des coefficients  $E_{11,j}$  qui sont fonctions de  $h, l$ , de leurs dérivées par rapport à  $r$ , des nombres analogues relatifs aux ondes dérivant de  $W_3$  et de la colatitude.

Ces six coefficients sont différents pour chaque composante.

Recherches théoriques.

A. Molodenski a élaboré une théorie de la nutation et des marées terrestres diurnes [761] pour un modèle terrestre à noyau liquide compressible aplati. Cette théorie se base sur un système de deux équations différentielles du second ordre déterminant les petites oscillations du liquide en rotation dans un système de coordonnées mobile conformément aux effets de nutation.

La solution satisfaisant aux conditions aux limites est construite à partir de la solution pour le cas d'un liquide homogène incompressible en y incluant de petits termes de correction.

Les résultats numériques diffèrent sensiblement de ceux antérieurs de Jeffreys et Vicente [570,1] et comme nous allons le voir semblent bien s'accorder avec les observations récentes.

Modèle I sans noyau intérieur  
 Modèle II avec noyau intérieur  
 (les densités coïncident pratiquement avec celles de Bullen)

Ondes diurnes

	h		k		l		δ		γ	
	I	II								
O <sub>0</sub>	0,623	0,611	0,308	0,302	0,090	0,081	1,161	1,158	0,685	0,684
K <sub>1</sub>	0,521	0,528	0,256	0,258	0,093	0,084	1,136	1,142	0,734	0,730
P <sub>1</sub>	0,533	0,540	0,263	0,264	0,092	0,084	1,139	1,145	0,728	0,724
O <sub>1</sub>	0,617	0,614	0,305	0,300	0,091	0,081	1,159	1,164	0,688	0,686

Les ondes K<sub>1</sub> et O<sub>1</sub> sont particulièrement bien mises en évidence par les observations tant dans la composante verticale (facteur δ) que dans la composante horizontale Est Ouest (facteur γ) car les effets indirects sont faibles pour les ondes diurnes. Aussi toutes les stations peuvent elles être également prises en considération pour autant qu'elles ne soient pas situées précisément au bord de la mer. On relèvera que d'après ces modèles théoriques et en particulier le modèle II :

$$\delta(O_1) - \delta(K_1) = + 0,022$$

$$\gamma(O_1) - \gamma(K_1) = - 0,044$$

Jeffreys avait obtenu :

$$\delta(O_1) - \delta(K_1) = + 0,038$$

$$\gamma(O_1) - \gamma(K_1) = - 0,056$$

Si nous rassemblons les résultats de la Table 4 qui paraissent les plus sûrs on obtient :

$\delta(O_1) - \delta(K_1)$		$\gamma(O_1) - \gamma(K_1)$	
Paris	+ 0,016	Sclaigneaux	- 0,151
Bruxelles	+ 0,003	Dourbes	- 0,080
Luxembourg	+ 0,042	Warmifontaine	- 0,036
Strasbourg	+ 0,018	Tiefer Königst.	- 0,011
Genova	+ 0,017	Tiefenort 1	- 0,020
Tihany	+ 0,027	Tiefenort 2	- 0,098
Potsdam	- 0,007	Berchtesgaden	- 0,034
Poulkovo	+ 0,008	Berggieshübel	- 0,084
Kr. Pakhra	+ 0,005	(Poltava	+ 0,214 ?)
Moscou	+ 0,077	Tsmakovo	- 0,038
Kiev	- 0,023	Kondara	- 0,088
Tashkent	+ 0,029	Alma Ata	- 0,034
Frounze	+ 0,025	Graz	- 0,121
Alma Ata	+ 0,040		
Langchow	+ 0,001		
Kyoto	+ 0,022		
(Chiba	- 0,074 ?)		
Austin	- 0,015		

Ces résultats présentent une allure nettement systématique conforme aux résultats des calculs théoriques.

On ne peut cependant guère se risquer à en faire dès à présent une moyenne brute mais on résiste difficilement à remarquer qu'elle donnerait :

$$\begin{aligned} \delta(O_1) - \delta(K_1) &= + 0,017 \\ \gamma(O_1) - \gamma(K_1) &= - 0,061 \end{aligned}$$

ce qui constitue un résultat fort encourageant.

B. M. Caputo a publié divers travaux théoriques relatifs aux déformations de la Terre sous l'effet de forces de surfaces [635, 6, 7, 8] qui seront applicables à une discussion précise des effets indirects.

C. Des observations en cours au moment de l'éclipse de Soleil de février 1961 ont été examinées de près en plusieurs stations, principalement Trieste [772], Kiev [773] et Berchtesgaden [774]. Aucun effet d'absorption de la gravité n'a pu être décelé avec les appareils utilisés ce qui montre que si un tel effet existe il est bien inférieur (1000 fois) à ce que Majorana avait prévu.

Au cours de la discussion de ce problème au Symposium de Bruxelles, Witkowski a justement fait remarquer qu'un effet d'absorption de la gravité devrait être observé, s'il existait, dans les phénomènes des satellites de Jupiter.

D. - E. Groten (Zeitschr. für Geoph. 29,2,1963) a appliqué la méthode de Corkan [102] pour la séparation des effets directs et indirects telle qu'elle a été formulée par Melchior [532], à la station de Neunkirchen. Il a obtenu ainsi les valeurs

$$\gamma_{NS} = 0,64$$

$$\gamma_{EW} = 0,68$$

qui concordent assez bien avec les moyennes que nous obtenons dans ce rapport (p. 992).

### Travaux en cours de développement.

#### A. Instruments nouveaux.

R. Brein a adopté un ressort électromagnétique au gravimètre North American [709]. Il réalise par là une méthode de zéro et peut opérer automatiquement la lecture du potentiomètre régulateur et la perforation en bande de cette même lecture [710]. D'après les résultats les plus récents (sous presse BIM) la sensibilité de l'appareil présente une constance très remarquable dans le temps.

A. Graf a poursuivi la construction du pendule vertical, dont les oscillations sont mesurées à l'aide d'un transformateur différentiel, [394] et est parvenu à réaliser une sensibilité convenable pour l'observation des marées terrestres dans les deux composantes horizontales. Cet instrument sera prochainement installé dans un puits de 30 mètres de profondeur. Le réglage est opéré par servomoteurs

M. Schneider a construit également suivant le même principe, un pendule vertical, qui a été installé à 80 mètres de profondeur. Ce pendule a une longueur de 2,55 mètres et la sensibilité est de 0"0023 pour 1 millimètre sur le papier enregistreur.

M. Zadro construit un nouveau type de gravimètre bifilaire, destiné à la Grotta Gigante de Trieste [702]. L'astatisation est réalisée au moyen de deux ressorts de traction parallèles agissant dans le plan horizontal de manière à créer un moment élastique de forme sinusoïdale correspondant dans un large intervalle à la sinusoïde représentant le moment de la force de pesanteur. Un troisième ressort permet le réglage de l'appareil. La longueur des fils de suspension sera de 80 mètres.

#### B. Nouvelles stations.

En collaboration avec les autorités grandducales, le Centre International et l'Observatoire Royal de Belgique ont installé une station gravimétrique dans les casernes de Luxembourg (gravimètre Askania 160). La station est placée sous la direction du prof. Gloden, la surveillance du gravimètre est confiée à M. Flick. Les calculs sont effectués au Centre International et les premiers résultats figurent dans les tables de ce rapport. Deux pendules horizontaux du type Verbaandert - Melchior y seront prochainement installés.

A Dourbes (Belgique) l'Institut Royal Météorologique de Belgique a installé dans une cave spécialement aménagée à la profondeur de 50 mètres, 4 pendules horizontaux du type Verbaandert-Melchior (Nos 7, 8, 28, 29). Ces appareils sont actuellement en fonctionnement et les résultats de l'un d'eux figurent déjà dans les tables de ce rapport.

A Graz (Autriche) le prof. K.Rinner a réalisé une station souterraine équipée de deux pendules horizontaux du type Verbaandert - Melchior (Nos 44 et 45) qui sont en fonction et dont les premiers enregistrements viennent d'être analysés avec succès.

A Dannemora (Suède) le prof. Tengström a également installé une station profonde équipée des mêmes appareils (Nos 38 et 40).

A Stockholm (Suède) le prof. A.Bjerhammar a mis en service un gravimètre Askania (N° 168) dont les enregistrements ont été analysés et figurent dans la Table III.

A Costozza (Italie), près de Vicenza, le prof. A.Norinelli a installé une station profonde comportant un gravimètre Askania et deux pendules horizontaux Verbaandert-Melchior Nos 16 et 17). Cette station fonctionne régulièrement depuis plus d'un an et les résultats des analyses figurent dans les tables de ce rapport. Il convient de noter que ces résultats sont provisoires et qu'un calcul des effets des marées de l'Adriatique est en cours actuellement.

A Palerme (Italie) le prof. G.Petrucci a mis en service depuis deux mois le gravimètre Askania N° 120.

A Zafferana Etnea (Italie), le Centre National belge de Volcanologie a installé deux pendules horizontaux Verbaandert-Melchior (n° 32 et n° 35) dans une grotte naturelle existant sur les pentes de l'Etna. Les enregistrements sont extrêmement caractéristiques, offrant de larges périodes de calme pendant lesquelles la courbe de marée terrestre se manifeste sans perturbations. Ces périodes de calme sont interrompues par des périodes anormales de 2 ou 3 jours pendant lesquelles les appareils apparaissent perturbés par des phénomènes volcaniques internes.

A Sofia (Bulgarie), le gravimètre Askania n° 121 a été mis en service et a fourni ses premiers résultats (cf. catalogue général), Actuellement deux pendules horizontaux Verbaandert-Melchior sont en cours d'installation (n° 48 et n° 49).

En URSS de nouvelles stations gravimétriques ont été installées à Tbilissi (Caucase) à Kiev à Moscou et à Frounze. Les résultats encore inédits nous ont été communiqués par l'Institut de Physique Terrestre à Moscou et figurent dans la table III. Une autre station a été installée à Talgar.

A Hyderabad (Inde) S.K.Balakrishna a mis en service un gravimètre Askania (n° 164) qui a déjà fourni de longs enregistrements dont le dépouillement et l'étude sont en cours.

### C. Exploitation des enregistrements.

L'analyse harmonique des enregistrements effectuée dans le but d'extraire les ondes principales est entrée dans une phase de routine et est exécutée par ordinateur.

L'étude des perturbations par contre retient de plus en plus l'attention des chercheurs et a fait l'objet de nombreux travaux ou remarques.

Ces perturbations sont attribuées à diverses causes locales ou régionales de caractère géophysique.

L'effet des variations de pression atmosphérique a été étudié par Bossolasco et Cicconi pour les trois composantes de la marée [651] qui sont simultanément mesurées à Gênes par un gravimètre et deux pendules horizontaux. Ils ont montré comment le déplacement d'un anticyclone sur l'Europe (mi février 1961) influence la dérive des pendules horizontaux qui traduit les flexions de la croûte à Gênes.

Ces mêmes phénomènes sont étudiés à Trieste par M.Zadro à partir des enregistrements des grands pendules horizontaux de Marussi.

G.Fiedler [691] a analysé pour les mêmes époques moyennes les enregistrements gravimétriques faits à Caracas et les enregistrements de la marée océanique au voisinage de la ville. Il constate que les ondes  $K_1$  et  $O_1$  sont particulièrement perturbées par ces effets indirects et cela d'autant plus qu'à la latitude de Caracas ces ondes sont faibles dans la composante verticale des marées terrestres.

J. Verbaandert et P.Melchior ont mis en évidence un effet très remarquable de flexion de terrain due aux crues de la Meuse et qui se manifeste par des variations brusques de dérive des pendules horizontaux à Sclaigheux [660], station qui est située à 600 mètres environ du fleuve. L'étude de cet effet de flexion est en cours.

L'étude des écarts entre la courbe enregistrée et la courbe théorique affectée d'un coefficient propre à la station étudiée a été entreprise au Centre International de même que la comparaison systématique des enregistrements en diverses stations voisines par cartes mensuelles de courbes de niveau [748].

Une étude des flexions des piliers du cercle méridien est en cours à l'Observatoire Royal de Belgique à l'aide de pendules horizontaux qui ont été installés dans des niches ménagées à l'intérieur même des piliers.

Il est évident que l'étude approfondie des courbes enregistrées pourrait conduire à des constatations très intéressantes et l'on pense ici surtout aux relations possibles avec la production des séismes. La carence d'un réseau de stations bien réparties constitue malheureusement un obstacle au développement de cette recherche.

#### Amélioration de la valeur admise pour la masse de la Lune.

La valeur adoptée pour la masse de la Lune est fondamentale dans ces recherches puisqu'elle conditionne la comparaison entre les amplitudes observées et les amplitudes théoriques.

Pariiskii [631] a examiné de manière critique les procédés astronomiques utilisés et les résultats les plus récents obtenus par Raabe et Brouwer. Il a conclu à l'adoption de la valeur  $\frac{1}{81.38}$  au lieu de  $\frac{1}{81.53}$  pour le rapport de la masse de la Lune à celle de la Terre.

Cela conduit à prendre pour le rapport de l'onde solaire théorique  $S_2$  à l'onde lunaire théorique  $M_2$  la valeur

$$G_s = 0,45977 G$$

au lieu de

$$G_s = 0,46040 G \quad \text{selon Doodson}$$

ce qui réduit les ondes solaires théoriques de 0,137 %.

Matvéev a déjà introduit ces nouvelles constantes dans ses calculs.

Tout en marquant notre accord pour ces conclusions de Pariiskii, nous ne pouvons accepter pour le moment l'introduction de ces nouvelles valeurs dans les calculs. Nous pensons qu'il faut se conformer aux décisions qui seront prises par l'Union Astronomique Internationale et ne modifier les constantes fondamentales que lorsque cette Union aura pris la responsabilité d'en décider. On risque de créer une situation inextricable si la mesure n'est pas adoptée simultanément par tous les intéressés.

#### Remarque sur les résultats expérimentaux obtenus en Italie.

Les résultats de la station de Costozza nous étant parvenus lorsque l'impression de ce rapport était en cours, nous tenons à ajouter ici une remarque concernant les stations installées dans la péninsule italienne.

On déduit des tables les valeurs suivantes :

	$\delta(O_1) - \delta(K_1)$	$\gamma(O_1) - \gamma(K_1)$
Genova	+ 0,017	+ 0,004
Trieste	- 0,005	
Costozza	- 0,061	+ 0,113
Bari		+ 0,165

qui sont en désaccord par rapport aux résultats du reste de l'Europe.

#### Liste des programmes de calcul établis pour les marées terrestres au Centre International.

1. Restituer une courbe continue à partir de mesures faites sur des graphiques comportant des décalages de ligne de base ou des cassures dans la courbe.
2. Calcul de l'erreur quadratique moyenne sur une mesure et détection des erreurs de mesure.
3. Séparation de la dérive et de la marée par la combinaison de Pertsev.

4. Séparation des composantes diurnes et semi-diurnes de la marée suivant la méthode Lecolazet et introduction de l'étalonnage de l'instrument.
5. Calcul des amplitudes et phases observées pour les dix ondes principales de la marée ( $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $L_2$ ,  $2N_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $Q_1$ ,  $M_1$ ,  $J_1$ ).
6. Calcul des ondes homologues semi-diurnes, des rapports d'amplitudes, des différences de phases et édition du procès-verbal d'analyse.
7. Calcul des ondes homologues diurnes, des rapports d'amplitudes, des différences de phases et édition du procès-verbal d'analyse.
8. Saut du programme MT 3 - Passage direct de MT 1 à MT 4.
9. Transformation des cartes 650 en cartes 13 mots 1620 ; les cartes 650 contiennent la séparation de la dérive et de la marée par la combinaison de Pertsev.
10. Tracé semi-automatique des courbes de niveau à l'aide de la table traçante électronique.
11. Moyennes vectorielles et arithmétiques des résultats accumulés en une même station ou en plusieurs stations. Calcul des coefficients de corrélation entre les ondes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $L_2$ ,  $K_2$ ,  $O_1$ ,  $Q_1$ .
12. Transformation des bandes du gravimètre en cartes.
13. Connaissant la marée en 10 points symétriques par rapport à une heure ronde, calcul de la marée en ce point central par une interpolation de Gauss.
14. Moyennes de 60 lectures horaires du gravimètre perforateur et dispersion des moyennes.
15. Calcul du coefficient d'étalonnage  $K$  d'un pendule horizontal à partir d'une série de mesures brutes d'enregistrements d'oscillations produites par différentes crapaudines dilatables.
16. Transformation de cartes provenant du programme MT 12 pour dessiner en Table traçante électronique la courbe d'étalonnage d'un gravimètre.
17. Calcul des amplitudes théoriques des 79 ondes principales du développement du potentiel des marées en fonction de la latitude géocentrique.
18. Calcul de la marée théorique par la méthode de Lecolazet.
19. Analyse de régression dans le cas de 2 variables  $y = f(x)$ . Degré maximum de la fonction : 8. Méthode des polynômes orthogonaux.
20. Transformation des cartes 13 mots pour le tracé de la courbe de dérive ou de la courbe de marée en Table traçante électronique.
21. Multiplication des résultats de la sortie MT 3 par 10 ou par 100.
22. Calcul de régression pour 2 variables  $(x, y)$  comme au programme MT 19 avec en plus une sortie cartes.

23. Différence entre la marée terrestre théorique et la marée observée et étalonnée ; tracé des résidus en table traçante électronique. Calcul du coefficient de corrélation entre les deux courbes pour chaque jour, tracé en table traçante électronique.
24. Mise en graphique par Table Traçante des facteurs d'amplitudes, phases, rapports de ces facteurs et différences de phases d'une station donnée en fonction du temps (cartes catalogue).

Le Centre international des Marées terrestres, installé à Bruxelles depuis 1958, a abordé en outre toute une série de travaux que nous nous contenterons ici de citer :

1. Calculs et analyses des observations mondiales sur l'ordinateur électronique IBM 1620. 1260 analyses représentant environ 800 mois d'observations ont été effectuées au Centre pour des stations allemandes, autrichienne, italiennes, hongroises, belges, américaines, japonaises, suédoises, anglaises, canadiennes et iraniennes.
  2. Traduction systématique en langue française de tous les articles publiés en langue russe (20 articles complets ont été traduits et publiés à ce jour, en plus de 350 pages).
  3. Edition d'un Bulletin d'Informations sur les divers aspects du problème : 33 numéros comportant plus de 1.000 pages ont été publiés en 450 exemplaires et distribués dans le monde. Ils comprennent notamment les traductions russes intégrales.
  4. Edition d'une bibliographie complète et classée suivant un code décimal spécial (800 références)
  5. Edition d'un catalogue général des résultats d'analyses harmoniques. Ce catalogue étant établi sur cartes perforées peut être tenu à jour automatiquement. Il comporte actuellement 1500 cartes.
  6. Le Centre instruit des chercheurs étrangers dans l'utilisation des instruments et des techniques de calcul. Des séjours ont été effectués par des chercheurs italiens, français, portugais, suédois, autrichiens. En outre, de nombreux visiteurs de tous pays ont séjourné au Centre (URSS, USA, France, Italie, Portugal, Suède, Allemagne, Autriche, Japon, Australie, Nouvelle-Zélande, etc.)
  7. En 1961, le Centre a organisé un Symposium international à Bruxelles et, à cette occasion, une exposition d'instruments a été, pour la première fois, présentée.
-



Table II.

Stations Clinométriques Composante Nord-Sud		Facteurs d'Amplitude et Phases				Moyennes vectorielles					
N°	Station	Longitude Est $\lambda$	Latitude Nord $\phi$	Nombre d'instruments	Nombre d'analyses	M <sub>2</sub> Y	M <sub>2</sub> $\alpha$	S <sub>2</sub> Y	S <sub>2</sub> $\alpha$	N <sub>2</sub> Y	N <sub>2</sub> $\alpha$
1140	Sclaigneaux	5° 1'	50° 30'	3	75	0,980	+ 1° 80	1,112	+ 5° 58	1,060	- 2° 42
1142-3	Warmifontaine	5° 23'	49° 50'	2	22	0,720	+ 2° 86	0,753	+ 8° 97	0,703	- 4° 61
1160	Tiefer Königstollen	7° 56'	50° 47'	1	12	0,597	- 16° 95	0,606	- 11° 69	0,697	- 14° 57
1165	Berchtesgaden	12° 59'	47° 38'	1	13	0,504	+ 26° 92	0,371	+ 15° 01	0,450	+ 24° 83
1163-1164	Tiefenort	10° 10'	50° 49'	2	49	0,637	- 7° 30	0,672	+ 0° 96	0,661	- 8° 11
1185	Costozza	11° 36'	45° 28'	1	9	0,913	+ 13° 75	0,900	+ 14° 25	0,910	+ 13° 39
1192	Bari	17° 11'	40° 52'	1	19	0,549	+ 3° 07	0,523	+ 2° 19	0,573	- 2° 56
1402	Poltava	34° 33'	49° 36'	1	10	0,661	- 4° 50	-	-	0,640	- 13° 82
1415	Tsmakovo	33° 24'	47° 58'	1	6	0,588	- 7° 53	0,532	- 6° 92	0,501	- 0° 72
1454	Ashkabad	58° 21'	37° 57'	1	10	0,574	- 5° 95	0,704	- 31° 67	0,578	- 14° 96
1456-7-8	Kondara	68° 49'	38° 48'	3	64	0,777	- 4° 91	0,807	- 7° 93	0,793	- 7° 20
1462-3	Alma Ata	77° 23'	46° 16'	2	18	0,671	- 9° 47	0,693	- 16° 99	0,634	- 4° 98
1461	Kounrad	74° 59'	46° 59'	1	3	0,585	- 2° 23	0,568	- 9° 10	0,732	+ 9° 90

Table III.

Stations Clinométriques  
Composante Est-Ouest

Moyennes vectorielles

Facteurs d'Amplitude et Phases

N°	Station	Longitude		Latitude Nord	λ	φ	M <sub>2</sub>		S <sub>2</sub>		N <sub>2</sub>		K <sub>1</sub>		O <sub>1</sub>		Q <sub>1</sub>		
		Est	West				Y	α	Y	α	Y	α	Y	α	Y	α	Y	α	Y
2140	Sclaigneaux	5°1'		50°30'	2 51	0,933	+ 5°23	0,889	- 1°60	0,903	+ 5°68	0,803	+ 2°11	0,652	+ 4°76	0,737	- 6°93		
2149	Dourbes	4°36'		50°6'	1 13	0,870	+ 9°87	0,862	+ 5°91	0,847	+ 7°04	0,775	+ 5°28	0,695	+ 6°70	0,578	+ 14°47		
2142-3	Warmifontaine	5°23'		49°50'	3 23	0,808	- 5°83	0,734	- 10°68	0,826	- 4°41	0,792	- 7°17	0,756	- 7°63	0,824	- 18°47		
2160	Tiefer Königstollen	7°56'		50°47'	1 8	0,728	- 16°89	0,574	- 17°05	0,850	- 17°59	0,590	+ 0°42	0,581	- 8°45				
2163	Tiefenort 1	10°10'		50°49'	1 12	0,700	- 17°82	0,601	- 22°54	0,766	- 16°11	0,629	- 17°02	0,609	- 12°92				
2164	Tiefenort 2	10°10'		50°49'	1 35	0,813	- 9°42	0,736	- 9°39	0,866	- 5°41	0,742	+ 0°11	0,644	+ 1°22				
2165	Berchtesgaden	12°59'		47°38'	1 13	0,813	+ 12°34	0,979	+ 3°38	0,751	+ 12°49	0,804	- 3°70	0,770	- 2°62				
2167	Bergieshübel	13°57'		50°52'	1 3	0,702	+ 13°55	0,659	+ 12°51	0,756	+ 13°84	0,681	- 23°13	0,597	- 27°21				
2182	Genova	8°55'		44°25'	1 3	0,495	+ 4°07	0,490	+ 4°34	0,413	- 0°68	0,622	+ 6°02	0,626	+ 21°23				
2185	Costozza	11°36'		45°28'	1 15	0,785	- 2°11	0,655	+ 2°92	0,778	- 2°21	0,561	+ 23°15	0,674	+ 22°93				
2192	Bari	17°11'		40°52'	1 10	0,442	- 13°56	0,536	- 12°05	0,505	- 17°54	0,412	- 13°00	0,577	- 38°70				
2402	Poltava	34°33'		49°36'	1 10	0,659	+ 0°93	0,735	+ 5°11	0,647	- 12°64	0,584	+ 13°32	0,798	+ 2°89				
2415	Tsmakovo	33°24'		47°58'	1 6	0,717	+ 2°12	0,686	- 5°91	0,724	+ 7°39	0,641	- 6°71	0,603	+ 6°81				
2454	Ashkabad	58°21'		37°57'	1 10	0,735	- 7°52	0,817	- 5°37	0,669	- 15°53	1,126	- 24°92	0,863	- 9°18				
2456-7-8	Kondara	68°49'		38°48'	3 57	0,603	- 4°67	0,651	- 8°32	0,630	- 6°81	0,820	- 2°71	0,732	- 8°08				
2462-3	Almá Ata	77°23'		45°16'	2 18	0,712	+ 6°34	0,707	+ 6°28	0,665	+ 12°69	0,658	- 4°15	0,624	+ 7°77				

## COMPARAISON DES RESULTATS DE L'ANALYSE SPECTRALE DES MAREES TERRESTRES AVEC LES RESULTATS THEORIQUES.

*Georges JOBERT*

(Institut de Physique du Globe, Paris)

Pour effectuer de façon convenable la comparaison des résultats fournis par l'analyse spectrale d'enregistrements des marées terrestres avec les résultats théoriques, on peut procéder de deux façons :

a) On peut calculer les valeurs des marées théoriques à des intervalles de temps et sur une longueur égale à ceux de la série expérimentale et analyser la série obtenue de la même façon que l'on a analysé la série expérimentale. C'est la méthode choisie par J.C.Harrison et al. (1), les valeurs de la marée gravimétrique théorique étant obtenues à partir de la formule synthétique du potentiel perturbateur.

b) On peut aussi partir de la représentation analytique du spectre théorique, c'est-à-dire du développement de Doodson. Le spectre est constitué de raies d'amplitude et de fréquence connues, la phase de chaque raie à l'heure centrale de l'analyse peut être déterminée (2). Pour effectuer la comparaison avec la série expérimentale on a à faire la convolution de cette distribution avec la "fonction d'appareil" correspondant à la longueur  $2L$  de l'enregistrement.

Un programme de calcul pour IBM 704 a été mis au point, qui permet d'obtenir :

- 1) l'analogie d'une TF en sinus de la série théorique,
- 2) celui d'une TF en cosinus,
- 3) le spectre d'énergie,
- 4) la phase de chaque onde,

pour la fonction d'appareil correspondant à notre fonction d'apodisation habituelle (3)

$$f(t) = (1 - t^2/L^2)^2$$

Le programme comprend le sousprogramme PARANG utilisé pour le calcul des valeurs horaires des marées théoriques (4). Les valeurs des paramètres d'amplitude, constants pour une station, sont supposés déjà calculés par PARAMP. Après le calcul de la phase de chaque onde élémentaire à l'heure centrale de l'analyse, le programme détermine, pour une fréquence donnée, la contribution des fonctions d'appareil correspondant à toutes les ondes de même nature (semi-diurnes ou bien diurnes). Deux formules sont employées selon la distance qui sépare la fréquence étudiée de la fréquence de l'onde élémentaire. Les résultats sont combinés pour fournir simultanément les valeurs correspondant aux marées d'inclinaison EW et NS et aux marées gravimétriques. Le temps de calcul pour 3 séries d'analyses est inférieur à 5 minutes.

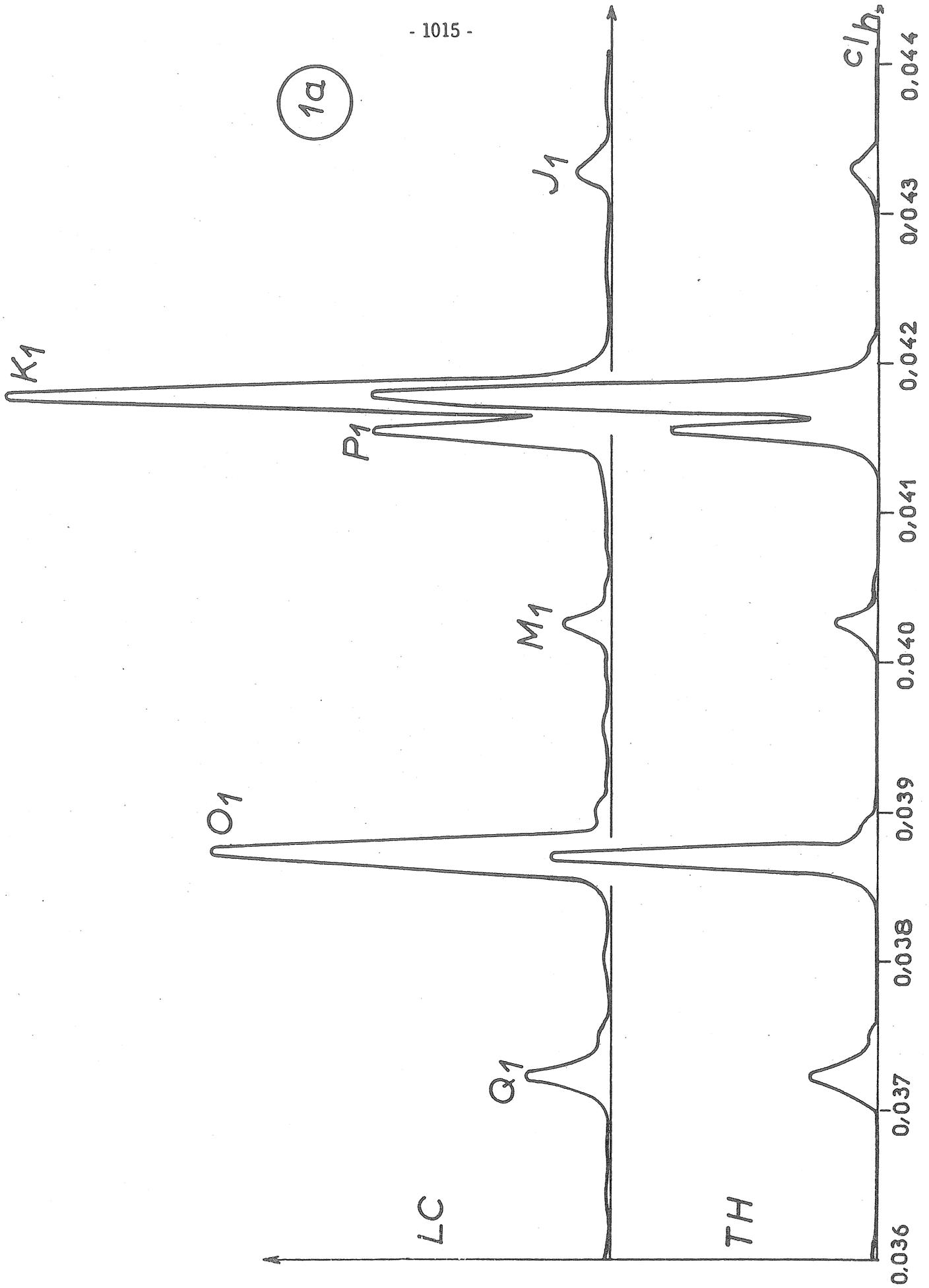
La figure montre un exemple d'application de la méthode : il s'agit d'une série de 9753 valeurs horaires fournies par le gravimètre LaCoste-Romberg N° 5 centrée sur le 14 Avril 1962.

BIBLIOGRAPHIE

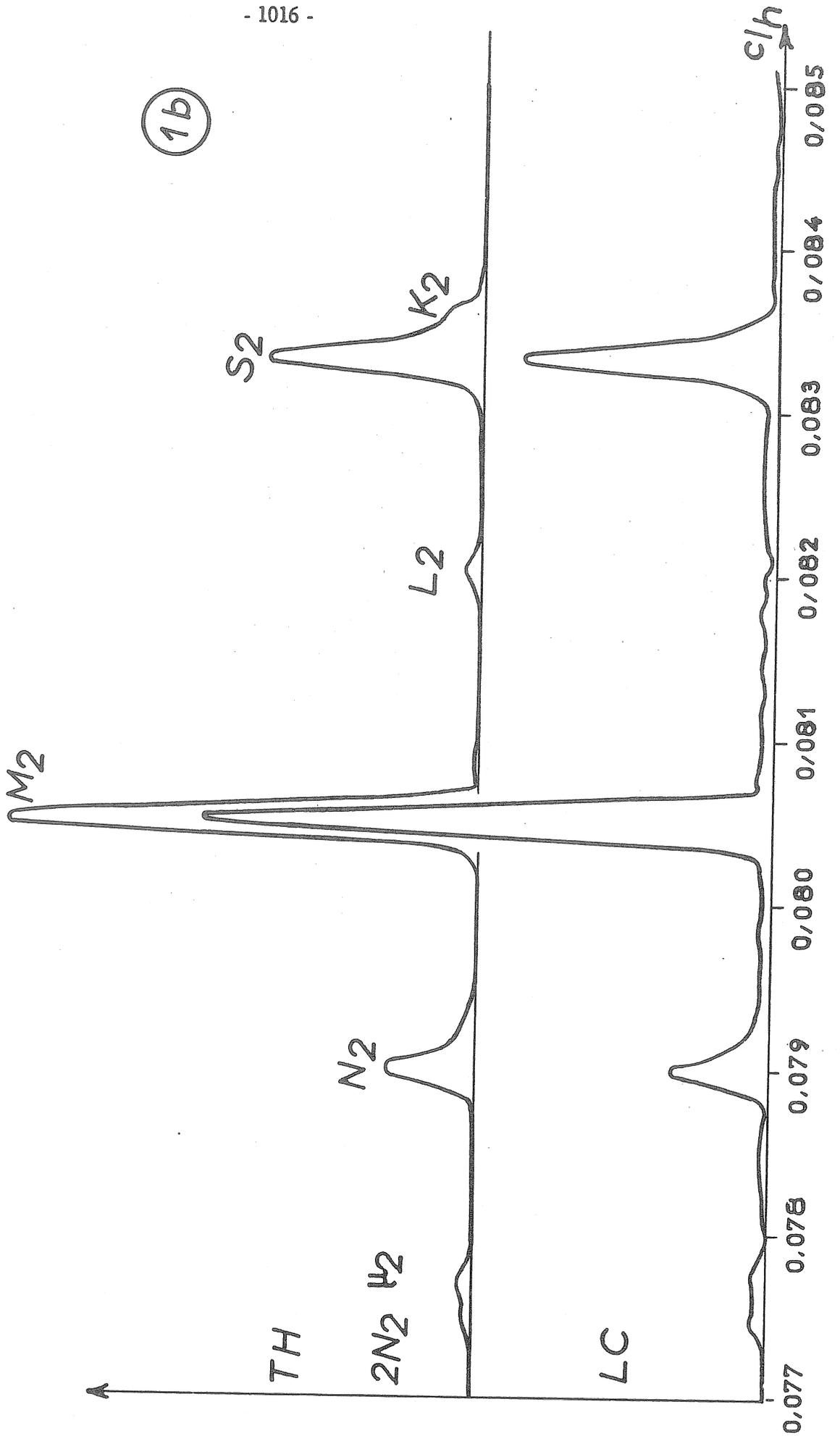
---

- [1] J.C.HARRISON, N.F.NESS, I.M.LONGMAN, R.F.S.FORBES, E.A.KRAUT, L.B.SLICHTER.  
Earth-tide observations made during the I.G.Y.  
*J.Geoph. Res.* 1963, 68 p. 1497.
- [2] R.LECOLAZET.  
La méthode utilisée à Strasbourg pour l'analyse harmonique de la marée gravimétrique.  
*Bull. Inf. Marées terrestres N° 10, 1958, p. 153.*
- [3] G.JOBERT  
Remarques sur l'analyse spectrale des variations de la pesanteur.  
1962, *ibid.* N° 30, p. 740.
- [4] G.JOBERT  
Programmes d'analyse pour les marées terrestres.  
1963, *ibid.* N° 31, p. 829.
-

1a



1b



## CALIBRATING RESULTS WITH A REGISTRATION PERFORMED DURING ONE YEAR BY HELP OF THE ELECTROMAGNETIC SPRING

by *R. BREIN*

Institut für Angewandte Geodäsie, Frankfurt/M.

The formula

$$\Delta g = d \cdot \Delta n \cdot E_{1,2} = d \cdot \Delta n \cdot \frac{\Delta z_{1,2}}{\beta(12,5 \Delta R_{1,2} + \Delta n_{1,2})}$$

serves for transforming the recorded values  $\Delta n$  into variations of gravity  $\Delta g$ .

The calibration factor  $d$  is mostly determined by field measurements at stations where gravity differences are known. The quantity of this factor, therefore, can be obtained with sufficient accuracy. So far the time constancy of the calibration factor also proved adequate in most cases. On the other hand considerable dispersions and time irregularities often occur, when the sensitivity of recording is to be determined. These have an unfavourable effect on the evaluation of gravimeter recordings.

As, already described in previous papers [1], [2] the measuring screw is moved by the amount of  $\Delta z_{1,2}$  in order to determine the sensitivity  $E_{1,2}$ , and in order to compensate for the deflection of the gravimeter the bridge tap is displaced by  $\Delta R_{1,2}$ , and the position of the registering potentiometer is changed by  $\Delta n_{1,2}$  steps. The subscripts 1 and 2 appear because the measuring screw is moved from the starting position  $z$  of the registration to either side, the bridge resistances being somewhat different. The factor 12,5 appearing in the calibration formula serves for transforming the resistance values  $\Delta R_{1,2}$  into steps of potentiometer shifting.

The current in the electromagnetic spring is not rigorously proportional to the shifting at the potentiometer and to the amount of  $\Delta R_{1,2}$  respectively. Within the shifting range of the potentiometer amounting to  $\pm 50 \Omega$ , the deviations from proportionality do not exceed 0,2 %. Therefore they are negligible quantity. With a displacement of  $100 \Omega$  - nearly corresponding to the value of  $R_{1,2}$  - the deviation amounts to 0.8 %. It is eliminated in the calibration formula by the factor  $\beta = 1.008$ . As the bridge resistances are not exactly adjusted to each other, somewhat differing values of  $\beta$  are obtained for  $R_{1,2}$ . This difference, however, is neglected since it only amounts to 0.06 % of the indicated quantity.

The Table shows the results of the calibrations executed from March 1962 until January 1963. The designation of columns corresponds to that of the calibration formula. Besides date and temperature the starting position  $z$  of the measuring screw is given. The time variations of  $z$  during the time of registration are caused by the rate of the gravimeter and the tides. All values of  $z$  and  $\Delta z$  listed in the Table can be transformed into milligal by multiplying them by 0,2.  $E$  is the sensitivity determined for the total shifting range  $\Delta z_1 + \Delta z_2$ . The resistances  $\Delta R_{1,2}$  have been installed after 27 August 1962. Furthermore, since 30 August 1962 an additional series resistance is used at the measuring bridge in order to obtain a better adaptation to the stabilizer of the bridge voltage. The preceding calibration of 27 August 1962 has been transformed to the new bridge in order to compare the results of calibrating. The preceding calibrations dated from 26 March to 22 August 1962, however, have been transformed.

It is striking that the average dispersion  $|\bar{E} - E|$  only amounts to 0,25 % of the calibration value in the second period from 27 August 1962 to 7 January 1963, whereas in the first period from 26 March 1962 to 27 August 1962 a value of 0,8 % was obtained.

Both registration periods differ by the amount of the shifting range  $\Delta z_1 + \Delta z_2$ . A comparison between the dispersion of the calibration value and the amount of the shifting range shows, that the differences in the calibration value are probably caused by an operational defect in the setting of the measuring screw, which, to a certain degree, is independent of the amount of shifting of the measuring screw. During the period of registration no time variation of the calibration value could be observed, although the individual calibration values have been determined with very high accuracy. In the second period of registration the temperature may have had an influence of negligible quantity.

#### BIBLIOGRAPHY.

---

[1] R.BREIN

Gezeitenregistrierung mit Hilfe der elektromagnetischen Feder und ihre Eichung.  
*Bull. d. Inf. Marées Terrestres, N° 28, 1962.*

[2] R.BREIN

Le ressort électromagnétique utilisé pour l'enregistrement des marées terrestres.  
*Comm. Obs. Roy. Belgique, Sér. Géophys. N° 58.*

---

Table

Date	Temperature	Starting point	$\Delta z_1$	$\Delta R_1$ $\Omega$	$\Delta n_1$	$\Delta z_2$	$\Delta R_2$ $\Omega$	$\Delta n_2$	$E_1$ $\cdot 10^{-6}$	$E_2$ $\cdot 10^{-6}$	E $\cdot 10^{-6}$	E-E $\cdot 10^{-6}$
26.5.		58,65	- 2	0	-446,8	+ 2	0	+440,2	4476	4543	4509	- 23
24.4.		57,75	- 2	0	-449,2	+ 2	0	+434,2	4452	4606	4529	- 43
6.6.	21,8	57,55	- 2	0	-451,6	+ 2	0	+444,8	4429	4496	4462	+ 24
2.7.	20,6	57,55	- 2	0	-443,0	+ 2	0	+442,9	4515	4516	4519	- 29
22.8.	21,0	58,45	- 2	0	-453,8	+ 2	0	+452,0	4407	4425	<u>4416</u> 4486	+ 70 38
27.8.	21,0	58,45	- 5,2	102,54	+ 8	+ 5,3	102,82	+ 21,0	3669	3647	3637	+ 18
30.8.	21,0	58,45	- 4,7	"	+ 5,6	+ 4,8	"	+ 20,0	3654	3648	3651	+ 4
11.9.	22,2	58,35	- 5	"	-73,4	+ 5	"	+ 66,1	3660	3670	3665	- 10
28.9.	24,0	58,75	- 5	"	-71,6	+ 5	"	+ 67,6	3666	3667	3667	- 12
15.10.	24,0	58,75	- 5	"	-74,9	+ 5	"	+ 68,0	3657	3666	3661	- 6
8.11.	23,4	59,15	- 5	"	-75,7	+ 5	"	+ 65,5	3654	3672	3663	- 8
7.12.	21,7	57,25	- 5	"	-80,9	+ 5	"	+ 68,6	3640	3664	3652	+ 3
7.1.	21,0	58,45	- 5	"	-77,8	+ 5	"	+ 77,8	3649	3639	<u>3644</u> 3655	+ 11 9

## SUR L'ETALONNAGE DES ENREGISTREURS DES GRAVIMETRES

par

A. P. VENEDIKOV.

Académie Bulgare des Sciences, Institut de Géophysique

Dans l'étude expérimentale des Marées terrestres l'étalonnage des gravimètres et des pendules horizontaux joue un rôle extrêmement important. Si cette opération n'est pas exécutée assez soigneusement on risque de faire presque inutilement de longues séries d'enregistrements. Néanmoins on n'a pas encore établi, bien que cela ne semble pas difficile, de règles et de normes fermes assurant la haute précision nécessaire.

Nous nous sommes arrêtés ici à l'étalonnage des enregistreurs des gravimètres du type Askania. La tâche est bien connue. En tournant le bouton cadran du gravimètre on peut causer plusieurs déplacements de la plume de l'enregistreur, comme d'après le schéma de la figure 1.

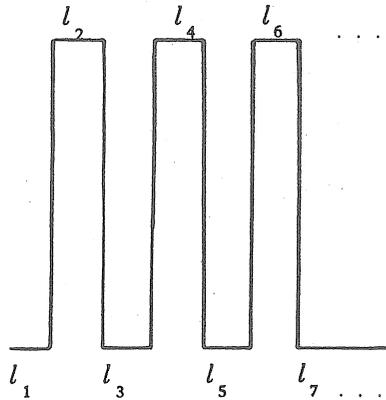


Figure 1.

Soient  $l_1, l_2, \dots, l_n$  les lectures consécutives en mm du papier enregistreur et  $g_1, g_2, \dots, g_n$  les lectures correspondantes en  $\mu\text{gal}$  de l'échelle du ressort (\*).

Nous avons théoriquement :

$$g_{i+1} - g_i = k (l_{i+1} - l_i) \quad (1)$$

Il s'agit de trouver, à partir de  $l_i$  et  $g_i$  la constante d'étalonnage  $k$ .

---

(\*) On peut étalonner cette échelle au préalable assez précisément (voir p.e. [1]).

La complication provient du traînage qui se manifeste dans les gravimètres de haute sensibilité. Entre deux lectures consécutives il faut attendre environ 40 min. pour que la plume prenne sa position définitive. Cela limite le nombre des déplacements que l'on peut effectuer et la précision de la détermination de  $k$ . D'autre part, pendant ces 40 min. à la différence des lectures se superpose un accroissement dû à la dérive et à la marée. On doit donc chercher à déterminer  $k$  par des méthodes spéciales, assez précises et assurant l'élimination de la dérive et de la marée. La méthode des combinaisons linéaires semble le plus convenable pour ce but. Avant de donner quelques combinaisons nous voulons mentionner une manière très simple comment, pendant quelques étalonnages de l'enregistreur Askania-Lange du gravimètre N° 121, nous avons réduit le traînage à 20 min.

On tourne la vis du ressort au début quelques fois de plus qu'il est nécessaire et ainsi la plume se déplace très vite de l'un des bords du papier à l'autre. Nous tournons alors la vis dans la direction contraire, très attentivement, maintenant la plume presque immobile, jusqu'à obtenir sur l'échelle du ressort une lecture correspondant à la position de la plume. Le succès dépend de l'approximation avec laquelle nous pouvons déterminer cette lecture. La manipulation est un peu difficile à cause de la nécessité d'opérer le mouvement de la vis toujours dans une même direction pour éviter le temps mort.

#### Combinaisons d'étalonnage.

Supposons que l'intervalle de temps entre les lectures consécutives est constant. Il n'est pas difficile alors de trouver une combinaison de coefficients  $c_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) tels qu'en  $\sum c_i l_i$  on peut considérer la dérive et la marée éliminées. A condition encore que

$$\sum c_i = 0 \quad \text{et} \quad c_i = (-1)^i |c_i| \quad (2)$$

on peut déterminer  $k$  comme suit :

$$k = (\sum c_i g_i) / (\sum c_i l_i) \quad (3)$$

Désignons par  $e$  l'erreur d'une lecture  $l_i$ , y inclus l'erreur du ressort, par  $e_k$  - l'erreur de  $k$  et par  $d = \sum c_i l_i / \sum |c_i|$  - la moitié d'une valeur moyenne des déplacements de la plume. Il résulte de l'équation (3) d'après la loi des erreurs de Gauss

$$r_k^2 = e_k^2 / k^2 = (\sum c_i^2 \cdot e^2) / [(\sum c_i)^2 \cdot d^2] \quad (4)$$

La combinaison la plus simple possible, qui n'élimine pourtant pas la marée et la dérive, est la suivante :

$$l_1 - l_2 + l_3 - l_4 + \dots + l_{n-1} - l_n \quad (n \text{ pair})$$

pour laquelle

(5)

$$r_k^2 = e^2 / n d^2$$

Pertsev [2] et Lecolazet [3] ont proposé des combinaisons plus spéciales. Lecolazet a employé d'abord  $Z_{1/2}^n$  qui a pour coefficients :  $c_i = (-1)^{i-1} \binom{n}{i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n+1$ ), et qui élimine

un polynôme quelconque de degré  $n - 1$ . Pour cette combinaison

$$r_k^2 = (2n-1)(2n-3) \dots 1 / 2^n n! \cdot e^2 / d^2 \quad (6)$$

Si nous augmentons  $n$  de 1,  $r_k^2$  se diminuera d'après (5) dans le rapport  $n/(n+1)$ , tandis que d'après (6) - dans le rapport  $(2n+1) / (2n+2)$ . Il s'ensuit que si l'on veut réaliser une meilleure précision et particulièrement si l'on espère augmenter la précision par le nombre des observations  $n$  il est préférable d'utiliser des combinaisons plus simples. Par la suite Lecolazet proposa  $Z_{1/2}^5 (Y_3 - Y_0/2)$  soit :

$$l_1 - 5l_2 + 10l_3 - 11l_4 + 10l_5 - 11l_6 + 11l_7 - 10l_8 + 11l_9 - 10l_{10} + 15l_{11} - l_{12}, \quad (7)$$

qui élimine un polynôme de degré 4 avec la marée. Elle est destinée à un intervalle de temps entre les lectures égal à 1<sup>h</sup> mais on peut l'employer sur un intervalle inférieur. Grâce à  $Z_{1/2}^5$  la marée sera éliminée assez bien. En y remplaçant  $(Y_3 - Y_0/2)$  nous obtenons une combinaison pour un nombre  $n$  de lectures arbitraires

$$l_1 - 5l_2 + 10l_3 - 11l_4 + 10l_5 - 11l_6 + 11l_7 - 10l_8 + 11l_9 - \dots \\ + (-1)^n (11l_{n-5} - 10l_{n-4} + 11l_{n-3} - 10l_{n-2} + 5l_{n-1} - l_n). \quad (8)$$

( $n$  - multiple de 3)

Pour cette combinaison

$$r_k^2 \approx e^2 / (n-3) d^2 \quad (9)$$

La combinaison

$$l_1 - 2l_2 + 2l_3 - 2l_4 + 2l_5 \dots - 2l_{n-1} + l_n \quad (10)$$

( $n$  impair)

est très commode

pour laquelle

$$r_k^2 \approx e^2 / (n-1) d^2 \quad (11)$$

Elle est une multiplication de  $Z_{1/2}^2$ , qui élimine une fonction linéaire, avec une combinaison d'addition. Si l'intervalle entre les lectures est inférieur à 1<sup>h</sup> l'influence de la marée sera très petite et si l'on veut il n'est pas difficile de la calculer.

On peut encore employer dans ce but les combinaisons :

$$l_1 - 3l_2 + 4l_3 - 4l_4 + 4l_5 - 4l_6 \dots + 4l_{n-3} - 4l_{n-2} + 3l_{n-1} - l_n \quad (12)$$

( $n$  pair)

$$r_k^2 \approx e^2 / (n-2) d^2$$

et

$$l_1 - 4l_2 + 7l_3 - 8l_4 + 8l_5 - 8l_6 + 8l_7 - 8l_8 \dots + 8l_{n-4} - 8l_{n-3} + 7l_{n-2} - 4l_{n-1} + l_n \quad (13)$$

(n impair)

$$r_k^2 \approx e^2 / (n-3)d^2$$

Elles sont basées sur  $Z_{1/2}^3$  et  $Z_{1/2}^4$  respectivement, qui éliminent des polynômes de degrés 2 et 3.

Non-linéarité de l'enregistrement.

Les recherches de l'Institut de Physique de la Terre [4,5] ont démontré que les galvanomètres des enregistreurs ne sont pas linéaires et que la correction correspondante peut atteindre 10 %. On peut ajouter qu'il n'est pas absolument impossible qu'une non-linéarité existe dans le dispositif photoélectrique parce qu'il est construit comme un indicateur de zéro. Cela vaut donc la peine d'étudier la non-linéarité de l'ensemble et cela devient nécessaire pour la méthode d'étalonnage dont l'idée est exposée à la fin de l'article. Ici nous proposons de le faire par une méthode très simple.

Soit  $l_0$  la lecture relative au milieu du papier enregistreur et  $g_0$  sa valeur correspondante en  $\mu\text{gal}$ . On peut considérer la relation (1) comme une première approximation et, pour corriger la non-linéarité, la remplacer par :

$$g_i - g_0 = k_1 (l_i - l_0) + k_2 (l_i - l_0)^2 \quad (14)$$

On peut déterminer  $k_1$  et  $k_2$  comme suit. Exécutons par le ressort les déplacements non d'après la figure 1 mais d'après le schéma donné dans la figure 2. Alors nous aurons :

$$l_{2i-1} \approx l_0 + (-1)^i d$$

$$l_{2i} \approx l_0$$

(i = 1, 2, ... n)

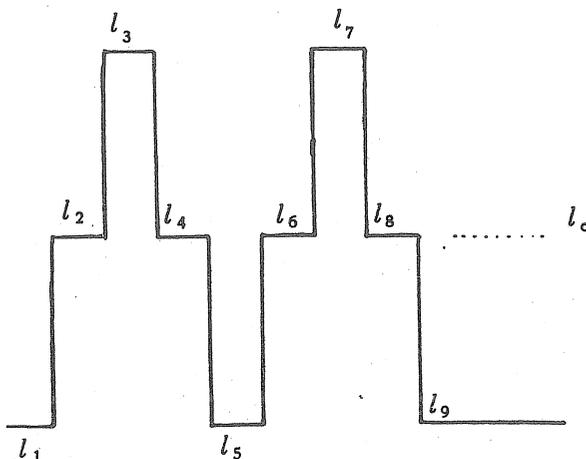


Figure 2.

Si  $c_i$  sont les coefficients de l'une des combinaisons d'étalonnage données plus haut, nous aurons l'équation :

$$\sum_{i=1}^n c_i g_{2i-1} = k_1 \sum_{i=1}^n c_i l_{2i-1} + k_2 \sum_{i=1}^n c_i (l_{2i-1} - l_0)^2 \quad (16)$$

Dans cette équation interviennent seulement les lectures avec indice impair, c'est à dire qui se trouvent près de l'un ou l'autre bord du papier. Pour les coefficients devant  $k_1$  et  $k_2$ , compte tenu des conditions (2) et (15), nous obtenons :

$$\sum_{i=1}^n c_i l_{2i-1} \approx l_0 \sum_{i=1}^n c_i + d \sum_{i=1}^n c_i (-1)^i = d \sum_{i=1}^n c_i \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^n c_i (l_{2i-1} - l_0)^2 \approx d^2 \sum_{i=1}^n c_i = 0$$

Soient maintenant  $\bar{c}_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 2n-1$ ) les coefficients d'une combinaison d'étalonnage qui satisfait à la condition

$$\sum_{i=1}^n \bar{c}_{2i-1} (-1)^i = 0 \quad (18)$$

Cette condition est réalisée par les combinaisons (10) et (13), par la dernière si  $n+1$  est multiple de 4.

Une seconde équation pour  $k_1$  et  $k_2$  sera :

$$\sum_{j=1}^{2n+1} \bar{c}_j g_j = k_1 \sum_{j=1}^{2n+1} \bar{c}_j l_j + k_2 \sum_{j=1}^{2n+1} \bar{c}_j (l_j - l_0)^2 \quad (19)$$

Pour les coefficients de cette équation, compte tenu de (2), (18) et (15), nous obtenons :

$$\sum_{j=1}^{2n+1} \bar{c}_j l_j \approx l_0 \sum_{j=1}^{2n+1} \bar{c}_j + d \sum_{i=1}^n \bar{c}_{2i-1} (-1)^i = 0 \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^{2n+1} \bar{c}_j (l_j - l_0)^2 \approx d^2 \sum_{i=1}^n \bar{c}_{2i-1} \neq 0$$

La solution du système des équations (16) et (19), qui existe et qui est très stable grâce aux conditions (17) et (20), donne les valeurs cherchées de  $k_1$  et  $k_2$ . Par  $k_2$  nous pourrions juger pour la non-linéarité de l'enregistrement et d'après la formule (14) - introduire dans chaque lecture la correction nécessaire.

Sur la précision des résultats des enregistrements gravimétriques.

L'échelle du ressort que l'on emploie pour les observations en campagne a une précision de 10 à 20  $\mu\text{gal}$ . La précision des enregistrements est beaucoup plus haute - de 2 à 3  $\mu\text{gal}$  [6], mais on effectue l'étalonnage justement par l'échelle du ressort. On constate alors une contradiction entre la précision des enregistrements et de l'étalonnage et il est important d'étudier l'influence des erreurs qui en proviennent sur les résultats de l'analyse harmonique.

Supposons que nous avons  $m$  mois d'enregistrements analysés séparément. Comme résultat de l'analyse du mois  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) nous obtenons l'amplitude  $M_i$  mm d'une onde. Nous multiplions  $M_i$  par  $(1/2)(k_{i-1} + k_i)$ , où  $k_{i-1}$  et  $k_i$  sont les résultats des étalonnages juste avant et après le mois  $i$ . (\*) Si  $R_{i_0}$  est l'amplitude théorique le résultat global sera :

$$\delta = (1/m) \sum_{i=1}^m (k_{i-1} + k_i) M_i / 2R_{i_0} \quad (21)$$

En admettant que les grandeurs dans cette formule ne changent pratiquement pas et en désignant par  $R$  l'amplitude observée en  $\mu\text{gal}$  et par  $e_r$  - l'erreur de  $R$ , nous obtenons pour l'erreur relative de  $\delta$  :

$$r_{\delta}^2 = (m-1/2) r_k^2 / m^2 + m e_r^2 / m^2 R^2 \approx (r_k^2 + e_r^2 / R^2) / m \quad (22)$$

où  $r_k$  est l'erreur relative de l'étalonnage (4).

L'erreur en  $\mu\text{gal}$  d'une lecture de l'enregistrement est :

$$e_l^2 = e_g^2 + k^2 e_m^2 \quad (23)$$

où  $e_g$  est l'erreur provenant du gravimètre et  $e_m = 0,1$  mm. Nous avons alors pour  $e_r$

$$e_r^2 = q^2 (e_g^2 + k^2 e_m^2) \quad (24)$$

où  $q < 1$  est un coefficient légèrement différent pour les différentes méthodes d'analyse mensuelle.

L'erreur en mm d'une lecture pendant l'étalonnage est :

$$e_s^2 = e_s^2 / k^2 + e_m^2 \quad (25)$$

où  $e_s$  est l'erreur de lecture à l'échelle du ressort incluant l'erreur du gravimètre  $e_g$ .

---

(\*) En fait on multiplie chaque lecture par une valeur interpolée entre  $k_{i-1}$  et  $k_i$  et on exécute les analyses avec superposition des mois. Pour l'estimation que nous cherchons cela n'a pas d'importance.

Remplaçons (24) et (25) en (22) en prenant pour  $r_k$  l'expression (5). Nous obtiendrons :

$$r_{\delta}^2 = (q^2 e_g^2 / R^2 + e_m^2 / nd^2 + q^2 e_m^2 k^2 / R^2 + e_s^2 / nd^2 k^2) / m \quad (26)$$

Il s'ensuit immédiatement, que  $r_{\delta}^2$ , considérée comme une fonction de  $k$  sera minimum pour

$$k = k_{min} = (e_s R / e_m q d n)^{1/2} \quad (27)$$

Dans le tableau 1 nous avons calculé d'après les formules (26) et (27)  $k_{min}$  pour différentes valeurs de  $n$  et  $r^2$  pour différentes valeurs de  $n$  et de  $k$  avec les données numériques suivantes :  $R = 50 \mu\text{gal}$ ,  $d = 80 \text{ mm}$ ,  $q = 0,065$ ,  $e_m = 0,1 \text{ mm}$ ,  $e_s = 10 \mu\text{gal}$  et  $e_g = 3,1 \mu\text{gal}$ .

Tableau 1

n	$k_{min}$	$r_{\delta}^2 \cdot 10^{-6}$				
		k = 3	k = 6	k = 10	k = $k_{min}$	$\mu\text{g1/mm}$
3	24	607	165	72	30	
6	19	317	92	45	26	
12	16	157	55	32	23	
18	14	117	43	28	22	
24	13	87	36	25	21	
36	12	67	30	23	20	
72	11	37	24	21	20	

On voit par ce tableau que  $k_{min}$  reste toujours considérablement supérieur à la valeur réellement existant -  $k = 3 \mu\text{gal/mm}$ . On voit encore que pour  $k = 3 \mu\text{gal/mm}$   $r_{\delta}^2$  est beaucoup plus grand que pour  $k = k_{min}$ . Plus spécialement pour  $n$  compris entre 6 et 12 - le nombre des déplacements le plus souvent pratiqué dans l'étalonnage - en changeant  $k$  de 3 à  $k_{min}$ , c'est à dire en diminuant d'environ 6 fois la sensibilité de l'enregistreur, on peut réaliser une réduction de  $r_{\delta}^2$  de l'ordre de dix fois. Comme on voit par la formule (26), nous aurons le même effet en augmentant le nombre des mois analysés  $m$  par dix. Si le nombre  $n$  est plus grand, la différence entre les valeurs de  $r_{\delta}^2$  devient plus petite.

On peut en tirer les conclusions suivantes. La sensibilité des enregistreurs des gravimètres Askania n'est pas conforme à la précision que l'on peut attendre de l'étalonnage. On doit en premier lieu utiliser complètement la capacité de l'enregistreur en effectuant des déplacements aussi grands que possible. On doit encore faire les lectures par le ressort le plus précisément possible. Il est recommandable d'augmenter considérablement le nombre des déplacements - jusqu'à  $n = 36$ . On peut éventuellement y parvenir en diminuant le traînage par la méthode d'opérer, donnée au commencement de cet article. Il nous semble encore recommandable de diminuer un peu la sensibilité de l'enregistreur. On voit par le tableau 1 que si  $n$  est compris entre 24 et 36, il suffira de prendre  $k$  entre 6 et 10  $\mu\text{gal/mm}$ .

Étalonnage par compensation électrique.

Vu les difficultés que présente l'étalonnage, des méthodes spéciales ont été développées. Lecolazet et Steinmetz ont employé un dispositif électrostatique pour le gravimètre North American. Pour le même gravimètre muni d'enregistreur électromagnétique Brein [7] propose d'étalonner l'enregistreur en transportant le gravimètre entre des points de différence gravimétrique connue. Heitz [8] propose d'élever le gravimètre à une hauteur déterminée. Cette méthode est très intéressante parce qu'ainsi on éliminera complètement le ressort. On doit pourtant connaître la dérivée verticale de l'accélération de gravité avec une très haute précision qui n'est pas très facile.

Nous projetons d'expérimenter une méthode simple par laquelle nous espérons améliorer considérablement la précision. On voit par la formule (4) que cela peut être réalisé si l'on pouvait augmenter  $d$  qui est limité en principe par la largeur du papier enregistreur.

Nous pouvons toujours laisser passer par le galvanomètre de l'enregistreur des quantités très stables de courant électrique. Supposons que chaque quantité est étalonnée en mm par l'enregistreur et est égale approximativement à une largeur du papier. Alors nous pourrons faire un tour du ressort correspondant à quelques fois la largeur du papier. Ce tour nous le compenserons par les quantités de courant et ainsi la plume restera dans les limites du papier. La constante d'étalonnage se déterminera de même d'après l'équation (1) mais dans la différence des lectures du papier on devra inclure la valeur du courant en mm. Ainsi nous pourrons augmenter les déplacements autant qu'il est nécessaire.

Il est bien clair qu'en augmentant les déplacements plus que le prévoit le constructeur il devient nécessaire d'étudier la non-linéarité. Cela peut être fait par la manière exposée plus haut et convenablement appropriée.

---

BIBLIOGRAPHIE.

---

- [1] E.NISHIMURA, T.ICHINOHE, I.NAKAGAWA  
Report on Earth Tidal Observations  
*National Committee Int. Coord. Science Council Japan p. 8, january, 1962.*
- [2] B.P.PERTSEV  
Some experience in determining the scale coefficients of the recordings in observations of tidal variations of gravity.  
*III Int. Symp. Earth Tides, Trieste, 1959, p. 203.*
- [3] R.LECOLAZET  
Rapport sur les observations de marée gravimétrique faites à Strasbourg.  
*BIM N° 21, 1960, p. 388*
- [4] N.PARIISKY  
Studies of Tidal variations of Gravity in The Central Asia by the Earth Physics Institute of the USSR Academy of Sciences  
*IV Symp. Int. Marées Terrestres 1961 p. 97.*
- [5] Дброхотов, Белинов, ЯнХуз-дзе, Сю Бин-лин.  
Приливные изменени я силы тяжести в Ланьчжоу в 1959 г.  
Изучение Земных приливов, Сб. ст. N° 2, М 1961, с 13-14.
- [6] P. J. MELCHIOR  
Comportement de deux gravimètres Askania pendant 48 mois d'enregistrement.  
*IV Symp. Int. Marées Terrestres 1961, p. 314.*
- [7] R. BREIN  
Le ressort électromagnétique utilisé pour l'enregistrement des Marées terrestres.  
*IV Symp. Int. Marées Terrestres, 1961 p. 141*
- [8] HEITZ  
Zur Eichung von Registriergravimetern,  
*Z. Vermessungswes. 1962, 87, n° 5, pp. 171-5.*

## VORSCHLAGE ZUR EINHEITLICHEN BEZEICHNUNG DER GEZEITENQUOTIENTEN

von R. TOMASCHEK und E. GROTEN

(München).

Der Begriff "Gezeitenquotienten" wird im Folgenden verwendet, um für den sogenannten Gravimeterfaktor und den Verminderungsfaktor einen zusammenfassenden gemeinsamen Ausdruck verwenden zu können.

1. In der Literatur finden sich in verschiedenster Weise die oben genannten Ausdrücke. Wie im Folgenden gezeigt wird, haben sie dabei verschiedene Bedeutung, so dass sie z. T. zu Unklarheiten führen können. Da die experimentellen Fortschritte eine immer genauere und schärfere Fassung der Ergebnisse erlauben, scheint es notwendig, auch eine entsprechende Prägnanz der Begriffsbestimmungen anzustreben. Daher soll im folgenden eine Präzisierung der Begriffe der Gezeitenquotienten vorgeschlagen werden.
2. Anlässlich des 3. Symposiums über Erdgezeiten in Triest im Jahre 1959 wurde beschlossen, die Verminderungsfaktoren bei Messungen der horizontalen Komponenten mit  $\gamma$  und die Gravimeterfaktoren, die sich aus den Messungen der Vertikalkomponenten ergeben, mit  $\delta$  zu bezeichnen. Es gilt daher für die einzelnen Beobachtungsorte

$$\gamma \text{ bzw. } \delta = \frac{\text{beobachtete Erdgezeitenamplitude}}{\text{theor. berechn. Erdgezeitenamplitude}}$$

Aus den grossen Unterschieden in den beobachteten Werten, insbesondere den Verminderungsfaktoren, die zu verschiedenen Zeiten an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche gemessen worden sind, muss geschlossen werden, dass die Werte  $\gamma$  bzw.  $\delta$  nicht ohne weiteres für das globale Verhalten der Erde infolge des Flutpotentials charakteristisch sind.

3. Es ist einerseits klar, dass in den  $\gamma$  und  $\delta$  Werten zusätzliche Wirkungen der Meeresgezeiten vorhanden sind, \* 1) die sich in anziehenden Wirkungen der Wassermassen, Potentialänderungen durch die Deformationen und Neigungsänderungen des Bodens in bekannter Weise bemerkbar machen. Die beobachteten Werte können jedoch für diese Wirkungen unter Anwendung verschiedener Methoden korrigiert werden \* 2). Mit den korrigierten Beobachtungswerten ergeben sich nun die für Meereseinfluss korrigierten Gezeitenquotienten, die wir im Anschluss an die Bezeichnungsweise von P.MELCHIOR (2)  $\gamma_0$  bzw.  $\delta_0$  nennen wollen.

---

Anm. : \* 1) zumindest in den Werten, die aus Messungen abgeleitet sind, welche sich über sehr lange Zeiträume erstrecken. Es kann also von meteorologischen oder kürzer dauernden Störeinflüssen abgesehen werden.

\* 2) siehe dazu (1) S. 825-835.

4. Die Bestimmung der Gezeitenquotienten ist besonders wertvoll, um über die globalen Eigenschaften der Erdkugel unter der Einwirkung der deformierenden Gezeitenkräfte der Gestirne Aufschluss zu bekommen. Zur Charakterisierung dieser globalen Eigenschaften verwendet man zweckmässig die LOVE'schen Konstanten, z. B.  $h$  und  $k$ , die für die halbtägigen Glieder als konstant betrachtet werden können. Die ganztägigen Glieder werden möglicherweise durch die Eigenschaften des inneren Erdkerns beeinflusst \* 3).

Wir wollen die globalen Gezeitenquotienten nun folgendermassen definieren : \* 4)

a) für die horizontalen Komponenten :

$$D = \frac{\text{Amplitude auf einer globalen radial einheitlichen elastischen Erde}}{\text{Amplitude auf einer starren Erde}}$$

b) für die vertikale Komponente :

$$G = \frac{\text{Amplitude auf einer globalen radial einheitlichen elastischen Erde}}{\text{Amplitude auf einer starren Erde}}$$

Dann folgt in bekannter Weise :

$$D = 1 + k - h$$

$$G = 1 - \frac{3k}{2} + h$$

5. Es ergibt sich nun das Problem, inwiefern die beobachteten Werte, also  $\gamma$  bzw.  $\delta$ , einen Aufschluss über  $k$  und  $h$  geben können.

Hierzu ist zu bemerken, dass im allgemeinen die Meeresgezeiteneinflüsse in genügend weit in den Kontinenten liegenden Stationen nicht sehr gross sind (6), also  $\gamma \approx \gamma_0$  bzw.  $\delta \approx \delta_0$  angenommen werden können.

Während nun die  $\delta_0$  - Werte um maximal etwa 10 % in den verschiedenen Stationen differieren, weichen die  $\gamma_0$  - Werte, namentlich für Stationen in Bruch - und Verwerfungszonen, relativ stark voneinander ab. Es weichen daher die beiden oben definierten globalen Quotienten  $G$  und besonders  $D$  unter Umständen sehr wesentlich von den experimentell beobachteten und eventuell auch korrigierten Werten  $\gamma_0$  bzw.  $\gamma$  und  $\delta_0$  bzw.  $\delta$  ab, die daher als regionale Quotienten bezeichnet werden sollen, da sie offenbar das regionale Verhalten der Erdoberfläche darstellen.

---

Anm. : \* 3) siehe dazu (3), (4), und (5).

\* 4) unter "radial einheitl. elastisch" soll ein Erdmodell verstanden werden, das aus ineinanderliegenden Kugelschalen jeweils konstanten elast. Verhaltens besteht.

Es wird eine wesentliche Aufgabe der weiteren Forschung sein, die Ausdehnung dieser Regionen festzustellen, wozu der erste Schritt in der bevorstehenden Veröffentlichung der bisher vorliegenden Messungen durch das Internationale Erdgezeitenzentrum in Brüssel getan wird, dem aber ein weiterer Schritt durch die örtliche Verdichtung der Stationen folgen muss. Es sei hierbei auf die Möglichkeit sehr dicht liegender Beobachtungsorte durch die von A.GRAF (7) ausgearbeitete Methode hingewiesen. Er hat gezeigt, dass es möglich ist, die horizontalen Komponenten mit Hilfe einfacher Pendel nachzuweisen, die in relativ enge Bohrlöcher, welche sich mit erschwinlichen Kosten herstellen lassen, eingeschlossen werden können. Das würde eine verhältnismässig leicht durchführbare Art darstellen, die Messungen in der gewünschten Weise durchzuführen.

Obwohl bei der relativ geringen Streuung Beobachtungswerte von  $\delta$  und der grossen Anzahl der gemessenen Stationen auf der Erdoberfläche eine statistische Mittelbildung von  $\delta$  zu einem brauchbaren Wert von  $G$  führen könnte, ist die notwendige Bestimmung von  $D$  nur durch Bezugnahme auf einen globalen Beobachtungswert möglich. Hierzu bietet sich der aus astronomischen Werten durch Beobachtungen der Chandler-Periode sich ergebende Wert von  $k$  an, der nach heutigen Kenntnissen mit  $k = 0.28$  anzunehmen ist. Nimmt man den statistischen Mittelwert  $\delta_0$  der  $\delta_0$  Beobachtungen zu  $G \approx \delta_0 = 1,20$  an, so wird  $D = 0.66$ .

Es bleibt dann das Problem, aus den regionalen Abweichungen deren Ursachen und Zusammenhänge mit dem Wechselspiel der globalen Deformation herauszufinden. Das ist naturgemäss in definitiver Form erst nach Vorliegen eines genügend vollständigen Beobachtungsmaterials möglich. Die Methode der Residualellipsen dürfte hierbei für die Gewinnung übersichtlicher Ergebnisse von Vorteil sein.

---

L I T E R A T U R

---

- [1] TOMASCHEK, R.  
Tides of the Solid Earth,  
*Flügges Handbuch der Physik, Band XLVIII, Springer-Verlag  
Berlin-Göttingen-Heidelberg 1957.*
- [2] MELCHIOR, P.  
Discussion du Procédé de Corkan pour la séparation des effets directs et indirects dans les  
marées terrestres.  
*Comm. Obs. Royal Belgique N° 115, Série Géophys. N° 40, Brüssel 1957.*
- [3] JEFFREYS, H. und VICENTE, O.  
Monthl. Not.  
*Royal Astr. Soc., vol. 117, N° 2.*
- [4] MOLODENSKY, M.S.  
Comm. Obs. Royal Belgique, N° 188,  
*Série Géophys. N° 58, p. 25.*
- [5] PEKERIS, C.L., JAROSCH, H. und ALTERMANN, Z.  
Symp. on Earth Tides,  
*Int. Ass. Géod., Triest 1959.*
- [6] GROTEN, E.  
Berechnung der Lotabweichungen infolge der Meereszeitenattraktion für die Erdzeitensta-  
tionen Freiberg,  
*Brezové Hory und Sclaigneaux, (im Druck).*
- [7] GRAF, A.  
Private Mitteilung.
-