

MAREES TERRESTRES

---

BULLETIN d'INFORMATIONS

---

N° 32

20 mai 1963

*Association Internationale de Géodésie*  
*Commission Permanente des Marées Terrestres*

Éditeur : Dr. Paul M E L C H I O R  
Observatoire Royal de Belgique  
3, Avenue Circulaire  
Bruxelles, 18.

CONTRIBUTION DES ONDES A LONGUE PERIODE DANS LES RESULTATS DE  
L'ANALYSE HARMONIQUE D'UNE SERIE D'UN MOIS D'OBSERVATIONS  
DE MAREES TERRESTRES

par

*V. G. Balenko*

(Troudi Poltavskoi Gravimetricheskoi Observatorii, X, pp. 44-50 - 1961).

ВКЛАД ДЛИННОПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЛН В РЕЗУЛЬТАТЫ ГАРМОНИЧЕСКОГО  
АНАЛИЗА МЕСЯЧНОЙ СЕРИИ НАБЛЮДЕНИЙ ЗЕМНЫХ ПРИЛИВОВ

В.Г. Баленко

(Труды полтавской гравиметрической обсерватории Том X 44-50 - 1961)

Les méthodes les plus répandues pour l'analyse harmonique d'une série d'un mois d'enregistrement de marées ne déterminent pas les constantes harmoniques des ondes à longue période à cause de la courte durée du matériel employé. C'est pourquoi les auteurs de ces méthodes ont tenté d'éliminer toutes les ondes à longue période dans les premières étapes des schémas d'analyse qu'ils ont proposés. Naturellement, l'élimination totale des ondes à longue période dans les méthodes d'analyse harmonique de séries mensuelles d'observations de variations de la force de pesanteur ou des inclinaisons ne peut être réalisée et les différences des ondes à longue période entrent en  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées en tant qu'erreur systématique.

Dans le travail que nous proposons, le but est de rechercher cette partie de l'erreur systématique en  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées qui provient de l'élimination incomplète des ondes à longue période dans les méthodes d'analyse harmonique de Doodson, Lecolazet, Pertsev et Matveev.

Pour la solution de ce problème, nous avons trouvé dans la première étape les facteurs d'amplitudes des combinaisons journalières [1] pour les ondes diurnes et semi-diurnes des méthodes de Doodson, Lecolazet et Pertsev. Dans la méthode de Pertsev par analogie aux deux premières méthodes, nous avons appelé la combinaison journalière "combinaison multipliée" ; elle comprend trois combinaisons : la combinaison pour l'élimination de la dérive, la combinaison de sommation de trois ordonnées et la combinaison du type  $m_{1,2,3,4}$  [2]. Nous avons tracé les courbes de sélectivité d'après les facteurs d'amplitudes trouvés.

La figure 1 donne les courbes de sélectivité des combinaisons journalières de la méthode de Pertsev, correspondant aux combinaisons du type  $m_1, m_2, m_3, m_4$ . La figure 2 donne les courbes de sélectivité des combinaisons journalières pour les ondes diurnes des méthodes de Doodson, Lecolazet, et de la combinaison journalière de Pertsev  $m_2$ , qui présente la courbe de sélectivité la plus brusque en comparaison avec les combinaisons  $m_{1,2,3}$ . La figure 3 donne les courbes de sélectivité des combinaisons journalières pour les ondes semi-diurnes des méthodes de Doodson et Lecolazet.

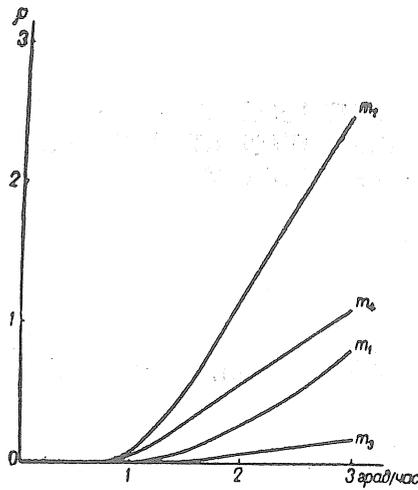


Fig. 1. Courbes de sélectivité des combinaisons journalières de B.P. Pertsev  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $m_4$ .

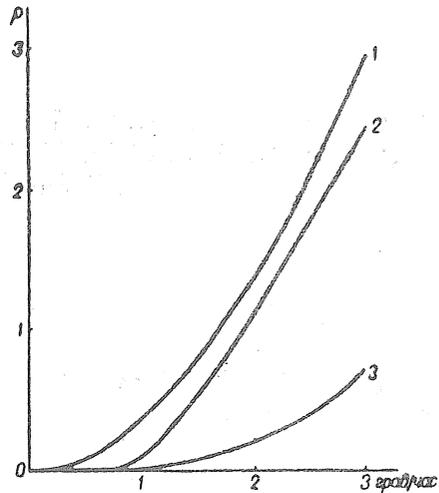


Fig. 2. Courbes de sélectivité des combinaisons journalières pour les ondes diurnes. 1. Doodson, 2. Pertsev  $m_2$ , 3. Lecolazet.

De la comparaison des courbes de sélectivité sur les figures 1, 2 et 3, on peut tirer les conclusions suivantes :

1. La plus petite contribution dans les valeurs journalières à partir des ondes à longue période est donnée par la méthode de Lecolazet et la plus grande par la méthode de Doodson.
2. La contribution des ondes à longue période dans les valeurs journalières pour les combinaisons amplifiant les ondes diurnes est assez bien plus grande que la contribution correspondante pour les combinaisons amplifiant les ondes semi-diurnes.

Dans la seconde étape de nos recherches nous avons tracé 20 courbes de sélectivité pour les combinaisons mensuelles [1] de la méthode de Lecolazet et 9 courbes de sélectivité des combinaisons mensuelles pour la méthode de Doodson.

Pour la méthode de Pertsev les combinaisons mensuelles, comme nous le savons, sont les mêmes que pour la méthode de Doodson. A titre d'exemple, nous produisons deux courbes typiques de sélectivité. Sur la fig. 4 la courbe de sélectivité de la combinaison mensuelle de Lecolazet ( $K_1$ ) et sur la fig. 5 la courbe de sélectivité de la combinaison mensuelle de Doodson  $d_2$ \*

A partir de ces courbes et prenant en considération que dans les valeurs journalières de la méthode de Doodson s'introduisent des ondes de marées avec une fréquence amplifiée 24 fois et dans la méthode de Lecolazet 21 fois [1], on a trouvé les facteurs d'amplitudes des ondes de marées à longue période les plus fortes.

\* Les fig. 4 et 5 donnent les courbes de sélectivité pour les vitesses angulaires de 0 à 180°. Les courbes de sélectivité pour les vitesses angulaires de 180° à 360° sont les courbes images des courbes de sélectivité pour les vitesses de 0 à 180°.

Table 1

Valeurs  $24 \sigma$  et  $21 \sigma$

Ondes	$24 \sigma$	$21 \sigma$
Sa	0,98560	0,86240
Ssa	1,97130	1,72488
163 655	11,31651	9,90194
Mm	13,06499	11,43187
Msf	24,38150	21,33381
Mf	26,35279	23,05870
085 455	39,41779	34,49056

Les valeurs  $24 \sigma$  et  $21 \sigma$ , où  $\sigma$  est la vitesse angulaire, pour sept ondes à longue période sont données à la table 1.

La comparaison des nombres de la table 1 avec les courbes de sélectivité des 20 combinaisons mensuelles de la méthode de Lecolazet montre que dans aucun des 20 cas les vitesses angulaires de la table 1 ne coïncident avec les deux maxima principaux des courbes de sélectivité des combinaisons mensuelles de Lecolazet.

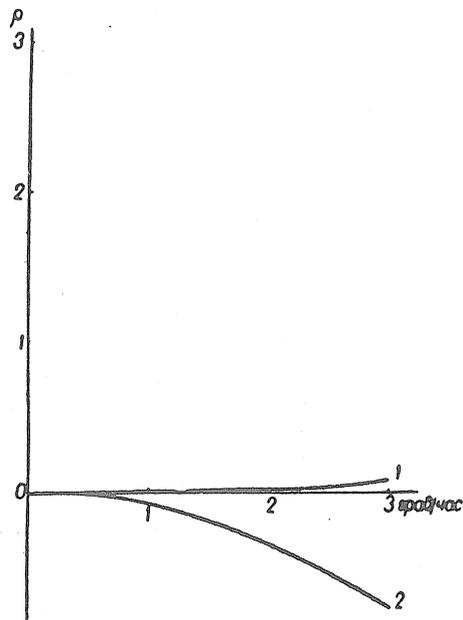


Fig. 3 Courbes de sélectivité des combinaisons journalières pour les ondes semi-diurnes  
1 - Lecolazet ; 2 - Doodson.

Les facteurs d'amplitude ni de l'une des ondes à longue période ni pour l'une des combinaisons journalières ne dépassent pas quatre unités pour la valeur du maximum principal aux environs de 20 unités.

A l'inverse de la méthode Lecolazet, la comparaison des nombres de la table 1 avec les courbes de sélectivité des combinaisons mensuelles de la méthode de Doodson montre dans la série des cas la concordance des vitesses angulaires de la table 1 avec un des deux maxima principaux des courbes de sélectivité des combinaisons mensuelles.

Dans la combinaison  $d_1$  au maximum principal correspond le groupe des ondes 05(Ssa) ;  
Dans la combinaison  $d_2$  au maximum principal correspond le groupe des ondes 07(Mf) ;  
Dans la combinaison  $d_3$  au maximum principal correspond le groupe des ondes 08 ;  
Dans la combinaison  $d_a$  au maximum principal correspond le groupe des ondes 06(Mm) ;  
Dans la combinaison  $d_b$  au maximum principal correspond le groupe des ondes 07(Mf) ;  
Dans la combinaison  $d_c$  au maximum principal correspond le groupe des ondes 08.

Ceci provient de ce que le produit  $24(\sigma_n + \sigma_n')$ , où  $\sigma_n$  est la vitesse angulaire d'une des ondes à longue période et  $\sigma_n'$  est la vitesse angulaire de n'importe quelle onde diurne ou semi-diurne, est voisin de la grandeur de  $360$  ou  $720^\circ$ . Evidemment, au point de vue de l'élimination des ondes à longue période dans les schémas d'analyse harmonique des marées terrestres, destinées à la réduction d'une série journalière de 29 observations, le décalage de l'heure centrale des combinaisons journalières de 24 heures n'offre pas d'avantage.

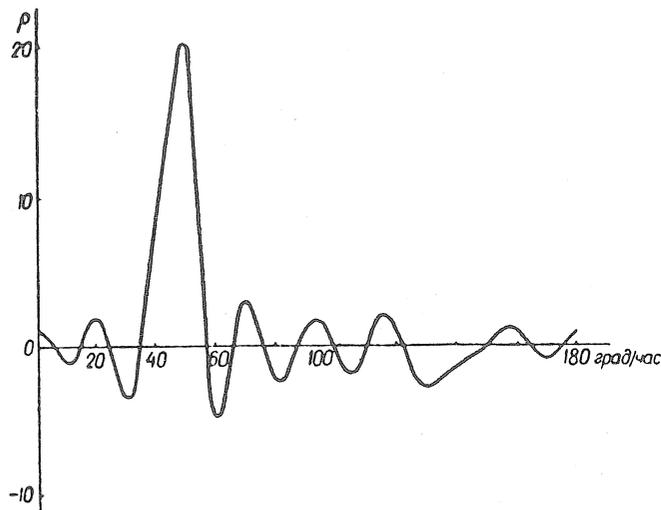


Fig. 4 - Courbe de sélectivité de la combinaison mensuelle de Lecolazet  $K_1$ .

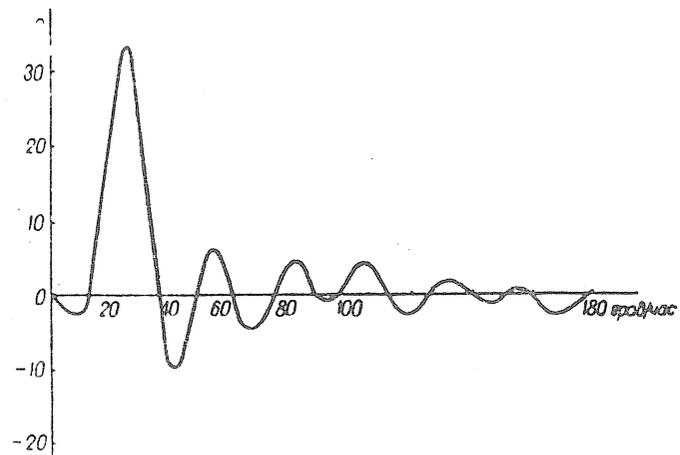


Fig. 5 - Courbe de sélectivité de la combinaison mensuelle de Doodson  $d_2$ .

Cette conclusion est valable également pour la méthode de Pertsev dans laquelle l'heure centrale de la combinaison journalière se déplace de 24 heures, et les combinaisons mensuelles sont les mêmes que dans la méthode de Doodson. Cependant l'erreur systématique des valeurs  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées dépend de la contribution des ondes à longue période. Dans la méthode de Pertsev elle sera assez bien plus petite que dans la méthode de Doodson puisque toutes les courbes de sélectivité des combinaisons journalières de Pertsev se répartissent en dessous des courbes de sélectivité des combinaisons journalières de Doodson (cf. figure 2). De la table 1, pour la méthode de Pertsev, on peut tirer cette deuxième conclusion que les constantes harmoniques des ondes relevées dans la combinaison  $n_2$  renfermeront la plus grande erreur systématique provenant de l'apport des ondes à longue période. Cette combinaison journalière se combine très mal avec les combinaisons mensuelles pour l'onde  $O_1$  (table 3 du travail de B.P. Pertsev [2]). Pour l'onde  $O_1$  les nombres  $X_{2,2}$  et  $X_{2,b}$  entrent dans les valeurs corrigées  $\sum_n R_n \cos \delta_n$  et  $\sum_n R_n \sin \delta_n$  avec des coefficients proches de l'unité, tandis que les courbes de sélectivité des combinaisons  $d_2$  et  $d_b$  recouvrent par leur maximum principal les vitesses angulaires du groupe des ondes à longue période 07(Mf) où figurent les ondes à longue période dont les amplitudes sont les plus grandes.

Cette conclusion prend toute sa valeur pour la méthode de Doodson, dans laquelle l'onde  $O_1$  entre avec le plus grand poids dans les nombres  $C_{1,2}$  et  $D_{1,2}$ , constituant les combinaisons linéaires des nombres  $X_{1,2}$ ;  $Y_{1,2}$  et  $X_{1,b}$ ;  $Y_{1,b}$ .

La même chose se produit pour l'onde  $OO_1$ . Dans la méthode d'analyse harmonique d'une série mensuelle d'observations de marées, proposée par P.S. Matveev, qui respecte rigoureusement le principe des moindres carrés et élimine la partie linéaire de la dérive, la contribution des ondes à longue période dans les ordonnées de départ sur une durée de 24 heures pour chacune des ondes déterminées [3] peut être considérée comme partie intégrante de la dérive. Sa partie linéaire s'élimine dans le processus d'analyse harmonique mais les écarts par rapport à la linéarité entreront dans l'erreur systématique des constantes harmoniques des ondes déterminées avec des signes différents. Il est évident que la marée bimensuelle donne dans ce cas la plus grande erreur, la marée mensuelle a une influence beaucoup plus petite mais les marées semi annuelle et annuelle sont complètement négligeables. Puisque la méthode de Matvéev épouse rigoureusement le principe des moindres carrés, alors l'erreur systématique en  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées, issue de la contribution des ondes à longue période, n'excède pas dans la méthode de Matvéev l'erreur correspondante de la méthode de Doodson.

Nous avons vérifié les conclusions énoncées sur le modèle de la partie des ondes longues des variations de la force de pesanteur. Par l'analyse harmonique de ce modèle on a trouvé les limites supérieures de la valeur numérique de la partie étudiée de l'erreur systématique dans les valeurs  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées.

Avec la collaboration de S.N. Zachartchenko de l'observatoire de Poltava nous avons calculé sur l'ordinateur électronique Oural du Centre de calcul de Kiev de l'Académie des Sciences de l'URSS deux séries mensuelles d'ordonnées horaires de la partie à longue période des variations de la force de pesanteur avec une erreur de chaque ordonnée ne dépassant pas  $+ 5 \cdot 10^{-6}$  mgal. La contribution de sept ondes passe dans chacune des ordonnées. Les phases initiales de toutes les ondes sont prises égales à zéro au début de la première série mensuelle pour la facilité de la programmation. Les amplitudes des ondes sont calculées d'après les formules de Lecolazet [4]. Les désignations des ondes employées, leurs vitesses angulaires et leurs amplitudes sont données à la table 2.

Table 2  
Vitesses angulaires et amplitudes

Ondes	Argument	Vitesse angulaire (degré/heure)	Coefficient numérique	Amplitude (mgal)
<i>Sa</i> . . . . .	056554	0,0410686	1176	0,00036
<i>Ssa</i> . . . . .	057555	0,0821373	7287	,00225
<i>MSm</i> . . . . .	063655	0,4715211	1578	,00048
<i>Mm</i> . . . . .	065455	0,5443747	8254	,00254
<i>MSf</i> . . . . .	073555	1,0158958	1370	,00042
<i>Mf</i> . . . . .	075555	1,0980331	15642	,00482
<i>Mtm</i> . . . . .	085455	1,6424078	2995	,00092

Table 3

Méthodes Ondes	Lecolzet		Doodson		Pertsev		Matveev	
	I	II	I	II	I	II	I	II
Erreurs systématiques dans $R \cos \delta$ en unités $1.10^{-5}$ mgal								
<i>K<sub>1</sub></i> . . . . .	-0,05	+0,07	-0,02	+0,2	+0,09	+0,03	+0,41	-0,08
<i>O<sub>1</sub></i> . . . . .	-,11	+,02	-4,04	+0,55	+,90	-,01	-,12	-,07
<i>Q<sub>1</sub></i> . . . . .	-,02	-,02	+0,22	-2,4			-,17	-,09
<i>M<sub>1</sub></i> . . . . .	-,02	-,05	+1,05	+0,4				
<i>J<sub>1</sub></i> . . . . .	-,15	+,34	+0,80	+0,7				
<i>OO<sub>1</sub></i> . . . . .			-5,75	+1,1				
<i>M<sub>2</sub></i> . . . . .	-,02	+,03	+0,75	-0,1	+,09	,00	-,02	-,04
<i>S<sub>2</sub></i> . . . . .	,00	,00	+0,19	0,0	,00	,00	+,10	-,02
<i>N<sub>2</sub></i> . . . . .	,00	,00	-0,01	+0,5	+,02	,00	+,02	,00
<i>L<sub>2</sub></i> . . . . .	,00	,00	-0,36	0,0				
<i>2N<sub>2</sub></i> . . . . .	,00	-,02						
<i>H<sub>2</sub></i> . . . . .			-0,08	+0,10				
<i>2SM<sub>2</sub></i> . . . . .			+0,94	-0,2				
Erreurs systématiques dans $R \sin \delta$ en unités $1.10^{-5}$ mgal								
<i>K<sub>1</sub></i> . . . . .	-0,03	-0,02	-0,39	-0,6	+0,04	+0,08	+0,08	-0,03
<i>O<sub>1</sub></i> . . . . .	+,03	+,05	-5,26	-6,2	+,31	+,84	-,04	-,02
<i>Q<sub>1</sub></i> . . . . .	-,03	-,03	+2,16	+1,4			-,02	-,01
<i>M<sub>1</sub></i> . . . . .	-,01	-,01	+0,72	+1,0				
<i>J<sub>1</sub></i> . . . . .	-,44	-,34	+0,01	0,0				
<i>OO<sub>1</sub></i> . . . . .			+7,07	+8,2				
<i>M<sub>2</sub></i> . . . . .	,00	,00	+0,84	+0,9	-,34	-,87	-,02	
<i>S<sub>2</sub></i> . . . . .	,00	,00	0,00	0,0	-,06	-,14	,00	-0,01
<i>N<sub>2</sub></i> . . . . .	-,04	-,01	-0,22	0,0	+,26	-,04	-,02	,00
<i>L<sub>2</sub></i> . . . . .	-,01	+,02	-0,19	-0,3				-,02
<i>2N<sub>2</sub></i> . . . . .	+,01	,00						
<i>H<sub>2</sub></i> . . . . .			-0,22	-0,3				
<i>2SM<sub>2</sub></i> . . . . .			-1,14	-1,4				

Nous avons réduit deux séries mensuelles par les méthodes d'analyse harmonique de Doodson, Lecolazet, Pertsev et Matveev. Les valeurs obtenues pour  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées données dans la table 3 constituent en réalité les erreurs systématiques en  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  de ces ondes et qui proviennent de la contribution des ondes à longue période.

Comme on le voit à la table 3, les résultats de l'analyse harmonique par différentes méthodes de deux séries mensuelles de variations de la force de pesanteur (partie à longue période) calculées par nous, confirment entièrement nos conclusions précédentes.

### CONCLUSIONS

1. Les méthodes Lecolazet et Matvéev donnent la plus petite erreur systématique en  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées provoquée par l'élimination incomplète des composantes à longue période dans les ordonnées de départ.
2. La méthode de Doodson donne la plus grande erreur correspondante.
3. On peut prendre comme limite supérieure de l'erreur systématique examinée :

	Ondes diurnes	Ondes semi-diurnes
Dans la méthode Lecolazet	$5 \cdot 10^{-6}$ mgal	$0,5 \cdot 10^{-6}$ mgal
Dans la méthode Doodson	$80 \cdot 10^{-6}$ mgal	$15 \cdot 10^{-6}$ mgal
Dans la méthode Pertsev	$10 \cdot 10^{-6}$ mgal	$10 \cdot 10^{-6}$ mgal
Dans la méthode Matvéev	$5 \cdot 10^{-6}$ mgal	$1 \cdot 10^{-6}$ mgal

4. Dans les méthodes de Lecolazet, Doodson et Matvéev la partie de l'erreur systématique examinée est plus petite pour les ondes semi-diurnes que pour les ondes diurnes. Dans la méthode de Pertsev elle est identique.
5. Les ondes à longue période donnent leur plus grande contribution dans  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes  $O_1$  et  $OO_1$ .

BIBLIOGRAPHIE.

---

1. V.G. BALENKO : Méthodes d'analyse harmonique de Doodson et Lecolazet  
*Travaux de l'Obs. grav. de Poltava T. IX Izd. vo. AN URSS, 1960.*  
Traduction BIM 30 p. 705.
  2. B.P. PERTSEV : Analyse harmonique des marées élastiques.  
*Izvestia AN. URSS sér. géophys. N° 8, 1958.*
  3. P.S. MATVEEV : Analyse harmonique d'une série mensuelle d'observations de marées.  
*Trav. de l'Obs. grav. T: IX Izd vo AN URSS 1960.*
  4. R. LECOLAZET : La méthode utilisée à Strasbourg pour l'analyse harmonique de la marée gravimétrique.  
*Marées terrestres, Bulletin d'informations, N° 10, 1958.*
-

SUR LA METHODE D'ANALYSE HARMONIQUE DES  
MAREES TERRESTRES DE DOODSON - LENNON

par

*V. G. Balenko*

(Trudi Poltavskoi Gravimetriceskoi Observatorii, X, pp. 51-56 - 1961).

О МЕТОДЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА  
ЗЕМНЫХ ПРИЛИВОВ ДУДСОНА - ЛЕННОНА

В. Г. Галенко

(Труды полтавской гравиметрической обсерватории Том X 51-56 - 1961).

La méthode de Doodson, décrite par cet auteur dans la publication [2] comporte l'élimination automatique d'une dérive linéaire. L'expérience montre cependant que dans une série de cas l'élimination de cette seule partie linéaire de la dérive semble insuffisante. En 1958, au second colloque du CSAGI Doodson et Lennon ont proposé les combinaisons journalières  $\epsilon$  et  $\eta$ , éliminant la dérive jusqu'aux termes du second ordre inclus. Leur article [1] rapporte que ces combinaisons ont été employées pour la réduction d'observations de Winsford ; cependant les coefficients indispensables pour l'analyse harmonique n'ont pas été publiés dans la littérature qui nous est accessible. Quant aux coefficients d'analyse harmonique du travail de Doodson [2] il ne peuvent être employés pour les combinaisons  $\epsilon$  et  $\eta$  avec la précision correspondante.

Du fait que les combinaisons journalières  $\epsilon$  et  $\eta$  ont des avantages substantiels comparativement aux combinaisons précédemment employées et également en ce qui concerne la précision des coefficients des ondes perturbatrices dans les valeurs non corrigées  $\sum \alpha_n R_n \cos \delta_n$  et  $\sum \alpha_n R_n \sin \delta_n$  des six ondes les plus importantes que l'on détermine, nous avons calculé toutes les valeurs nécessaires pour l'analyse harmonique d'une série mensuelle d'observations de marées avec l'application des combinaisons proposées  $\epsilon$  et  $\eta$ . A la première étape nous avons trouvé les facteurs d'amplitude  $\alpha_n$  avec lesquels 29 ondes de marées interviennent dans les valeurs mensuelles  $\sum \alpha_n R_n \cos \delta_n$  et  $\sum \alpha_n R_n \sin \delta_n$ . Ensuite pour le calcul des facteurs des valeurs correspondant à la table IV du travail de Doodson [2], on a formé et résolu 24 systèmes d'équations, chacune des six équations comportant six inconnues comme l'a décrit V.G. Balenko en [3].

Les valeurs de ces facteurs sont données à la table 1. Les équations sont écrites de telle façon que les valeurs des contributions des cinq ondes perturbatrices les plus importantes ont été calculées de manière plus précise que pour les facteurs correspondants de Doodson. Pour illustrer ce fait on a donné dans la table 2 les valeurs des facteurs d'amplitude des valeurs mensuelles des cinq ondes diurnes les plus importantes, pour chacune des cinq ondes déterminées en correspondance des combinaisons  $\epsilon, \eta$  et X, Y.

Pour calculer les corrections des coefficients analogues aux coefficients de la table IX [2], nous avons trouvé les facteurs relatifs d'amplitude pour les 29 ondes. Parmi elles, nous avons choisi les ondes pour lesquelles la contribution dans l'onde déterminée excède 0,1 %. Les valeurs des facteurs de correction sont données dans la table 3.

Table 1

Facteurs pour R cos  $\delta$ .

	$K_1$	$M_1$	$O_1$	$Q_1$	$J_1$	$OO_1$
$C_{10}$ . . . . .	+22144	+ 1652	- 917	+ 731	- 1776	+ 1536
$C_{11}$ . . . . .	- 444	+12858	- 293	+ 192	- 1619	+ 398
$C_{12}$ . . . . .	- 95	+ 835	+12350	- 1136	- 160	- 3080
$C_{13}$ . . . . .	+ 272	- 630	+ 2133	+12761	- 545	+ 552
$D_{1a}$ . . . . .	+ 1625	- 1800	+ 558	- 1313	+12751	- 2804
$D_{1b}$ . . . . .	- 765	+ 451	- 1915	+ 261	+ 2527	+13380

Facteurs pour R sin  $\delta$

	$K_1$	$M_1$	$O_1$	$Q_1$	$J_1$	$OO_1$
$D_{10}$ . . . . .	+28757	+ 2249	- 1267	+ 1326	- 2210	+ 1803
$D_{11}$ . . . . .	- 82	+12679	- 83	+ 31	+ 2306	- 443
$D_{12}$ . . . . .	+ 359	+ 991	+12143	- 1045	+ 708	+ 1679
$D_{13}$ . . . . .	+ 235	- 542	+ 2098	+13022	- 494	- 416
$C_{1a}$ . . . . .	+ 1655	- 912	- 566	+ 1679	-12782	- 2653
$C_{1b}$ . . . . .	+ 861	- 675	- 210	- 639	- 2631	-13051

Facteurs pour R cos  $\delta$

	$S_0$	$L_0$	$M_0$	$N_0$	$\mu_0$	$2SM_0$
$C_{00}$ . . . . .	+10160	0	0	0	0	0
$C_{01}$ . . . . .	- 491	+5172	+ 256	- 141	+ 300	- 119
$C_{02}$ . . . . .	+ 90	- 23	+4909	0	+ 58	- 218
$C_{03}$ . . . . .	+ 46	- 113	+ 504	+5171	- 226	+ 54
$D_{04}$ . . . . .	+ 136	- 342	+ 320	- 354	+5276	+ 84
$D_{0b}$ . . . . .	+ 87	0	+ 30	- 97	+ 31	+4811

Facteurs pour R sin  $\delta$

	$S_0$	$L_0$	$M_0$	$N_0$	$\mu_0$	$2SM_0$
$D_{00}$ . . . . .	+10160	0	0	0	0	0
$D_{01}$ . . . . .	- 474	+5164	+ 266	- 134	+ 302	- 112
$D_{02}$ . . . . .	+ 89	- 23	+4914	- 1	+ 58	+ 38
$D_{03}$ . . . . .	+ 22	- 97	+ 499	+5181	- 243	+ 32
$D_{04}$ . . . . .	+ 123	- 333	+ 314	- 323	+5298	+ 66
$C_{0b}$ . . . . .	+ 94	0	+ 222	+ 97	- 31	-4807

Puisque les contributions des ondes  $K_2$  et  $T_2$  dans l'onde  $S_2$ , de l'onde  $P_1$  dans l'onde  $K_1$ , de l'onde  $\nu_2$  dans l'onde  $N_2$  pour les combinaisons  $\epsilon$ ,  $\eta$  et  $X$ ,  $Y$  sont voisines entre elles on peut dans l'analyse harmonique utilisant les combinaisons journalières  $\epsilon$  et  $\eta$ , appliquer en première approximation, la table V du travail de Doodson [2]. Cependant, cette table a également besoin d'une itération pour donner une plus grande précision. Pour programmer la méthode de Doodson sur ordinateur électronique il est plus simple de se servir uniquement de la table 3. Pour calculer la correction sur les ondes perturbatrices nous trouvons dans la première approximation les sommes :

$$\Sigma \alpha \beta_1 R_1 \cos \delta_1 \text{ et } \Sigma \alpha \beta_1 R_1 \sin \delta_1 .$$

où  $\alpha = 0,72$  pour les observations clinométriques et  $\alpha = 1,20$  pour les variations de la force de pesanteur,  $\beta_1$  sont les coefficients de la table 3,  $R_1$ ,  $\delta_1$  sont les valeurs théoriques de l'amplitude moyenne et les phases des ondes perturbatrices.

Table 2

Facteurs d'amplitude  $\alpha_n$  des ondes contenues en  $\Sigma \alpha_n R_n \cos \delta_n$   
correspondant aux combinaisons  $\epsilon$ ,  $\eta$

	$K_1$	$M_1$	$O_1$	$Q_1$	$J_1$	$OO_1$
$K_1$ . . . . .	+999966	+ 15	- 9	+ 4	+ 20	+ 17
$M_1$ . . . . .	- 112	+999992	+ 22	+ 20	+ 4	- 25
$O_1$ . . . . .	- 34	+ 38	+999989	- 37	+ 7	+ 3
$Q_1$ . . . . .	+ 75	+ 24	- 23	+1000042	- 10	- 10
$J_1$ . . . . .	+ 34	+ 31	- 28	+ 5	+1000015	- 26
$OO_1$ . . . . .	- 89	+ 7	+ 21	- 7	+ 9	+999979

Facteurs d'amplitude  $\alpha_n$  des ondes contenues en  $\Sigma \alpha_n R_n \cos \delta_n$   
correspondant aux combinaisons  $X$ ,  $Y$ .

	$K_1$	$M_1$	$O_1$	$Q_1$	$J_1$	$OO_1$
$K_1$ . . . . .	+999974	- 759	+ 544	- 264	+ 825	- 507
$M_1$ . . . . .	+ 908	+999542	- 750	+ 207	- 445	- 161
$O_1$ . . . . .	- 346	- 509	+999508	- 726	+ 11	+ 317
$Q_1$ . . . . .	- 345	- 442	- 944	+999679	- 641	+ 331
$J_1$ . . . . .	+ 425	+ 612	- 736	+ 575	+1000512	+ 110
$OO_1$ . . . . .	- 941	+ 254	+ 287	- 499	+ 470	+999566

Table 3

Coefficients de correction pour R cos  $\delta$

	$K_1$	$M_1$	$O_1$	$Q_1$	$J_1$
$M_0$ . . . . .					-0,0001
$N_0$ . . . . .				+0,0030	
$S_1$ . . . . .	+0,9984	+0,0745			- ,0801
$P_1$ . . . . .	+ ,9778	+ ,1590	-0,0839	+0,0662	- ,1465
$\pi_1$ . . . . .	+ ,9387	+ ,2517	- ,1254	+0,0979	- ,1979
$\rho_1$ . . . . .	+ ,0393	- ,0619	+ ,1303	+1,0155	- ,0339
$\sigma_1$ . . . . .		+ ,0374			+ ,0064
$2Q_1$ . . . . .		+ ,0112		-0,1067	- ,0156
$\psi_1$ . . . . .	+ ,9827	- ,0628		-0,0308	+ ,0918
$\varphi_1$ . . . . .	+ ,9472	- ,1129	+ ,0711	-0,0580	+ ,1928
$\tau_1$ . . . . .		+ ,1685	+ ,9803	-0,1610	+ ,0593

Coefficients de correction pour R sin  $\delta$

	$K_1$	$M_1$	$O_1$	$Q_1$	$J_1$
$M_0$ . . . . .		+0,0001			+0,0002
$N_0$ . . . . .				+0,0031	
$S_1$ . . . . .	+0,9949	+0,0778		+ ,0459	- ,0765
$P_1$ . . . . .	+ ,9709	+ ,1656	-0,0889	+ ,0913	- ,1394
$\pi_1$ . . . . .	+ ,9288	+ ,2611	- ,1327	+ ,1336	- ,1876
$\rho_1$ . . . . .	+ ,0342	- ,0569	+ ,1254	+1,0340	- ,0280
$\sigma_1$ . . . . .		+ ,0376		-0,0138	+ ,0020
$2Q_1$ . . . . .		+ ,0158	- ,0308	- ,1041	- ,0163
$\psi_1$ . . . . .	+ ,9862	- ,0661		- ,0439	+ ,0882
$\varphi_1$ . . . . .	+ ,9539	- ,1192	+ ,0757	- ,0835	+ ,1859
$\tau_1$ . . . . .		+ ,1618	+ ,9865	- ,1836	+ ,0518
$\nu_2$ . . . . .				+ ,0026	

Coefficients de correction pour R cos  $\delta$

	$S_0$	$L_0$	$M_0$	$N_0$	$\mu_0$
$K_1$ . . . . .	+0,0018				
$M_1$ . . . . .		-0,0146			
$O_1$ . . . . .	- ,0018	+ ,0025	-0,0280	-0,0022	+0,0011
$Q_1$ . . . . .		- ,0022		- ,0381	-0,0033
$J_1$ . . . . .		+ ,0087			
$OO_1$ . . . . .		- ,0059			
$M_1$ . . . . .				+ ,0002	+ ,0001
$P_1$ . . . . .				- ,0375	+ ,0024
$\sigma_1$ . . . . .					- ,0472
$2Q_1$ . . . . .		+ ,0035		+ ,0082	- ,0466
$2N_0$ . . . . .	+ ,0409	- ,0426	+ ,0622	- ,1241	+1,0013
$K_0$ . . . . .	+ ,9711	- ,1388	+ ,0625	- ,0396	+0,0299
$\nu_1$ . . . . .	+ ,0566	- ,0745	+ ,1415	+1,0007	-0,1299
$T_0$ . . . . .	+ ,9816	+ ,0890		+0,0230	- ,0164
$R_0$ . . . . .	+ ,9964	- ,0765			+ ,0157
$\lambda_1$ . . . . .		+ ,4852			
$P_1$ . . . . .	- ,0018				

Coefficients de correction pour R sin  $\delta$

	$S_0$	$L_0$	$M_0$	$N_0$	$\mu_0$
$K_1$ . . . . .	+0,0008	-0,0002			
$M_1$ . . . . .		- ,0149			
$O_1$ . . . . .	- ,0012	+ ,0018	-0,0275	-0,0028	+0,0014
$Q_1$ . . . . .		- ,0006		- ,0364	- ,0037
$J_1$ . . . . .		- ,0070		+ ,0030	- ,0012
$OO_1$ . . . . .				- ,0079	+ ,0034
$P_1$ . . . . .				- ,0374	+ ,0024
$\sigma_1$ . . . . .				+ ,0041	- ,0455
$2Q_1$ . . . . .		+ ,0021		+ ,0077	- ,0449
$2N_0$ . . . . .	+ ,0359	- ,0395	+ ,0573	- ,1202	+1,0009
$K_0$ . . . . .	+ ,9779	- ,1379	+ ,0664	- ,0396	+0,0300
$\nu_1$ . . . . .	+ ,0476	- ,0707	+ ,1369	+1,0033	- ,1338
$T_0$ . . . . .	+ ,9783	+ ,0890	- ,0374	+0,0231	- ,0165
$R_0$ . . . . .	+ ,9999	- ,0762			+ ,0158
$\lambda_1$ . . . . .		+ ,4844			
$\beta$ . . . . .		- ,0002			

Dans la seconde approximation nous prenons la valeur de  $\alpha$  et nous calculons le retard de l'onde d'après la phase obtenue par la première approximation. Pour comparer les résultats donnés par l'analyse harmonique avec les combinaisons journalières  $\epsilon$ ,  $\eta$  et X, Y nous avons réduit par les deux procédés une série mensuelle de valeurs théoriques des variations de la force de pesanteur comprenant 79 ondes de marées avec une erreur sur les ordonnées horaires ne dépassant pas  $+ 5.10^{-6}$  mgal.

Les valeurs des erreurs relatives des amplitudes et des erreurs absolues des phases pour neuf ondes de marées sont données à la table 4.

Table 4

Erreurs dans les amplitudes et les phases pour les combinaisons  $\epsilon$ ,  $\eta$  et X, Y.

	Combinaisons $\epsilon, \eta$		Combinaisons X, Y	
	Amplitude	Phase	Amplitude	Phase
$K_1$ . . . . .	0,51%	0°04'	0,51%	0°41'
$O_1$ . . . . .	0,08	0 27	0,59	1 19
$Q_1$ . . . . .	1,00	3 33	2,73	3 32
$S_2$ . . . . .	0,48	0 02	0,55	0 34
$M_2$ . . . . .	0,09	0 05	0,06	0 04
$M_1$ . . . . .	5,46	4 50	30,40	23 58
$J_1$ . . . . .	10,80	4 40	11,25	9 09
$L_1$ . . . . .	46,43	35 31	51,14	2 27
$H_2$ . . . . .	20,41	5 26	11,58	4 11

De la comparaison des nombres de la table 4 on peut tirer les conclusions suivantes :

1. Les facteurs que nous avons trouvés pour l'analyse harmonique par la méthode de Doodson avec l'emploi des combinaisons journalières  $\epsilon$  et  $\eta$  donnent des résultats qui ne le cèdent pas en précision aux résultats obtenus à l'aide des facteurs du travail de Doodson [2].
2. Il faut considérer séparément l'onde  $N_2$ . L'analyse harmonique donne les valeurs suivantes des erreurs pour cette onde.

Pour les combinaisons  $\epsilon, \eta$

en amplitude      3,26 %  
 en phase            5°05'

Pour les combinaisons X, Y

2,5 %  
 0°56'

Cependant la recherche a montré que dans la méthode de Doodson [2] la contribution calculée des ondes diurnes dans l'onde  $N_2$  a une valeur sensible. Dans notre exemple elle était  $+ 26$  et  $+ 32.10^{-5}$  mgal dans  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$ . Si nous calculons ces contributions, nous obtenons pour les combinaisons X et Y des erreurs de 5,06 % en amplitude et de

5°27' en phase. Les erreurs dans l'onde  $N_2$  se sont accrues et devinrent du même ordre que les erreurs données par les combinaisons  $\epsilon$  et  $\eta$ . L'altération du résultat s'est opérée parce que dans les valeurs  $\sum a_n R_n \cos \delta_n$  et  $\sum a_n R_n \sin \delta_n$  de l'onde  $N_2$ , la contribution des ondes diurnes a été compensée partiellement par la contribution de l'onde de marée d'argument 245.555, proche de  $N_2$  et qui n'a pas été calculé dans la méthode d'analyse harmonique de Doodson. Si nous calculons aussi cette onde nous obtenons les erreurs définitives suivantes pour l'onde  $N_2$  :

Pour les combinaisons  $\epsilon, \eta$

en amplitude 0,33 %  
en phase 0°12'

Pour les combinaisons X, Y

0,33 %  
0°01

3. Pour l'onde  $N_2$ , il faut calculer l'influence des ondes diurnes  $O_1, Q_1, P_1, 2Q_1$  en  $R \cos \delta$  et  $O_1, Q_1, J_1, OO_1, P_1, 2Q_1$  en  $R \sin \delta$ , et également l'onde d'argument 245 555, pour laquelle on peut prendre le coefficient dans la table 3 avec une précision suffisante égale à 1,0000.

#### BIBLIOGRAPHIE.

---

1. A.T. DOODSON and G.W. LENNON.  
The elimination of drift effects from tidal analyses,  
*Communication de l'Observatoire Royal de Belgique, 142, 1958.*
  2. A.T. DOODSON,  
The analysis of tidal observations for 29 days,  
*International Hydrographic Review, May, 1954.*
  3. V.G. BALENKO.  
Les méthodes d'analyse harmonique de Doodson et Lecolazet,  
*Travaux de l'Observatoire gravimétrique de Poltava T. IX Izd vo Ac. Sc. URSS, 1960.*  
В.Г. БАЛЕНКО  
Методы гармонического анализа Дудсона и Леколье  
Труды Полтавской гравиметрической обсерватории, Т. IX, Изд-во АН УССР, 1960.
-

EVALUATION COMPARATIVE DE LA QUALITE DE L'ELIMINATION DANS LES ONDES DETERMINEES DE L'INFLUENCE DES ONDES PERTURBATRICES POUR LES METHODES D'ANALYSE HARMONIQUE DES MAREES TERRESTRES

par

V. G. Balenko

(Troudi Poltavskoï Gravimetricheškoï Observatorii, XI, pp. 64 - 73 1961).

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОЧИЩЕНИЯ ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ВОЛН ОТ ВЛИЯНИЯ ВОЗМУЩАЮЩИХ ВОЛН В КОМБИНАЦИОННЫХ МЕТОДАХ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЗЕМНЫХ ПРИЛИВОВ

В. Г. Баленко

(Труды полтавской гравиметрической обсерватории Том XI, 64-73 1961).

Au terme de la troisième étape de l'analyse harmonique d'une série mensuelle d'observations de marées terrestres nous obtenons des valeurs que nous désignerons par  $[n]$  et  $[n]'$  :

$$\begin{aligned} [n] &= \rho_n R_n \cos \zeta_n + \sum_j \rho_j R_j \cos \zeta_j, \\ [n]' &= \rho_n R_n \sin \zeta_n + \sum_j \rho_j R_j \sin \zeta_j. \end{aligned} \quad (1)$$

$n$  est ici l'onde déterminée ;  $j$  l'onde perturbatrice ;  $\rho$  les facteurs d'amplitudes des ondes de marées ;  $R$  et  $\zeta$  sont l'amplitude et la phase initiale des ondes de marées.

d'où

$$\begin{aligned} R_n \cos \zeta_n &= \frac{[n]}{\rho_n} - \sum_j \frac{\rho_j}{\rho_n} R_j \cos \zeta_j, \\ R_n \sin \zeta_n &= \frac{[n]'}{\rho_n} - \sum_j \frac{\rho_j}{\rho_n} R_j \sin \zeta_j. \end{aligned} \quad (2)$$

Le processus de calcul des seconds membres de l'équation (2) s'appelle affranchissement de l'onde déterminée des contributions des ondes perturbatrices. La qualité de cet affranchissement dépend de la précision dans la détermination des coefficients  $a_j = \frac{\rho_j}{\rho_n}$  et du nombre des ondes perturbatrices calculées  $j$ .

Dans toutes les méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres les auteurs donnent les coefficients  $a_j$  arrondis à la troisième décimale pour les ondes perturbatrices et à la quatrième pour les ondes à déterminer. C'est pourquoi l'erreur en  $R_n \cos \zeta_n$  et  $R_n \sin \zeta_n$  est fonction du degré d'arrondi des coefficients  $a_j$  dans toutes les méthodes de combinaisons.

Nous évaluons la valeur de cette erreur dans la méthode de Lecolazet.

Pour cela nous avons utilisé les valeurs des amplitudes de 79 ondes de la variation de la force de pesanteur que nous avons calculées à 0<sup>h</sup> le 1<sup>er</sup> janvier 1962 [1] et les coefficients  $\alpha_j$  du travail de Lecolazet [2] (tables IX et X). Nous avons déterminé les valeurs de  $R_j \cos \zeta_j$  et  $R_j \sin \zeta_j$  à 6<sup>h</sup> le 15 janvier (1<sup>ère</sup> série) et le 15 juin 1962 (2<sup>ème</sup> série) pour 52 ondes diurnes et 27 semi-diurnes, calculées dans la méthode de Lecolazet avec une erreur ne dépassant  $0,5 \cdot 10^{-6}$  mgal, et nous avons trouvé les erreurs quadratiques moyennes séparément pour 52 ondes diurnes et 27 semi-diurnes à partir des produits de  $4 \cdot 10^{-4} R_j \cos \zeta_j$  et  $4 \cdot 10^{-4} R_j \sin \zeta_j$  pour les ondes perturbatrices et  $4 \cdot 10^{-5} R_j \cos \zeta_j$  et  $4 \cdot 10^{-5} R_j \sin \zeta_j$  pour les ondes déterminées.  $\Delta\alpha = 4 \cdot 10^{-4}$  et  $4 \cdot 10^{-5}$  sont les erreurs quadratiques moyennes d'arrondi des coefficients  $\alpha_j$ .

Les valeurs obtenues sont données à la table 1.

Table 1.

Séries	Ondes diurnes, mgal		Ondes semi-diurnes, mgal	
	$\sqrt{\frac{\sum (\Delta\alpha R_j \cos \zeta_j)^2}{52}}$	$\sqrt{\frac{\sum (\Delta\alpha R_j \sin \zeta_j)^2}{52}}$	$\sqrt{\frac{\sum (\Delta\alpha R_j \cos \zeta_j)^2}{27}}$	$\sqrt{\frac{\sum (\Delta\alpha R_j \sin \zeta_j)^2}{27}}$
	1	$1 \cdot 10^{-6}$	$0,4 \cdot 10^{-6}$	$0,3 \cdot 10^{-6}$
2	$1 \cdot 10^{-6}$	$0,5 \cdot 10^{-6}$	$0,4 \cdot 10^{-6}$	$0,4 \cdot 10^{-6}$

Il résulte des données de la table 1 que l'erreur des valeurs théoriques de  $[n]$  et  $[n]'$  résultant de l'arrondi des coefficients  $\alpha_j$  à la troisième décimale ne dépasse pas  $0,5 \cdot 10^{-5}$  mgal. C'est pourquoi cet arrondi est bien suffisant.

Essayons maintenant quand même d'évaluer sommairement jusqu'à quel point les différentes méthodes d'analyse harmonique calculent complètement les ondes perturbatrices en (2) et de quel ordre sont les erreurs dans les constantes harmoniques déterminées à partir des ondes qui ne sont pas prises en considération pour la purification de l'onde déterminée des ondes perturbatrices.

Le plus grand nombre d'ondes (52 diurnes et 27 semi-diurnes) est calculé par la méthode de Lecolazet. Cet auteur rejette toutes les ondes pour lesquelles le facteur numérique d'amplitude dans la décomposition harmonique du potentiel de Doodson est plus petit que 100 unités pour les ondes diurnes et plus petit que 200 unités pour les ondes semi-diurnes et cela indépendamment de la valeur de l'amplitude de l'onde déterminée. Ce principe paraît insuffisant pour les calculs des valeurs théoriques de  $[n]$  et  $[n]'$  puisqu'une même onde a un poids différent dans les valeurs de  $[n]$  et  $[n]'$  suivant qu'il s'agit d'ondes déterminées ayant une grande ou une petite amplitude. Dans la suite nous évaluerons l'erreur provenant de l'abandon d'une certaine onde perturbatrice  $i$  dans les constantes harmoniques de l'onde déterminée  $n$  d'après la valeur du produit du rapport de leurs coefficients numériques d'amplitude  $\frac{C_i}{C_n}$  par la valeur du coefficient relatif d'amplitude  $\alpha_i = \frac{\rho_i}{\rho_n}$ .

Dans la table 2 on donne  $\frac{C_i}{C_n}$  pour une onde conventionnelle avec un coefficient numérique d'amplitude égal à 100 unités.<sup>n</sup>

Table 2.

Symbole de l'onde $n$	$\frac{100}{C_n}, \%$	Symbole de l'onde $n$	$\frac{100}{C_n}, \%$
$J_1$	3,4	$2N_2$	3,6
$M_1$	3,4	$L_2$	3,9
$Q_1$	1,4	$N_2$	0,6
$O_1$	0,3	$M_2$	0,1
$K_1$	0,3	$S_2$	0,2

Cette table montre que les ondes non calculées, dont les coefficients numériques d'amplitude sont plus petits que 100 ou 200 unités peuvent exercer une influence importante mais seulement sur les ondes d'amplitudes relativement petites :  $J_1$ ,  $M_1$ ,  $Q_1$ ,  $2N_2$ ,  $L_2$  et partiellement sur l'onde  $N_2$ .

Nous avons calculé pour ces ondes, dans la table 3,  $\frac{C_i}{C_n} a_i$ , où  $C_i$  sont les facteurs numériques d'amplitude de Doodson des ondes les plus importantes : pour les ondes diurnes elles sont plus petites que 100 unités et pour les semi-diurnes elles sont plus petites que 200 unités.

Table 3.

Argument des ondes déterminées $n$	Argument des ondes $i$	$C_n$	$C_i$	$\frac{C_i}{C_n} a_i, \%$
$J_1$ 175455	173765	-2964	- 89	-3,0
	175445*		87	2,9
$M_1$ 155655	153645	-2964	- 63	-2,1
	155545*		98	0,3
	155565*		86	2,9
	155645*		85	2,9
$Q_1$ 135655	135545*	7216	- 84	-1,1
	136654		68	1,0
	137655		- 78	-1,1
	138454		64	0,9
$N_2$ 245655	243855	17387	- 56	-0,3
	244656		-147	-0,8
	245435*		- 63	-0,4
	245545*		- 97	-0,6
	246555		- 94	-0,6
	246654		163	0,9
	247445		-123	-0,7
	248454		153	0,9
	$2N_2$ 235755		235745*	2301
238554		189	8,2	
239355		85	3,7	
$L_2$ 265455	265445*	-2567	95	3,7
	265565*		99	3,9
	267455		123	4,8
	267465		59	2,2

Dans la table 3 nous ne donnons que les ondes  $i$  dont les vitesses angulaires sont voisines de la vitesse angulaire de l'onde dont le symbole est mis entre crochets [ ] ou [ ]' (c'est à dire qui fait partie du même groupe d'ondes) puisque les facteurs d'amplitude

des ondes  $\rho_1$  en  $[n]$  et  $[n]'$  diminuent très rapidement avec l'accroissement de la différence des vitesses angulaires  $q_n - q_1$ . Les facteurs relatifs d'amplitude  $a_1$  de toutes les ondes de la table 3 dans les valeurs  $[n]$  et  $[n]'$  sont compris dans l'intervalle de 0,9 - 1,0 c'est pourquoi nous les avons pris égaux à l'unité.

On peut partager les ondes  $i$  de la table 3 en deux groupes :

- a) les ondes dont les arguments se distinguent des arguments de l'onde  $n$  par les données astronomiques qui varient lentement dans le temps : la longitude moyenne du périégée lunaire  $p$ , la longitude moyenne du noeud ascendant  $N$  de la Lune et la longitude moyenne du périégée solaire  $p_1$  - ils sont marqués dans la table 3 d'un astérisque ;
- b) les ondes dont les arguments se distinguent de l'argument de l'onde  $n$  par la valeur  $h$  (longitude moyenne du Soleil) variant rapidement.

Vitesse de variation de la valeur $p$	environ	3,5	degré/min.
"	"	"	$N$ " 1,5 "
"	"	"	$p_1$ " 0,01 "
"	"	"	$h$ " 30,5 "

Les produits non calculés de  $R_1 \cos \zeta_1$  et  $R_1 \sin \zeta_1$  des ondes du groupe (a) entrent entièrement dans les erreurs  $[n]$  et  $[n]'$  et peuvent être éliminés au moment de la recherche de la moyenne des résultats de la réduction de séries mensuelles d'observations de marées pour une période d'environ 9 ou 19 années. Quant à ceux du groupe (b), à cause de la divergence de phases des ondes  $n$  et  $i$  ils introduisent une contribution quelque peu réduite dans l'erreur des valeurs  $[n]$  et  $[n]'$ . Elle s'élimine au calcul de la moyenne des résultats de la réduction de séries mensuelles d'observations pour une période d'environ un an. En outre, pour estimer les données de la table 3 il faut avoir en vue que pour les latitudes moyennes et les hautes latitudes les coefficients géodésiques des ondes diurnes issus des fonctions sphériques du deuxième et troisième ordre  $G_1$  et  $G'_1$  ont des valeurs voisines ( $G_1 \approx G'_1$ ). Par contre pour les ondes semi-diurnes les coefficients géodésiques  $G_2$  sont à peu près deux fois plus petits que les coefficients géodésiques  $G'_2$  ( $G_2 \approx 0,5 G'_2$ ).

On peut tirer de là les conclusions suivantes :

- 1) Dans la méthode de Lecolazet l'erreur dans les constantes harmoniques des ondes importantes  $K_1, O_1, M_2, S_2$ , provenant du fait que nous avons négligé les ondes à amplitudes faibles et qui est transférée complètement dans l'amplitude ne dépasse pas 0,3 %/o. Habituellement elle est encore plus petite et c'est pourquoi on peut la négliger.
- 2) Pour les petites ondes  $M_1, J_1, L_2, 2N_2$  cette erreur est transférée complètement dans l'amplitude. Elle peut atteindre 5 à 7 %/o et pour les ondes  $Q_1$  et  $N_2 - 1$  à 2 %/o.
- 3) Les tables IX et X du travail [2] dans lesquelles Lecolazet donne les valeurs des facteurs relatifs des amplitudes de  $a_1$  sont inégales sous le rapport de l'erreur des valeurs théoriques  $[n]$  et  $[n]'$  introduite d'une part par les ondes calculées ayant de petits  $a_1$ .

Par exemple, les erreurs en  $[Q_1], [M_1]$  et  $[J_1]$  provenant de ce qu'on néglige les ondes 135.545, 155.545, 175.445, peuvent atteindre réciproquement 1 et 3 %/o comme on le voit dans la table 3. Cependant Lecolazet calcule dans les tables IX et X [2] chaque série des ondes  $i$  avec de petits facteurs relatifs d'amplitudes  $a_1$ , en négligeant celles pour lesquelles on peut obtenir dans les valeurs théoriques  $[n]$  et  $[n]'$  une erreur beaucoup plus petite que 1 %/o. Par exemple, les facteurs relatifs d'amplitude de l'onde 155 855 en  $[Q_1], [M_1], [J_1], [Q_1]', [M_1]', [J_1]'$  sont égaux à 0,025 ; 0,038 ; 0,130 ; 0,089 ; 0,169 ; 0,156, c'est pourquoi les erreurs provenant de ce qu'on néglige cette onde  $\frac{C_i}{C_n} a_1$  sont égales (en %/o) à :

$[Q_1]$	$[M_1]$	$[J_1]$	$[Q_1]'$	$[M_1]'$	$[J_1]'$
0,04	0,14	0,47	0,12	0,61	0,56

On peut trouver beaucoup d'exemples analogues dans les tables IX et X [2]. C'est pourquoi il faut réexaminer ces tables en prenant le rapport  $\frac{C_i}{C_n} a_1$  comme critère pour calculer ou ne pas calculer l'onde  $i$ .

Si le rapport est plus grand que 1 % alors il faut calculer l'onde  $i$  par le calcul des valeurs théoriques  $[n]$  et  $[n]'$ , dans le cas inverse il faut la négliger. Il peut arriver qu'il faille calculer l'onde  $i$  pour le calcul de  $[n_1]$  ou  $[n_1]'$  et la négliger lors du calcul de  $[n_2]$  ou  $[n_2]'$ . Ainsi augmente la précision du calcul des valeurs théoriques  $[n]$  et  $[n]'$  et diminue la dépense nécessaire pour ce travail.

#### Méthode de Pertsev

Cette méthode détermine les constantes harmoniques de cinq ondes importantes seulement  $K_1, O_1, M_2, S_2, N_2$ . De même que dans la méthode de Lecolazet, les ondes diurnes seulement exercent une influence importante sur les ondes  $K_1$  et  $O_1$  et les semi-diurnes et quelques diurnes sur les ondes  $M_2, S_2, N_2$ . L'influence de ces ondes est calculée dans la table 5 du travail [3] où sont données toutes les ondes pour lesquelles

$$\frac{C_i}{C_n} a_1 > 0,1 \% \quad (3)$$

Nous emploierons ceci comme critère de l'erreur des constantes harmoniques qui dépend dans la méthode de Pertsev des ondes non calculées d'un groupe relatif à une onde déterminée.

Les ondes voisines par leur vitesse angulaire de l'onde déterminée sont déterminées dans la méthode de Pertsev comme suit :

- on introduit des valeurs de réduction (la liste des ondes calculées par les valeurs de réduction est donnée dans la table 9) ;
- à l'aide des corrections pour  $[n]$  et  $[n]'$  des ondes déterminées, ainsi que cela se produit pour les ondes de la table 5 [3] dont les arguments et amplitudes sont donnés dans la table 6 [8].

Pertsev estime que l'épuration des ondes de la table 6 [3] est souhaitable mais non obligatoire. Cela nous semble erroné. Toutes les ondes, arguments et phases que Pertsev donne dans la table 6 [3], sont issues des fonctions sphériques du second ordre et ont des rapports  $\frac{C_i}{C_n} a_1$ ,

égaux de 0,3 à 0,9. C'est pourquoi ils doivent être absolument calculés lors de l'épuration des ondes déterminées à partir de l'influence des ondes perturbatrices. Nous donnons à la table 4 les rapports (3) pour les ondes de la table 6 [3].

T a b l e 4.

Groupe d'ondes $M_2$	$\frac{C_i}{C_n} a_1, \%$	Groupe d'ondes $N_2$	$\frac{C_i}{C_n} a_1, \%$	Groupe d'ondes $O_1$	$\frac{C_i}{C_n} a_1, \%$
253755	0,3	244656	0,8	143755	0,3
254556	0,3	246555	0,9	144556	0,3
256554	0,3	248454	0,9	146554	0,3

En examinant d'une manière détaillée la décomposition du potentiel générateur de marées de Doodson [4], nous trouvons, outre les ondes énumérées à la table 4 et calculées par les valeurs de réduction, celles aussi pour lesquelles on a réalisé le rapport (3). Nous donnons à la table 5 ces ondes et les rapports  $\frac{C_i}{C_n} a_i$

Table 5

Groupe d'ondes	$\frac{C_i}{C_n} a_i, \%$	Groupe d'ondes	$\frac{C_i}{C_n} a_i, \%$	Groupe d'ondes	$\frac{C_i}{C_n} a_i, \%$
$N_2$ 245545*	0,6	$S_2$ 271557	0,2	$K_1$ 163545	0,5
" 245555*	3,3	274556	0,2	164554	0,4
" 247445	0,7	276554	0,2	$O_1$ 145655*	0,3
				145755	0,6

Les ondes du groupe  $N_2$  méritent une attention particulière car elles sont issues des fonctions sphériques du troisième ordre, leurs coefficients géodésiques  $G'_2$  pour les latitudes moyennes et les hautes latitudes dépassent de deux fois  $G_2$ . L'une d'elles peut donner une erreur transférée complètement dans l'amplitude, atteignant jusqu'à 8 %, et la seconde jusqu'à 1 %. Nous établissons dans la table 6 les formules pour le calcul des arguments et des amplitudes des ondes énumérées dans la table 5.

Dans les tables 5 et 6 les ondes issues des fonctions sphériques du troisième ordre sont désignées par des astérisques ;  $\lambda$  est la latitude géographique.

Dans les formules de la table 6 du travail [3] et dans la table 6 du présent travail il est peu évident que l'on suppose que les facteurs d'amplitude des ondes perturbatrices dans les valeurs  $[n]$  et  $[n]'$  sont égaux aux facteurs d'amplitude des ondes déterminées. En réalité ils oscillent dans l'intervalle de 0,9 à 1,0 si on prend le facteur d'amplitude de l'onde déterminée égal à l'unité. Par conséquent, les formules de la table 6 de [3] et de la table 6 de ce travail sont approximatives. L'erreur maximale provenant de l'hypothèse faite ne dépasse pas 0,1 % de la contribution de l'onde perturbatrice c'est-à-dire ne descend pas au delà des limites de l'inégalité (3).

Table 6

Arguments des ondes	$\zeta_i$	$H_i$
245545*	$\zeta_{N_2} + U_{M_2} + p + N$ - 90	0,016 $\frac{R_{N_2}}{f_{M_2}} \sin \lambda$
555*	$\zeta_{N_2} + U_{M_2} + p$ - 90	0,086 $\frac{R_{N_2}}{f_{M_2}} \sin \lambda$
247445	$\zeta_{N_2} + U_{M_2} - 2h + 2p + N$ -180,9	0,007 $\frac{R_{N_2}}{f_{M_2}}$
271557	$\zeta_{S_2} + 2h$ -203,5	0,002 $R_{S_2}$
274556	$\zeta_{S_2} - h$ -282,7	0,002 $R_{S_2}$
276554	$\zeta_{S_2} - 3h$ +280,8	0,002 $R_{S_2}$
163545	$\zeta_{K_1} + U_{K_1} + 2h + N$ - 89,1	0,005 $\frac{R_{K_1}}{f_{K_1}}$
164554	$\zeta_{K_1} + U_{K_1} + h$ +192,7	0,004 $\frac{R_{K_1}}{f_{K_1}}$
145655*	$\zeta_{O_1} + U_{O_1} - p$ -180	0,0008 $\frac{R_{O_1}}{f_{O_1}} \frac{1 - 5 \sin^2 \lambda}{\sin \lambda}$
755	$\zeta_{O_1} + U_{O_1} - 2p$ - 90,1	0,006 $\frac{R_{O_1}}{f_{O_1}}$

Méthode de Doodson

La rectification des valeurs [n] et [n]' des ondes déterminées à partir des contributions des ondes perturbatrices données dans la table IX du travail [5] s'exécute de la même façon dans la méthode de Doodson, que dans la méthode de Pertsev. C'est pourquoi dans la méthode de Doodson, nous prenons aussi le rapport (3) comme critère de la valeur de l'erreur introduite par les ondes perturbatrices non calculées dans les constantes harmoniques des ondes déterminées.

Calculons le rapport  $\frac{C_1}{C_n} a_1$  pour les ondes perturbatrices calculées dans la méthode de Doodson, dont les facteurs d'amplitude sont donnés dans la table IX [5].

Table 7

Ondes perturbatrices $i$	Ondes déterminées $n$					Ondes déterminées $n$	$P_i$
	$\mu_2$	$N_2$	$M_2$	$L_2$	$S_2$		
$K_2$	11,6%	2,5%	0,8%	61,4%	0,8%	$Q_1$	13,4%
$T_2$	1,3	0,3	0,1	8,4	0,1	$O_1$	3,6
$v_2$	15,1	0,3	0,5	9,5	0,5	$M_1$	90,8
$2N_2$	83,2	1,7	0,2	4,1	0,2	$K_1$	0,7
						$J_1$	90,1
						$OO_1$	94,5

La table 7 montre que pour les ondes importantes déterminées  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ , Doodson calcule les ondes perturbatrices pour lesquelles  $\frac{C_1}{C_n} a_1 > 0,1 \%$  (comme les autres méthodes d'analyse harmonique), et pour les ondes faibles déterminées  $\mu_2$ ,  $L_2$ ,  $Q_1$ ,  $M_1$ ,  $J_1$  et  $OO_1$  il ne calcule que les ondes perturbatrices pour lesquelles  $\frac{C_1}{C_n} a_1 > 1,0 \%$  (10 fois moins précis que dans la méthode de Lecolazet). Il faut reconnaître que ce principe n'est pas défendu rigoureusement dans la méthode de Doodson. L'analyse attentive des valeurs de la table 15 [6] montre que Doodson ne calcule pas chaque série d'ondes pour lesquelles  $\frac{C_1}{C_n} a_1$  est plus grand que 0,1 et 1,0 %. Nous donnons comme illustration dans la table 8, les facteurs  $\frac{C_1}{C_n} a_1$  calculés d'après les données de la table 15 [6] pour les ondes diurnes déterminées.

Table 8.

Ondes perturbatrices	Ondes déterminées					
	$K_1$	$O_1$	$Q_1$	$M_1$	$J_1$	$OO_1$
$K_1$				0,8%	1,0%	1,7%
$O_1$			0,5%			
$S_1$			0,2	1,0	1,2	3,1
$\pi_1$		0,3%		8,5	7,2	19,9
$\rho_1$	0,2%	0,5	18,9	3,0	2,0	9,1
$\sigma_1$	0,1	0,2	1,8	1,2	1,0	5,8
$\psi_1$						1,1
$\varphi_1$		0,1	0,5	2,8	5,1	11,5
$\tau_1$	0,1	1,2	1,0	2,8	1,1	4,5

Les données de la table 8 montrent que la liste des ondes perturbatrices calculées dans la table IX [5] doit être fort étendue. C'est ce que nous avons fait dans le travail [7].

Table 9

$K_1$	$O_1$	$M_2$	$N_2$	$Q_1$	$M_1$	$J_1$	$OO_1$	$\mu_2$	$L_2$
165545	145535	255545	245645	135635	155445	175445	185555	237545	265445
555	545	555	655	645	455	455	565	555	455
565	555			655	655	465	575		555
575					665	475	585		655
									665

$Q_1$	$\frac{C_i}{C_n} \alpha_i, \%$	$M_1$	$\frac{C_i}{C_n} \alpha_i, \%$	$J_1$	$\frac{C_i}{C_n} \alpha_i, \%$
135545*	1,2	153655	9,3	173655	19,1
555*	2,9	155545	3,3	665	3,8
136654	1,0	555	22,0	765*	3,0
137655	1,1	565	2,9	175555*	8,1
		157455	19,2		
		465	4,1		

Evaluons maintenant l'ordre de l'erreur dans les constantes harmoniques des ondes déterminées issue dans la méthode de Doodson de l'abandon de quelques ondes perturbatrices du groupe d'une onde déterminée.

Les ondes perturbatrices, voisines par la vitesse angulaire de l'onde déterminée ne se calculent dans la méthode de Doodson qu'à l'aide des valeurs réduites. Ces dernières calculent pour  $K_1, O_1, Q_1, J_1, OO_1, M_2, N_2, \mu_2$ , les ondes dont les arguments ne se distinguent des arguments de l'onde déterminée que par la longitude du noeud de l'orbite lunaire  $N$ . Les valeurs réduites des ondes  $L_2$  et  $M_1$  calculent les ondes perturbatrices dont les arguments se distinguent des arguments de l'onde déterminée par  $N$  et par la longitude du périégée lunaire  $p$ . La liste des ondes calculées par les valeurs réduites de Doodson est donnée dans la table 9. Les autres ondes du même groupe que celui déterminé, ne se calculent pas dans la méthode de Doodson. Nous pouvons juger ainsi de la valeur de l'erreur dans les constantes harmoniques des ondes importantes à partir des données des tables 4 et 5. Sensiblement plus forte encore est l'influence des ondes perturbatrices de périodes voisines de la période de l'onde déterminée sur les ondes faibles déterminées  $Q_1, M_1, J_1, OO_1, \mu_2, L_2$ . Dans la table 10 nous donnons les valeurs  $\frac{C_i}{C_n} \alpha_i$  calculées pour les ondes les plus importantes, non prévues à la table 9 et voisines en précision des ondes faibles déterminées, Nous avons désigné par un astérisque (\*) les ondes issues de fonctions sphériques du troisième ordre.

Table 10.

$OO_1$	$\frac{C_i}{C_n} \alpha_i, \%$	$\mu_2$	$\frac{C_i}{C_n} \alpha_i, \%$	$L_2$	$\frac{C_i}{C_n} \alpha_i, \%$
183555	30,3	235745	3,1	265555*	20,5
565	5,9	655	5,6	565*	3,9
185355	14,7	238554	6,8	267455	4,8
		239355	3,1		

Comme on le voit à la table 10, les erreurs des constantes harmoniques des ondes faibles déterminées, qui proviennent de l'abandon des ondes à périodes voisines de la période de l'onde déterminée peuvent atteindre dans la méthode de Doodson pour les ondes déterminées à faibles amplitudes, des dizaines de pourcents.

On peut augmenter la précision de la détermination des constantes harmoniques de ces ondes par deux procédés :

- a) par la transformation de la forme des valeurs réduites pour qu'elles incorporent toutes les ondes de la table 10. Matvéev s'est servi de ce procédé dans sa méthode d'analyse harmonique des marées terrestres.
- b) en laissant invariables les formules pour le calcul des valeurs réduites, calculer les contributions des ondes de la table 10 comme le fait Doodson pour les autres ondes perturbatrices (comme nous l'avons vu B.P. Pertsev a choisi cette voie).

Les deux méthodes sont également exactes et doivent donner un résultat égal. Leur insuffisance constitue une grande difficulté et un aspect difficile pour la programmation sur ordinateur électronique.

Le moyen idéal pour l'élimination des valeurs  $[n]$  et  $[n]'$  des ondes faibles du même groupe que celui déterminé serait d'utiliser les formules des valeurs réduites qui concernent toutes les ondes dont les arguments diffèrent des arguments de l'onde déterminé par les valeurs astronomiques  $h$ ,  $p$ ,  $N$ ,  $p_1$ , et ensuite leur tabulation pour la période 1960-1970 par exemple. Cette tâche est tout à fait réalisable pour la technique moderne de calcul.

De cette façon, dans la méthode de Doodson les erreurs des constantes harmoniques des ondes déterminées provenant de ce qu'on a négligé les ondes perturbatrices essentielles sont plus fortes que dans les autres méthodes de combinaisons d'analyse harmonique des marées terrestres.

BIBLIOGRAPHIE.

---

1. V.G.BALENKO et S.N.ZACHARTCHENKO  
Quelques problèmes de comparaison des méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres.  
*Travaux de l'Obs. Grav. de Poltava T. X. Izd. 10 AN YCCP 1961.*  
Traduction BIM n° 31 pp. 801 - 819
  2. R.LECOLAZET.  
La méthode utilisée à Strasbourg pour l'analyse harmonique de la marée gravimétrique.  
*Marées Terrestres, Bulletin d'Informations N° 10, 1958.*
  3. B.P.PERTSEV.  
Analyse harmonique des marées.  
*Izv. A.N. URSS sér. géoph. N° 3, 1958.*
  4. A.T.DOODSON.  
The harmonic Development of the Tide-Generating Potential,  
*Proc. Royal Soc. A 100, London, 1922.*
  5. A.T.DOODSON  
The analysis of Tidal observations for 29 days.  
*The Intern. hydrogr. review, vol. XXXI, N° 1, 1954.*
  6. V.G.BALENKO.  
Méthodes d'analyse harmonique de Doodson et Lecolazet.  
*Trav. de l'Obs. Grav. de Poltava, T. IX Izd. vo YCCP, 1960*  
Traduction BIM 30 pp. 705 - 739
  7. V.G.BALENKO.  
Sur la méthode d'analyse harmonique des marées terrestres de Doodson - Lennon.  
*Trav. de l'Obs. Grav. de Poltava T. X. Izd. vo AN YCCP, 1961.*  
Traduction BIM 32 pp. 843 - 848.
-

CONTRIBUTION DE LA DERIVE DANS  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  DES ONDES DE MAREES TERRESTRES DETERMINEES.

par

V. G. Balenko

(Trudi Poltavskoï Gravimétricheskoi Observatorii, XI, pp. 74-87, 1962)

ВКЛАД ДВИЖЕНИЯ НУЛЬПУНКТА В  $R \cos \delta$  И  $R \sin \delta$  ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ ВОЛН ЗЕМНЫХ ПРИЛИВОВ

В. Г. Баленко

(Труды полтавской гравиметрической обсерватории Том XI, 74-87, 1962)

Chaque ordonnée  $Y_t$ , lue sur la courbe d'enregistrement d'un appareil enregistreur de marées, a la forme :

$$y_t = \sum_i R_i \cos(\sigma_i t + \delta_i) + F_t + \epsilon_t, \quad (1)$$

où  $\sum_i R_i \cos(\sigma_i t + \delta_i)$  est la partie périodique,  $F_t$  est la dérive et  $\epsilon_t$  sont les erreurs accidentelles

Après toutes les transformations linéaires auxquelles aboutissent les méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres, nous obtenons les valeurs  $[n]$  et  $[n]'$  :

$$[n] = R_n \cos \delta_n + \Delta \sum_i a_i R_i \cos \delta_i + \Delta F_n + \Delta \epsilon_n, \quad (2)$$

où  $R_n$  et  $\delta_n$  sont l'amplitude et la phase initiale de l'onde déterminée ;

$R_i$  et  $\delta_i$  sont les amplitudes et les phases initiales des ondes perturbatrices ;

$a_i$  sont les facteurs d'amplitude des ondes perturbatrices, habituellement très faibles ;

$\Delta F_n$  est la contribution de la dérive dans  $[n]$  et  $[n]'$  ;

$\Delta \epsilon_n$  est la contribution des erreurs accidentelles dans  $[n]$  et  $[n]'$ .

En convertissant en (2) les cosinus en sinus, nous obtenons l'expression pour  $[n]'$ .

Les trois derniers nombres dans l'expression (2) donnent la valeur de l'erreur dans les facteurs  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  des ondes déterminées. La partie de cette erreur, qui dépend de l'imperfection du filtrage des ondes perturbatrices :

$$\Delta \sum_i a_i R_i \cos \delta_i, \quad \Delta \sum_i a_i R_i \sin \delta_i,$$

et de la contribution des erreurs accidentelles  $\Delta \epsilon_n$ , est étudiée dans les travaux [1-3].

Dans le présent travail, nous nous sommes proposés pour but de donner une estimation de la partie d'erreur dans les termes  $[n]$  et  $[n]'$  des ondes déterminées qui dépend de l'élimination incomplète de la dérive  $\Delta F_n$ .

Pour parvenir à la solution de ce problème, nous nous en sommes tenus à la méthode [1], d'après laquelle il faut choisir un modèle rationnel de la dérive et l'étudier selon les méthodes les plus répandues d'analyse harmonique des marées terrestres. Après l'examen de quelques variantes des modèles de dérive, nous nous sommes arrêtés au mouvement calculé par la combinaison de Pertsev du 18<sup>ème</sup> ordre à partir de la courbe d'enregistrement de l'appareil enregistreur de marée.

Nous avons mené à bien ce travail sur l'ordinateur électronique "Oural" VT<sub>1</sub> de l'Académie des Sciences de l'URSS, avec le collaborateur scientifique adjoint de l'Observatoire gravimétrique de Poltava, S.N. Zachartchenko. On a utilisé en tout sept séries mensuelles : quatre séries d'inclinaisons de la surface de la Terre dues aux marées et trois séries de variations de la force de pesanteur enregistrées par des gravimètres. Les appareils ont été choisis de constructions différentes pour autant qu'il est possible. L'enregistrement a été effectué dans des conditions différentes dans les stations d'enregistrement de marées et dans un intervalle de latitudes de 40 à 50 °. Cet intervalle de latitudes permet de profiter des variations calculées de la force de pesanteur en 1962 pour la latitude de 50 ° [1].

Nous donnons ci-après une brève description du polygone employé :

1<sup>ère</sup> série : Station de Poltava. Un clinomètre construit par Ostrovski est installé dans une cave creusée loin des bâtiments à une profondeur de 3,8 m. L'appareil enregistre les inclinaisons dans la direction N-S. Le début de la série est le 12.VII.1958 et la fin 11.VIII.1958.

2<sup>ème</sup> série : Station d'Alma-Ata. Un clinomètre construit par Ostrovski est installé dans une galerie en-dessous d'une montagne. L'appareil enregistre les inclinaisons dans la direction W-E. Les ordonnées ont été communiquées par A.E. Ostrovski (Institut de Physique Terrestre, Académie des Sciences de l'URSS).

3<sup>ème</sup> série : Station de Tsmakovo (Krivoï Rog). Un clinomètre construit par Levitsky, à suspension de Zöllner, est installé dans un puits "Novaia" à une profondeur de 237 m. Le début de la série est le 24.VI.1958 et la fin le 24.VII.1958. Les ordonnées ont été communiquées par P.S. Matvéev (Observatoire gravimétrique de Poltava).

4<sup>ème</sup> série : Station de Brézové Hory. Un clinomètre avec deux pendules de Zöllner sont installés sur un même support. On emploie l'enregistrement du pendule n° 1. L'appareil est placé dans un puits à une profondeur de 1009 m. Début de la série le 2.X.1936, fin de la série le 1.XI.1936. Les ordonnées sont tirées du travail de J.Picha [4].

5<sup>ème</sup> série : Station de Tashkent. Gravimètre Askania n° 134. Début de la série le 14.XI.1959, fin le 14.XII.59. Les ordonnées ont été communiquées par N.N.Pariiskii (Institut de Physique Terrestre, Académie des Sciences de l'URSS).

6<sup>ème</sup> série : Station de Strasbourg. Gravimètre North American. Début de la série le 1.IV.1956, fin le 1.V.1956. Les ordonnées sont tirées du travail de Lecolazet [5].

7<sup>ème</sup> série : Station d'Uccle. Un gravimètre Askania n° 145 est placé dans une cave à la profondeur de 3.8 m. Début de la série le 1.VII.1958, fin le 31.VII.1958. Les ordonnées sont tirées du travail de Melchior [6].

La dérive calculée par la combinaison de Pertsev du 18<sup>ème</sup> ordre à partir de la courbe d'enregistrement de l'appareil enregistreur de marées, présente un avantage en comparaison de n'importe quel autre modèle artificiellement calculé, puisqu'elle reflète toutes les particularités réelles de la dérive des appareils enregistreurs de marées. Il arrive que les ordonnées de la dérive  $x_t$ , obtenues par la transformation de la courbe des inclinaisons de marées ou des variations de la force de pesanteur par la combinaison de Pertsev du 18<sup>ème</sup> ordre, outre la dérive, renferment des contributions non éliminées du résidu de la partie périodique des ordonnées de départ et renferment aussi des erreurs accidentelles

$$x_t = F_t + \sum_i r_i \cos(\sigma_i t + \delta_i) + \eta_t \quad (3)$$

où  $r_i$  sont les amplitudes du résidu non éliminé des ondes de marées,  $\eta_t$  sont les erreurs accidentelles. C'est pourquoi après transformation des ordonnées de la dérive par l'ensemble des combinaisons de l'une ou l'autre des méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres, nous obtenons la valeur cherchée de la contribution de la dérive  $\Delta F_n$  dans les facteurs  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  relatifs aux ondes déterminées. Cette contribution est décomposée sous forme de résidus de la partie périodique  $\Delta \sum_i a_i r_i \cos \delta_i$  et d'erreurs accidentelles  $\Delta \eta_n$

$$\Delta F'_n = \Delta F_n + \Delta \sum_i a_i r_i \begin{Bmatrix} \cos \delta_i \\ \sin \delta_i \end{Bmatrix} + \Delta \eta_n \quad (4)$$

Les amplitudes restantes des ondes de marées  $r_i$  sont faibles et les erreurs accidentelles  $\eta_T$  sont en moyenne quatre fois plus petites que les erreurs correspondantes des ordonnées de marées  $\epsilon_t$ . Cependant, comme l'élimination de la dérive par la méthode de Pertsev est une moyenne glissante de 15 ordonnées, nous ne pouvons sans une vérification préalable affirmer qu'on peut négliger les deux derniers membres de (4) et écrire  $\Delta F'_n = \Delta F_n$ . Si  $\Delta \sum_i a_i r_i \cos \delta_i$  et  $\Delta \eta_n$  sont comparés avec  $\Delta F_n$ , les moyennes quadratiques de

$\Delta \sum_i a_i r_i \cos \delta_i$  et  $\Delta \eta_n$  pour quelques séries mensuelles doivent être égales pour les différentes méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres.

Pour évaluer l'ordre de grandeur de la valeur  $\Delta \sum_i a_i r_i \cos \delta_i$  et  $\Delta \sum_i a_i r_i \sin \delta_i$  on s'est servi de cinq séries mensuelles indépendantes de variations de la force de pesanteur calculées pour 1962 et pour la latitude de 50°. Chacune des ordonnées comprend 86 ondes de marées et présente une erreur ne dépassant pas  $5.10^{-6}$   $\mu\text{gal}$  [1.2]. Les ordonnées de chaque série mensuelle sont transformées par la combinaison de Pertsev du 18<sup>ème</sup> ordre et ensuite réduites par les méthodes de Lecolazet [5], Doodson-Lennon [7] et Pertsev [8].

Les valeurs trouvées  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  constituent en réalité la contribution de la partie périodique de  $\Delta \sum_i a_i r_i \cos \delta_i$  en  $\Delta F'_n$ .

Ensuite, pour chaque onde on a tiré de l'ensemble des valeurs de  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  les moyennes quadratiques (table 1.2).

Table 1.

Valeurs des sommations  $\Delta \Sigma a_i r_i \cos \delta_i$  et  $\Delta \Sigma a_i r_i \sin \delta_i$  en  $10^{-5}$  mgal

METHODES	LECOLAZET					DOODSON-LENNON					PERTSEV					
	SERIES	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
$\Delta \Sigma a_i r_i \cos \delta_i$																
$K_1$	+6	+6	+7	+5	+1	-5	-6	-3	+1	+2	+3	+2	-2	-3	-4	
$O_1$	+70	+23	-35	-77	-81	-78	-69	-26	+33	+77	+56	+79	+64	+17	-42	
$Q_1$	-51	-51	+10	+51	+14	+17	+64	+30	-37	-39						
$M_1$	+2	+4	+1	+1	+1	-2	-1	-1	-2	-2						
$J_1$	+6	-5	-10	-4	+5	+4	+9	+5	-4	-7						
$OO_1$						+9	-7	-13	+5	+6						
$M_2$	+5	+1	-3	-7	-12	+9	+5	-1	-6	-12	+3	+8	+11	+13	+17	
$S_2$	0	+2	+2	0	-1	0	+1	+1	0	-1	+1	-1	-2	-1	+1	
$N_2$	+13	+8	0	-7	-10	+13	+8	+1	-6	-9	-11	-6	+33	+11	+9	
$L_2$	0	-1	0	+1	+1	-1	0	0	+1	+1						
$2N_2$	-6	-10	-5	+1	+1											
$\mu_2$						-8	-10	-5	0	+1						
$2SM_2$						+1	+1	0	0	-1						
$\Delta \Sigma a_i r_i \sin \delta_i$																
$K_1$	+2	+3	0	-4	-5	+3	+6	+6	+5	+3	-6	-8	-7	-4	-2	
$O_1$	+40	+76	+76	+34	-24	+16	-40	-77	-77	-39	-57	-7	+50	+82	+74	
$Q_1$	+35	-33	-59	-26	+46	-60	-9	+53	+39	-26						
$M_1$	+1	0	-2	0	+1	+2	+1	+1	+1	+1						
$J_1$	-6	-10	-2	+7	+6	+6	0	-7	-7	+1						
$OO_1$						+1	-9	+1	+6	-2						
$M_2$	+20	+21	+21	+20	+18	+20	+22	+23	+22	+20	-2	-19	-18	-18	-13	
$S_2$	0	+1	-1	-1	0	+1	0	-1	-1	0	-1	0	0	+1	0	
$N_2$	+1	+9	+12	+9	0	+3	+10	+11	+8	+2	-6	-14	-12	-5	+4	
$L_2$	+2	+1	+2	+1	0	+1	+1	+2	+1	0						
$2N_2$	+8	0	-6	-6	-1											
$\mu_2$						+6	-2	-7	-6	-1						
$2SM_2$						0	-1	-1	0	-1						

De la comparaison des nombres de [1,2] on peut tirer les conclusions suivantes :

- a) les différences des ondes de marées de la table 1 ont une marche périodique d'un an environ ;
- b) nous obtenons par le calcul des facteurs  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  relatifs aux ondes  $O_1$  et  $Q_1$  les plus grandes contributions dans  $\Delta F_n$  à partir de résidus des ondes de marées atteignant  $8.10^{-5}$  mgal ;
- c) nous obtenons pour les ondes  $M_2$  et  $N_2$  une limite supérieure de la contribution atteignant  $2.10^{-5}$  mgal ;
- d) pour les ondes restantes, cette contribution ne dépasse pas  $1.10^{-5}$  mgal ;
- e) les moyennes quadratiques à partir des contributions des ondes de marées dans  $\Delta F_n$  sont égales pour les différentes méthodes, et pour la même onde.

Table 2.

Moyennes quadratiques de  $\Delta \sum_i a_i r_i \cos \delta_i$   
 et  $\Delta \sum_i a_i r_i \sin \delta_i$  en  $10^{-6}$  mgal

ONDES	METHODES		
	LECOLAZET	DOODSON - LENNON	PERTSEV
$K_1$	$\pm 4$	$\pm 4$	$\pm 5$
$O_1$	58	58	58
$Q_1$	40	41	
$M_1$	2	1	
$J_1$	6	6	
$OO_1$		7	
$M_2$	15	16	13
$S_2$	1	1	1
$N_2$	8	8	13
$L_2$	1	1	
$2N_2$	5		
$\mu_2$		6	
$2SM_2$		1	
Diurnes	32	29	41
Semi diurnes	8	8	11

\* Dans les deux dernières lignes de la table 2, les moyennes quadratiques données de  $\Delta \sum_i a_i r_i \cos \delta_i$  et  $\Delta \sum_i a_i r_i \sin \delta_i$ , sont calculées séparément pour toutes les ondes diurnes et semi-diurnes.

Nous obtiendrons naturellement les valeurs les plus précises des sommations  $\Delta \sum_i a_i r_i \cos \delta_i$  et  $\Delta \sum_i a_i r_i \sin \delta_i$  par le calcul des variations théoriques calculés pour la force de pesanteur ou pour les inclinaisons de marées conformes au polynôme choisi de la dérive, et en prenant  $\delta = 1,20$  et  $\gamma = 0,72$ . Cependant, à cause du fait que les amplitudes des ondes de marées en un lieu donné changent lentement avec le temps et que les latitudes des stations du polygone ne s'écartent pas fort de  $50^\circ$  (latitudes extrême Nord : Uccle  $51^\circ$  et extrême Sud : Tashkent  $41^\circ$ ) les nombres des tables [1.2] auront le même ordre de grandeur  $\Delta \sum_i a_i r_i \cos \delta_i$  et  $\Delta \sum_i a_i r_i \sin \delta_i$  comme si nous avons réduit les variations théoriques et les inclinaisons correspondant aux séries mensuelles décrites plus haut. Il faut noter que pour les inclinaisons, l'ordre de grandeur des nombres des tables [1.2] doit augmenter d'environ quatre fois.

Nous évaluerons, à présent, la contribution des erreurs accidentelles des ordonnées de départ en  $\Delta F_n'$ . Pour cela, nous profitons de la "combinaison d'erreurs" de Lecolazet [9] qui élimine une dérive de forme polynômiale du cinquième degré inclus et élimine bien dans notre cas la partie périodique dans les ordonnées de transformation.

En transformant une série mensuelle de dérives par la "combinaison d'erreurs" de Lecolazet, nous obtenons 31 nombres que nous désignons par  $\alpha_i$ , et la sommation des carrés des coefficients de la "combinaison d'erreurs" par  $k$ . Alors, on peut trouver approximativement les moyennes quadratiques des erreurs accidentelles des ordonnées d'une série mensuelle de la dérive

$$\bar{\eta} = \sqrt{\frac{\sum_i \alpha_i^2}{31k}} \quad (5)$$

Les valeurs des erreurs sont calculées d'après la formule (5) pour sept séries de dérive ; elles sont données à la table 3.

T a b l e 3.

Erreur quadratique moyenne des ordonnées de départ ( $1 - 10^{-5}$ )

Séries	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{\eta}$	12"	4"	7"	11"	10 mgal	7 mgal	19 mgal

Le rapport entre les moyennes quadratiques des erreurs accidentelles de  $\bar{\eta}$  et de l'erreur de transfert dans les facteurs  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  des ondes déterminées,  $\Delta\eta_n$  est donné dans la table 1 du travail [3]. Avec une légère exagération pour toutes les méthodes et toutes les ondes, on peut dire que :

$$\Delta\eta_n = 0,1 \eta \quad (6)$$

Les données des tables 1, 2 et 3 montrent le degré d'altération de la contribution de la dérive  $\Delta F'_n$  dans les facteurs  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  des ondes déterminées par les différences de la partie périodique et par les erreurs accidentelles des ordonnées de départ.

Nous passerons maintenant à la détermination de la contribution inconnue de la dérive  $\Delta F'_n$ . Sept séries mensuelles sont obtenues par l'élimination de la dérive, suivant la combinaison de Pertsev, de la courbe d'enregistrement des appareils enregistreurs de marées. Nous les avons partagés en deux groupes qui ont été discutés séparément:

- a) dérive des clinomètres
- b) dérive des gravimètres.

Chaque série mensuelle est réduite par les méthodes Lecolazet, Doodson (éliminant la partie linéaire du polynôme), Doodson-Lennon (éliminant la partie quadratique du polynôme) Matvéev, Pertsev I (avec la combinaison du 18<sup>ème</sup> ordre pour l'élimination de la dérive) Pertsev II (avec les combinaisons du 18<sup>ème</sup> et du 25<sup>ème</sup> ordre pour l'élimination de la dérive). Les résultats de la réduction des séries clinométriques sont donnés dans la table 4 et la dérive des gravimètres à la table 5.



Table 5.

Valeurs  $\Delta F'_n$  en  $10^{-6}$  mgal pour les courbes d'enregistrement des gravimètres.

METHODES	LECOLAZET			DOODSON			DOODSON-LENNON			
	Séries	5	6	7	5	6	7	5	6	7
$R \cos \delta$										
$K_1$	-100	+ 44	+ 12	+ 23	+ 9	-192	- 18	+ 1	+ 14	
$O_1$	-190	+ 52	+ 96	+258	-792	-107	+ 96	-39	+101	
$Q_1$	- 10	- 29	+121	+216	-874	- 13	+ 9	+51	- 62	
$M_1$	+ 20	+212	- 3	- 2	-187	- 30	+ 15	-30	- 70	
$J_1$	-110	+193	- 19	- 25	-289	+ 13	+ 49	-42	- 65	
$OO_1$				+ 97	-756	+ 41	- 23	+16	+ 45	
$M_2$	- 50	- 1	-119	+23	+171	+ 8	-147	+ 9	- 32	
$S_2$	- 10	+ 6	+ 24	- 1	+ 2	+ 49	- 2	- 3	- 11	
$N_2$	+ 80	- 46	- 71	- 8	+188	+ 7	+111	-11	+ 12	
$L_2$	+ 30	+ 15	- 84	+ 13	+ 29	- 9	+ 8	+ 3	+ 3	
$2N_2$	+110	- 28	- 15							
$\mu_2$				- 35	- 34	+106	+109	+ 9	- 19	
$2SM_2$				- 15	+122	+ 14	+ 3	+ 9	+ 3	

$R \sin \delta$										
$K_1$	+ 60	+ 33	- 84	- 20	- 11	+ 50	- 9	-15	+ 1	
$O_1$	+140	+142	-230	+ 75	- 74	+124	-239	-10	+113	
$Q_1$	+ 50	- 88	+224	- 69	-563	+ 26	-193	-39	- 9	
$M_1$	- 50	-264	-116	+ 14	+ 56	-325	- 8	+44	+ 8	
$J_1$	+ 10	+101	-205	+ 58	- 63	+163	+ 21	+47	+ 29	
$OO_1$				0	- 82	+ 20	- 37	+36	+ 31	
$M_2$	+ 10	- 65	- 15	-142	+ 4	- 39	- 29	- 8	- 7	
$S_2$	+ 70	+ 2	- 68	+ 2	- 1	- 18	- 11	0	- 4	
$N_2$	+ 60	- 25	- 3	+123	+ 96	- 8	+ 14	+19	- 14	
$L_2$	- 80	- 28	+ 25	0	- 12	+ 67	+ 2	+ 2	+ 4	
$2N_2$	- 70	- 4	- 10							
$\mu_2$				+ 75	+ 32	-128	- 5	+21	- 42	
$2SM_2$				+ 6	+ 24	- 4	0	+ 3	- 2	

METHODES	MATVEEV			PERTSEV I			PERTSEV II			
	Séries	5	6	7	5	6	7	5	6	7
$R \cos \delta$										
$K_1$	- 22	- 5	+116	+ 9	+ 9	- 9	+ 2	+ 2	+ 6	
$O_1$	-148	- 11	+204	+ 21	+100	-160	+ 48	+13	-109	
$Q_1$	- 22	- 34	+ 92							
$M_1$	- 66	- 6	+122							
$M_2$	+129	- 18	+ 54	+ 95	- 27	+ 34	+ 99	-34	+ 32	
$S_2$	+ 38	+ 1	+ 29	- 11	- 7	- 18	- 11	- 5	- 22	
$N_2$	+100	0	- 22	- 72	+ 26	- 52	- 70	+15	- 40	
$\mu_2$	-110	+ 1	+ 2							
$R \sin \delta$										
$K_1$	+ 35	+ 8	+ 12	0	- 21	+ 10	+ 4	+ 5	+ 18	
$O_1$	+128	+ 36	+ 45	+289	+ 65	+ 47	+278	-96	- 8	
$Q_1$	- 26	- 69	+ 30							
$M_1$	+ 1	+ 2	- 3							
$M_2$	+ 74	+ 23	+ 9	+ 46	- 24	- 38	+ 63	- 8	- 14	
$S_2$	+ 29	+ 5	0	- 6	- 33	0	- 5	-18	+ 8	
$N_2$	+ 11	+ 24	+ 31	+ 21	+ 32	+ 32	+ 18	+ 9	+ 20	
$\mu_2$	- 3	- 32	+ 32							

Dans toutes les méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres, la dérive s'élimine par la première combinaison journalière. Les recherches ont montré que les résidus non éliminés de la dérive dans les valeurs diurnes présentent un désaccord accidentel pour la valeur et le signe c'est-à-dire qu'on rencontre parmi les valeurs journalières obtenues des nombres positifs et des nombres négatifs en quantité égale. On en tire deux conclusions :

1) Dans le travail [10], nous avons supposé que les valeurs journalières composées des résidus non éliminés de la dérive avaient une tendance à la prédominance des nombres d'un signe donné et c'est pourquoi dans la méthode de Doodson, la dérive déforme le plus les constantes harmoniques des ondes  $K_1$  et  $S_2$ . On peut dire maintenant que cette hypothèse ne s'est pas confirmée. La dérive déforme ainsi vraisemblablement  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  de toutes les ondes d'un indice (diurnes ou semi-diurnes) parce que les coefficients des combinaisons mensuelles, à l'exception de l'heure centrale, sont égaux deux à deux et ont des signes opposés mais  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes d'un indice s'obtiennent par la transformation des mêmes valeurs journalières.

2) Nous avons réellement comparé les différentes méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres d'après la valeur de la moyenne quadratique de toutes les valeurs de  $\Delta F_n'$

Pour la comparaison des méthodes de Lecolazet, Doodson, Doodson-Lennon et Matvéev, les moyennes quadratiques sont calculées à partir des contributions de la dérive en  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  d'après les données des tables 4 et 5 pour toutes les ondes d'un même indice. Les valeurs des moyennes quadratiques obtenues de cette façon sont données séparément pour les clinomètres et les gravimètres à la table 6.

Table 6.

Moyennes quadratiques des contributions de la dérive  
 $\Delta F_n'$  en  $10^{-6}$  mgal ou sec. d'arc.

METHODES	LECOLAZET		DOODSON		DOODSON-LENNON		MATVEEV	
	1	2	1	2	1	2	1	2
Clinomètres	110 cek.	29	231	51	25	14	43	19
Gravimètres	129 MZL	52	277	69	68	38	75	48

\* Dans les tables 6 et 7, 1 - ondes diurnes  
2 - ondes semi-diurnes

La méthode de Pertsev ne détermine les constantes harmoniques que pour cinq ondes.

Parmi celles-ci, les apports de la dérive dans les valeurs des facteurs  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des trois ondes  $O_1$ ,  $Q_1$ ,  $M_2$ , sont fortement influencées par les résidus de la partie périodique en  $\Delta F_n'$  comme on le voit à la Table 2.

T a b l e 7.

Moyennes quadratiques des apports de la dérive  $\Delta F'_n$  en  $10^{-6}$  mgal ou sec. d'arc

METHODES	LECOLAZET		DOODSON		DOODSON-LENNON		MATVEEV		PERTSEV I		PERTSEV II	
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Indice de l'onde												
Clinomètres	134 sec.	26	178	30	19	14	49	21	19	32	13	21
Gravimètres	127 mgal	52	253	79	88	45	90	41	111	42	105	42

C'est pourquoi les moyennes quadratiques de  $\Delta F'_n$  pour la méthode de Pertsev et d'autres méthodes ont été comparées ; dans la méthode de Pertsev on n'en trouvera que pour les cinq ondes déterminées. Dans la table 7, on donne les moyennes quadratiques des apports de la dérive en  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  pour les deux groupes d'ondes  $K_1, O_1$  et  $M_2, S_2, N_2$ . Nous ferons quelques remarques relatives aux données des tables :

- a) la comparaison des tables 3 et 6 avec le calcul de l'égalité (6) montre que nous pouvons négliger les apports des erreurs accidentelles  $\Delta \eta_n$  en  $\Delta F'_n$ .
- b) de la comparaison des données des tables 1 et 6, il s'ensuit que l'apport des résidus des ondes de marées  $\Delta \sum a_i r_i \cos \delta_i$  ou  $\Delta \sum a_i r_i \sin \delta_i$  en  $\Delta F'_n$  constitue moins de la moitié de sa valeur. Outre cela, les moyennes quadratiques des apports des ondes de marées en  $\Delta F'_n$  pour quelques séries mensuelles et pour la même onde (table 2) dans les différentes méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres sont égales. Par conséquent, nous pouvons comparer les erreurs dans les facteurs  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  des ondes déterminées dues à l'élimination incomplète de la dérive directement d'après les données des tables 6 et 7 ;
- c) les apports de la dérive dans les facteurs  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  des ondes déterminées obtenus par la réduction de l'enregistrement des inclinaisons de la surface de la Terre, sont moindres que les nombres correspondants obtenus par la réduction de l'enregistrement de gravimètres (voir tables 6 et 7). Cela s'explique partiellement par le fait que les amplitudes des ondes de marées des inclinaisons de la surface de la Terre sont à peu près quatre fois plus petites que l'amplitude des ondes de marées des variations de la force de pesanteur C'est pourquoi les résidus non éliminés des ondes de marées  $\Delta \sum a_i r_i \cos \delta_i$  et  $\Delta \sum a_i r_i \sin \delta_i$  en  $\Delta F'_n$  pour les séries clinométriques sont moindres que pour les séries prises dans des enregistrements de gravimètres.

### CONCLUSIONS

I. La contribution de la dérive en  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  des ondes déterminées est très grande dans la méthode de Doodson, qui élimine la partie linéaire de la dérive.

Elle a, à peu près, une valeur égale dans les méthodes de Doodson-Lennon, éliminant la partie quadratique de la dérive, de Matvéev, éliminant la partie linéaire par le procédé des moindres carrés et dans la méthode de Pertsev éliminant la partie linéaire.

Dans la méthode de Lecolazet, la contribution de la dérive  $\Delta F_n$  est deux fois plus grande que dans les méthodes de Doodson-Lennon, Matvéev et Pertsev. On peut expliquer facilement ce résultat étrange à première vue. Dans les articles [1] et [10], les contributions que nous avons trouvées de la dérive  $Y_1$  dans les valeurs journalières sont exprimées par le coefficient du polynôme

$$F_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots \quad (7)$$

par lequel on peut représenter la dérive sur un laps de temps englobé par la combinaison journalière.

*Méthode de Doodson*

$$\begin{aligned} \text{Ondes diurnes} & \quad Y_1 = - 2304 a_2 - 525312 a_4 - \dots \\ \text{Ondes semi-diurnes} & \quad Y_1 = + 576 a_2 + 152064 a_4 + \dots \end{aligned}$$

*Méthode de Doodson - Lennon*

$$\begin{aligned} \text{Ondes diurnes} & \quad Y_1 = - 13824 a_3 - 5299200 a_5 - \dots \\ \text{Ondes semi-diurnes} & \quad Y_1 = + 3456 a_3 + 1532160 a_5 + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

*Méthode de Lecolazet*

$$\begin{aligned} \text{Ondes diurnes} & \quad Y_1 = - 29952 a_3 - 12779520 a_5 - \dots \\ \text{Ondes semi-diurnes} & \quad Y_1 = - 3456 a_3 - 3018240 a_5 - \dots \end{aligned}$$

*Méthode de Pertsev (combinaison du 18ème ordre)*

$$\begin{aligned} \text{Ondes diurnes} & \quad Y_1 = - 92,7 a_2 + 1978,1 a_4 + \dots \\ \text{Ondes semi-diurnes} & \quad Y_1 = - 92,7 a_2 + 1978,1 a_4 + \dots \end{aligned}$$

Pour cela, il faut tenir compte de ce que :

a) les coefficients  $a_2$  sont habituellement de quelques dizaines de fois plus grands que  $a_3$ . Par exemple, pour la première et la deuxième séries d'observations des variations de la force de pesanteur, P. Melchior a obtenu, à Uccle ([6], Table 5) ces valeurs des coefficients  $a_3$  et  $a_2$

$$\begin{array}{lll} \text{Série 1} & a_2 = - 0,0212 & a_3 = - 0,0014 \\ \text{Série 2} & a_2 = + 0,5990 & a_3 = - 0,0039 \end{array}$$

b) les combinaisons journalières pour les ondes diurnes englobent dans les méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres : de Doodson et Lecolazet = de 37 à 43 ordonnées, dans la méthode de Pertsev, 24 ordonnées. Pour les ondes semi-diurnes, la combinaison journalière dans la méthode de Doodson englobe 29 ordonnées, dans la méthode de Lecolazet - 43 et, de la méthode de Pertsev - 24 ordonnées. Des formules (8) et prenant en considération les remarques a) et b), il découle en réalité que :

1) La plus grande contribution de la dérive dans les valeurs journalières pour les ondes diurnes est donnée par la méthode de Doodson. Les méthodes de Doodson-Lennon et Pertsev donnent des contributions à peu près égales. Dans la méthode de Lecolazet, la contribution est de deux fois plus grande que dans la méthode de Doodson-Lennon.

2) Pour les ondes semi-diurnes, la contribution de la dérive dans les valeurs journalières pour toutes les méthodes doit être à peu près égale mais d'une valeur assez bien plus faible que pour les ondes diurnes.

Pour illustrer la véracité de ces conclusions, nous donnons dans la table 8 les valeurs maximales des valeurs journalières pour 6 séries mensuelles de la dérive que nous avons réduites. Il est regrettable que pour la réduction du polynôme de la dérive sur ordinateur électronique "Oural" par la méthode de Pertsev, l'impression ne soit pas prévue pour les valeurs journalières. C'est à cause de cela que la dispersion des valeurs journalières a un caractère accidentel, le rapport voisin de la corrélation entre les nombres de la table 8 est donné en nombres mensuels et à la fin sur les données des tables 6 et 7.

Table 8.

Valeurs maximales pour les valeurs diurnes.

METHODES	SERIES					
	1 sec.	2 sec.	5 mgal	3 mm.	4 mm.	6 0,001. mgal
LECOLAZET $X_1$ . . . .	0,0411	0,01486	0,00286	3,32	3,46	32,3
DOODSON - $\left\{ \begin{array}{l} a_1 \dots \\ \eta_1 \dots \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 230 \\ 236 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 501 \\ 448 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 138 \\ 154 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,69 \\ 1,42 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,42 \\ 2,24 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 22,8 \\ 22,8 \end{array} \right\}$
LENNON						
DOODSON $\left\{ \begin{array}{l} X_1 \dots \\ Y_1 \dots \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 1738 \\ 1803 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 3051 \\ 2913 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 378 \\ 379 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 6,10 \\ 5,59 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 6,66 \\ 7,39 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 80,2 \\ 125,6 \end{array} \right\}$
LECOLAZET $X_2$ . . . .	0,0078	0,00358	0,00131	0,55	0,41	3,2
DOODSON - $\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_2 \dots \\ \eta_2 \dots \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 0,0058 \\ 0,0132 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,00326 \\ 0,00836 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,00194 \\ 0,00157 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,42 \\ 2,32 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,56 \\ 0,52 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 7,0 \\ 6,2 \end{array} \right\}$
LENNON						
DOODSON $\left\{ \begin{array}{l} X_2 \dots \\ Y_2 \dots \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 0,0182 \\ 0,0460 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,01008 \\ 0,00702 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 0,00165 \\ 0,00182 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 1,75 \\ 2,00 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 2,01 \\ 1,75 \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} 20,2 \\ 20,0 \end{array} \right\}$

II. L'élimination de la partie linéaire de la dérive par le procédé des moindres carrés dans des laps de temps de 24 à 27 heures équivaut à l'élimination de la partie quadratique de la dérive dans la méthode de Doodson-Lennon.

III. L'introduction dans la méthode de Pertsev d'une combinaison auxiliaire du 25<sup>ème</sup> ordre diminue, comme on le voit à la table 7, la contribution de la dérive dans les facteurs [n] et [n]' des ondes déterminées d'une très faible valeur. En même temps, la partie des ondes de marées, éliminée avec la dérive et dont on ne tient pas compte dans l'analyse ultérieure, augmente à peu près de trois fois en comparaison avec la partie qui s'élimine de la dérive par une combinaison du 18<sup>ème</sup> ordre.

L'erreur dans les facteurs  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées, issue du filtrage incomplet des ondes de marées dans la détermination de la dérive avec les combinaisons du 18<sup>ème</sup> et du 20<sup>ème</sup> ordre, peut atteindre  $30 \cdot 10^{-5}$  mgal pour l'onde  $O_1$  et  $10 \cdot 10^{-5}$  mgal pour  $M_2$  (voir tables 15, 16, 17 [1]). C'est pourquoi l'introduction par B.P. Pertsev d'une combinaison auxiliaire du 25<sup>ème</sup> ordre est inopportune.

Les erreurs provenant de l'élimination incomplète de la dérive dans la méthode de Lecolazet dépassent à peu près de 10 fois les erreurs issues de l'élimination incomplète des ondes perturbatrices (voir table 8 [1]). C'est pourquoi il n'est pas nécessaire dans la méthode de Lecolazet pour le calcul des significations théoriques des valeurs  $[n]$  et  $[n]'$  de calculer les 79 ondes. Dans les autres méthodes, les erreurs dues à l'élimination incomplète de la dérive sont du même ordre que les erreurs issues de l'élimination incomplète des ondes perturbatrices.

IV. Les contributions de la dérive dans les facteurs  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées ne dépassent pas, pour les méthodes de Lecolazet, Doodson-Lennon, Pertsev et Matvéev, 20 à  $30 \cdot 10^{-5}$  mgal. Elles sont habituellement beaucoup plus petites. C'est pourquoi cette partie de l'erreur des amplitudes des ondes déterminées, qui dépend de l'élimination incomplète de la dérive par des combinaisons journalières, est pour les quatre ondes les plus importantes  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $O_1$  et  $K_1$  plus petite que 1%. Par conséquent, elle n'explique pas les divergences dans les constantes harmoniques de ces ondes, que l'on observe lors de la réduction du même matériel d'observation par les différentes méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres.

Dans les travaux [1-3], on a montré que les contributions non éliminées des ondes perturbatrices et les erreurs accidentelles qui se trouvent dans le matériel de départ donnent également des erreurs des constantes harmoniques de ces ondes, n'atteignant pas la limite de 1%. Par conséquent, pour un matériel de départ de haute précision ne contenant pas d'erreurs instrumentales systématiques dues en particulier à l'imprécision du calcul de la variation de la sensibilité de l'instrument, toutes les méthodes que nous avons examinées doivent donner des résultats concordant dans les limites de 1%.

Si les constantes harmoniques obtenues par la réduction du même matériel varient de plus de 1% alors cela indique l'existence d'erreurs systématiques importantes dans les ordonnées de départ.

## BIBLIOGRAPHIE

---

1. V.G. BALENKO et S.N.ZACHARTCHENKO.  
Quelques procédés de comparaison des méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres.  
*Travaux de l'Obs. Grav. de Poltava T.X. Yzd-vo Ac, des Sc. URSS 1961*  
Traduction BIM n° 31 pp. 801 - 819.
2. V.G. BALENKO  
Contribution des ondes à longues périodes dans les résultats de l'analyse harmonique d'une série mensuelle de marées terrestres.  
*Travaux de l'Obs. Grav. de Poltava T.X. Yzd-vo Ac. des Sc. URSS 1961.*  
Traduction BIM n° 31 pp. 835-842.
3. V.G. BALENKO.  
Influence des méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres sur les erreurs accidentelles des ordonnées de départ.  
*Travaux de l'Obs. Grav. de Poltava T.X. Yzd-vo Ac. des Sc. URSS 1961.*  
Traduction BIM - sous presse.
4. Jan PICHA.  
Ergebnisse der Gezeitenbeobachtungen der festen Erdkruste in Brezove Hory in den Jahren 1936-1939.  
*Geofysikalny sbornik, N 36-60, Nakladatelstvi Ceskoslovenske Akademie ved. Praha, 1957.*
5. R. LECOLAZET.  
La méthode utilisée à Strasbourg pour l'analyse harmonique de la marée gravimétrique.  
*Marées terrestres, Bulletin d'informations, N° 10, 1958.*
6. P. MELCHIOR.  
Résultats de seize mois d'enregistrement de la marée à l'observatoire Royal de Belgique (Uccle) à l'aide du Gravimètre Askania N° 145  
*Annales de l'obs. Royal de Belgique, T. VIII, Sér. Géoph. N° 53, Liège, 1960.*
7. V.G. BALENKO.  
Sur la méthode d'analyse harmonique des marées terrestres de Doodson-Lennon.  
*Trav. de l'Obs. grav. de Poltava. Tom X Yzd-vo Ac. des Sc. URSS 1961.*  
Traduction BIM N° 32 pp. 843-848.
8. B.P. PERTSEV.  
Analyse harmonique des marées élastiques.  
*Yzd. Ac. des Sc. URSS Série géophysique N° 8, 1958.*
9. R. LECOLAZET.  
Sur l'estimation des erreurs internes affectant les résultats d'une analyse harmonique mensuelle,  
*Marées terrestres, Bulletin d'informations, N° 17, 1959.*
10. V.G. BALENKO  
Méthodes d'analyse harmonique de Doodson et Lecolazet.  
*Travaux de l'Obs. gravimétrique de Poltava T. IX, Yzd-vo Ac. des Sc. URSS 1960.*  
Traduction BIM N° 30 pp. 705-739.

## ZUR BESTIMMUNG DES AZIMUTS BEI LOTSCHWANKUNGSMESSUNGEN

durch

*Manfred SCHNEIDER, Freiberg/Sa*

Für Lotschwankungsmessungen werden nach Möglichkeit Aufstellungen der Klinometer gewählt, bei denen sich die Azimute der beiden zur Erfassung der totalen Loschwankungen verwendeten Geräte um einen rechten Winkel unterscheiden. Darüberhinaus werden Aufstellungen im Meridian und im ersten Vertikal bevorzugt, weil sie die unmittelbare Vergleichbarkeit der beobachteten und der theoretischen Lotschwankungen gewährleisten. Aufstellungen in abweichenden Azimuten haben lokale Ursachen oder beruhen z.B. auf Überlegungen, in mittleren Breiten die ganztägigen Tiden mit beiden Komponenten gleichgross zu erfassen. Angaben über die verwendeten Azimute findet man bei MELCHIOR [5,6] ; ferner vergleiche man z.B. die Arbeiten von HECKER [3] und SCHWEYDAR [8].

Das wirkliche Azimut der Geräte kann aus technischen Gründen von der angenommenen Richtung abweichen. Praktisch schwankt das Azimut eines einfachen Horizontalpendels bei photographischer Registrierung auf 30 cm breitem Papier mit 5 m Lichtzeigerlänge und einfacher Reflexion am Gehänge bereits um  $\pm 50$  Bogenminuten. Bei Auftreten eines starken instrumentell oder lokal bedingten Ganges werden häufige Korrekturen der Gleichgewichtslage verschiedentlich dadurch vermieden, dass zur Aufrechterhaltung eines kontinuierlichen Registrierbetriebes die effektive Registrierbreite durch die Verwendung weiterer, seitlich vom Registriergerät aufgestellter Beleuchtungsvorrichtungen erhöht wird ; auf diese Weise vervielfacht sich im gleichen Masse die Unsicherheit des Pendelazimuts.

Es ist daher für die Angabe der Genauigkeit von Lotschwankungsmessungen von Interesse, den Einfluss der Azimutunsicherheit auf die Ergebnisse zu untersuchen. Es werden im Folgenden die theoretischen Lotschwankungen in Nord-Süd- und in Ost-West-Richtung betrachtet. Die Ergebnisse können sinngemäss auf Messungen in anderen Azimuten übertragen werden. Für eine strenge Beurteilung der Beobachtungsergebnisse müssen die azimutalen Unterschiede der Verminderungsfaktoren sowie der Phasenverschiebungen des beobachteten und theoretischen Tidenverlaufs berücksichtigt werden.

Die ganz- und halbtägigen Komponenten der vom Gezeitenpotential  $V_2$  herrührenden Lotschwankungen an der Erdoberfläche können nach BARTELS [1] geschrieben werden :

$$X_1 = H \cos 2 \phi \cos (W_1 - 90^\circ)$$

$$Y_1 = H \sin \phi \cos W_1$$

und

$$X_2 = H \sin \phi \cos \phi \cos (W_2 + 90^\circ)$$

$$Y_2 = H \cos \phi \cos W_2.$$

Dabei bedeuten :  $X_{1,2}$  und  $Y_{1,2}$

ganz-u. halbtägige Lotschwankungskomponenten, positiv nach Norden und Osten ;

$$H = 82,26 \cdot 10^{-6} K \text{ cm s}^{-2}$$

Amplitudenfaktor mit  $K$  = Amplitudenkoeffizient der betreffenden Tide der Entwicklung des Gezeitenpotentials nach DOODSON.

$$\begin{aligned} \phi & \text{ geozentrische Breite} \\ W_1 &= L + W_0 \\ W_2 &= 2L + W_0 + 90^\circ \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{mit } L = \text{geograph. Länge und} \\ W_0 = \text{Argument der Tide auf dem} \\ \text{Meridian von Greenwich.} \end{array} \right.$$

Rechnet man das Azimut von Norden über Osten positiv, folgt für die theoretische Lotschwankung im Azimut A bzw.  $90^\circ + A'$

$$\begin{aligned} H_A &= X \cos A + Y \sin A \\ \text{und} \quad H_{A'} &= -X \sin A' + Y \cos A' \end{aligned} \quad (2)$$

Betrachtet man die Komponenten  $H_A$  und  $H_{A'}$  als Lotschwankungen, die auf die theoretischen Werte im Meridian und im ersten Vertikal bezogen werden sollen, so kann man schreiben :

$$\left. \begin{aligned} H_{A_1} &= \hat{X}_1 = H(1+x_1) \cos 2\phi \cos (W_1 - 90^\circ - \xi_1) \\ H_{A'_1} &= \hat{Y}_1 = H(1+y_1) \sin \phi \cos (W_1 - \eta_1) \\ H_{A_2} &= \hat{X}_2 = H(1+x_2) \sin \phi \cos \phi \cos (W_2 + 90^\circ - \xi_2) \\ H_{A'_2} &= \hat{Y}_2 = H(1+y_2) \cos \phi \cos (W_2 - \eta_2) \end{aligned} \right\} (3)$$

Die Grössen  $H_A$  bzw.  $H_{A'}$  aus (2) und (3) werden jeweils für ganz- und halbtägige Glieder gleichgesetzt. Der Koeffizientenvergleich der Glieder mit  $W_{1,2}$  liefert folgende Ergebnisse :

Komponente	$\tan(\xi; \eta)$	$1 + (x; y)$
$X_1$	$-\frac{\sin \phi}{\cos 2\phi} \cdot \tan A$	$\cos A \sqrt{1 + \tan^2 \xi_1}$
$Y_1$	$-\frac{\cos 2\phi}{\sin \phi} \cdot \tan A'$	$\cos A' \sqrt{1 + \tan^2 \eta_1}$
$X_2$	$\frac{1}{\sin \phi} \cdot \tan A$	$\cos A \sqrt{1 + \tan^2 \xi_2}$
$Y_2$	$\sin \phi \cdot \tan A'$	$\cos A' \sqrt{1 + \tan^2 \eta_2}$

(4)

Die Vorzeichen von  $(\xi; \eta)$  kehren sich bei Vorzeichenumkehr von A bzw. A' und von  $\phi$  ebenfalls um. Die Werte  $(x; y)$  sind vom Vorzeichen von  $\phi$  und von A bzw. A' unabhängig. Es genügt daher die Betrachtung für positive Werte  $\phi$ .

In den Abbildungen 1 bis 8 sind die Werte  $(x; y)$  und  $(\xi; \eta)$  der ganz- und halbtägigen Tiden für  $\phi = 0 \dots 90^\circ$  graphisch dargestellt. Daraus ist ersichtlich, mit welcher unterschiedlichen Genauigkeit das Azimut eines Pendels für verschiedene geozentrische Breiten sicher bekannt sein muss, d.h. um welchen Betrag es aus der Nennrichtung maximal abweichen darf, damit die dadurch entstehenden systematischen Verfälschungen von Amplitude und Phase der ganz- und halbtägigen Tiden für die Nord-Süd- und für die Ost-West-Komponente der Lotschwankungen ein vorgegebenes zulässiges Mass nicht überschreiten.

An Hand der Darstellungen findet man bestätigt, dass zur genauen Bestimmung der harmonischen Konstanten der ganztägigen Tiden in mittleren Breiten besonderer Wert auf die Ermittlung des Pendelazimutes für die meridionale Komponente der Lotschwankungen zu legen ist, während in niederen Breiten der Azimutbestimmung im Hinblick auf die meridionale Komponente der halbtägigen Tiden und auf die Ost-West-Komponente der ganztägigen Tiden erhöhte Aufmerksamkeit zu schenken ist. Die Ost-West-Komponente der halbtägigen Tiden wird von Unsicherheiten der Azimutbestimmung am wenigsten beeinflusst.

Die Beziehungen (4) gestatten, zur Vermeidung systematischer Fehler der harmonischen Konstanten die Korrekturgrößen für Betrag und Phase der einzelnen Tiden zu berechnen, wenn die Pendelazimute um einen bekannten Betrag vom Meridian beziehungsweise vom ersten Vertikal abweichen. Gleichzeitig lassen sich die Formeln auch verwenden, um für einen maximal zulässigen Fehler der Lotschwankungskomponenten  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$  an einem Orte mit der geozentrischen Breite  $\phi$  die erforderliche Azimutgenauigkeit anzugeben.

Um zum Beispiel in der geozentrischen Breite  $\phi = 50^\circ$  eine Genauigkeit der Phase von  $\pm 1^\circ$  für die Halbtagestiden zu erreichen, ist für die Nord-Süd-Komponente das Azimut auf  $\pm 46'$  anzugeben, jedoch auf  $\pm 14'$ , falls auch die Phase der ganztägigen Tiden auf  $\pm 1^\circ$  genau sein soll. Für die Ost-West-Komponente wird unter den gleichen Bedingungen eine Genauigkeit des Azimutes von  $\pm 1^\circ 18'$  für die halbtägigen und von  $\pm 4^\circ 25'$  für die ganztägigen Tiden gefordert. Um die Amplitudenwerte auf  $\pm 1\%$  zu bestimmen, genügt für die ganztägigen Tiden die Angabe des Azimutes auf  $\pm 1^\circ 53'$  für die Nord-Süd- und auf  $\pm 8^\circ 22'$  für die Ost-West-Komponente, für die halbtägigen Tiden sogar auf  $\pm 9^\circ 42'$  bzw.  $\pm 12^\circ 41'$ . Die Genauigkeit der Phasenangaben stellt mithin unter Umständen wesentlich schwieriger zu erfüllende Bedingungen an die Bestimmung des Pendelazimuts als die Genauigkeit der Amplitudenwerte.

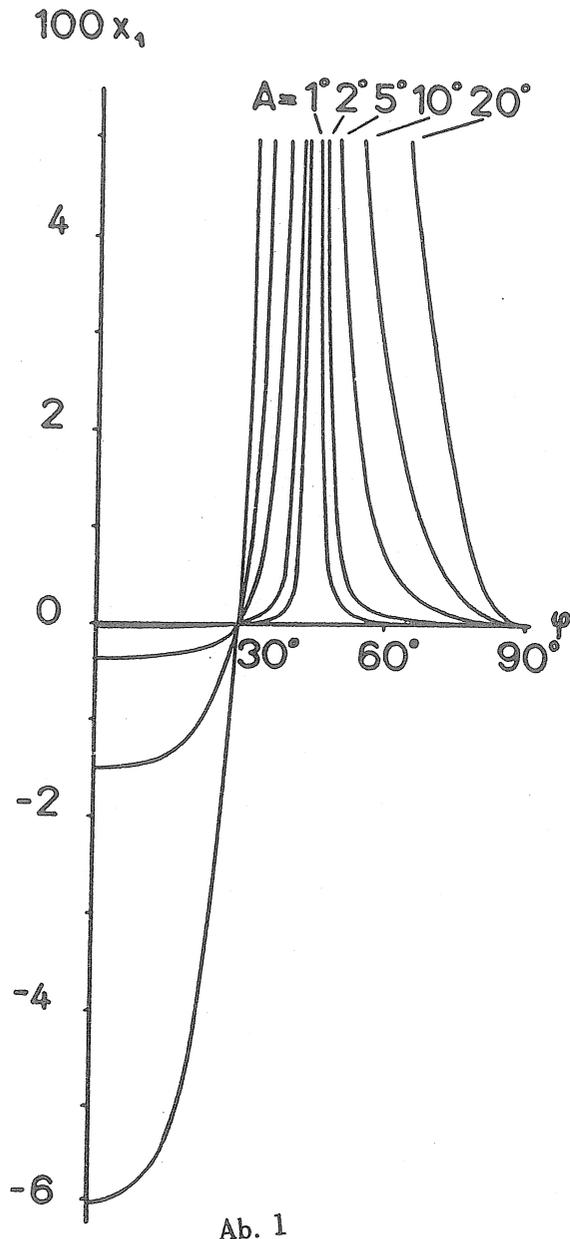
Die Genauigkeit der Angabe des Azimutes eines Horizontalpendels wird nicht nur durch die vermessungstechnischen Möglichkeiten, sondern auch, wie bereits ausgeführt, massgeblich durch die Registrieranordnung, d.h. bei photographischer Registrierung durch das Verhältnis Registrierbreite zu Lichtzeigerlänge, beeinflusst. Der höchstzulässige Wert dieses Verhältnisses kann aus den Genauigkeitsforderungen für die harmonischen Konstanten über die Azimuttoleranz abgeleitet werden. Gegebenenfalls ist es vorteilhaft, zur Erzielung eines hohen Skalenwertes eine hohe optische Vergrößerung, d.h. eine grosse Lichtzeigerlänge, zu verwenden. Unter Umständen ist bei einfachen Horizontalpendeln eine Mehrfachreflexion am Gehängespiegel ratsam, wodurch gleichzeitig noch die mechanische Stabilität des Gehänges erhöht und eine bessere Konstanz der Schwingungszeit, d.h. der statischen Neigungsempfindlichkeit, gewonnen wird.

Bei dem Vergleich der Ergebnisse von Lotschwankungsmessungen über längere Zeit kann der Einfluss geringer registriertechnisch bedingter Azimutschwankungen auf die Phasenwerte Beachtung verdienen, wenn die photographische Aufzeichnung mit geringer Lichtzeigerlänge (z.B. bei SCHWEYDAR [8] 366 cm) erfolgt.

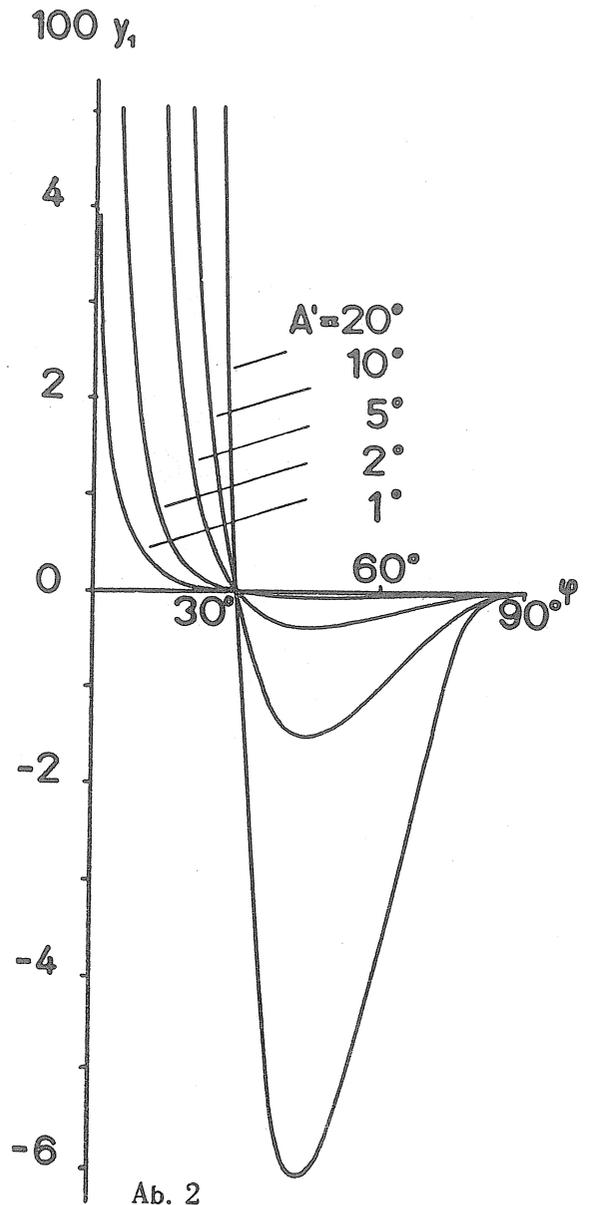
Bei Neigungsmessungen mit Horizontaldoppelpendeln nach LETTAU [4] sind selbst stärkere Instrumentengänge für die Azimutwerte, die sich auf die oberen Pendel beziehen, ohne nennenswerten Einfluss. Die Labilisierung des Gehänges durch das untere (kleine) Pendel, dessen Winkelausschlag registriert wird, ermöglicht eine hohe innere Vergrößerung des Gesamtsystems, ohne dass sich das Azimut des oberen Pendels stark ändert. Zum Beispiel wird die innere Vergrößerung des oberen Pendels der Horizontaldoppelpendel der Station Tiefenort bei 40 cm effektiver Registrierbreite und 5 m Lichtzeigerlänge mit Einfachreflexion infolge der Labilisierung und der statischen Winkelvergrößerung der Ausschläge des oberen durch das untere Pendel etwa um den Faktor 200 erhöht. Die maximal mögliche Azimutänderung während eines Messintervalles, in dem die Gleichgewicht-

slage nicht neu eingestellt wird, beträgt unter Berücksichtigung der Labilisierung der oberen Pendel ca.  $+ 2,5$ . Die nach der oben durchgeführten Abschätzung zulässige Azimuttoleranz, die zur Bestimmung der Phasen auf  $+ 1^\circ$  gefordert werden muss, wird also selbst für die gantztägigen Tiden bei weitem noch nicht erreicht. Damit offenbart sich neben den bereits bekannten ein neuer Vorzug der Horizontal Doppelpendel nach LETTAU für Lot-schwankungsmessungen.

Um bei stärkeren Neigungsgängen die gestellten Forderungen an die Genauigkeit der Azimuts jederzeit erfüllen zu können, ist die herkömmliche Art der Neigungsregistrierungen mit einfachen Horizontalpendeln zweckmässigerweise durch eine Nullmethode, wie sie zum Beispiel bereits von VERBAANDERT-MELCHIOR [9] vorgeschlagen worden ist, zu ersetzen. Abgesehen von der Verwendung von Horizontal Doppelpendeln kann auch die Änderung der Messmethodik durch Umstellung auf Neigungsmessungen mit Vertikalpendeln (GRAF [2], SCHNEIDER [7]) die Schwierigkeiten bei der Einhaltung der Azimuttoleranzen grundsätzlich beseitigen.



Ab. 1

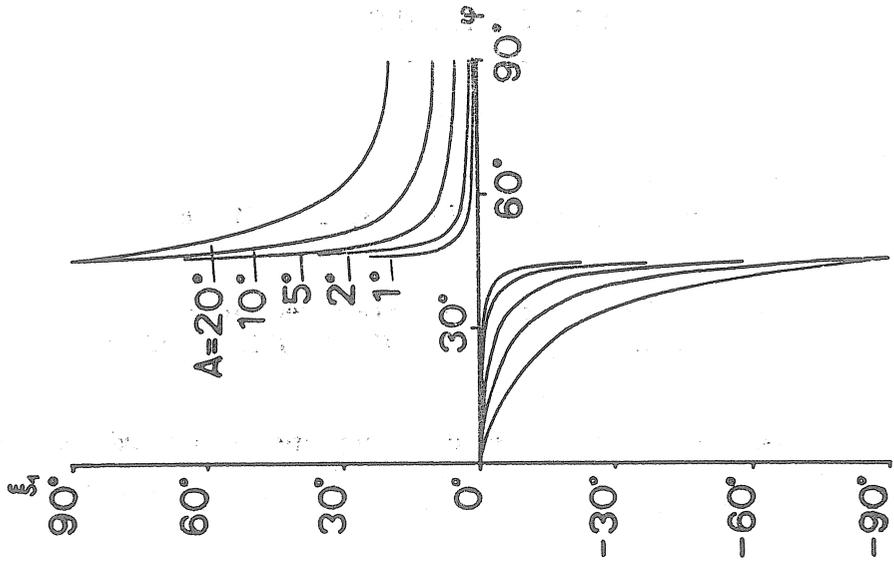


Ab. 2

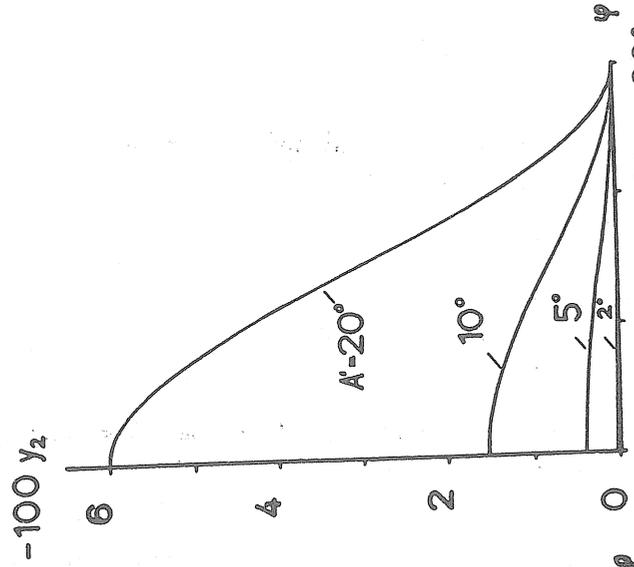
L I T E R A T U R.

---

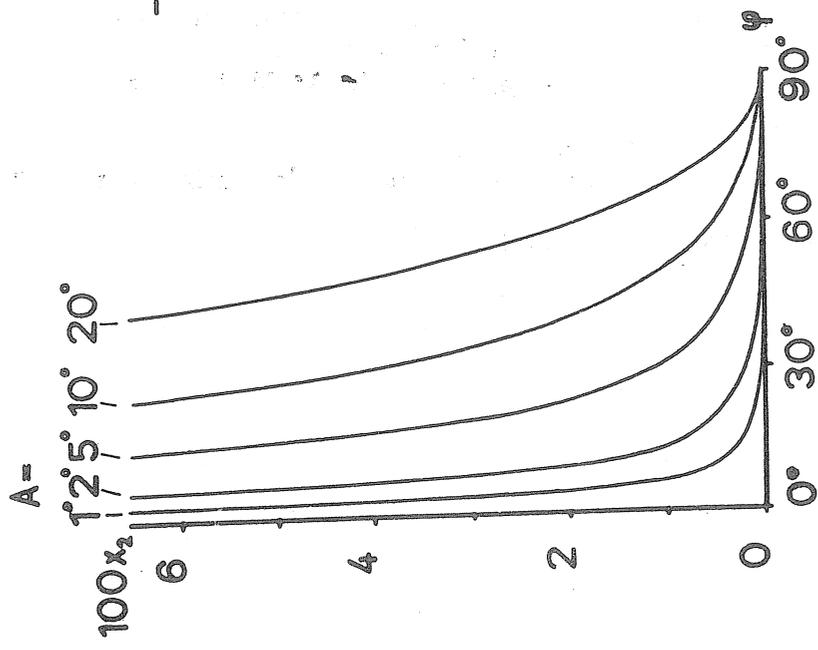
1. BARTELS, J.  
Gezeitenkräfte.  
*Handbuch d. Physik* 48, Band *Geophysik II*, (1957), spez. S. 767-768.
2. GRAF, A.  
Bemerkungen zur instrumentellen Ausrüstung einer Gezeitenstation.  
*Comm. Obs. Roy. Belg. N° 142, sér. géophys. N° 47* (1958), S. 116-122.
3. HECKER, O.  
Beobachtungen an Horizontalpendeln über die Deformation des Erdkörpers unter dem Einfluss von Sonne und Mond.  
*Veröff. Preuss. Geodät. Inst., Neue Folge N° 32. Berlin* (1907), spez. S. 3.
4. LETTAU, H.  
Das Horizontaldoppelpendel.  
*Zeitschrift f. Geophysik* 13 (1937) 1, S. 25-33.
5. MELCHIOR, P.  
Catalogue général des résultats des analyses harmoniques mensuelles d'observations de marées terrestres Bruxelles (1963),  
S. 6.
6. MELCHIOR, P.  
Rapport sur les marées terrestres.  
*Bull. Inform. Marées Terr., Bruxelles* (1960), N° 20.
7. SCHNEIDER, M.  
Die Registrierung von Lotschwankungen mit Hilfe eines Vertikalpendels in Freiberg/Sa.  
*Bergakademie, 14* (1962) 8, S. 569-570.
8. SCHWEYDAR, W.  
Lotschwankungen und Deformation der Erde durch Flutkräfte gemessen mit zwei Horizontalpendeln im Bergwerk in 189 m Tiefe bei Freiberg i. Sa.  
*Zentralbureau der Internat. Erdmessung, Neue Folge N° 38* (1921), S. 12.
9. VERBAANDERT, J., & MELCHIOR, P.  
Les Stations Géophysiques souterraines et les pendules horizontaux de l'Observatoire Royal de Belgique.  
*Obs. Roy. Belg. Monographies* 7 (1961), S. 51.



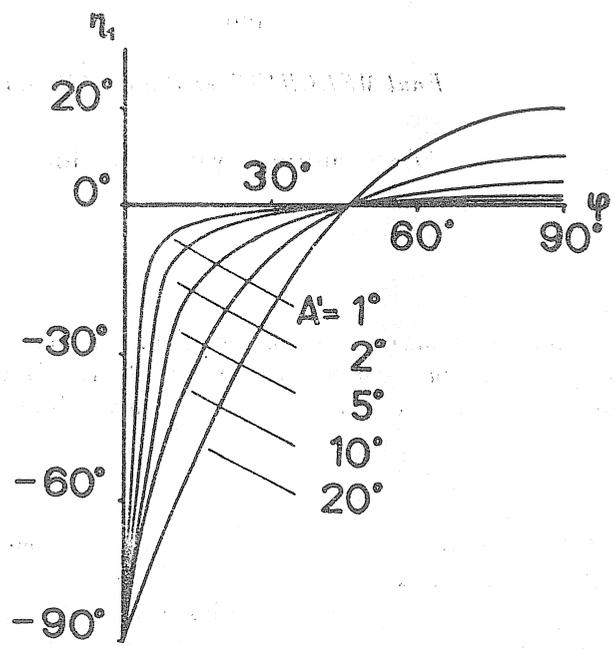
Ab. 5



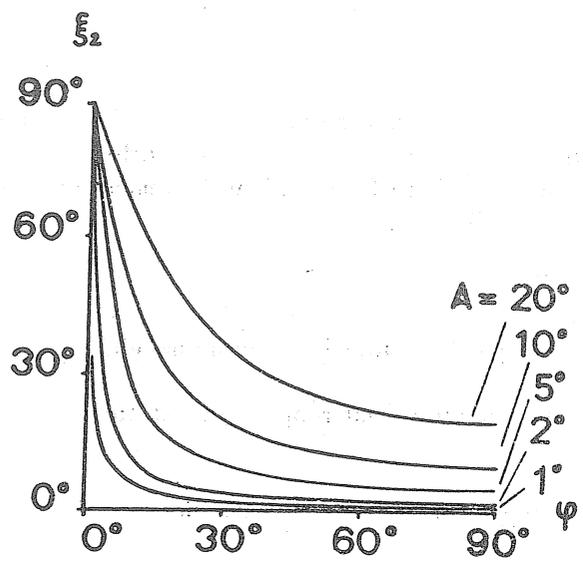
Ab. 4



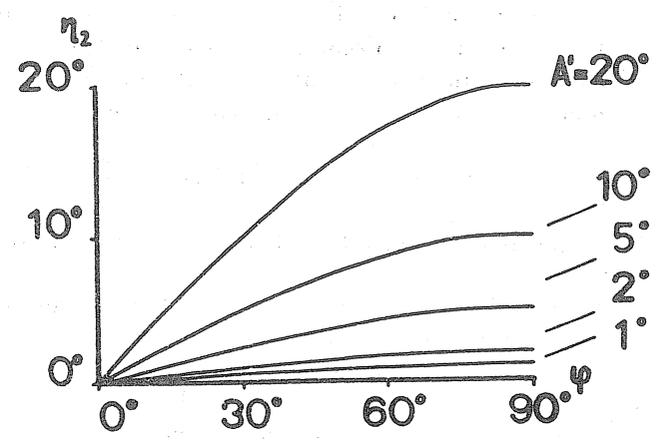
Ab. 3



Ab. 6



Ab. 7



Ab. 8

DISCUSSION DES DONNEES CONTENUES DANS LE CATALOGUE GENERAL DES RESULTATS  
D'ANALYSES HARMONIQUES MENSUELLES DE MAREES TERRESTRES.

par

*Paul MELCHIOR et Paul PÂQUET*

Observatoire Royal de Belgique.

Nous avons opéré un premier examen des données figurant dans ce catalogue [1] en soumettant toutes les stations qui possèdent un nombre significatif de résultats (10 analyses minimum sauf exception) au programme de moyennes vectorielles et de corrélations écrit par l'un des auteurs [2].

A. MOYENNES VECTORIELLES

Les Tables 1, 2, 3 donnent tout d'abord les résultats des combinaisons vectorielles pour les gravimètres et les pendules horizontaux en composantes NS et EW. Les Tables 4, 5, 6 donnent une intercomparaison des résultats obtenus pour les ondes principales sous la forme de rapports des rapports d'amplitude et de différences des déphasages. Ceci a pour avantage en particulier d'éliminer les incertitudes provenant des imperfections d'étalonnage et dans le cas des pendules des incertitudes sur l'orientation.

Notons que pour comparer de manière utile la phase de  $O_1$  à celle de  $M_2$  il faut multiplier la première par 2,08 pour tenir compte de la différence des vitesses angulaires.

On peut, à partir de ces Tables, faire une série de remarques générales :

Composante verticale (gravimètres).

Les facteurs d'amplitude ne peuvent être comparés qu'avec circonspection car leurs valeurs reposent sur l'étalonnage du gravimètre et de l'enregistreur, opération délicate et parfois trop rarement effectuée ou insuffisamment répétée. En outre, la sensibilité fluctue dans le temps de manière non linéaire entre les étalonnages et il en résulte une dispersion et des erreurs systématiques.

Nonobstant ce fait on peut affirmer :

- a. que les facteurs d'amplitude sont plus faibles en Asie que dans tout le reste du monde.
- b. que les stations russes présentent un retard de phase sensible par rapport aux stations d'Europe Occidentale.
- c. que les facteurs d'amplitude des ondes  $K_1$  et  $O_1$  sont similaires et systématiquement plus faibles que ceux des ondes semi-diurnes.
- d. qu'il y a un remarquable accord de toutes les phases pour les stations de Bruxelles et Strasbourg mais un désaccord marqué pour l'amplitude de l'onde  $M_2$
- e. que pour les stations russes, asiatiques et américaines l'onde  $O_1$  est en avance sur l'onde  $K_1$ .
- f. qu'à première vue les  $A_k$  sont plus grands entre  $S_2$  et  $M_2$  qu'entre  $K_1$  et  $O_1$  mais ceux-ci doivent en fait être multipliés par 2 pour correspondre à la même base de temps.

Composantes horizontales.

On ne prend pas en considération les ondes diurnes dans la composante Nord-Sud car l'ensemble des stations clinométriques est dans la zone de latitude 45° Nord où ces composantes s'annulent.

On peut considérer ici, en opposition avec ce qui se passe pour les gravimètres, que c'est la phase qui est la moins bien déterminée. Elle repose en effet sur une mesure d'azimut du bras pendulaire qu'il est souvent difficile de réaliser avec précision. Par contre les mesures de sensibilité sont plus faciles et la sensibilité elle-même reste plus stable - sauf exception - que dans le cas des gravimètres.

Ondes semi-diurnes.

- a. Le facteur d'amplitude diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'Atlantique pour tendre vers la valeur 0,7.
- b. Le facteur d'amplitude est nettement plus faible en Italie.

Ondes diurnes (EW).

- a. Ces ondes apparaissent bien moins perturbées par la présence de l'Océan Atlantique, ce qui tend à attribuer à priori les anomalies des ondes semi-diurnes aux effets indirects.
- b. Les facteurs d'amplitude des ondes diurnes sont en général un peu plus faibles que ceux des ondes semi-diurnes de la même station.

Remarque concernant le groupe des stations d'Europe Occidentale et Centrale.

(Paris, Uccle, Vedrin, Strasbourg, Tihany, Sclaigneaux, Warmifontaine, Tiefer Königstollen, Berchtesgaden, Tiefenort, Berggieshübel).

L'examen des Tables 4, 5, 6 révèle une allure homogène très systématique pour les caractéristiques observées dans les trois composantes.

$$\begin{array}{ll} \kappa_{S_2} - \kappa_{M_2} < 0 & \gamma_{S_2} \text{ (NS)} > \gamma_{M_2} \text{ (NS)} \\ (\alpha_{S_2} - \alpha_{M_2})_{NS} > 0 & \gamma_{S_2} \text{ (EW)} < \gamma_{M_2} \text{ (EW)} \\ (\alpha_{S_2} - \alpha_{M_2})_{EW} < 0 & \delta_{S_2} \sim \delta_{M_2} \end{array}$$

Nous relevons plus particulièrement que l'on observe

$$\delta_{O_1} > \delta_{K_1} \quad \text{et} \quad \gamma_{O_1} \text{ (EW)} < \gamma_{K_1} \text{ (EW)}$$

ce qui indiquerait que la marée terrestre O<sub>1</sub> est proportionnellement plus importante que la marée terrestre K<sub>1</sub> en Europe Occidentale : les coefficients  $\delta$  et  $\gamma$  varient dans ce cas en sens opposé et les constatations ci-dessus sont cohérentes. Les ondes diurnes K<sub>1</sub> et O<sub>1</sub> sont à priori peu perturbées par des effets indirects.

Par contre les inégalités

$$\delta_{O_1} < \delta_{M_2} \quad \text{et} \quad \gamma_{O_1} \text{ (EW)} < \gamma_{M_2} \text{ (EW)}$$

ne sont pas cohérentes et révèlent une anomalie dont les effets indirects sur  $\gamma_{M_2}$  pourraient être responsables.

Stations présentant des résultats anormaux.

Il y a un désaccord systématique entre les deux stations installées à Tiefenort pour la composante EW ainsi qu'entre les deux stations installées à Ashkabad mais ici pour les deux composantes. On ne relève pas de contradictions de ce genre pour les autres stations doubles ou multiples (Warmifontaine, Kondara, Alma Ata).

Les Tables 4, 5, 6 permettent également de déceler directement les résultats anormaux indiqués entre parenthèses.

On relèvera les cas de Berchtesgaden (onde S<sub>2</sub> en EW), Bari et Genova (onde O<sub>1</sub> en EW), Poltava (onde K<sub>1</sub> en EW).

Valeurs moyennes.

Excluant ces quelques cas ainsi que les stations de Bari et Genova très voisines de la mer et, pour les composantes semi-diurnes, la station de Sclaigneaux qui est très sensible aux effets indirects, on peut tenter d'obtenir à titre indicatif des valeurs moyennes pour les différents coefficients. On obtient les chiffres ci-après :

Composante Nord-Sud.

Excluant Sclaigneaux, Berchtesgaden, Bari, Genova :

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}(M_2) &= 0,643 \\ \bar{\gamma}(S_2) &= 0,667. \\ \bar{\gamma}(N_2) &= 0,662. \\ \hline \bar{\gamma}_{NS}^{sd} &= 0,657 \end{aligned}$$

En pondérant les valeurs de  $\gamma$  en fonction de l'amplitude de chaque onde, on aurait  $\gamma_{NS}^{sd} = 0,653$  qui diffère à peine de la valeur précédente.

Composante Est-Ouest.

Excluant Sclaigneaux, Berchtesgaden, Bari, Genova :

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}(M_2) &= 0,726. \\ \bar{\gamma}(S_2) &= 0,690. \\ \bar{\gamma}(N_2) &= 0,740. \\ \hline \bar{\gamma}_{EW}^{sd} &= 0,719 \end{aligned}$$

En pondérant comme précédemment on aurait  $\gamma_{EW}^{sd} = 0,715$  valeur très voisine de la précédente.

Excluant Bari, Genova, Poltava :

$$\begin{aligned} \bar{\gamma}(K_1) &= 0,753 \\ \bar{\gamma}(O_1) &= 0,675. \\ \hline \bar{\gamma}_{EW}^d &= 0,714. \end{aligned}$$

On constate que :

$$\gamma_{NS}^{sd} < \gamma_{EW}^{sd}$$

$$\gamma_{EW}^d = \gamma_{EW}^{sd}$$

ce qui voudrait dire que  $\gamma_{NS}$  est particulièrement affecté par les effets indirects puisque ceux-ci sont pratiquement nuls pour les ondes diurnes.

#### B. CORRELATIONS (TABLES 7, 8, 9, 10)

Il semble à première vue que l'on ne devrait pas s'attendre à trouver de corrélation entre les divers éléments fournis par un ensemble d'analyses harmoniques. De toute façon les méthodes d'analyse sont suffisamment sélectives pour que ce processus même n'en fasse pas naître.

On ne pourrait qu'imaginer des variations dans le temps de la réponse de la croûte, en phase et en amplitude, pour affecter simultanément toutes les ondes d'effets perturbateurs corrélatifs. On rappellera à cet égard les observations faites par Nishimura à Makimine et qui mettaient en évidence une forte variation d'amplitude de l'onde M<sub>2</sub> avec le temps [3].

Il faudrait dans ce cas relever la présence simultanée de tels effets en plusieurs stations voisines.

Plus vraisemblablement on devra attribuer l'existence de coefficients de corrélation élevés à l'une des causes suivantes :

- 1° négligence dans les opérations d'étalonnage.
- 2° mauvaise conservation du temps par l'horloge.
- 3° anomalies de fonctionnement de l'appareil se traduisant par une instabilité chronique de la sensibilité et qui ne permet pas - même avec des étalonnages fréquents - de corriger dûment les mesures.
- 4° erreurs systématiques, variables dans le temps, dans la mesure des graphiques; éventuellement déformations des papiers photographiques (notamment à cause de l'humidité dans les stations souterraines), variations de la parallaxe des signaux horaires.

Comme l'on ne dispose pas encore, pour la plupart des stations, de tables détaillées de mesures répétées des constantes des appareils, il est difficile de trancher entre les diverses causes suggérées.

Si l'on note une forte corrélation simultanément pour les amplitudes et les phases, on sera amené à considérer particulièrement les points 3° et 4°.

Les cas remarquables ont été soulignés dans les tables. Nous indiquerons ici ceux qui paraissent exceptionnels où pratiquement tous les coefficients de corrélation sont élevés :

- gravimètres : Genova, Kiev 1, Tashkent 1, Chiba.
- pendules horizontaux : Tiefenort 2, Ashkabad 1.

Cas des pendules doubles de Lettau.

Il est extrêmement intéressant de noter que les résultats de la station de Tiefenort 2, équipée de pendules doubles de Lettau, s'écartent systématiquement de ceux de la station de Tiefenort 1 en composante EW tant en ce qui concerne les phases que les amplitudes et que ces mêmes appareils donnent lieu à des coefficients de corrélation exceptionnellement élevés (tous supérieurs à 0,8 pour les amplitudes !) ce qui établit avec certitude l'existence d'une dépendance.

Nous pensons que ce phénomène tient au principe de construction même des appareils qui entraîne une instabilité chronique de la sensibilité qui échappe au contrôle même par des mesures fréquentes.

BIBLIOGRAPHIE.

---

- [1] P. MELCHIOR      Catalogue général des résultats des analyses harmoniques mensuelles d'observations de marées terrestres au 31 décembre 1962.  
(*Assoc. Int. Géodésie - Comm. Permanente des Mar. Terr. - Bruxelles février 1963*).
- [2] P. PÂQUET      Programme pour la comparaison et la discussion d'un ensemble de résultats d'analyses harmoniques de marées terrestres.  
(*BIM n° 29 pp. 699 - 702 1962*).
- [3] E. NISHIMURA    On Earth Tides.  
(*Trans. Amer. Geoph. Union 31, n° 3 pp. 357 - 376 1950*).
-



Table 2

Stations Clinométriques  
Composante Nord-Sud

Facteurs d'Amplitude et Phases

Moyennes vectorielles

N°	Station	Longitude		Latitude Nord	φ	Nombre d'Instrumente	Nombre d'Analyses	N <sub>2</sub>		S <sub>2</sub>		N <sub>2</sub>		α
		λ	λ					γ	α	γ	α	γ	α	
1140	Sciaigneaux	5° 1'	50° 30'			3	75	0,980	+ 1° 80'	1,112	+ 5° 58'	1,060	- 2° 42'	
1142-3	Warmifontaine	5° 23'	49° 50'			2	22	0,720	+ 2° 86'	0,753	+ 8° 97'	0,703	- 4° 61'	
1160	Tiefer Konigstollen	7° 56'	50° 47'			1	12	0,597	- 16° 95'	0,606	- 11° 69'	0,697	- 14° 57'	
1165	Berchtesgaden	12° 59'	47° 38'			1	13	0,504	+ 26° 92'	0,371	+ 15° 01'	0,450	+ 24° 83'	
1163-1164	Tiefenort	10° 10'	50° 49'			2	49	0,637	- 7° 30'	0,672	+ 0° 96'	0,661	- 8° 11'	
1192	Bari	17° 11'	40° 52'			1	19	0,549	+ 3° 07'	0,523	+ 2° 19'	0,573	- 2° 56'	
1402	Poltava	34° 33'	49° 36'			1	10	0,661	- 4° 50'	-	-	0,640	- 13° 82'	
1415	Tsmakovo	33° 24'	47° 58'			1	6	0,588	- 7° 53'	0,532	- 6° 92'	0,501	- 0° 72'	
1454	Ashkabad	58° 21'	37° 57'			1	10	0,574	- 5° 95'	0,704	- 31° 67'	0,578	- 14° 96'	
1456-7-8	Kondara	68° 49'	38° 48'			3	64	0,777	- 4° 91'	0,807	- 7° 93'	0,793	- 7° 20'	
1462-3	Alma Ata	77° 23'	46° 16'			2	18	0,671	- 9° 47'	0,693	- 16° 99'	0,634	- 4° 98'	
1461	Kounrad	74° 59'	46° 59'			1	3	0,585	- 2° 23'	0,568	- 9° 10'	0,732	+ 9° 90'	

Table 3

Stations Clinométriques Composante Est-Ouest Moyennes vectorielles

N°	Station	Longitude		Latitude Nord	λ	φ	Nombre d'Instruments	Nombre d'Analyses	M <sub>2</sub>		S <sub>2</sub>		N <sub>2</sub>		K <sub>1</sub>		O <sub>1</sub>		Q <sub>1</sub>	
		Est	Est						Y	α	Y	α	Y	α	Y	α	Y	α	Y	α
2140	Sclaigneaux	5°11'	50°30'	2 51	0,933	+ 5°23'	0,889	- 1°60'	0,903	+ 5°68'	0,803	+ 2°11'	0,652	+ 4°76'	0,737	- 6°95'				
2142-3	Warmifontaine	5°23'	49°50'	3 23	0,808	- 5°83'	0,734	- 10°68'	0,826	- 4°41'	0,792	- 7°17'	0,756	- 7°63'	0,824	- 18°47'				
2160	Tiefer Königstollen	7°56'	50°47'	1 8	0,728	- 10°89'	0,574	- 17°05'	0,850	- 17°59'	0,590	+ 0°42'	0,581	- 8°45'						
2163	Tiefenort 1	10°10'	50°49'	1 12	0,700	- 17°82'	0,601	- 22°54'	0,766	- 16°11'	0,629	- 17°02'	0,609	- 12°92'						
2164	Tiefenort 2	10°10'	50°49'	1 35	0,813	- 9°42'	0,736	- 9°39'	0,866	- 5°41'	0,742	+ 0°11'	0,644	+ 1°22'						
2165	Berchtesgaden	12°59'	47°38'	1 13	0,813	+ 12°34'	0,979	+ 3°38'	0,751	+ 12°49'	0,804	- 3°70'	0,770	- 2°62'						
2167	Berggieshübel	13°57'	50°52'	1 3	0,702	+ 13°55'	0,659	+ 12°51'	0,756	+ 13°84'	0,681	- 25°13'	0,597	- 27°21'						
2182	Genova	8°55'	44°25'	1 3	0,495	+ 4°07'	0,490	+ 4°34'	0,413	- 0°68'	0,622	+ 6°02'	0,626	+ 21°23'						
2192	Bari	17°11'	40°52'	1 10	0,442	- 13°56'	0,536	- 12°05'	0,505	- 17°54'	0,412	- 13°00'	0,577	- 38°70'						
2402	Poitava	54°33'	49°56'	1 10	0,659	+ 0°93'	0,735	+ 5°11'	0,647	- 12°64'	0,584	+ 13°32'	0,798	+ 2°89'						
2415	Tsmakovo	53°24'	47°58'	1 6	0,717	+ 2°12'	0,686	- 5°91'	0,724	+ 7°39'	0,641	- 6°71'	0,603	+ 6°81'						
2454	Ashkabad	58°21'	37°57'	1 10	0,735	- 7°52'	0,817	- 5°37'	0,669	- 15°53'	1,126	- 24°92'	0,863	- 9°18'						
2456-7-8	Kondara	68°49'	38°48'	3 57	0,603	- 4°67'	0,651	- 8°32'	0,630	- 6°81'	0,820	- 2°71'	0,732	- 8°08'						
2462-3	Alma Ata	77°23'	43°16'	2 18	0,712	+ 6°34'	0,707	+ 6°28'	0,665	+ 12°69'	0,658	- 4°15'	0,624	+ 7°77'						

Table 4.

Comparaison entre les résultats obtenus pour les ondes  $M_2$  et  $S_2$

	Composante Verticale		Composante Nord-Sud		Composante Est-Ouest	
	$\delta S_2/\delta M_2$	$\frac{\Delta K}{K S_2}$	$\gamma S_2/\gamma M_2$	$\frac{\Delta \alpha}{\alpha S_2} - \alpha M_2$	$\gamma S_2/\gamma M_2$	$\frac{\Delta \alpha}{\alpha S_2} - \alpha M_2$
<u>Europe Occidentale et Centrale</u>						
Paris	1,008	-0°64	Sclaigneaux 1,135	+3°78	Sclaigneaux 0,953	-6°83
Uccle	1,031	-2°01	Karmifontaine 1,046	+6°11	Karmifontaine 0,908	-4°85
Vedrin	0,987	-3°34	Tief.Königst. 1,015	+5°26	Tief.Königst. 0,788	-0°16
Strasbourg	0,997	-2°92	Tiefenort 1,054	+8°26	Berchtesgaden(1,204)	-8°96
Tihany	0,950	-6°45			Tiefenort 1 0,859	-4°72
					Tiefenort 2 0,905	+0°03
					Berggieshübel 0,939	-1°04
Potsdam	0,969	+4°25				
Stockholm	1,031	+4°64				
<u>Italie</u>						
Genova	1,066	-0°58	Bari 0,953	-0°88	Genova 0,990	+0°27
Napoli	0,993	+5°61			Bari 1,213	+1°51
<u>Russie d'Europe</u>						
Poulkovo	0,979	+0°67	Tsmakovo 0,905	+0°61	Poltava 1,115	+4°18
Krasnaya Pakhra	0,978	+1°35			Tsmakovo 0,957	-8°03
Moscou	1,021	-2°50				
Kiev	1,036	+0°10				
<u>Asie</u>						
Tashkent	0,992	-0°02	Kondara 1,039	-3°02	Ashkabad 1,112	+2°15
Alma Ata	1,018	+1°72	Alma Ata 1,033	-7°52	Kondara 1,080	-3°65
Langchow	0,978	-2°51	Kounrad 0,971	-6°87	Alma Ata 0,993	-0°06
Kyoto	0,947	+5°39				
Chiba	0,973	-6°21				
<u>Amériques</u>						
Austin	1,026	-1°00				
Glendora	1,031	+0°66				
Ottawa	1,086	+3°97				
Caracas	1,008	+0°29				

Table 5.

Comparaison entre les résultats obtenus pour les ondes  $K_1$  et  $O_1$

	Composante Verticale		Composante Est-Ouest	
	$\alpha O_1 / \alpha K_1$	$\Delta \alpha$	$\gamma O_1 / \gamma K_1$	$\alpha O_1 / \alpha K_1$
<u>Europe Occidentale et Centrale</u>				
Paris	1,014	+0°02	0,812	+2°65
Uccle	1,003	-0°03	0,955	-0°46
Vedrin	0,952	+2°33	0,985	-8°87
Strasbourg	1,016	-0°57	0,958	+1°08
Tihany	1,022	+1°32	0,968	+4°10
			0,868	+1°11
			0,877	-1°08
Potsdam	0,989	-1°95		
Stockholm	0,970	-0°90		
<u>Italie</u>				
Genova	1,014	-0°55	1,006	+15°21
			1,400	-25°70
<u>Russie d'Europe</u>				
Pouikovo	1,007	+0°87	(1,366)	-10°43
Krasnaya Pakhra	1,004	+0°65	0,941	+13°52
Moscou	1,066	+0°57		
Kiev	0,980	+2°47		
<u>Asie</u>				
Tashkent	1,026	+0°03	0,766	+15°74
Alma Ata	1,036	-1°88	0,893	-5°37
Langchow	1,001	+1°10	0,948	+11°92
Kyoto	1,019	+0°82		
Chiba	0,936	+3°40		
<u>Amériques</u>				
Austin	0,987	+1°44		
Ottawa	0,937	+5°14		

Table 6.

Comparaison entre les résultats obtenus pour les ondes lunaires M<sub>2</sub> et O<sub>1</sub>

	Composante Verticale		Composante Est-Ouest	
	$\delta O_1 / \delta M_2$	$\alpha O_1 \cdot 2,08 - \alpha M_2$ $\Delta \alpha$	$\gamma O_1 / \gamma M_2$	$\alpha O_1 \cdot 2,08 - \alpha M_2$ $\Delta \alpha$
<u>Europe Occidentale et Centrale</u>				
Paris	0,977	-1.52	Sclaigneaux	0,699
Uccle	0,965	-2.33	Warmifontaine	0,936
Vedrin	0,981	-2.11	Tief. Königst.	0,798
Strasbourg	0,984	-3.65	Berchtesgaden	0,947
Tihany	0,993	+1.62	Tiefenort 1	0,870
			Tiefenort 2	0,792
			Berggieshübel	0,850
Potsdam	0,968	-0.27		
Stockholm	1,005	+4.29		
<u>Italie</u>				
Genova	1,002	-2.14	Genova	1,265
Napoli	0,993	-0.94	Bari	1,305
<u>Russie d'Europe</u>				
Poulkovo	0,955	-1.67	Poltava	1,211
Krasnaya Pakhra	0,964	+2.52	Tsmakovo	0,841
Moscou	1,057	+4.79		
Kiev	0,945	+4.96		
<u>Asie</u>				
Tashkent	1,012	+0.98	Ashkabad	1,174
Alma Ata	1,003	-2.54	Kondara	1,214
Langchow	0,983	-0.80	Alma Ata	0,876
Kyoto	1,030	+0.19		
Chiba	0,949	+6.83		
<u>Amériques</u>				
Austin	0,987	+1.77		
Ottawa	0,937	+2.79		
				+4°67
				-10°04
				-0°69
				-17°79
				-9°05
				+11°96
				-70°15
				(+40°09)
				(-66°94)
				+5°08
				+12°04
				-11°57
				-12°14
				+9°82

Table 7.  
Coefficients de corrélation entre les Amplitudes.

Stations Gravimétriques.		n	M <sub>2</sub> /S <sub>2</sub>	M <sub>2</sub> /N <sub>2</sub>	M <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	N <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	S <sub>2</sub> /N <sub>2</sub>	S <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	S <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	N <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	N <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	K <sub>1</sub> /O <sub>1</sub>
0122	Strasbourg	43	0,418	0,250	0,151	0,359	0,316	-0,015	0,303	0,097	0,379	-0,264
0144	Uccle 2	63	0,091	0,262	-0,062	0,055	-0,081	0,646	0,043	-0,131	0,052	-0,158
0145	Uccle 1	64	0,098	0,140	0,374	0,402	0,182	0,232	0,058	0,426	-0,196	0,010
0166	Potsdam	18	0,193	-	0,249	0,534	-	0,467	-0,145	-	-	0,260
0182	Genova	63	0,785	0,505	0,859	0,903	0,339	0,792	0,812	0,431	0,506	0,851
0189	Resina	25	0,700	-0,030	0,111	0,558	-0,036	0,306	0,229	0,208	0,104	0,004
0340	Tihany	12	0,275	0,789	0,340	0,161	0,049	0,254	0,104	0,409	0,093	-0,359
0403	Kiev 1	14	0,738	0,256	0,699	0,197	-0,037	0,565	0,098	-0,114	-0,013	0,423
0404	Kiev 2	15	0,689	0,031	-0,219	0,125	0,431	-0,272	0,470	-0,066	0,509	0,242
0450	Tashkent 1	16	0,640	0,345	0,741	0,486	0,445	0,440	0,664	0,341	0,278	0,564
0451	Tashkent 2	16	0,601	-0,066	0,517	-0,006	-0,321	0,465	-0,094	-0,069	0,168	0,337
0704	Kyoto	19	-0,535	-0,022	-0,098	0,150	-0,137	-0,032	0,024	-0,065	-0,006	0,428
0708	Chiba	12	0,102	0,555	0,481	0,577	0,105	0,321	0,030	0,737	0,303	0,586
0900	Caracas	41	0,311	0,243	0,282	0,116	0,136	0,023	0,013	-0,116	0,008	0,414

Table 8.  
Coefficients de corrélation entre les phases.

Stations Gravimétriques		n	M <sub>2</sub> /S <sub>2</sub>	M <sub>2</sub> /N <sub>2</sub>	M <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	M <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	S <sub>2</sub> /N <sub>2</sub>	S <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	S <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	N <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	N <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	K <sub>1</sub> /O <sub>1</sub>
0122	Strasbourg	43	0,158	-0,133	0,137	0,131	-0,042	0,060	0,299	0,064	-0,262	-0,032
0144	Uccle 2	63	-0,112	0,028	0,204	0,125	-0,272	-0,031	-0,123	0,420	0,283	0,652
0145	Uccle 1	64	0,246	0,126	-0,232	-0,112	0,079	-0,295	0,030	-0,009	0,331	-0,396
0166	Potsdam	18	0,438	-	0,105	0,540	-	0,025	0,136	-	-	0,047
0182	Genova	63	-0,245	0,154	-0,023	0,134	-0,248	0,357	-0,236	-0,089	0,158	-0,639
0189	Resina	25	0,056	-0,157	-0,303	0,021	-0,068	-0,276	0,134	-0,235	0,005	-0,152
0340	Tihany	12	-0,245	-0,191	0,618	0,595	0,669	0,050	-0,260	-0,008	-0,406	0,375
0403	Kiev 1	14	0,494	0,160	0,669	0,566	0,115	0,588	0,286	0,158	0,146	0,842
0404	Kiev 2	15	0,178	0,228	0,395	0,367	0,079	0,003	0,432	0	-0,047	0,235
0450	Tashkent 1	16	0,181	-0,648	0,271	0,029	-0,360	0,406	-0,761	-0,502	0,183	-0,202
0451	Tashkent 2	16	-0,288	-0,231	0,224	-0,292	0,205	-0,269	-0,283	-0,305	-0,035	0,311
0704	Kyoto	19	-0,247	0,437	-0,012	0,450	-0,170	0,160	-0,249	0,258	0,434	0,087
0708	Chiba	12	-0,127	0,289	0,118	-0,003	0,091	0,214	-0,054	0,447	0,645	0,621
0900	Caracas	41	-0,117	-0,157	-0,025	-0,108	-0,099	-0,171	-0,256	0,092	0,035	0,366

Table 9.  
Coefficients de Corrélation entre les Amplitudes.

Stations Clinométriques.		n	M <sub>2</sub> /S <sub>2</sub>	M <sub>2</sub> /N <sub>2</sub>	M <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	M <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	S <sub>2</sub> /N <sub>2</sub>	S <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	S <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	N <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	N <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	N <sub>1</sub> /O <sub>1</sub>
Sclaigneaux	NS	75	0,324	0,160	0,080	0,021	0,109	0,042	0,029	0,197	-0,123	-0,508
	EW	51	0,530	0,366	0,252	-0,173	0,170	0,115	0,292	0,344	0,057	-0,221
Warmifontaine	NS	22	0,282	0,473	0,123	<u>0,733</u>	-0,270	0,157	0,461	-0,296	0,058	0,050
	EW	23	0,042	0,501	0,143	<u>0,436</u>	-0,354	0,729	0,387	-0,366	-0,081	0,455
Tiefer Königstollen	NS	12	-0,070	0,123	-0,050	0,055	-0,551	0,390	0,046	0,040	-0,165	-0,564
	EW	8	<u>0,541</u>	-0,225	0,428	<u>0,535</u>	0,010	-0,413	0,407	-0,423	-0,284	0,151
Berchtesgaden	NS	15	<u>0,181</u>	0,163	0,410	-0,062	0,697	0,059	<u>0,663</u>	0,162	0,632	-0,196
	EW	13	<u>0,505</u>	0,222	0,402	0,487	0,172	0,620	<u>0,623</u>	-0,124	0,350	0,516
Tiefenort 1	NS	31	<u>0,716</u>	0,298	-0,255	0,296	0,159	-0,423	0,193	-0,112	0,246	-0,139
	EW	35	<u>0,500</u>	0,407			0,193					
Tiefenort 2	NS	18	<u>0,971</u>	<u>0,950</u>	0,079	0,026	<u>0,922</u>	<u>0,977</u>	<u>0,895</u>	<u>0,840</u>	<u>0,819</u>	<u>0,948</u>
	EW	12	<u>0,988</u>	<u>0,912</u>			<u>0,863</u>					
Bari	NS	19	0,457	<u>0,640</u>	0,793	0,382	0,408	0,579	0,041	<u>0,530</u>	0,271	<u>0,550</u>
	EW	10	0,158	<u>0,422</u>	0,179	0,536	-0,121	0,167	-0,029	<u>0,502</u>	0,795	<u>0,526</u>
Poltava	NS	10	-0,542	0,160	0,126	<u>0,387</u>	0,062	0,410	-0,709	0,158	-0,132	-0,158
	EW	10	-0,183	<u>0,547</u>	0,107	<u>0,606</u>	-0,126	-0,117	-0,046	-0,347	0,241	0,174
Ashkabad 1	NS	10	<u>0,303</u>	0,096	0,486	-0,477	<u>0,271</u>	0,251	0,251	-0,108	0,384	<u>0,530</u>
	EW	10	<u>0,787</u>	<u>0,756</u>	0,113	-0,135	<u>0,584</u>	0,493	-0,380	0,278	-0,380	-0,702
Alma Ata (1+2)	NS	18	0,342	-0,100	-0,066	-0,289	-0,093	-0,036	-0,155	0,177	0,201	-0,084
	EW	18	0,474	0,160	-0,319	0,295	-0,024	<u>0,574</u>	0,061	-0,047	0,060	0,171
Kondara (1+2+3)	NS	64	<u>0,707</u>	0,124	0,078	-0,284	0,332	0,221	-0,172	0,118	0,047	<u>0,533</u>
	EW	57	<u>0,321</u>	0,402	0,575	0,090	0,156	-0,039	0,303	0,479	0,123	<u>0,451</u>

Table 10.

Coefficients de corrélation entre les Phases.

Stations clinométriques.

	n	N <sub>2</sub> /S <sub>2</sub>	M <sub>2</sub> /N <sub>2</sub>	M <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	M <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	S <sub>2</sub> /N <sub>2</sub>	S <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	S <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	N <sub>2</sub> /K <sub>1</sub>	N <sub>2</sub> /O <sub>1</sub>	K <sub>1</sub> /O <sub>1</sub>
Sclaigneaux	NS	0,696	0,310	0,243	0,161	0,257	0,061	0,215	-0,006	-0,068	0,126
	EW	0,271	-0,237	-0,137	-0,166	-0,009	-0,161	0,170	-0,096	0,121	0,145
Warmifontaine	NS	0,419	-0,038	-0,160	-0,745	0,191	0,589	-0,229	0,361	0,087	0,171
	EW	0,118	-0,165	0,014	-0,262	-0,058	-0,387	-0,668	0,164	-0,156	0,378
Tiefer Königstollen	NS	0,376	-0,400	0,082	0,317	-0,300	-0,074	0,421	0,408	-0,398	-0,263
	EW	-0,112	0,462	0,862	0,185	0,117	-0,147	-0,321	0,615	-0,478	-0,235
Berchtesgaden	NS	-0,021	0,260	0,446	0,076	-0,202	-0,116	-0,103	0,119	-0,131	0,318
	EW	-0,717	-0,534	0,179	-0,766	-0,720	-0,349	0,380	0,132	-0,227	-0,238
Tiefenort 1	NS	0,589	0,171	-	-	-0,130	-	0,308	-0,013	0,142	-0,223
	EW	0,664	0,084	-0,219	0,454	-0,089	-0,387	0,308	-	-	-
Tiefenort 2	NS	0,422	0,309	0,656	0,818	0,097	0,519	0,530	-0,140	0,319	0,659
	EW	0,844	0,380	-	-	0,417	-	-	-	-	-
Bari	NS	-0,169	-0,372	0,242	0,291	0,160	-0,378	-0,129	-0,168	-0,191	0,422
	EW	0,261	-0,005	-0,463	0,775	0,372	-0,511	0,174	-0,381	-0,222	0,012
Poltava	NS	-0,154	0,373	0,663	-0,115	-0,585	-0,339	-0,051	0,143	0,347	-0,200
	EW	-0,534	-0,036	-0,438	-0,048	-0,265	-0,037	-0,241	0,307	0,953	0,258
Ashkabad 1	NS	0,039	-0,526	0,577	0,429	0,251	-0,358	-0,385	-0,771	0,009	0,526
	EW	0,175	-0,528	0,026	-0,219	-0,175	-0,536	-0,480	0,093	-0,211	0,014
Alma Ata (1, 2)	NS	-0,443	-0,588	-0,237	0,343	0,285	-0,229	-0,321	-0,037	-0,348	0,185
	EW	-0,018	-0,432	0,149	0,548	-0,297	0,504	-0,218	-0,038	-0,123	-0,093
Kondara (1, 2, 3)	NS	-0,185	0,279	0,112	0,220	-0,165	0,166	-0,004	-0,034	0,128	0,041
	EW	0,086	0,030	0,050	0,189	0,132	-0,044	0,163	-0,050	0,004	0,567

ANALYSE HARMONIQUE DES OBSERVATIONS DE SCHWEYDAR  
A FREIBERG Sa (1911 - 1915) PAR LA METHODE LECOLAZET

par

P. MELCHIOR & P. PAQUET.

(Observatoire Royal de Belgique)

Etant donné l'importance et la qualité du matériel d'observations obtenu par W.Schweydar à Freiberg i. Sa, nous avons estimé utile de tenter d'en faire une analyse détaillée par la méthode de Lecolazet.

Pour tous les détails relatifs à ces observations, nous renvoyons à l'ouvrage de W.Schweydar :

"Lotschwankung und Deformation der Erde durch flutkräfte gemessen mit zwei horizontalpendeln im Bergwerk in 189 meter tiefe bei Freiberg I. Sa " (Zentralbureau der Internationalen Erdmessung, N.F. Veröff. Nr 38, 1921).

Toutes les données tabulées ont été perforées sur cartes et soumises à la série des programmes décrits par nous [1].

L'étalonnage adopté est celui qu'indique l'auteur en p. 13. La sensibilité des appareils est 20 fois moindre que celle des pendules en quartz actuels.

L'erreur quadratique moyenne sur une mesure est de l'ordre de 0,08 millimètre soit environ 0"002, dix fois plus grande que celle des pendules en quartz que nous utilisons actuellement.

Il convient d'attirer l'attention sur le fait que l'orientation des pendules n'étant pas NS et EW entraîne une correction  $\alpha$  aux phases qui est donnée par la formule :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H_{EW}}{H_{NS}} \operatorname{tg} A \quad (1)$$

tandis que l'amplitude de chaque onde se calcule par la formule :

$$H^* = \sqrt{H_{NS}^2 \cos^2 A + H_{EW}^2 \sin^2 A} \quad (2)$$

où A est l'azimut du bras du pendule,  $H_{NS}$  et  $H_{EW}$  les amplitudes théoriques de l'onde considérée dans les deux directions principales ( $H_{NS} < H_{EW}$ )

On constate donc que le pied de la verticale passe dans l'azimut A plus tard que le temps  $\tau = \frac{A}{\omega}$ , en fait au temps  $\tau' = \frac{\alpha}{\omega}$ .

Pour les ondes diurnes et semi-diurnes on aura les valeurs de  $\alpha$  ci-dessous correspondantes aux valeurs de A particulières à la station de Freiberg :

		$\alpha$	
		diurnes	semi diurnes
Pendule I	A = 50°29'	77,7	57,4
Pendule II	A = 139°35'	107,2	132,3

Il convient en outre de se rappeler que les données sont rapportées au fuseau de l'Europe Centrale ce qui entraîne une correction de - 1 heure pour se ramener au T.U.

Ces corrections ont été appliquées et les résultats des analyses effectuées mois par mois avec un décalage de 21 en 21 jours sont donnés dans les tables I et II.

L'onde L<sub>2</sub> n'a pas été prise en considération.

Comparons ces résultats à ceux que Schweydar donne en pages 43 et 48 de son mémoire :

<u>Pendule I</u>		<u>Azimut 50°5</u>			
Ondes	$\gamma_L$	$\gamma_s$	$\alpha_L$	$\alpha_s$	(*)
K <sub>1</sub>	0,803	0,719	- 7,7	- 20,7	
O <sub>1</sub>	0,808	0,848	- 17,1	- 32,4	
M <sub>2</sub>	0,662	0,640	- 7,4	- 5,0	
S <sub>2</sub>	0,601	0,608	+ 24,6	+ 33,6	
N <sub>2</sub>	0,820	0,751	- 8,3	+ 0,2	
<u>Pendule II</u>		<u>Azimut 139°6</u>			
K <sub>1</sub>	0,888	0,864	+ 9,2	+ 23,4	
O <sub>1</sub>	0,748	0,791	+ 17,9	+ 46,4	
M <sub>2</sub>	0,493	0,506	- 10,6	- 2,2	
S <sub>2</sub>	1,060	1,054	- 1,6	+ 7,7	
N <sub>2</sub>	0,507	0,491	- 11,7	- 4,5	

(\*)  $\gamma_L$  et  $\gamma_s$  désignent les rapports d'amplitude trouvés respectivement par la méthode de Lecolazet et par Schweydar ; de même  $\alpha_L$  et  $\alpha_s$  désignent les phases obtenues par la méthode Lecolazet et par Schweydar.

On remarquera que nous avons inversé les signes des phases trouvées par W. Schweydar et cela en raison du fait que la définition même de l'équation d'onde adoptée par Schweydar [1, p.42]  $H \cos(\omega t - \phi)$  n'est pas conforme à celle de Lecolazet qui représente en effet l'amplitude théorique par la fonction  $H \cos(\omega t + \phi)$ .

On constate que les rapports d'amplitude ne sont guère modifiés tandis que les phases trouvées pour les ondes diurnes sont plus satisfaisantes que celles qu'avait trouvées Schweydar.

L'onde  $S_2$  est fortement perturbée.

Les résultats détaillés des analyses harmoniques sont donnés dans les tableaux ci-après, conformément aux codifications proposées par le Centre International.

Les valeurs de  $\gamma$  et  $\alpha$  obtenues dans les azimuts des pendules de Schweydar ont été projetées sur les deux directions principales ; les résultats sont reproduits ci-dessous.

Dans la direction est-ouest on a obtenu :

	$M_2$	$S_2$	$N_2$	$K_1$	$O_1$
$H_E$	0°00570	0°00304	0°00131	0°00613	0°00407
$\gamma$	0,574	0,655	0,688	0,864	0,808
$\alpha$	+ 0°,8	+ 4°,6	+ 7°,8	- 1°,6	- 0°,6

Dans la direction nord-sud nous n'avons pas repris les résultats des ondes diurnes, la latitude du lieu d'observation étant voisine de  $50^\circ$ , pour les ondes semi-diurnes on a :

	$M_2$	$S_2$	$N_2$
$H_N$	0°00457	0°00399	0°00102
$\gamma$	0,593	1,109	0,690
$\alpha$	- 12°,5	+ 31°,1	- 16°,9

Les formules utilisées pour ces transformations s'obtiennent de la manière suivante ; considérons une onde particulière de vitesse angulaire  $\omega$ . L'observation en donne les expressions suivantes, si l'on s'en tient à la notation adoptée par Schweydar.

dans le méridien  $\xi = H_N \cos(\omega t - x_N)$ , (3)

dans le premier vertical  $\eta = H_E \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - x_E)$ , (4)

dans l'azimut  $A_1$   $\xi_1 = H_1^* \cos(\omega t - \alpha_1 - \gamma_1) = \xi \cos A_1 + \eta \sin A_1$ , (5)

dans l'azimut  $A_2$   $\xi_2 = H_2^* \cos(\omega t - \alpha_2 - \gamma_2) = \xi \cos A_2 + \eta \sin A_2$ , (6)

où  $x_N, x_E, \gamma_1, \gamma_2$  sont les déphasages observés dans chacune des directions par rapport aux phases théoriques qui sont respectivement  $0, \frac{\pi}{2}, \alpha_1, \alpha_2$ .

Les formules (1) et (2) s'en déduisent directement en posant  $x_N, x_E, \gamma_1$  et  $\gamma_2$  égaux à zéro.

Les expressions ci-dessus entraînent les relations valables pour la réduction des valeurs observées avec déphasage non nul; on en tire en effet immédiatement le système d'équations :

$$\begin{aligned}
 H_N \cos x_N \cos A_1 + H_E \cos \left( \frac{\pi}{2} + x_E \right) \sin A_1 &= H_1^* \cos (a_1 + y_1) = X, \\
 H_N \sin x_N \cos A_1 + H_E \sin \left( \frac{\pi}{2} + x_E \right) \sin A_1 &= H_1^* \sin (a_1 + y_1) = Y, \\
 H_N \cos x_N \cos A_2 + H_E \cos \left( \frac{\pi}{2} + x_E \right) \sin A_2 &= H_2^* \cos (a_2 + y_2) = Z, \\
 H_N \sin x_N \cos A_2 + H_E \sin \left( \frac{\pi}{2} + x_E \right) \sin A_2 &= H_2^* \sin (a_2 + y_2) = T.
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

D'où l'on tire les expressions simples :

$$\begin{aligned}
 H_N \cos x_N &= X \sin A_2 - Z \sin A_1, \\
 H_N \sin x_N &= Y \sin A_2 - T \sin A_1, \\
 H_E \cos \left( \frac{\pi}{2} + x_E \right) &= X \cos A_2 - Z \cos A_1, \\
 H_E \sin \left( \frac{\pi}{2} + x_E \right) &= Y \cos A_2 - T \cos A_1.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

puisqu pour les pendules orthogonaux, on a évidemment

$$\sin (A_1 - A_2) = \sin A_1 \cos A_2 - \sin A_2 \cos A_1 = \sin \frac{\pi}{2} = 1 ;$$

on en déduit aisément les valeurs de  $H_N$ ,  $x_N$ ,  $H_E$ ,  $x_E$  à partir des constantes obtenues dans les azimuts d'observation.

Le cas où les deux pendules ne sont pas rectangulaires n'est guère usité mais se déduit des mêmes formules où l'on introduira dans les premiers membres le coefficient  $\sin (A_1 - A_2)$  différent de 1.

Coefficients de corrélation entre les diverses constantes.

On a obtenu les résultats ci-après qui montrent qu'il n'y a pas d'erreurs systématiques provenant des mesures de sensibilité.

COEFFICIENTS DE CORRELATION  
Pendule I      Azimut 50°5

Entre les amplitudes

	S <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	K <sub>1</sub>	O <sub>1</sub>
M <sub>2</sub>	0,079	0,145	0,395	0,096
S <sub>2</sub>		0,042	0,194	0,242
N <sub>2</sub>			0,051	0,125
K <sub>1</sub>				0,117

Entre les phases

	S <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	K <sub>1</sub>	O <sub>1</sub>
M <sub>2</sub>	0,199	0,086	0,063	0,049
S <sub>2</sub>		0,047	0,097	0,021
N <sub>2</sub>			0,189	0,077
K <sub>1</sub>				0,043

COEFFICIENTS DE CORRELATION

Pendule II Azimut 139°6

Entre les amplitudes

	S <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	K <sub>1</sub>	O <sub>1</sub>
M <sub>2</sub>	0,276	0,041	0,032	0,002
S <sub>2</sub>		0,109	0,280	0,007
N <sub>2</sub>			0,329	0,202
K <sub>1</sub>				0,346

Entre les phases

	S <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	K <sub>1</sub>	O <sub>1</sub>
M <sub>2</sub>	0,048	0,223	0,105	0,177
S <sub>2</sub>		0,043	0,142	0,163
N <sub>2</sub>			0,114	0,049
K <sub>1</sub>				0,164

---

BIBLIOGRAPHIE.

[1] P. MELCHIOR

Méthodes de calcul électronique sur ordinateur IBM 1620 dans l'analyse harmonique des marées terrestres au Centre International.

(BIM n° 28 pp. 645-647 mai 1962).

[2] P. PÂQUET

Programme pour la comparaison et la discussion d'un ensemble de résultats d'analyses harmoniques de marées terrestres.

(BIM n° 29 pp. 699-702 août 1962).

---



Table II

FREIBERG - Pendule II - Azimut 159°35'

Epoque	M <sub>2</sub>		S <sub>2</sub>		N <sub>2</sub>		K <sub>1</sub>		O <sub>1</sub>		Q <sub>1</sub>	
	γ	α	γ	α	γ	α	γ	α	γ	α	γ	α
7170 10 12 19	500	992-	954	1412-	410	6592-	717	258+	576	5947+	2870	2720+
7170 11 2 8	550	1268-	735	347-	780	1588+	721	3882-	307	322-	6133	13087+
7170 11 3 1	595	280-	792	876+	1064	283-	415	6995+	556	5303+	1918	9313-
7170 11 4 13	506	483-	850	1143+	363	1203+	1229	1261+	942	3167+	1504	4619-
7170 11 5 25	554	445-	966	353-	931	2345-	1239	559-	858	1707+	444	1721-
7170 11 6 15	562	385+	1303	507-	767	4543-	1185	586-	837	5277+	1198	6475+
7170 11 7 6	571	17+	1350	857-	590	1591-	1182	102-	900	488+	1344	1137-
7170 11 7 27	601	562+	1041	726+	623	1265+	1107	209+	688	2798+	2622	3921+
7170 11 8 31	526	2169-	865	33-	587	3182-	1181	1149-	818	589-	566	4165+
7170 11 9 21	628	265-	812	65-	617	7193-	704	3706-	471	1554-	1805	5618-
7170 11 10 12	446	1776-	897	637-	606	6704-	308	465-	465	2343-	5935	4277+
7170 11 11 2	570	1397-	963	418-	1079	3130-	428	393+	781	3397-	4942	6593+
7170 11 11 23	414	1474-	733	150-	1018	1544-	591	5130+	1158	422+	3621	4607+
7170 11 12 14	519	966-	592	109-	412	2531+	641	537+	1703	6085+	2074	9061-
7170 12 1 4	444	1852-	465	731-	405	1208+	1269	973+	1184	5232+	578	1021+
7170 12 1 25	457	1916-	915	1007+	265	4862+	748	2390+	807	2511+	1872	3844+
7170 12 2 15	402	1531-	951	2291+	362	2250-	934	3096+	304	1770+	1755	7941+
7170 12 3 7	469	1709-	852	514+	793	1851+	587	5490+	628	1491+	4819	11400+
7170 12 3 28	510	2460-	867	27-	463	3790+	1399	7763+	1372	3897+	2748	1516+
7170 12 4 18	643	1512-	922	551-	484	2167+	1731	3785+	1449	4024+	3351	2222-
7170 12 5 9	411	1907-	1048	827-	1004	7860+	1669	882+	1439	3801+	3963	3155+
7170 12 5 30	480	5876+	1221	1901-	529	1257-	1472	1255+	1495	4964+	3731	2100+
7170 12 6 20	494	1027-	1566	651-	786	1223+	1324	1301+	1336	5521+	7654	3768+
7170 12 7 11	437	207-	1519	99-	307	7091-	1287	71+	526	6506+	1134	5698+
7170 12 8 1	418	454+	989	1334+	547	2140+	1028	1-	736	3424+	1064	7195-
7170 12 8 22	482	998-	889	1030+	457	3969-	1437	563+	1087	2953+	2408	8137-
7170 12 9 12	454	2186-	1125	215+	44	3066+	1115	1580-	681	2184+	1606	9032+
7170 13 3 2	454	1667-	1106	549-	876	216-	1083	2894-	1947	2495+	7028	15502-
7170 13 3 23	629	2358-	1378	687-	394	420-	1476	3945+	791	8755+	5614	12233+
7170 13 4 13	654	1049-	1196	1665-	409	5224+	949	616+	497	5382-	2716	6721+
7170 13 5 4	451	1713-	1141	2021-	184	4096-	1674	171-	1092	2421+	5242	942+
7170 13 6 11	596	1510-	1874	1946-	648	7706-	1409	306-	1657	2946-	5145	2021+
7170 13 7 2	655	1206-	1745	750-	592	278+	1328	409+	733	2938-	2099	1468-
7170 13 7 23	526	244+	1238	678+	553	2337+	1271	811-	974	3537-	1743	2459+
7170 13 8 13	496	680-	1343	876+	469	430+	910	537+	590	1656-	2407	5629+
7170 13 9 3	605	1344-	1432	431+	525	2668-	803	87-	462	1586-	2790	7206+
7170 13 9 24	599	966-	1463	239+	1075	1944-	663	1439+	841	2123+	1841	15433+
7170 13 10 15	681	1242-	1507	305-	374	5208-	376	1760+	421	1480-	1858	12467+
7170 13 11 5	606	2962-	1118	574-	540	2213+	1096	50+	772	1476-	7461	7294+
7170 13 11 26	605	2259-	1175	1312-	1085	140-	933	890+	1976	4751-	3353	2772-
7170 13 12 17	339	694+	1344	1819+	1081	8380-	454	1927+	1097	2056-	5041	924-
7170 14 1 7	414	832-	1310	2870+	1499	7842-	698	3162-	374	5887+	6143	2153-
7170 14 1 28	565	1225-	1254	3004+	225	3552+	861	198+	603	2924+	1359	12570+
7170 14 2 18	583	2317-	1078	892+	955	346-	881	2354-	827	836-	4875	374+
7170 14 3 11	445	90+	817	373+	561	1237+	1530	3017+	982	6378+	4537	10833+
7170 14 4 1	649	1204-	1096	794+	1403	4191-	508	6970+	990	1472-	4337	9102-
7170 14 4 22	614	2098-	1260	1360-	501	2174-	908	2545+	817	825+	1988	7682-
7170 14 5 13	508	1637-	1355	2228-	375	2582-	991	1460+	690	4565+	2077	2601+
7170 14 6 3	561	1701-	1569	455-	187	4335+	900	3067+	578	6204-	3885	6826+
7170 14 6 24	436	2077-	1564	857-	132	3293+	1089	1930+	694	2149+	1433	2271+
7170 14 7 15	378	938-	1371	819+	609	7862-	1199	2565+	732	5634+	539	2612+
7170 14 8 5	410	1048-	1117	286+	459	2096+	1099	961+	454	2859+	3238	6555-
7170 14 8 26	446	1299-	995	623-	176	3625+	1229	2256-	865	2658+	2868	5050-
7170 14 9 16	570	2237+	842	513-	1209	536-	779	2211+	1246	1441+	3174	8110-
7170 14 10 7	487	1691+	952	3527-	1414	1598-	838	7165-	1617	50-	4860	16119-
7170 14 10 28	305	2144-	804	259-	734	314+	379	6870-	794	876-	2172	13769-
7170 14 11 18	373	2447-	956	13+	646	1530+	597	5681+	1015	1753-	2780	8635-
7170 14 12 9	395	610-	1024	1132-	690	782+	1066	736+	1287	3242+	4895	1570+
7170 14 12 30	542	729-	674	2839+	504	75-	600	1805+	1166	5352+	1014	19900+
7170 15 1 20	477	1163-	626	1529+	699	13-	530	3302-	244	4508+	1237	8276+
7170 15 2 10	447	3037-	624	397-	628	4651+	876	172+	268	1460+	3310	4389+
7170 15 3 3	405	2426-	662	943-	420	10475+	263	1844+	795	2033+	648	3110-
7170 15 4 15	388	365-	907	30+	882	5642-	1182	4539+	405	8000+	3219	8700-
7170 15 5 6	484	1537-	1335	1043-	227	7662+	1613	2551+	1318	1001+	651	14656+

INFLUENCE DES METHODES D'ANALYSE HARMONIQUE DES MAREES TERRESTRES  
SUR LES ERREURS ACCIDENTELLES DES ORDONNEES DE DEPART

par

*V.G. Balenko*

(Trudi Poltavskoï Gravimetricheskoï Observatorii, X, pp. 38-43 1961).

ВЛИЯНИЕ МЕТОДОВ ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА  
ЗЕМНЫХ ПРИЛИВОВ НА СЛУЧАЙНЫЕ ОШИБКИ  
ИСХОДНЫХ ОРДИНАТ

*В. Г. Баленко*

(Труды полтавской гравиметрической обсерватории, X 38-43 1961).

La méthode d'estimation des erreurs transportées sur les valeurs de  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées, erreurs qui trouvent leur origine dans les erreurs accidentelles des ordonnées de départ a été proposée en premier lieu par Lecolazet en [1]. L'idée de cette méthode consiste en résumé dans ce qui suit.

Si nous désignons l'erreur quadratique moyenne de départ pour l'analyse du matériel par  $\sigma_0$ , les coefficients de la combinaison multiplicatrice (journalière x mensuelle) par  $K_1, K_2, K_3, K_4 \dots K_n$ , le facteur d'amplitude de l'onde déterminée pour cette combinaison multipliée par  $\rho$ , alors l'erreur  $\epsilon$  transportée des ordonnées de départ aux valeurs non corrigées  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  de l'onde déterminée peut être calculée par la formule :

$$\epsilon = \frac{\sigma_0}{\rho} \sqrt{(K_1)^2 + (K_2)^2 + \dots + (K_n)^2}.$$

La méthode est simple dans son idée mais la détermination des coefficients de combinaison multiplicatrice (journalière x mensuelle) nécessite de longs calculs.

En 1959, Lecolazet [2] revient à nouveau à ce procédé et calcule les valeurs des erreurs transportées des ordonnées de départ aux valeurs  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  pour les ondes de marée les plus importantes déterminées dans plusieurs méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres.

Les valeurs de ces erreurs sont tirées du travail de Lecolazet [2] et complétées par les valeurs des erreurs transportées, calculées d'une façon analogue pour la méthode de Matvéev. Nous les donnons dans la table 1.

Si la méthode de Lecolazet est infaillible et la loi à laquelle sont soumises les erreurs transportées est connue, alors les valeurs de la table 1 peuvent servir de critère pour la comparaison des différentes méthodes d'analyse harmonique de séries mensuelles d'observations de marées, selon leur influence sur la partie accidentelle du matériel de départ.

Table 1.

Erreurs transportées en  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$

Méthodes Ondes	DOODSON		DOODSON - LENNON		PERTSEV		LECOLAZET		MATVEEV	
	$R \cos \delta$	$R \sin \delta$	$R \cos \delta$	$R \sin \delta$	$R \cos \delta$	$R \sin \delta$	$R \cos \delta$	$R \sin \delta$	$R \cos \delta$	$R \sin \delta$
$K_1$ . . . .	0,070	0,090	0,095	0,123	0,059	0,059	0,085	0,084	0,053	0,091
$O_1$ . . . .	,076	,075	,112	,110			,083	,080	,070	,085
$Q_1$ . . . .	,072	,074	,110	,112			,083	,081	,053	,088
$S_1$ . . . .	,076	,076	,076	,076	0,059	0,059	,077	,073	,051	,062
$M_2$ . . . .	,076	,076	,078	,078	,087	,082	,078	,076	,081	,073
$N_2$ . . . .	,076	,076	,079	,079	,087	,080	,080	,078	,058	,060

Il est évident que la méthode d'estimation de l'erreur transportée à partir des ordonnées de départ dans  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées, proposée par Lecolazet est simple et ne nécessite pas de justification particulière. Une seule objection à celle-ci pourrait être le fait que dans le processus de transformation des ordonnées de départ par des combinaisons linéaires successives, des ondes fictives surgissent des erreurs accidentelles des ordonnées de départ, et que ces ondes ont la même période que celle de la combinaison renforcée appliquée [3].

En effet, si nous avons une série de valeurs aléatoires, la courbe harmonique pour laquelle les valeurs aléatoires constitueront des ordonnées, peut être envisagée comme la superposition d'une série infinie d'harmoniques à fréquences variant continuellement dans lesquelles les amplitudes et les phases seront des valeurs aléatoires. Pour une série de valeurs aléatoires, toutes les amplitudes et phases seront également vraisemblables.

Après la transformation d'une série de valeurs aléatoires par des combinaisons linéaires de sélectivité, les amplitudes de ces ondes se renforcent tandis que les amplitudes des autres ondes diminueront. En conséquence, la série de valeurs aléatoires cesserait d'être accidentelle et entre leurs termes apparaîtra une corrélation si bien que par l'analyse harmonique on extraira quelques ondes fictives.

Si pour une combinaison linéaire de sélectivité on calcule la densité spectrale qui caractérise la répartition "de force" des ondes fictives sur le spectre de leurs vitesses angulaires, on constate que cette dernière est en complète corrélation avec la courbe de sélectivité de cette combinaison linéaire.

C'est pourquoi les valeurs journalières pour la séparation des ondes diurnes contiendront des ondes fictives issues des erreurs accidentelles sur les ordonnées de départ, ayant des périodes voisines de  $\frac{24}{n}$  heures, où  $n$  est le nombre des ordonnées sur lesquelles se déplace l'heure centrale de la combinaison journalière.

D'une façon analogue, les valeurs journalières pour la séparation des ondes semi-diurnes contiendront des ondes fictives de périodes voisines de  $\frac{12}{n}$  heures.

Bien que ces ondes fictives n'aient pas une amplitude et une phase stables, il est souhaitable de vérifier si elles n'exercent pas quelque influence sur les erreurs transférées des ordonnées de départ dans les constantes harmoniques des ondes déterminées.

Il nous semble que le procédé le plus simple et le plus concluant pour ce problème est de traiter par les méthodes connues d'analyse harmonique des marées terrestres un modèle rationnellement choisi de la composante aléatoire des ordonnées d'un enregistrement de marée. Comme modèle, on prendra une série de nombres aléatoires répartis d'après la loi normale avec une dispersion voisine de l'unité.

La composition méthodique d'une série de nombres aléatoires répondant à la loi répartition normale est donnée dans la suite.

Pour une dispersion égale à l'unité et une série de 500 nombres choisis d'après les tables correspondantes, nous avons établi les fréquences de nombres aléatoires se trouvant dans chacun des intervalles de 0,01 en 0,01, de manière que ces nombres répondent à la loi normale de répartition. L'intervalle de variation des nombres aléatoires est l'intervalle  $- 3 ; + 3$ .

Comme vérification, nous avons trouvé la moyenne quadratique des 500 nombres en admettant que tous les nombres se trouvant dans un intervalle de 0,01 ont une valeur égale à la valeur du début de l'intervalle. Cela nous est apparu égal à 0,989.

En tenant compte de ce que les nombres aléatoires de la série cherchée doivent avoir d'une manière égale les deux signes, nous avons partagé la série naturelle de nombres de zéro à 1.000 en deux groupes successifs de 500 nombres, de zéro à 500 et de 500 à 1.000. Ensuite, on a divisé en partie chaque groupe de 500 nombres dont les valeurs sont prises comme égales au nombre de chiffres trouvé par nous plus haut et entrant dans chacun des intervalles de 0,01, en mettant en concordance à chaque partie le nombre par lequel commence l'intervalle en 0,01. Ensuite, en choisissant successivement dans les tables [4] des nombres aléatoires de trois chiffres, nous cherchons une des parties dans lesquelles nous avons réparti la série naturelle de nombres de zéro à 1.000, ces nombres s'y trouvent et nous enregistrons successivement les nombres mis en correspondance à ces parties.

Comme résultat nous obtenons une série de nombres aléatoires avec une dispersion voisine de l'unité et qui répondent à la loi normale de répartition.

La série de nombres aléatoires que nous avons obtenue se divise en six séries mensuelles. La vérification a donné les valeurs quadratiques moyennes suivantes des nombres entrant dans chacune des séries.

Séries	Moyenne quadratique	Séries	Moyenne quadratique
1	1,05	4	0,995
2	1,05	5	0,995
3	1,04	6	0,991

Pour estimer le rôle des ondes fictives dans le processus d'analyse harmonique d'une série d'un mois d'enregistrements de marées, nous avons employé la méthode de Lecolazet. Elle donne lors de la réduction d'une série d'un mois les erreurs accidentelles transportées à partir des ordonnées de départ sur  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  pour les dix ondes déterminées. De cette façon, à partir de la réduction de séries de six mois, nous avons calculé une série de nombres aléatoires se soumettant à la loi normale de répartition, nous obtenons 120 valeurs que l'on peut examiner statistiquement en tenant compte que ces chiffres ont une erreur quadratique moyenne théorique de 0,081.

Les résultats de la réduction de séries de six mois sont donnés à la table 2.

Table 2.

Résultats de la réduction de séries de six mois de nombres aléatoires par la méthode Lecolazet.

Séries	1	2	3	4	5	6
Ondes						
Erreurs transférées en $R \cos \delta$						
$K_1$ . . . . .	-0,090	+0,074	+0,032	+0,078	+0,132	-0,042
$O_1$ . . . . .	+ ,075	+ ,151	+ ,072	- ,111	+ ,103	- ,062
$Q_1$ . . . . .	- ,029	- ,003	+ ,040	+ ,053	- ,044	- ,073
$M_1$ . . . . .	+ ,121	- ,141	- ,096	+ ,024	- ,055	+ ,086
$J_1$ . . . . .	- ,064	- ,140	- ,000	- ,022	+ ,039	- ,048
$M_2$ . . . . .	- ,156	+ ,034	+ ,042	- ,022	- ,029	- ,136
$S_1$ . . . . .	- ,009	- ,022	- ,145	- ,029	+ ,044	- ,054
$N_1$ . . . . .	- ,033	+ ,018	- ,012	- ,120	- ,042	- ,153
$L_1$ . . . . .	+ ,185	+ ,005	+ ,022	- ,109	- ,088	- ,028
$2N_1$ . . . . .	+ ,051	- ,030	- ,003	- ,033	- ,009	+ ,055
Erreurs transférées en $R \sin \delta$						
$K_1$ . . . . .	+0,002	+0,008	-0,040	-0,006	+0,044	-0,197
$O_1$ . . . . .	- ,129	+ ,067	- ,244	+ ,093	+ ,059	+ ,063
$Q_1$ . . . . .	+ ,203	- ,095	- ,024	- ,000	+ ,068	- ,019
$M_1$ . . . . .	+ ,108	+ ,048	- ,037	+ ,081	+ ,034	+ ,059
$J_1$ . . . . .	- ,162	+ ,058	+ ,068	- ,104	- ,054	- ,071
$M_2$ . . . . .	+ ,124	- ,103	- ,077	+ ,019	+ ,029	- ,039
$S_1$ . . . . .	- ,015	- ,142	+ ,028	- ,043	+ ,060	+ ,084
$N_1$ . . . . .	+ ,020	+ ,018	- ,088	+ ,100	- ,085	+ ,087
$L_1$ . . . . .	+ ,150	+ ,039	+ ,060	+ ,032	- ,051	- ,054
$2N_1$ . . . . .	- ,145	- ,033	- ,098	+ ,022	- ,196	+ ,180

Tout d'abord nous avons trouvé la moyenne quadratique des nombres de la table 2. Elle apparaît égale à 0,086 ce qui s'accorde bien avec sa valeur théorique. Puisque la méthode Lecolazet ne diffère en rien des autres méthodes de combinaisons au point de vue de l'estimation de l'erreur de transfert, cette conclusion peut alors être étendue aux méthodes de Doodson et Pertsev c'est-à-dire que malgré que les ondes fictives surgissent dans le processus d'analyse harmonique des observations de marées, les valeurs des erreurs accidentelles de transfert des ordonnées de départ en  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées seront les mêmes que si ces ondes fictives n'étaient pas surgies du tout.

Il reste à étudier la question de savoir si la loi de répartition des erreurs de transfert ne change pas du fait de l'origine des ondes fictives. Puisque la série de départ de nombres aléatoires est soumise à la loi normale de répartition alors les nombres de la table 2 se soumettront-ils aussi à cette loi ?

Pour répondre à cette question nous avons employé le critère de Pearson qui aboutit au calcul par une méthode déterminée, d'une certaine "probabilité P" dont la valeur critique est 0,05. Si la probabilité  $P > 0,05$ , alors les nombres de départ pour la recherche satisfont à la loi normale de répartition. Dans le cas contraire, ils n'y satisfont pas.

Conformément au calcul méthodique de la probabilité P, nous divisons les nombres de la table 2 en 20 classes à intervalles de 0,020. Les fréquences expérimentales et théoriques sont trouvées pour chaque classe et ensuite la probabilité P d'après les formules connues. On la trouve égale à 0,75 ce qui dépasse de beaucoup la valeur critique de 0,05.

Par conséquent, les nombres de la table 2 satisfont bien à la loi normale de répartition des valeurs aléatoires.

Ainsi, si les erreurs accidentelles des ordonnées de départ de l'enregistrement ont satisfait à la loi normale de répartition alors les erreurs en  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées satisferont également à la loi normale de répartition.

Table 3.

Erreurs en  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  - Première série.

Méthodes Ondes	LECOLAZET		DOODSON - LENNON		PERTSEV		MATVEEV	
	$R \cos \delta$	$R \sin \delta$	$R \cos \delta$	$R \sin \delta$	$R \cos \delta$	$R \sin \delta$	$R \cos \delta$	$R \sin \delta$
$K_1$ . . . . .	-0,090	+0,102	+0,001	+0,072	+0,007	+0,114	-0,073	+0,057
$O_1$ . . . . .	+ ,075	- ,129	+ ,084	+ ,039	- ,042	+ ,070	+ ,112	- ,224
$Q_1$ . . . . .	- ,029	+ ,203	- ,010	+ ,009			+ ,092	- ,032
$M_1$ . . . . .	+ ,121	+ ,108	- ,079	+ ,025				
$J_1$ . . . . .	- ,064	- ,162	- ,062	- ,013				
$OO_1$ . . . . .			- ,058	- ,047				
$M_2$ . . . . .	- ,156	+ ,124	+ ,007	+ ,048	+ ,051	+ ,000	- ,087	- ,012
$S_2$ . . . . .	- ,009	- ,015	- ,015	+ ,000	+ ,055	+ ,062	+ ,006	+ ,135
$N_2$ . . . . .	- ,033	+ ,020	- ,036	+ ,030	- ,191	- ,047	- ,006	- ,007
$L_2$ . . . . .	+ ,185	+ ,150	+ ,054	+ ,101				
$2N_2$ . . . . .	+ ,051	- ,145						
$2M_2$ . . . . .			+ ,005	- ,047				
$2SM_2$ . . . . .			- ,056	+ ,035				

Puisque toutes les méthodes connues d'analyse harmonique de séries mensuelles d'observations ont, d'après les calculs de Lecolazet (table 1), des valeurs proches des erreurs de transfert en  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  alors à cause de leur dispersion par rapport à la valeur moyenne par la réduction d'un nombre limité de séries mensuelles, on ne peut prévoir laquelle des méthodes donne la plus petite valeur pour l'erreur de transfert. A titre d'exemple nous avons réduit une série d'un mois de nombres aléatoires satisfaisant à la loi normale de répartition par les quatre méthodes d'analyse harmonique : Lecolazet, Doodson-Lennon, Pertsev, Matvéev. Les résultats obtenus sont donnés à la table 3.

Sur la base des données de la table 1 on a pu estimer que la méthode de Doodson-Lennon devait donner les plus grandes erreurs de transfert. En réalité dans le résultat de la dispersion accidentelle, nous obtenons la moyenne quadratique à partir des erreurs de transfert insérées dans la table 3 : pour la méthode de Lecolazet - 0,114, pour la méthode de Doodson-Lennon - 0,068, pour la méthode de Pertsev - 0,082, pour la méthode de Matvéev - 0,094.

C o n c l u s i o n s .

1. Les ondes fictives prenant leur origine dans le processus d'analyse harmonique des marées terrestres à partir des erreurs accidentelles des ordonnées de départ, étant donné le caractère accidentel de leurs amplitudes et phases n'exercent aucune influence sur les erreurs de transfert des constantes harmoniques des ondes déterminées.
2. Si les erreurs accidentelles des ordonnées de départ satisfont à la loi normale, alors les erreurs en  $R \cos \delta$  et  $R \sin \delta$  des ondes déterminées satisferont également à cette loi mais leurs valeurs correspondront aux valeurs trouvées par Lecolazet.
3. Par l'analyse harmonique d'un petit nombre de séries mensuelles d'enregistrements des appareils de marées tous les schémas examinés de travail sont équivalents en ce qui concerne la valeur de l'erreur de transfert sur les constantes harmoniques des ondes déterminées.

B I B L I O G R A P H I E

- [1] R. LECOLAZET      Application à l'analyse des observations de la marée gravimétrique de la méthode de H. et Y. Labroust, *Annales des Géophysique*, v. 12, 1956.
- [2] R. LECOLAZET      Sur l'estimation des erreurs internes affectant les résultats d'une analyse harmonique mensuelle, *Marées terrestres, Bull. d'inf.* 17, 1959.
- [3] A.M. IAGLOM      Introduction à la théorie des fonctions stationnaires aléatoires, " *Progrès des Sciences Mathématiques* " T. VII, 5, 1952.
- [4] M. KADIROV      Tables de nombres aléatoires. *Yzd. Sr-Az. gas. Yn-ta* 1936.

Ministère de l'enseignement spécial supérieur et moyen de la R.S.F.S.R.  
Institut de Moscou de Géodésie, Photographie aérienne et Cartographie.

ГРАФИКИ ДЕС CORRECTIONS POUR LES VARIATIONS DE  
MAREE DE LA FORCE DE PESANTEUR EN 1963-1964.

Moscou 1962.

Министерство высшего и среднего специального образования рефер  
Московский институт инженеров геодезии, аэрофотосъемки и картографии

ГРАФИКИ ПОПРАВКИ ЗА ПРИЛИВНЫЕ ИЗМЕНЕНИЯ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ  
НА 1963-1964 ГГ.

Москва -1962.

Graphique des corrections dues aux variations de marée de la force de pesanteur en 1963-1964.

Les graphiques sont destinés à une détermination rapide des corrections dues aux variations de marée de la force de pesanteur qui proviennent du déplacement de la Lune et du Soleil par rapport au point où sont faites les observations gravimétriques.

Les corrections sont calculées à chaque heure pour les latitudes  $\phi_0 = 30^\circ, 50^\circ$  et  $70^\circ$  et des instants  $m_0$  du temps civil local sur deux longitudes :  $t_0 = 3$  heures (voir pp. 5-28) et  $t_0 = 9$  heures (voir pp. 29-52) à l'est du méridien de Greenwich.

Pour n'importe quelle longitude  $L$ , dans les limites  $t_0 \pm 3$  heures, la correction se détermine directement d'après les graphiques avec une erreur de l'ordre de  $\pm 0,01$  mgal. Il faut donc se servir du temps civil local  $m$  du point d'observations tandis que pour la latitude  $\phi$  on applique l'interpolation graphique. Pour déterminer le temps civil local il faut soustraire  $(n + 1)$  du temps choisi  $M$  dans le fuseau horaire  $n$  étant le nombre d'heures et ajouter la longitude Est  $L$  du point d'observations :

$$m = M - (n + 1) + L.$$

Les corrections sont calculées en tenant compte de l'influence des propriétés élastiques de la Terre. Les valeurs des corrections sont calculées pour la Terre absolument rigide et multipliées par le facteur  $\delta = 1,17$ . La valeur  $\delta$  est choisie conformément aux résultats des observations effectuées par l'Institut de Physique de la Terre et l'Académie des Sciences de l'URSS d'après le programme de l'Année Géophysique Internationale en 1958-1959, à Poulkovo ( $\delta = 1,191 + 0,006$ ),

Krasnaya Pakhra ( $\delta = 1,171 + 0,012$ ) et Alma-Ata ( $\delta = 1,141 + 0,005$ ) (\*)  
près de Moscou

Pour le calcul des corrections on a employé des nomogrammes auxiliaires mis au point dans ce but à l'I.M.Y.G.A. et C. et utilisé les éphémérides de la Lune et du Soleil données dans les annuaires astronomiques de 1963-1964.

Pour une utilisation plus commode des graphiques au moment des déterminations relatives de la force de pesanteur on a ajouté une valeur constante dans les corrections calculées égale à 0,120 mgal. Grâce à cela toutes les corrections ont des valeurs plus grandes que zéro et sont dans les limites de 0,34 mgal.

La vitesse maximum de variation dans le temps de la correction atteint en un même point, à la latitude  $\phi = 30^\circ$ , la valeur de 0,07 mgal/heure. De cette façon, pour assurer une précision de la détermination de la correction d'au moins 0,01 mgal, il suffit de connaître le temps local au moment des observations gravimétriques à 8 ou 10 minutes près. La différence maximum des corrections atteint 0,11 mgal pour un même instant de temps local sur un méridien quelconque et pour des latitudes différant de  $\Delta\phi = 20^\circ$ . Conformément à cela, la latitude du point d'observations gravimétriques doit être connue avec une erreur maximum de  $2''$ .

Pour les mêmes latitudes et les mêmes instants de temps local sur les méridiens  $t_0 = 3$  heures et  $t_0 = 9$  heures la différence maximum ne dépasse pas 0,017 mgal. De cette façon, même à la limite des deux fuseaux et pour les valeurs axiales des longitudes  $t_0 = 3$  heures et  $t_0 = 9$  heures c'est-à-dire sur le méridien  $l = 6$  heures (le méridien passe à proximité de Tourouchansk et Atchinsk) l'erreur dans la détermination de la correction d'après les graphiques donnés est inférieure à 0,01 mgal. Étant donné la non constance du coefficient  $\delta$ , l'erreur maximum de la détermination de la correction par le procédé proposé ne dépasse pas 0,02 mgal.

Traduction de la page 5 :

Mois : janvier 1963.

Zone des longitudes : de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  à l'est de Greenwich.

Les corrections sont exprimées sur les graphiques en centièmes de milligal et en fonction des arguments suivants :

temps civil local et latitude du point d'observation.

Il faut ajouter la valeur de la correction à l'indication de l'appareil.

#### Erratum.

A. Venedikov Application de la méthode des moindres carrés à l'analyse des observations des marées terrestres (B.I.M. N° 29 - p. 680)

Tableau III - la valeur de  $\sin \omega_a q$  dans la colonne de  $N_2$  pour  $q = 53$  doit être négative, c'est-à-dire - 3983 au lieu de 3983.



CATALOGUE GENERAL DES RESULTATS DES ANALYSES HARMONIQUES MENSUELLES  
D'OBSERVATIONS DE MAREES TERRESTRES

Addendum 1 - 20 mai 1963

(Verbaandert-Melchior, Buchheim, Dopp)

1143	1	5	23	49	50	WARMIFONTAINE 2	BELGIQUE	390	148	60	P	VM	23					
EPOQUE																		
	y	M <sub>2</sub>	a	y	S <sub>2</sub>	a	y	N <sub>2</sub>	a									
1143 63 1 2	740	46+	826	838+	703	441-												
1143 63 1 13	745	175+	826	1093+	825	171-												
1143 63 1 23	738	73+	814	1492+	969	917-												
1143 63 2 3	751	93+	796	1548+	793	618-												
1143 63 2 13	736	68+	787	1605+	718	418+												
1143 63 2 24	726	148+	760	1154+	713	451+												
1143 63 3 6	718	29+	769	1183+	695	366+												
1143 63 3 17	737	13+	786	900+	737	1327+												
1143 63 3 27	738	23-	816	924+	727	1489+												
1143 63 4 7	758	85+	805	978+	741	833+												
1164	1	10	10	50	49	TIEFENORT 2 THURINGE ALLEMAGNE		262	295	58	P	LT	L2					
EPOQUE																		
	y	M <sub>2</sub>	a	y	S <sub>2</sub>	a	y	N <sub>2</sub>	a									
1164 58 9 20	1106	819-	943	908-	1182	665-												
1164 60 9 10	556	859-	609	320+	593	1717-												
1163 59 11 6	615	833-	647	331+	712	563-												
2140	1	5	1	50	30	SCLAIGNEAUX 1 NAMUR BELGIQUE		170	85	598	P	VM	31					
EPOQUE																		
	y	M <sub>2</sub>	a	y	S <sub>2</sub>	a	y	N <sub>2</sub>	a	y	K <sub>1</sub>	a	y	O <sub>1</sub>	a	y	O <sub>1</sub>	a
2140 63 1 10	981	254+	850	227-	1391	1166+	812	506+	609	374-	1563	92+						
2140 63 1 20	939	230+	903	153-	1070	1102+	805	481+	671	78+	1525	1188+						
2140 63 1 31	888	431+	846	278-	880	324-	737	389+	601	159+	922	3036+						
2140 63 3 8	829	192+	819	35-	1046	526+	689	1664+	589	911-	1766	651-						
2140 63 3 18	862	325+	835	153-	1138	858+	625	2036+	650	285-	1946	5-						
2140 63 3 29	878	395+	835	62-	900	729+	595	1994+	886	768+	527	1659-						
2140 63 4 8	916	614+	869	11+	955	666+	544	2535+	703	521+	688	7524+						
2140 63 4 19	926	552+	884	204+	1117	1230+	828	1308+	577	1822+	921	9085-						
2149	1	4	36	50	6	DOURBES 1 NAMUR	BELGIQUE	233	46	62	P	VM	28					
EPOQUE																		
	y	M <sub>2</sub>	a	y	S <sub>2</sub>	a	y	N <sub>2</sub>	a	y	K <sub>1</sub>	a	y	O <sub>1</sub>	a	y	O <sub>1</sub>	a
2149 63 2 9	882	1015+	862	404+	913	1188+	757	809+	730	402+	838	2957+						
2149 63 2 20	876	821+	853	673+	891	1045+	774	147-	641	1284-	1594	1375+						
2149 62 12 29	838	1017+	826	369+	749	599+	782	319+	706	1044+	509	3459+						
2149 63 1 9	878	957+	858	805+	672	216+	794	594+	725	752+	506	634+						
2149 63 1 19	906	976+	892	558+	826	946-	817	611+	777	556+	491	3389-						
2149 63 1 30	924	965+	864	863+	848	244-	821	703+	708	484+	658	1554-						
2143	1	5	23	49	50	WARMIFONTAINE 2	BELGIQUE	390	148	60	P	VM	9					
EPOQUE																		
	y	M <sub>2</sub>	a	y	S <sub>2</sub>	a	y	N <sub>2</sub>	a	y	K <sub>1</sub>	a	y	O <sub>1</sub>	a	y	O <sub>1</sub>	a
2143 62 12 16	750	871-	802	1456-	706	96-	739	401+	717	685+	275	7467-						
2143 62 12 26	766	782-	747	1528-	741	28-	779	1+	602	486+	332	2043+						
2143 63 1 6	765	845-	721	1302-	775	178+	760	226-	752	271+	619	307-						
2143 63 1 16	786	691-	750	1073-	841	579-	771	272+	732	463+	456	3841-						
2143 63 1 27	751	668-	740	1373-	780	1684-	766	637+	602	654+	745	8241-						
2143 63 2 6	755	525-	769	1120-	871	2711-	753	1337+	712	134-	188	5294-						
2143 63 2 17	781	444-	815	1313-	1031	2070-	793	1445+	601	322+	237	1029-						
2143 63 2 27	810	516-	800	1042-	1023	1329-	867	945+	701	139+	356	7985+						
2143 63 3 10	773	698-	795	1397-	922	196-	938	434+	732	259+	558	5092+						
2143 63 3 20	755	751-	757	1264-	772	787-	937	899+	859	43+	558	4624+						
2143 63 3 31	782	696-	848	1231-	714	1618-	903	381+	801	1015+	1243	3127-						
2143 63 4 10	830	555-	885	905-	844	2097-	1023	48-	829	1313+	450	5763-						