

MAREES TERRESTRES.

---

BULLETIN d'INFORMATIONS

---

N° 31

15 février 1963

*Association Internationale de Géodésie*  
*Commission Permanente des Marées Terrestres*

Editeur : Dr. Paul M E L C H I O R  
Observatoire Royal de Belgique  
3, Avenue Circulaire  
Bruxelles 18.

Désignons par  $R_x$  l'onde que nous voulons déterminer, par  $R_y, R_z, \dots$  les ondes perturbatrices. Admettons que la durée d'un jour spécial est un nombre entier  $m$  d'heures solaires moyennes. Cette durée est égale exactement ou approximativement à la période de l'onde diurne correspondante que nous voulons déterminer. Admettons aussi que la dérive dans l'intervalle de  $m$  heures peut être représentée avec une précision suffisante par une fonction linéaire et que la série traitée comporte  $n$  jours spéciaux. On peut alors représenter en général la somme de  $n$  ordonnées à l'heure  $t$  du temps spécial de l'onde  $R_x$  ( $t = 0, 1, 2, \dots (m - 1)$ ) par l'expression suivante [1, 3] :

$$\sigma_t = X_0 + b_t Y_0 + A'_x \cos q_x t + B'_x \sin q_x t + A'_{2x} \cos q_{2x} t + B'_{2x} \sin q_{2x} t, \quad (4)$$

où  $\sigma_t$  est la somme des ordonnées obtenue d'après le schéma décrit ci-dessous,

$$b_t = \frac{1}{m}(2t - m),$$

$X_0$  et  $Y_0$  sont les inconnues qui caractérisent les parties constante et linéaire de la dérive totale, tandis que les coefficients intégraux  $A'_{jx}$  et  $B'_{jx}$  ont la forme :

$$\begin{aligned} A'_x &= +(F_c)_x u_x + (F_s)_x v_x + (F_c)_y u_y + (F_s)_y v_y + (F_c)_z u_z + \dots, \\ B'_x &= -(F_s)_x u_x + (F_c)_x v_x - (F_s)_y u_y + (F_c)_y v_y - (F_s)_z u_z + \dots \end{aligned} \quad (5)$$

Les indices  $x, y, z, \dots$  se rapportent ici aux ondes diurnes ( $j = 1$ ) et aux ondes semi-diurnes ( $j = 2$ ).

L'équation (5) montre que les coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  contiennent des contributions des ondes  $R_y, R_z, \dots$  en surplus de la contribution de l'onde  $R_x$ , et pour cette raison chacune des ondes (déterminée et perturbatrice) est représentée par deux termes dans le second membre du coefficient intégral correspondant.

Les coefficients  $(F_c)_i$  et  $(F_s)_i$  qui caractérisent quantitativement les contributions des différentes ondes dans les coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  sont les données fondamentales de la méthode étudiée. Elles dépendent de la longueur de la série traitée, de la durée du jour spécial de l'onde à déterminer et de la différence entre les vitesses angulaires des ondes déterminée et perturbatrice. Ces valeurs sont constantes pour une longueur fixée de la série traitée. C'est pourquoi nous les avons calculées une fois pour toutes sur la base d'une série de 29 jours et d'après les formules citées dans l'ouvrage [1]. Les valeurs de ces coefficients sont données dans les tableaux VII-IX.

La méthode d'analyse est en résumé la suivante :

1) Les ordonnées initiales sont soumises à cinq sommations en fonction du temps spécial des ondes  $S_1, M_1, O_1, Q_1$  et  $N_2$ . On obtient de ce fait cinq séries des valeurs  $\sigma_t$  qui sont les termes indépendants des équations (4). En opérant cette sommation on adopte chaque fois comme instant initial l'heure zéro ( $0^h$ ) du premier jour ( $n = 1$ ) de la série que l'on traite.

2) En appliquant la méthode des moindres carrés à la résolution des cinq systèmes d'équations (4) on trouve les valeurs les plus probables des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  pour toutes les ondes déterminées.

3) Sur la base des données du développement en série du potentiel des forces productrices de marée selon A. Doodson [4], on calcule les valeurs "théoriques" des 32 ondes les plus importantes dont on tient compte dans le phénomène de marée étudié. Chaque onde est alors représentée sous la forme de l'expression (1).

4) En considérant les termes d'indices  $y, z, \dots$  dans le second membre de (5) comme les corrections aux coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$ , on trouve les valeurs corrigées de ces coefficients  $A_x$  et  $B_x$  à partir desquelles on calcule les inconnues  $u_x$  et  $v_x$ .

Nous ferons maintenant un exposé détaillé sur ces étapes de l'analyse.

1. Sommation des ordonnées. Dans les tableaux de départ les ordonnées  $\eta_t$  sont déjà rangées d'après la phase de l'onde  $S_1$  (soit en fonction du temps solaire moyen). C'est pourquoi on obtient sans aucune difficulté pour cette onde 24 sommes :

$$\sigma_t = \sum_{i=1}^{29} \eta_i \quad (6)$$

aux heures  $t = 0, 1, 2, \dots, 23$ .

Le schéma de sommation des ordonnées en fonction du temps des ondes  $M_1, O_1$  et  $Q_1$  est basé sur la division de toute la série traitée en  $r + 1$  intervalles contenant des nombres entiers ( $n_1, n_2 - n_1, \dots, n - n_r$ ) de jours spéciaux des ondes que nous déterminons. La durée de ce jour est égale à un nombre entier  $m$  d'heures que l'on obtient par l'arrondissement de la période de l'onde correspondante jusqu'à l'heure entière. Dans les limites de chaque intervalle, on mène rigoureusement la sommation en fonction du temps spécial de l'onde correspondante; cependant, en réduisant les sommes partielles de la forme  $\sum_{n_i}^{n_{i+1}} \eta_t$  en somme générale  $\sigma_t$ , on déplace chacune de ces sommes partielles consécutives d'une heure en arrière par rapport à la somme partielle précédente. En d'autres termes, on exécute la sommation des ordonnées d'après le temps spécial des ondes  $M_1, O_1$  et  $Q_1$  selon le schéma

$$\sum_{i=1}^n \eta_t = \sum_{i=1}^{n_1-1} \eta_t + \sum_{i=n_1}^{n_2-1} \eta_{t-1} = \sum_{i=n_2}^{n_3-1} \eta_{t-2} + \dots + \sum_{i=n_r}^n \eta_{t-r} \quad (7)$$

L'intention de restreindre la série traitée à 696 heures nécessite  $r$  déplacements de ce type. Ainsi le choix de  $r$  n'est pas arbitraire, il est soumis à la condition

$$r = nm - 696,$$

où  $n$  est le nombre des jours spéciaux de l'onde que l'on détermine.

Les données définissant la division d'une série de 29 jours en intervalles quand on fait la somme des ordonnées d'après le temps spécial des ondes  $M_1, O_1$  et  $Q_1$  figurent dans le tableau I. Des indications plus détaillées concernant l'application pratique du schéma (7) sont données dans le tableau IV, où sont représentées les heures initiales (heure zéro) de chaque jour spécial d'une série de  $n$  jours. Les heures zéro que l'on déplace montrent que deux intervalles voisins chevauchent l'un sur l'autre. Elles sont indiquées dans le tableau par deux points. On fait deux fois la somme des ordonnées correspondant à ces heures : en tant qu'ordonnées de l'heure zéro ( $t = 0$ ) du jour donné et en tant qu'ordonnées de dernière heure ( $t = m - 1$ ) du jour précédent. Il est nécessaire d'en tenir compte quand on contrôle l'exactitude de la sommation. Quand les sommes  $\sigma_t$  sont prises correctement, la somme générale  $\sum_0^{m-1} \sigma_t$  doit être égale à la somme générale  $\sum_0^{23} \sigma_t$  pour l'onde  $S_1$  après la soustraction des ordonnées indiquées par deux points.

T a b l e a u 1.

L'onde	n	m	r	n <sub>1</sub>	n <sub>2</sub>	n <sub>3</sub>	n <sub>4</sub>	n <sub>5</sub>	n <sub>6</sub>
S <sub>1</sub>	29	24	-	-	-	-	-	-	-
M <sub>1</sub>	28	25	4	5	11	17	23	-	-
O <sub>1</sub>	27	26	6	4	8	12	16	20	24
Q <sub>1</sub>	26	27	6	4	8	12	16	20	24

Les procédés pratiques de sommation des ordonnées d'après le schéma (7) peuvent être différents. Le plus simple consiste à disposer les ordonnées sur des listes spéciales où les ordonnées indiquées dans le tableau IV seraient inscrites dans la première ligne (t = 0), les ordonnées de l'heure spéciale suivante (t = 1) dans la seconde ligne etc. Le procédé plus avantageux (en ce qui concerne la disposition) est la sommation des ordonnées directement sur les listes initiales à l'aide de grilles tracées sur papier calque d'après les données du tableau IV. Mais le procédé le plus avantageux est la sommation des ordonnées et l'exécution de toutes les opérations successives de l'analyse à l'aide d'un ordinateur électronique.

Le tableau IV-a facilite la programmation du procédé de calcul des sommes  $\sigma_t$  ; il se distingue un peu du tableau IV : il est composé conformément au cas où les ordonnées ont une numérotation commune pour toute la série traitée ( $r = 0, 1, 2, \dots, 695$ ). Les nombres  $r_0$  donnés dans le tableau IV-a représentent les numéros des ordonnées de l'heure zéro (t = 0) de chaque jour spécial sur n, les numéros des ordonnées  $r_0 + 1$  correspondent aux ordonnées de la première heure (t = 1) etc. Ainsi, si la numérotation des ordonnées est commune pour toute la série, le calcul des sommes  $\sigma_t$  en fonction du temps spécial des ondes S<sub>1</sub>, M<sub>1</sub>, O<sub>1</sub> et Q<sub>1</sub> peut être exécuté selon le schéma

$$\sigma_t = \sum_1^n \eta_{r_0 + t}, \quad (8)$$

où t prend les valeurs consécutives 0, 1, 2, ... (m - 1).

On fait la somme des ordonnées d'après le temps spécial de l'onde N<sub>2</sub> selon un schéma qui se distingue essentiellement d'avec (7) ou (8). Ce schéma se différencie en ce que, faisant la somme, on n'utilise non pas toute la série traitée, mais seulement 671 ordonnées horaires ( $r = 0, 1, 2, \dots, 670$ ). En d'autres termes, en définissant l'onde N<sub>2</sub> on ne prend pas en considération la dernière ordonnée du 28ème jour de calendrier ni toutes les ordonnées du 29ème. La principale différence de ce schéma ne réside cependant pas dans la quantité des données d'observation utilisées, mais dans un trait caractéristique.

Le schéma de sommation des ordonnées en fonction du temps de l'onde N<sub>2</sub> repose sur un fait favorable : une période et demie de cette onde est à peu près égale à 19 heures du temps moyen ( $1,5 \text{ } \Pi_{N_2} = 18^{\text{h}}987$ ). Ayant considéré que la durée des m jours spéciaux de l'onde N<sub>2</sub> est égale à 25 heures (t = 0, 1, 2, ... 24), nous avons divisé toute la série (de 671 heures) que nous traitons en 35 jours spéciaux (n = 35) de telle manière que deux jours voisins se superposent sur six heures, c'est-à-dire que les heures initiales de ces jours seront décalées de 19 en 19 heures. Il est évident que si la série était divisée d'une telle manière en jours spéciaux, les ordonnées de l'heure t prise arbitrairement pour tous les jours impairs se seraient trouvées à peu près à la même phase de l'onde N<sub>2</sub>, et les ordonnées des jours pairs en opposition de phase. Dans ce cas, la somme des ordonnées

$\sigma_t$  obtenue d'après le schéma

$$\sigma_t = \sum_{i=1}^n (-1)^{n-i} \eta_i \quad (9)$$

contiendra une contribution presque maximum de l'onde  $N_2$  et les contributions de toutes les autres ondes (ondes perturbatrices) seront secondaires. On peut écrire la somme (9) après quelques réductions [1,3] sous la forme d'une expression analogue à (4). Dans ce cas, au lieu de faire l'addition des termes de signes alternés selon l'équation (9), il est préférable de calculer les valeurs  $\sigma_t$  sous forme de différences :

$$\sigma_t = (\Sigma_1)_t - (\Sigma_2)_t, \quad (10)$$

où  $\Sigma_1$  est la somme du type (8) des ordonnées à l'heure  $t$  des jours spéciaux impairs ( $n = 1, 3, 5, \dots, 35$ ), et  $\Sigma_2$  est la somme des ordonnées des jours pairs ( $n = 2, 4, 6, \dots, 34$ ).

Dans les deux dernières colonnes du tableau IV nous donnons les heures initiales (heures zéro) de chacun de 35 jours spéciaux de l'onde  $N_2$  dans le cas où les ordonnées sont repérées d'après les heures et les jours de calendrier d'une série. Pour faciliter la programmation, les mêmes données sont présentées dans le tableau IV-a dans la numération commune des ordonnées ( $r = 0, 1, 2, \dots, 695$ ).

Quand la numérotation des ordonnées est commune, on obtient les sommes  $\Sigma_1$  et  $\Sigma_2$  d'après un schéma analogue à (8). On peut vérifier l'exactitude de ces sommes par le contrôle suivant :

$$\sum_{t=0}^{24} (\Sigma_1)_t + \sum_{t=6}^{18} (\Sigma_2)_t = \sum_{r=0}^{695} \eta_r - \sum_{r=671}^{695} \eta_r = \sum_{t=0}^{24} (\Sigma_2)_t + \sum_{t=6}^{18} (\Sigma_1)_t + \sum_{r=0}^5 \eta_r + \sum_{r=665}^{670} \eta_r \quad (11)$$

où la partie centrale (servant au contrôle) de cette double égalité est la somme de toutes les ordonnées utilisées pour la détermination de l'onde  $N_2$ .

## 2. Détermination des coefficients intégraux $A'_x$ et $B'_x$ .

Etant donné que les ordonnées initiales  $\eta_i$  contiennent toujours une partie constante considérable, les sommes  $\sigma_t$  obtenues pendant la première étape de l'analyse s'expriment assez souvent par les nombres comportant plusieurs chiffres. Ceci n'est pas souhaitable si l'on veut assurer une haute précision dans la détermination des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$ . C'est pourquoi chaque somme  $\sigma_t$  doit, avant d'être utilisée comme terme indépendant lorsqu'on écrit l'équation correspondante de la forme (4), être affranchie autant que possible de la partie constante  $X_0$ . Il suffit pour cela que chacune des cinq séries des sommes  $\sigma_t$  soit réduite à la série de valeurs  $\sigma'_t$  d'après la formule :

$$\sigma'_t = \sigma_t - \frac{1}{m} \sum_{t=0}^{m-1} \sigma_t \quad (12)$$

où le terme à soustraire dans le second membre est la moyenne arithmétique de toutes les sommes  $\sigma_t$  de la série.

En utilisant les valeurs  $\sigma'_t$ , on pose cinq systèmes d'équations de la forme (4) :

1) pour la détermination de l'onde  $Q_1$  - système de 27 équations dans lesquelles l'onde  $K_2$  est insérée en tant que seconde harmonique pour éliminer le fond des influences des ondes semi-diurnes ;

2) pour la détermination des ondes  $O_1$  et  $\mu_2$  - système de 26 équations ;

3) pour la détermination des ondes  $M_1$  et  $M_2$  - système de 25 équations ,

4) pour la détermination de l'onde  $N_2$  - système de 25 équations dans lesquelles l'onde  $S_1$  est insérée en tant que première harmonique pour éliminer le fond des influences des ondes diurnes ;

5) pour la détermination des ondes  $K_1$  et  $S_2$  - système de 24 équations dans lesquelles les ondes  $S_1$  et  $S_2$  sont la première et la seconde harmoniques.

La résolution des systèmes d'équations ci-dessus d'après la méthode des moindres carrés donne les valeurs les plus probables des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  des ondes correspondantes déterminées. Quand on traite diverses séries, les termes indépendants seulement varient dans les équations à résoudre, et les coefficients restent invariables. C'est pourquoi il est très utile de représenter les inconnues sous forme de fonction linéaire des termes indépendants, c'est-à-dire

$$w = \sum_{t=0}^{m-1} (\alpha_w)_t \cdot \sigma'_t, \quad (13)$$

où  $w$  est la signification généralisée de n'importe quel coefficient intégral  $A'_x$  et  $B'_x$  de même que d'autres inconnues ( $X_0$  et  $Y_0$ ).

Les coefficients  $(\alpha_w)_t$  pour la détermination des valeurs  $A'_x$  et  $B'_x$  sont donnés dans les tableaux V-VI. Nous ne donnons pas de coefficients analogues pour la détermination des inconnues  $X_0$  et  $Y_0$  puisque les valeurs de ces inconnues n'ont pas d'importance pour l'analyse harmonique des résultats observés.

### 3. Calcul des valeurs "théoriques" des ondes de marée.

Il est nécessaire d'expliquer avant tout que nous appelons "théorique" la valeur de l'onde de marée qui est calculée pour le lieu d'observation en partant du développement en série du potentiel des forces génératrices des marées et en considérant la Terre comme absolument rigide.

A. Doodson a établi le développement du potentiel des forces génératrices de marées le plus complet et le plus précis dans son travail [4] où il donne la liste de tous les harmoniques qui ont un multiplicateur numérique d'amplitude supérieur à 0,00010. Utilisant "l'argument number" pour désigner les harmoniques correspondants, nous donnons dans le tableau 2 les données relatives aux 32 ondes de marée à courte période les plus importantes dont nous tenons compte dans le schéma d'analyse d'après notre méthode.

Comme on le voit, la plupart de ces ondes se combinent en groupes. Six d'elles marquées d'astérisques dans le tableau 2 trouvent leur source dans le terme du potentiel des forces génératrices des marées  $W_3$ . Ce terme est la fonction sphérique du troisième ordre.

Il est nécessaire de calculer la valeur " théorique " de chaque onde pour l'heure initiale (heure zéro) du premier jour de la série. Elle doit être représentée sous la forme :

$$\eta_t = R_T \cos(qt - \zeta_T) = u_0 \cos qt + v_0 \sin qt , \quad (14)$$

où

$$u_0 = R_T \cos \zeta_T , \quad v_0 = R_T \sin \zeta_T . \quad (15)$$

Nous avons donné ces formules pour calculer  $R_T$  et  $\zeta_T$  dans les variations de l'intensité de la pesanteur ( $-\delta g$ ) et dans les variations de direction de la verticale  $\eta$  dues aux marées [1]. En omettant les calculs intermédiaires, nous donnons ci-dessous ces formules sous leur forme finale après avoir défini la méthode pour les obtenir.

Chaque terme du potentiel des forces génératrices des marées qui est donné dans les tableaux de l'ouvrage [4] peut être exprimé par transformation de l'argument comme cosinus à amplitude positive, c'est-à-dire

$$W = C G_j(\rho, \psi) \cos(qt + V_0) , \quad (16)$$

où  $C$  est un coefficient numérique,  $t$  l'heure locale moyenne,  $G_j(\rho, \psi)$  une fonction géodésique dépendant du rayon-vecteur de la Terre  $\rho$  au point d'observation et de la latitude géocentrique  $\psi$  de ce point.

La phase initiale  $V_0$  de l'expression (16) à l'instant  $t_0$  a la forme

$$V_0 = jt_0 + cs_0 + dh_0 + e\rho_0 + lN_0 + \Delta , \quad (17)$$

où

$$\Delta = mp_s + n.90^\circ \quad (18)$$

Ici,  $s$ ,  $h$ ,  $p$ ,  $N$  et  $p_s$  sont respectivement des longitudes moyennes de la Lune, du Soleil, du périégée lunaire, du noeud ascendant de l'orbite lunaire et du périhélie solaire. Le coefficient  $j$  qui est l'indice de la fonction géodésique dans (16) est égal pour les ondes diurnes à 1, et pour les ondes semi-diurnes il est égal à 2. Les coefficients  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $l$ ,  $m$  et  $n$  peuvent prendre les valeurs des nombres entiers arbitraires : 0,  $\pm 1$ ,  $\pm 2$ , ... etc. Nous adoptons ci-dessous pour  $p_s$  la valeur  $282^\circ 5$  qui correspond à peu près à l'époque 1975.

On obtient la valeur "théorique" d'un harmonique quelconque dans les variations de l'intensité de la pesanteur ( $-\delta g$ ) par voie de différentiation (16) par rapport à  $\rho$ . On considère la direction extérieure du rayon-vecteur comme positive. Pour obtenir la valeur analogue de l'harmonique qui caractérise la déviation de la verticale  $\eta$  dans l'azimut arbitraire  $\alpha$  (mesuré du point sud vers l'ouest), on utilise le rapport de la dérivée de (16) dans la direction correspondante et dans le plan horizontal à la force de gravité  $g$  au point d'observation. Puisque un élément linéaire de la direction arbitraire  $\alpha$  à la surface de la Terre est une fonction de la latitude géocentrique  $\psi$  et de la longitude  $\lambda$ , les variations de la verticale sont exprimées ordinairement comme somme vectorielle des composantes  $\eta_{NS}$  et  $\eta_{EW}$ . Nous considérons comme positifs les mouvements du pied de la verticale dans les directions sud et ouest. En général, la valeur "théorique" d'un seul harmonique dans l'un des deux phénomènes de la marée terrestre peut être mise sous la forme :

$$\eta_T = H_T \cos (qt + V_o - A), \quad (19)$$

où la partie de la phase  $A$  qui est fonction de la latitude  $\psi$  et de l'azimut  $\alpha$  ne prend une valeur définie que dans les variations de marée de la verticale  $\eta_\alpha$  et est toujours nulle dans les variations de marée de la force de gravité ( $-\delta g$ ).

Comme la plupart des autres auteurs, nous effectuons le calcul des valeurs des ondes de groupe (tableau 2) au moyen de la réduction des harmoniques principaux de ces ondes par les valeurs  $f$  (coefficient d'amplification de l'amplitude) et  $u$  (correction à la phase). Les 32 harmoniques principaux utilisés dans ce but sont donnés dans le tableau I qui contient les coefficients numériques  $C$ , des formules (17) pour calculer  $V_o$  et quelques autres renseignements nécessaires. Dans ce tableau les coefficients  $C$  des ondes solaires principales sont donnés déjà corrigés conformément à la corrélation précisée entre les potentiels de marée solaire et lunaire. Cette corrélation a été obtenue par N.N.Paniscky [5].

Pour calculer l'onde de groupe  $M_1$  nous avons utilisé comme principal un harmonique fictif (155.555) qui a le même coefficient numérique d'amplitude que l'harmonique (155.655), mais qui en diffère de la valeur  $\rho$  dans l'argument. C'est pourquoi pour cette onde la valeur sommée "théorique" qui est réelle c'est-à-dire comparable à ce que donnent les observations doit être obtenue par la réduction de l'harmonique principal du tableau I à l'aide des valeurs  $f$  et  $u$ .

Après avoir désigné dans les limites de chaque onde de groupe les arguments des harmoniques principaux et apparentés respectivement par  $V$  et  $V_1$ , nous obtenons pour calculer les valeurs  $f$  et  $u$  les formules suivantes que nous donnons ici sous la forme générale [II]

$$f \cos u = a_o + \sum a_i \cos \Delta V_i, \quad (20)$$

$$f \sin u = b_o + \sum b_i \sin \Delta V_i,$$

où

$$\Delta V_i = V_1 - V = d'h + e'\rho + l'N + m'\rho_s. \quad (21)$$

Ici les coefficients  $d'$ ,  $e'$ , ... comme dans le cas (17)-(18) sont des nombres entiers arbitraires. Les valeurs astronomiques  $h$ ,  $\rho$ , et  $N$  insérées dans (21) doivent être calculées pour l'époque moyenne de la série traitée.

Beaucoup d'harmoniques de diverses ondes de groupe ont les mêmes différences des arguments  $\Delta V_1$ . C'est pourquoi nous avons jugé utile de donner dans le tableau II la liste de toutes les expressions de ces différences qui se trouvent dans (20) et dont le nombre est 25. Pour faciliter les calculs, on peut considérer chacune de ces différences munie dans le tableau II du même indice pour toutes les ondes  $i = 1, 2, 3, \dots, 25$  comme argument d'une onde à longue période dont la vitesse angulaire  $\sigma_1$  est égale à la variation diurne de la différence  $\Delta V_1$ . Conformément à l'ordre adopté de numérotation de ces différences, nous donnons dans le tableau III les formules du type (20) pour 16 ondes de groupe avec l'indication sur d'autres ondes qui exigent les mêmes réductions.

Donnons sans déduction les formules pour le calcul des valeurs "théoriques" des harmoniques principales (19) et des ondes de groupe correspondantes (14) dans la marée terrestre.

a) Variations de marée de l'intensité de la pesanteur ( $\eta = -\delta g$ ).

Pour le calcul de  $H_T$ ,  $R_T$  et  $\zeta_T$  dans (19) et (14) on a [1]

$$\begin{aligned} H_T &= (H_g)_o \Phi_j(\psi) , \\ R_T &= fH_T = (H_g)_o f \Phi_j(\psi) , \\ \zeta_T &= -(V_o)_o - u - j (\lambda - \lambda_o) . \end{aligned} \quad (22)$$

Dans ces formules les expressions de la constante équatoriale  $(H_g)_o$  et de la fonction  $\Phi_j(\psi)$  ne sont pas identiques pour les ondes qui prennent naissance de termes du potentiel exprimés par des fonctions sphériques différentes. Les ondes qui prennent naissance du potentiel  $W_2$  ont la forme

$$\begin{aligned} (H_g)_o &= \frac{2G\rho_o}{\rho_1^2} C = 82,4882 C \mu g l , \\ \Phi_1(\psi) &= \left(1 - e \sin^2 \psi + \frac{h}{\rho_o}\right) \sin 2\psi , \\ \Phi_2(\psi) &= \left(1 - e \sin^2 \psi + \frac{h}{\rho_o}\right) \cos^2 \psi . \end{aligned} \quad (23)$$

Les ondes qui prennent naissance du potentiel  $W_3$  ont respectivement la forme :

$$\begin{aligned} (H_g)_o^* &= \frac{3G}{\rho_1} C = 123,5933 C \mu g l , \\ \Phi_1^*(\psi) &= 0,72618 \cos \psi (1 - 5 \sin^2 \psi) , \\ \Phi_2^*(\psi) &= 2,59808 \sin \psi \cos^2 \psi . \end{aligned} \quad (24)$$

Nous avons employé ici les symboles suivants :  $G$  est la constante de Doodson [4] dont la valeur que nous avons adoptée est d'après N.N.Pariiski [5] égale à  $26248 \text{ cm}^2/\text{sec}^2$ ;  $\rho_o$  et  $\rho_1$  sont les rayons de la Terre respectivement équatorial et moyen ;  $e$  est l'aplatissement moyen de la Terre ;  $h$  est la hauteur de la station d'observation par rapport au sphéroïde terrestre ;  $\lambda$  est la longitude de la station d'observation.

Il est nécessaire de souligner à propos de  $\zeta_T$  dans (22) que nous donnons cette formule pour un cas généralisé où les ordonnées analysées sont notées d'après le temps d'un méridien arbitraire  $\lambda_0$ . Avec ce marquage arbitraire des ordonnées la partie astronomique  $V_0$  de la phase initiale doit être rapportée au méridien  $\lambda_0$  et non à la longitude locale  $\lambda$ . Le deuxième indice zéro de  $V_0$  dans (22) exprime cette exigence. Reporter la valeur  $V_0$  au méridien  $\lambda_0$  c'est calculer d'après les formules spéciales ou les tableaux [6, 7, 3] les coordonnées  $s_0$ ,  $h_0$  et  $p_0$  au moment initial de la série  $t_0$  pour le méridien de Greenwich et additionner aux valeurs calculées de ces coordonnées les corrections suivantes :

$$\begin{aligned} \Delta s &= - 0,03660 \lambda_0, \\ \Delta h &= - 0,00274 \lambda_0, \\ \Delta p &= - 0,00031 \lambda_0, \\ \Delta N &= + 0,00015 \lambda_0, \end{aligned} \quad (25)$$

où la longitude  $\lambda_0$  est traduite en degrés et est positive à l'est de Greenwich.

Il est facile de voir que pour simplifier les calculs de la phase initiale  $\zeta_T$  il serait bon que les ordonnées traitées soient lues préalablement selon l'heure de Greenwich ( $\lambda_0 = 0$ ). Dans ce cas les corrections (25) dans les coordonnées  $s_0$ ,  $h_0$  et  $p_0$  sont nulles et par conséquent l'équation  $(V_0)_0 = V_0$  sera valable.

#### b) L'oscillation de marée de la verticale $\eta_a$

Pour le calcul de la valeur "théorique" d'un harmonique principal (19) et d'une onde de groupe qui y correspond (14) nous avons [1]

$$\begin{aligned} H_T &= k (H\eta)_0, \\ R_T &= f H_T = f k (H\eta)_0, \\ \zeta_T &= - (V_0) - u - j (\lambda - \lambda_0) + A. \end{aligned} \quad (26)$$

Ici, la formule de la constante  $(H\eta)_0$  pour les ondes prenant naissance du potentiel  $W_2$  et  $W_3$  s'exprime comme suit :

$$(H\eta)_0 = \frac{2G\rho_0}{g_1\rho_1^2} C = 17,3657 C \text{ msec} \quad (27)$$

où  $g_1$  est la valeur moyenne de l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre égale à  $979,77 \text{ cm/sec}^2$ . Cependant, les valeurs  $k$  et  $A$  qui sont fonctions de la latitude  $\psi$  et de l'azimut  $\alpha$  de la composante enregistrée ne sont pas égales pour des ondes d'origine différente.

On obtient les valeurs  $k$  et  $A$  pour les ondes qui prennent naissance du potentiel  $W_2$  à partir des équations suivantes :  
pour les ondes diurnes

$$\begin{aligned} k \sin A &= \frac{979,77}{g} \sin \psi \left( 1 - e \sin^2 \psi + \frac{h}{\rho_0} \right) \sin \alpha, \\ k \cos A &= - \frac{979,77}{g} \left[ \cos 2\psi \left( 1 + \frac{h}{\rho_0} \right) - e \sin^2 \psi (6 \cos^2 \psi - 1) \right] \cos \alpha; \end{aligned} \quad (28)$$

pour les ondes semi-diurnes

$$k \sin A = \frac{979,77}{g} \cos \psi \left( 1 - e \sin^2 \psi + \frac{h}{\rho_0} \right) \sin \alpha , \quad (29)$$

$$k \cos A = \frac{979,77}{2g} \sin 2\psi \left[ 1 + e (3 \cos^2 \psi - 1) + \frac{h}{\rho_0} \right] \cos \alpha .$$

Pour les ondes qui prennent naissance du potentiel  $W_3$  les équations analogues à (28) et (29) se simplifient considérablement par suite de la validité de l'hypothèse  $\rho = \rho_0$  et  $g = g_1$  et ont la forme suivante :  
pour les ondes diurnes

$$k \sin A = 0,36309 (1 - 5 \sin^2 \psi) \sin \alpha ; \quad (30)$$

$$k \cos A = 0,36309 \sin \psi (15 \cos^2 \psi - 4) \cos \alpha ;$$

pour les ondes semi-diurnes

$$k \sin A = 1,29904 \sin 2\psi \sin \alpha , \quad (31)$$

$$k \cos A = 1,29904 \cos \psi (3 \sin^2 \psi - 1) \cos \alpha .$$

Nous pouvons négliger les termes  $\frac{h}{\rho_0}$  en calculant d'après les formules (23), (28) et (29) les valeurs  $\phi_j(\psi)$ ,  $k$  et  $A$  pour les stations situées relativement bas au-dessus du niveau de la mer (ou peu profondément au-dessous de la surface de la Terre). L'erreur ainsi commise sera faible : pour une station située à l'altitude  $h = \pm 600$  m l'erreur du calcul de l'amplitude  $R_T$  qui découle de l'élimination de ce terme ne dépassera pas 0,01 %. Il suffit de connaître la valeur de l'aplatissement de la Terre à quelques pour-cents près et c'est pourquoi on peut utiliser pour les calculs  $e = \frac{1}{297} = 0,003367$ . De même, il suffit de connaître approximativement à  $\pm 100$  mgl près l'accélération de la pesanteur  $g$  pour les stations où l'on observe des inclinaisons de marée.

Les valeurs  $(H_g)_0$ ,  $(H_g)_0^*$  et  $(H_\eta)_0$  pour les 32 harmoniques principaux sont présentées dans deux dernières colonnes du tableau I.

#### 4. La déduction des résultats finaux.

Les coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  calculés d'après (13) donnent la possibilité de poser deux équations de la forme (5) pour chaque onde déterminée. Les valeurs des coefficients  $(F_c)_x$  et  $(F_s)_x$  de ces équations qui caractérisent quantitativement les contributions des ondes déterminées dans  $A'_x$  et  $B'_x$  sont présentées dans le tableau VII. Les valeurs des coefficients analogues  $(F_c)_y$ ,  $(F_s)_y$ ,  $(F_c)_z$ , ... sont présentées dans les tableaux VIII et IX où l'indice  $y$  est généralisé pour chaque onde perturbatrice ( $R_y$ ,  $R_z$ , ...).

Dans les équations (5) le nombre des inconnues dépasse de beaucoup le nombre des équations. C'est pourquoi on peut trouver les valeurs vraies  $u_x$  et  $v_x$  par la résolution de ces équations à l'aide des approximations successives après avoir fait une certaine hypothèse concernant les caractéristiques de la marée terrestre pour les ondes perturbatrices.

Partant de cela, nous divisons les ondes de marée en cinq groupes suivants en estimant que les caractéristiques de la marée terrestre c'est-à-dire les valeurs du coefficient  $\beta$  (ou  $\gamma$ ) et le retard de phase  $\kappa$  sont les mêmes pour toutes les ondes d'un groupe donné :

I - les ondes diurnes dont les périodes sont supérieures à 26<sup>h</sup>5 :  $Q_1$  (onde principale),  $2Q_1, \sigma_1, \rho_1, (135)^*$  ;

II - les ondes diurnes dont les périodes sont de 24<sup>h</sup>5 à 26<sup>h</sup>5 :  $O_1$  (onde principale),  $r_1, M_1, (145)^*, (155)^*$  ;

III - les ondes diurnes dont les périodes sont inférieures à 24<sup>h</sup>5 :  $K_1$  (onde principale),  $P_1, S_1, \Pi_1, \psi_1, \phi_1, J_1: 00_1$  ;

IV - les ondes semi-diurnes dont les périodes sont supérieures à 12<sup>h</sup>25 :  $M_2$  (onde principale),  $N_2, \epsilon_2, 2N_2, \mu_2, \nu_2, (235)^*, (245)^*, (255)^*$  ;

V - les ondes semi-diurnes dont les périodes sont inférieures à 12<sup>h</sup>25 :  $S_2$  (onde principale),  $K_2, \lambda_2, L_2, T_2$ .

Pour obtenir les valeurs  $\beta'$  (ou  $\gamma'$ ) et  $\kappa'$  qui caractérisent en première approximation la marée terrestre au point d'observation il est nécessaire de confronter les ondes globales  $Q'_1, O'_1, K'_1, M'_2$  et  $S'_2$  observées qui sont représentées par les valeurs des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  calculées d'après (13) avec les ondes "théoriques" correspondantes qui sont représentées par les coefficients intégraux  $(A'_x)_o$  et  $(B'_x)_o$ . Les formules (5) dans lesquelles les valeurs  $u_x, v_x, u_y, \dots$  sont remplacées par les valeurs théoriques  $u_o$  et  $v_o$  calculées pour toutes les ondes d'après (15) servent au calcul de  $(A'_x)_o$  et  $(B'_x)_o$ , c'est-à-dire

$$(A'_x)_o = + (F_c)_x u_o + (F_s)_x v_o + \sum_y [(F_c)_y u_o + (F_s)_y v_o], \quad (32)$$

$$(B'_x)_o = - (F_s)_x u_o + (F_c)_x v_o + \sum_y [-(F_s)_y u_o + (F_c)_y v_o].$$

Cela va sans dire que les valeurs  $u_o$  et  $v_o$  ont les mêmes indices que les coefficients  $(F_c)$  et  $(F_s)$  qui les précèdent.

On peut présenter les coefficients intégraux des ondes globales sous la forme :

$$A'_x = R'_h \cos \zeta'_H, \quad B'_x = R'_h \sin \zeta'_H; \quad (33)$$

$$(A'_x)_o = R'_T \cos \zeta'_T, \quad (B'_x)_o = R'_T \sin \zeta'_T.$$

Après avoir déterminé les amplitudes et les phases initiales des ondes globales et après avoir effectué la comparaison des "observations" avec la "théorie" d'après les formules (3) nous obtiendrons les valeurs du multiplicateur  $\beta'$  (ou  $\gamma'$ ) et du retard de phase  $\kappa'$  qui sont nécessaires pour la seconde approximation.

Il faut remarquer que les valeurs des caractéristiques de la marée terrestre qui ont été ainsi obtenues par la première approximation sont analogues pour beaucoup quant'à leur contenu aux valeurs obtenues d'après la méthode de R. Lecolazet [8].

Le but des approximations suivantes est d'obtenir des valeurs  $\beta$  (ou  $\gamma$ ) et  $\kappa$  pour chaque onde déterminée qui seraient affectées le moins possible par les erreurs dues à l'inégalité réelle de ces valeurs pour les ondes de marée différentes. Il va de soi que pour obtenir de telles valeurs la comparaison de "l'observation" avec la "théorie" doit être effectuée non d'après les ondes globales  $R'_x$  comme on a fait en première approximation, mais d'après les ondes déterminées proprement dites  $R_x$  affranchies préalablement de toutes les contributions des autres ondes perturbatrices. Ainsi, le problème principal des approximations successives est la détermination des inconnues  $u_x$  et  $v_x$  dans les équations (5).

Ecrivons ces équations après avoir groupé tous les termes perturbateurs dans le premier membre :

$$A_x = A'_x - \sum_y [(F_c)_y u_y + (F_s)_y v_y] , \quad (34)$$

$$B_x = B'_x - \sum_y [-(F_s)_y u_y + (F_c)_y v_y] ,$$

où

$$A_x = + (F_c)_x u_x + (F_s)_x v_x , \quad (35)$$

$$B_x = - (F_s)_x u_x + (F_c)_x v_x .$$

Il est évidemment nécessaire de soustraire des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  les corrections globales qui contiennent les contributions de toutes les ondes perturbatrices. Nous obtiendrons ainsi les valeurs  $A_x$  et  $B_x$  qui déterminent parfaitement l'onde cherchée  $R_x$ . Comme dans le cas (32), on effectue le calcul de ces corrections globales à l'aide des coefficients  $(F_c)_y$  et  $(F_s)_y$  se trouvant dans les tableaux VIII-IX. Dans ce cas cependant il faut substituer dans chaque terme de correction au lieu des valeurs  $u$  et  $v$  non pas leurs valeurs "théoriques"  $u_0$  et  $v_0$  (comme on a fait en première approximation), mais les valeurs calculées pour toutes les ondes d'après les formules suivantes :

$$u' = (\beta', \gamma') R_T \cos (\zeta_T + \kappa') , \quad (36)$$

$$v' = (\beta', \gamma') R_T \sin (\zeta_T + \kappa') ,$$

où les valeurs  $\beta'$  (ou  $\gamma'$ ) et  $\kappa'$  obtenues d'après les cinq ondes principales en première approximation sont attribuées à des ondes perturbatrices différentes conformément à la division des ondes en groupes selon le principe de la communauté des caractéristiques de marée terrestre.

La correction des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  effectuée d'après (34) par l'emploi des valeurs  $u'$  et  $v'$  donne les valeurs  $A_x$  et  $B_x$  à l'aide desquelles il est facile, après avoir résolu les équations (35), de trouver les inconnues  $u_x$  et  $v_x$  qui représentent l'onde déterminée  $R_x$  en seconde approximation. Il est rationnel pour faciliter l'obtention de ces inconnues de les présenter sous la forme suivante :

$$u_x = a_u A_x + b_u B_x, \quad (37)$$

$$v_x = a_v A_x + b_v B_x,$$

où

$$a_u = b_v = \frac{(F_c)_x}{(F_c)_x^2 + (F_s)_x^2}, \quad (38)$$

$$a_v = -b_u = \frac{(F_s)_x}{(F_c)_x^2 + (F_s)_x^2},$$

Les valeurs des coefficients  $a_u$ ,  $b_u$ ,  $a_v$  et  $b_v$  sont données dans le tableau X.

On calcule l'amplitude et la phase initiale de l'onde observée d'après les valeurs trouvées de  $u_x$  et  $v_x$

$$R_x = \sqrt{u_x^2 + v_x^2}, \quad (39)$$

$$\zeta_x = \text{arc tg } \frac{v_x}{u_x},$$

après quoi on fait comme d'habitude la comparaison de "l'observation" et de "la théorie". Les valeurs obtenues  $\beta''$  (ou  $\gamma''$ ) et du retard de phase  $\kappa''$  qui résultent d'une telle comparaison caractérisent en seconde approximation la marée terrestre au point donné d'observation.

On peut estimer comme définitifs les résultats obtenus en seconde approximation en partant de quatre ondes principales ( $O_1$ ,  $K_1$ ,  $M_2$  et  $S_2$ ) puisque les approximations suivantes ne les changent presque pas. Cependant, attendu que les résultats obtenus pour les quatre autres ondes ( $Q_1$ ,  $M_1$ ,  $N_2$  et  $\mu_2$ ) exigent évidemment une précision supplémentaire, nous conseillons de poursuivre l'analyse et d'effectuer encore la troisième approximation dont la méthode de calcul ne diffère en rien de la méthode qu'on a utilisée pour la seconde approximation.

L'accomplissement de la troisième approximation commence par le calcul des valeurs  $u''$  et  $v''$  d'après les formules analogues à (36), c'est-à-dire :

$$u'' = (\beta'', \gamma'') R_T \cos(\zeta_T + \kappa''), \quad (40)$$

$$v'' = (\beta'', \gamma'') R_T \sin(\zeta_T + \kappa'').$$

où les valeurs  $\beta''$  (ou  $\gamma''$ ) et  $\kappa''$  obtenues en partant de cinq ondes principales déterminées d'après la seconde approximation sont attribuées aux ondes perturbatrices différentes conformément à la division de ces ondes en groupes. On utilise ensuite les valeurs  $u''$  et  $v''$  dans (34) pour une nouvelle correction des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  en éliminant d'eux les contributions des ondes perturbatrices. On trouve (d'après les formules (37)) les valeurs définitives des inconnues  $u_x$  et  $v_x$  en utilisant les valeurs  $A_x$  et  $B_x$  obtenues après la seconde correction, et en partant de ces valeurs précisées on peut trouver les amplitudes observées  $R_H$  et les phases initiales  $\zeta_H$  des ondes déterminées correspondantes. La comparaison ultérieure (3) de "l'observation" et de "la théorie" donnera les valeurs définitives du multiplicateur  $\beta$  (ou  $\gamma$ ) et du retard de phase  $\kappa$  qui caractérisent l'onde correspondante de marée terrestre au point donné d'observation.

Il est vrai que la troisième approximation entraîne une certaine augmentation du volume global de calcul pour l'analyse de la série de 29 jours. Cependant, il nous semble qu'avec le niveau actuel du développement de la technique de calcul la caractéristique de telle ou telle méthode du point de vue du volume de calcul n'a pas de grande importance en comparaison avec la caractéristique fondée sur la précision des résultats obtenus. C'est pourquoi si la troisième approximation est nécessaire pour augmenter la précision de la détermination des ondes, elle doit être effectuée sans hésiter. En outre il faut avoir en vue qu'en effectuant la troisième approximation on a une occasion favorable de contrôler la convergence des résultats obtenus outre la précision générale du schéma de l'analyse. Pour cela il faut programmer la sortie successive de l'ordinateur non seulement des résultats de la troisième approximation, mais encore de ceux de la seconde.

### BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] П.С. МАТВЕЕВ, Гармонический анализ земных приливов (29 - суточная серия), Труды Полтавской гравиметрической обсерватории, Т. XI, стр. 16-63, Киев, 1962.
- [2] R. LECOLAZET, Sur la reconstitution des observations par interpolation. *Communications de l'Observ. Royal de Belgique, N° 188, (Série Géoph. N° 58), 267-272, 1961.*
- [3] П.С. МАТВЕЕВ, Гармонический анализ месячной серии приливных наблюдений, Труды Полтавской гравиметрической обсерватории, Т. IX, стр. 3-47, Киев, 1961.
- [4] A.T. DOODSON, The harmonic development of the tidegenerating potential, *Proc. of the Roy. Soc. of London (A), vol. 100, pp.305-329, 1921.*
- [5] N.N. PARIISKY, Some remarks concerning the calculation of theoretical amplitudes of gravity variations. *Bull. d'Inform. Marées Terrestres, N° 23, 466-479, 3 janvier 1961.*
- [6] A.T. DOODSON, The analysis of tidal observations, *Phil. Trans. Roy. Soc. of London (A), vol. 227, pp. 223-279, 1928.*
- [7] LANDOLT-BÖRNSTEIN, Zahlwerte und Funktionen aus Physik, Chemie. Astronomie, Geophysik und Technik, *Bd. III, Astronomie und Geophysik, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1952.*
- [8] R.LECOLAZET, La méthode utilisée à Strasbourg pour l'analyse harmonique de la marée gravimétrique, *Bull. d'Inform. Marées Terrestres, N° 10, 1958.*

Tableau 2

onde	argument des harmoniques	onde	argument des harmoniques	onde	argument des harmoniques	onde	argument des harmoniques				
2Q <sub>1</sub>	I25.745 I25.755	M <sub>1</sub>	I53.645 I53.655 I54.656 I55.435 I55.445 I55.455 I55.645 I55.655 I55.665 I55.675 I56.654 I57.455 I57.465	J <sub>1</sub>	I73.655 I73.665 I75.445 I75.455 I75.465 I75.475	(2Y5)*	245.545				
							245.555				
245.755											
G <sub>1</sub>	I27.545 I27.555			(155)*	I55.545 I55.555 I55.565	E <sub>2</sub>	227.645 227.655	M <sub>2</sub>	247.445		
									247.455		
Q <sub>1</sub>	I33.855 I34.656 I35.435 I35.635 I35.645 I35.655 I35.855 I36.555 I36.654 I37.655			T <sub>1</sub>	I62.556	2N <sub>2</sub>	235.745 235.755	(255)*	253.755		
									254.556		
				(135)*	I35.545 I35.555 I35.755	P <sub>1</sub>	I63.535 I63.545 I63.555 I63.557 I63.755	(235)*	235.645 235.655	λ <sub>2</sub>	255.535
											255.545
											255.555
P <sub>1</sub>	I37.445 I37.455	S <sub>1</sub>	I64.554 I64.556	M <sub>2</sub>	236.556 236.655 236.754 237.545 237.555 238.554 239.355	L <sub>2</sub>	255.755				
							256.554				
O <sub>1</sub>	I43.755 I44.556 I45.535 I45.545 I45.555 I45.755 I45.765 I46.554 I47.565	K <sub>1</sub>	I65.545 I65.555 I65.565 I65.575	N <sub>2</sub>	243.855 244.656 245.435 245.556 245.645 245.655 246.456 246.555 246.654 248.454	S <sub>2</sub>	257.355				
							257.555				
		(145)*	I45.645 I45.655 I45.665	Y <sub>1</sub>	I66.554 I67.555	K <sub>2</sub>			256.554		
									257.555		
		ζ <sub>1</sub>	I47.545 I47.555						263.645 263.655		
							265.445 265.455 265.655 265.665 265.675				
							271.557 273.545 273.555 274.554 274.556				
							275.545 275.555 275.565 275.575 276.554 277.555				

Tableau I

Les ondes à courte période principales du potentiel des forces génératrices des marées de la Lune et du Soleil.

Désignation des ondes	Le nombre d'argument	Amplitude $C_G \cdot 10^5$	Phase initiale $V_0$					Vitesse d'heure du changement de phase $q$	Période $T = \frac{2\pi}{q}$	$(H_2)$ en microgales	$(H_1)$ en millisecondes d'arc
			$t_0$	$s_0$	$h_0$	$p_0$	$\Delta$				
$Q_1$	135.655	7216 $G_1$	1	- 3	+ 1	+ 1	- 90,0	13,8986609	26,868	5,952	1,258
$O_1$	145.555	87689 $G_1$	1	- 2	+ 1		- 90,0	13,9430856	25,819	31,089	6,545
$P_1$	163.555	17560 $G_1$	1		- 1		- 90,0	14,9589314	24,066	14,435	3,049
$S_1$	164.555	296 $G_1$	1				+ 24,6	15,0000000	24,000	0,244	0,051
$K_1$	165.555	58027 $G_1$	1		+ 1		+ 90,0	15,0410686	23,984	43,741	9,209
$2Q_1$	125.755	955 $G_1$	1	- 4	+ 1	+ 2	- 90,0	12,8542862	28,006	0,733	0,166
$G_1$	127.555	1153 $G_1$	1	- 4	+ 3		- 90,0	12,9271398	27,848	0,951	0,200
$P_1$	137.455	1371 $G_1$	1	- 3	+ 3	- 1	- 90,0	13,4715145	26,723	1,131	0,233
$T_1$	147.555	491 $G_1$	1	- 2	+ 3		+ 90,0	14,0251729	25,668	0,405	0,085
$M_1$	155.555	2964 $G_1$	1	- 1	+ 1		+ 90,0	14,4920521	24,841	2,445	0,515
$\pi_1$	162.556	1023 $G_1$	1		- 2		+192,5	14,9178647	24,132	0,843	0,179
$\psi_1$	166.554	422 $G_1$	1		+ 2		-192,5	15,0821353	23,869	0,843	0,073
$\chi_1$	167.555	755 $G_1$	1		+ 3		+ 90,0	15,1232059	23,804	0,623	0,131
$J_1$	175.455	2964 $G_1$	1	+ 1	+ 1	- 1	+ 90,0	15,5854433	23,098	2,445	0,515
$00_1$	185.555	1623 $G_1$	1	+ 2	+ 1		+ 90,0	16,1391017	22,303	1,339	0,232
(135)*	135.555	211 $G_1^*$	1	- 3	+ 1		+180,0	13,3940191	26,879	0,261	0,037
(145)*	145.655	103 $G_1^*$	1	- 2	+ 1	+ 1	+180,0	13,9476774	25,811	0,133	0,019
(155)*	155.555	661 $G_1^*$	1	- 1	+ 1		+180,0	14,4920521	24,841	0,317	0,115
$N_2$	245.655	17387 $G_2$	2	- 3	+ 2	+ 1		23,4397295	12,658	14,342	3,019
$M_2$	255.555	90812 $G_2$	2	- 2	+ 2			23,9341042	12,421	74,909	15,770
$S_2$	273.555	42300 $G_2$	2					30,0000000	12,000	34,393	7,346
$K_2$	275.555	11501 $G_2$	2		+ 2			30,0321373	11,967	9,437	1,997
$E_2$	227.655	671 $G_2$	2	- 5	+ 4	+ 1		27,4238337	13,127	0,553	0,117
$2N_2$	235.755	2301 $G_2$	2	- 4	+ 2	+ 2		27,3953543	12,905	1,393	0,400
$\mu_2$	237.555	2777 $G_2$	2	- 4	+ 4			27,9682034	12,872	2,291	0,432
$\nu_2$	247.455	3303 $G_2$	2	- 3	+ 4	- 1		28,5125331	12,626	2,725	0,574
$\lambda_2$	263.655	670 $G_2$	2	- 1		+ 1	+180,0	29,4556253	12,222	0,553	0,116
$L_2$	265.455	2567 $G_2$	2	- 1	+ 2	- 1	+180,0	29,5234739	12,192	2,117	0,446
$T_2$	272.556	2476 $G_2$	2		- 1		+232,5	29,9589333	12,016	2,042	0,430
(235)*	235.655	156 $G_2^*$	2	- 4	+ 2	+ 1	+ 90,0	27,3907130	12,908	0,193	0,027
(245)*	245.555	569 $G_2^*$	2	- 3	+ 2		+ 90,0	28,4350377	12,660	0,703	0,099
(255)*	255.655	36 $G_2^*$	2	- 2	+ 2	+ 1	- 90,0	28,9887461	12,419	0,106	0,015

Tableau II

Les différences  $\Delta V_i$  entre les arguments des harmoniques voisines et principales des ondes de groupe de marée.

$i$	$\Delta V_i$	La vitesse du changement de la différence en 1 heure de l'heure moyenne	$\sigma_i$	Les valeurs $\Delta V_i$ à 12 <sup>h</sup> T.U. le 1 janvier 1958.
I	$N$	- 0,002206413	-0,0529539	217,355
2	$2N$	- 0,004412826	-0,1059078	74,710
3	$p+N$	+ 0,002435424	+ 0,0584502	31,784
4	$p-p_s$	+ 0,004639876	+ 0,1113570	252,210
5	$p$	+ 0,004641837	+ 0,1114041	174,428
6	$p-N$	+ 0,006848250	+ 0,1643580	317,073
7	$p-2N$	+ 0,009054663	+ 0,2173119	99,718
8	$2p$	+ 0,009283674	+ 0,2228082	348,857
9	$2p-N$	+ 0,011490087	+ 0,2757621	131,502
10	$2(p-N)$	+ 0,013696500	+ 0,3287160	274,147
11	$h-2p+p_s$	+ 0,031786926	+ 0,7628862	213,997
12	$h-p-p_s$	+ 0,036424841	+ 0,8741962	183,989
13	$h-p$	+ 0,036426802	+ 0,8742432	106,207
14	$h-p_s$	+ 0,041066678	+ 0,9856003	358,418
15	$h+p_s$	+ 0,041070600	+ 0,9856944	202,854
16	$h+p-p_s$	+ 0,045708515	+ 1,0970044	172,846
17	$2h-2p+N$	+ 0,070647191	+ 1,6955326	69,770
18	$2(h-p)$	+ 0,072853604	+ 1,7484865	212,414
19	$2h-p$	+ 0,077495441	+ 1,8598906	26,843
20	$2h-p-N$	+ 0,079701854	+ 1,9128445	169,488
21	$2h+N$	+ 0,079930865	+ 1,9183408	58,626
22	$2(h-p_s)$	+ 0,082133356	+ 1,9712005	356,835
23	$2h$	+ 0,082137278	+ 1,9712947	201,271
24	$2h-N$	+ 0,084343691	+ 2,0242486	343,916
25	$3h-2p-p_s$	+ 0,113920282	+ 2,7340868	210,832

Tableau III

Les formules du type (20) pour calculer les nombres de réduction.

$Q_1$	$f \cos u = 1,0000 + 0,1885 C_1 - 0,0058 C_2 - 0,0026 C_3 - 0,0039 C_{10}$ $- 0,0054 C_{13} + 0,0010 C_{14} - 0,0030 C_{18} - 0,0104 C_{23};$ $f \sin u = + 0,1885 S_1 - 0,0058 S_2 - 0,0026 S_3 + 0,0039 S_{10}$ $- 0,0054 S_{13} + 0,0177 S_{14} + 0,0030 S_{18} - 0,0104 S_{23};$
$Q_1, 2Q_1$ $G_1, P_1$	$f \cos u = 1,0000 + 0,1885 C_1 - 0,0058 C_2 - 0,0064 C_3 - 0,0011 C_9$ $- 0,0004 C_{14} - 0,0029 C_{18} + 0,0027 C_{24};$ $f \sin u = + 0,1885 S_1 - 0,0058 S_2 - 0,0064 S_3 - 0,0011 S_9$ $+ 0,0064 S_{14} + 0,0029 S_{18} + 0,0027 S_{24};$
$P_1$	$f \cos u = 1,0006 - 0,0113 C_1 + 0,0008 C_2 - 0,0015 C_3;$ $f \sin u = 0,0003 - 0,0113 S_1 + 0,0008 S_2 - 0,0015 S_3;$
$K_1$	$f \cos u = 1,0000 + 0,1156 C_1 - 0,0029 C_2;$ $f \sin u = - 0,1552 S_1 + 0,0029 S_2;$
$M_1$	$f \cos u = - 0,0287 C_3 + 1,3593 C_5 + 0,2669 C_6 - 0,0115 C_7$ $- 0,0050 C_{12} + 0,0060 C_{16} + 0,2728 C_{19} + 0,0604 C_{20};$ $f \sin u = - 0,0287 S_3 + 0,6407 S_5 + 0,1339 S_6 + 0,0050 S_{12}$ $+ 0,0060 S_{16} + 0,0931 S_{19} + 0,0197 S_{20};$
$J_1$	$f \cos u = 1,0000 + 0,1687 C_1 - 0,0044 C_2 + 0,0361 C_{17} + 0,1829 C_{18}$ $f \sin u = - 0,2274 S_1 + 0,0044 S_2 - 0,0361 S_{17} - 0,1829 S_{18}$
$00_1$	$f \cos u = 1,0000 + 0,6402 C_1 + 0,1343 C_2 + 0,1479 C_3 + 0,0567 C_{21}$ $+ 0,2902 C_{23}$ $f \sin u = - 0,6402 S_1 - 0,1343 S_2 - 0,1479 S_3 - 0,0567 S_{21}$ $- 0,2902 S_{23}$
$(135)^*$	$f \cos u = 1,0000 + 0,3981 C_1 + 0,0616 C_3;$ $f \sin u = + 0,3981 S_1 + 0,0616 S_3;$
$(145)^*, (155)^*$	$f \cos u = 1,0000 - 0,2784 C_1;$ $f \sin u = - 0,0182 S_1;$

Tableau III (suite)

$N_2, \varepsilon_2$	$f \cos u = 1,0000 - 0,0373 C_1 + 0,0008 C_y - 0,0036 C_{10} - 0,0019 C_{11}$ $- 0,0053 C_{13} + 0,0009 C_{14} - 0,0031 C_{18} + 0,0079 C_{25},$ $f \sin u = - 0,0373 S_1 - 0,0008 S_y + 0,0036 S_{10} - 0,0019 S_{11}$ $- 0,0053 S_{13} + 0,0177 S_{14} + 0,0031 S_{18} + 0,0079 S_{25};$
$M_2, 2N_2$	$f \cos u = 1,0000 - 0,0373 C_1 + 0,0005 C_2 + 0,0006 C_8 - 0,0004 C_{14}$ $- 0,0034 C_{18} + 0,0011 C_{23},$
$\nu_2, \lambda_2, \tilde{\nu}_1$	$f \sin u = - 0,0373 S_1 + 0,0005 S_2 + 0,0006 S_8 + 0,0064 S_{14}$ $+ 0,0023 S_{18} + 0,0011 S_{23};$
$S_2$	$f \cos u = 1,0000 + 0,0022 C_1 - 0,0083 C_{14} + 0,0022 C_{15} + 0,0023 C_{22},$ $f \sin u = + 0,0022 S_1 - 0,0083 S_{14} + 0,0022 S_{15} - 0,0023 S_{22};$
$K_2$	$f \cos u = 1,0000 + 0,2848 C_1 + 0,0323 C_2 + 0,0079 C_{14} + 0,0065 C_{23},$ $f \sin u = - 0,3104 S_1 - 0,0323 S_2 + 0,0079 S_{14} + 0,0065 S_{23};$
$C_2$	$f \cos u = 1,0000 - 0,0374 C_1 + 0,0128 C_{11} - 0,0090 C_{13} + 0,0531 C_{14}$ $+ 0,0293 C_{18},$ $f \sin u = - 0,0374 S_1 - 0,0128 S_{11} + 0,0090 S_{13} + 0,0817 S_{14}$ $+ 0,0293 S_{18};$
$L_2$	$f \cos u = 1,0000 - 0,0370 C_1 - 0,2505 C_8 - 0,1102 C_9 - 0,0156 C_{10},$ $f \sin u = - 0,0370 S_1 - 0,2505 S_8 - 0,1102 S_9 - 0,0156 S_{10};$
$(235)^*, (245)^*$	$f \cos u = 1,0000 + 0,1705 C_1 - 0,0193 C_8,$ $f \sin u = + 0,1705 S_1 - 0,0193 S_8;$

Les notes: 1) Pour les ondes  $\pi_1, S_1, \psi_1, \varphi_1, T_2, (255)^*$ :  $f = 1, u = 0$ .

2)  $C_i = \cos \Delta V_i, S_i = \sin \Delta V_i$ .

Tableau IV

Les ordonnées de l'heure zéro des jours spéciaux des ondes déterminées (désignation des ordonnées d'après les jours de calendrier de série).

Les jours de calendrier de la série	$M_1, M_2$	$O_1, O_2$	$Q_1$	$N_2$	
				Jours spéciaux impairs	Jours spéciaux pairs
1	0 <sup>h</sup>	0 <sup>h</sup>	0 <sup>h</sup>	0 <sup>h</sup>	19 <sup>h</sup>
2	I	2	3	I4	-
3	2	4	6	-	9
4	3	5 :	8 :	4	23
5	3 :	7	II	I8	-
6	4	9	I4	-	I3
7	5	II	I7	8	-
8	6	I2 :	I9 :	22	3
9	7	I4	22	-	I7
10	8	I6	-	I2	-
11	8 :	I8	I	-	7
12	9	I9 :	4	2	21
13	I0	21	6 :	I6	-
14	II	23	9	-	II
15	I2	-	I2	6	-
16	I3	I	I5	20	I
17	I3 :	2 :	I7 :	-	I5
18	I4	4	20	I0	-
19	I5	6	23	-	5
20	I6	8	-	0	I9
21	I7	9 :	2	I4	-
22	I8	II	4 :	-	9
23	I8 :	I3	7	4	23
24	I9	I5	I0	I8	-
25	20	I6 :	I3	-	I3
26	21	I8	I5 :	8	-
27	22	20	I8	22	3
28	23	22	21	-	-
29	-	-	-	-	-
<i>12</i>	28	27	26	I8	I7

Tableau IV-a

Les numeros des ordonnées  $\tau_0$  de l'heure zéro des jours spéciaux des ondes déterminées (désignation des ordonnées commune pour toute la série;  $\tau = 0, 1, 2, \dots 695$ ).

Jours speciaux $n$	$K_1, S_2$	$M_1, M_2$	$O_1, M_2$	$Q_1$	$N_2$			
					Jours impairs		Jours pairs	
					$n$	$\tau_0$	$n$	$\tau_0$
1	0	0	0	0	1	0	2	19
2	24	25	26	27	3	38	4	57
3	48	50	52	54	5	76	6	95
4	72	75	77:	80:	7	114	8	133
5	96	99:	103	107	9	152	10	171
6	120	124	129	134	11	190	12	209
7	144	149	155	161	13	228	14	247
8	168	174	180:	187:	15	266	16	285
9	192	199	206	214	17	304	18	323
10	216	224	232	241	19	342	20	361
11	240	248:	258	268	21	380	22	399
12	264	273	283:	294:	23	418	24	437
13	288	298	309	321	25	456	26	475
14	312	323	335	348	27	494	28	513
15	336	348	361	375	29	532	30	551
16	360	373	386:	401:	31	570	32	589
17	384	397:	412	428	33	608	34	627
18	408	422	438	455	35	646	-	-
19	432	447	464	482	-	-	-	-
20	456	472	489:	508:	-	-	-	-
21	480	497	515	535	-	-	-	-
22	504	522	541	562	-	-	-	-
23	528	546:	567	589	-	-	-	-
24	552	571	592:	615:	-	-	-	-
25	576	596	618	642	-	-	-	-
26	600	621	644	669	-	-	-	-
27	624	646	670	-	-	-	-	-
28	648	671	-	-	-	-	-	-
29	672	-	-	-	-	-	-	-
$N$	29	28	27	26		$N = 35$		

Tableau V

Les coefficients  $(\alpha_w)_t$  pour la détermination des ondes diurnes.

$w$ $t$	$Q_i$		$O_i$		$K_i$		$M_i$	
	A	B	A	B	A	B	A	B
0	+ 0,046708	- 0,167591	+ 0,050115	- 0,241640	+ 0,047687	- 0,270752	+ 0,051012	- 0,252848
1	+ 0,046364	- 0,105115	+ 0,058713	- 0,118059	+ 0,062848	- 0,116263	+ 0,061127	- 0,116582
2	+ 0,046731	- 0,046058	+ 0,061566	- 0,012818	+ 0,068026	+ 0,010201	+ 0,064558	- 0,002153
3	+ 0,047229	+ 0,005927	+ 0,058060	+ 0,065994	+ 0,068842	+ 0,096264	+ 0,060008	+ 0,079559
4	+ 0,046254	+ 0,043000	+ 0,043268	+ 0,112805	+ 0,050835	+ 0,158007	+ 0,048345	+ 0,124070
5	+ 0,042177	+ 0,073456	+ 0,023007	+ 0,127594	+ 0,029432	+ 0,140223	+ 0,050585	+ 0,133797
6	+ 0,033000	+ 0,096333	+ 0,012760	+ 0,117733	+ 0,004112	+ 0,114560	+ 0,008746	+ 0,116973
7	+ 0,017987	+ 0,104054	- 0,007110	+ 0,092099	- 0,022145	+ 0,076104	- 0,014560	+ 0,085308
8	- 0,002408	+ 0,101553	- 0,023644	+ 0,060315	- 0,045995	+ 0,089281	- 0,037029	+ 0,050947
9	- 0,023349	+ 0,091417	- 0,047595	+ 0,032908	- 0,064309	+ 0,014231	- 0,056062	+ 0,023594
10	- 0,050896	+ 0,075662	- 0,062702	+ 0,014135	- 0,077047	+ 0,004607	- 0,070096	+ 0,003351
11	- 0,072533	+ 0,056006	- 0,072338	+ 0,006100	- 0,082370	+ 0,007313	- 0,073276	+ 0,004934
12	- 0,088160	+ 0,032713	- 0,077737	+ 0,006237	- 0,081457	+ 0,014249	- 0,080561	+ 0,003602
13	- 0,095310	+ 0,009711	- 0,077441	+ 0,009240	- 0,075616	+ 0,015436	- 0,077564	+ 0,011659
14	- 0,093143	- 0,015244	- 0,072652	+ 0,008461	- 0,066235	+ 0,003027	- 0,070230	+ 0,006636
15	- 0,082336	- 0,040216	- 0,064239	- 0,001433	- 0,054597	- 0,026039	- 0,059731	- 0,011224
16	- 0,065103	- 0,063344	- 0,053163	- 0,022322	- 0,041090	- 0,037733	- 0,046953	- 0,041973
17	- 0,044243	- 0,084224	- 0,040123	- 0,053936	- 0,025630	- 0,111722	- 0,032343	- 0,080233
18	- 0,022333	- 0,098932	- 0,025603	- 0,033732	- 0,007864	- 0,143062	- 0,016151	- 0,116173
19	- 0,003367	- 0,105543	- 0,009342	- 0,113171	+ 0,012900	- 0,146335	+ 0,001643	- 0,137237
20	+ 0,012730	- 0,101553	+ 0,007030	- 0,131300	+ 0,036750	- 0,109509	+ 0,021057	- 0,131431
21	+ 0,025437	- 0,085349	+ 0,023067	- 0,119633	+ 0,063063	- 0,027461	+ 0,041357	- 0,090435
22	+ 0,035720	- 0,056360	+ 0,043337	- 0,076131	+ 0,090314	+ 0,096161	+ 0,033364	- 0,011435
23	+ 0,045061	- 0,015331	+ 0,062736	- 0,000112	+ 0,116139	+ 0,249133	+ 0,034330	+ 0,101045
24	+ 0,055059	+ 0,025601	+ 0,080933	+ 0,104094	—	—	+ 0,103257	+ 0,236374
25	+ 0,036610	+ 0,032605	+ 0,096935	+ 0,226934	—	—	—	—
26	+ 0,079547	+ 0,154730	—	—	—	—	—	—

Tableau VI

Les coefficients  $(\alpha_{\mu})_t$  pour la détermination des ondes semi-diurnes

$t$	$N_2$		$M_2$		$S_2$		$C_2$	
	A	B	A	B	A	B	A	B
0	+ 0,089850	- 0,141560	+ 0,050975	- 0,124862	+ 0,047687	- 0,122080	+ 0,052007	- 0,118607
1	+ 0,052237	- 0,085924	+ 0,058605	- 0,028359	+ 0,054022	- 0,026055	+ 0,052311	- 0,050488
2	+ 0,042299	+ 0,047882	+ 0,036648	+ 0,048145	+ 0,087528	+ 0,056708	+ 0,086481	+ 0,040809
3	+ 0,017165	+ 0,097540	+ 0,005886	+ 0,092549	+ 0,004915	+ 0,101678	+ 0,007812	+ 0,084539
4	- 0,017482	+ 0,108324	- 0,029548	+ 0,100124	+ 0,023000	+ 0,104517	+ 0,025319	+ 0,095910
5	- 0,050814	+ 0,088959	- 0,059549	+ 0,074500	- 0,064307	+ 0,071013	- 0,054299	+ 0,077005
6	- 0,071865	+ 0,085518	- 0,075584	+ 0,026586	- 0,079228	+ 0,015842	- 0,071570	+ 0,036161
7	- 0,075886	- 0,021406	- 0,072860	- 0,028250	- 0,072748	- 0,048824	- 0,072478	- 0,014045
8	- 0,060619	- 0,070466	- 0,051584	- 0,074047	- 0,045997	- 0,088328	- 0,056327	- 0,059770
9	- 0,029657	- 0,098508	- 0,016656	- 0,098200	- 0,005885	- 0,105298	- 0,026641	- 0,089109
10	+ 0,009456	- 0,098587	+ 0,023108	- 0,094502	+ 0,026787	- 0,090877	+ 0,009812	- 0,094810
11	+ 0,046877	- 0,071444	+ 0,057692	- 0,064501	+ 0,070293	- 0,048368	+ 0,044501	- 0,075820
12	+ 0,072999	- 0,025061	+ 0,078196	- 0,016894	+ 0,085209	+ 0,007001	+ 0,069210	- 0,037886
13	+ 0,080874	+ 0,027586	+ 0,079178	+ 0,034934	+ 0,077047	+ 0,059872	+ 0,077974	+ 0,010881
14	+ 0,068014	+ 0,071991	+ 0,060058	+ 0,076585	+ 0,047551	+ 0,094128	+ 0,068520	+ 0,055082
15	+ 0,037101	+ 0,095953	+ 0,025368	+ 0,096318	+ 0,004330	+ 0,099491	+ 0,042332	+ 0,085149
16	- 0,004557	+ 0,092342	- 0,016371	+ 0,088717	- 0,041088	+ 0,074324	+ 0,006730	+ 0,092762
17	- 0,046697	+ 0,068478	- 0,054701	+ 0,055809	- 0,076279	+ 0,023328	- 0,081448	+ 0,075876
18	- 0,078528	+ 0,016118	- 0,079817	+ 0,006989	- 0,091195	- 0,029346	- 0,062767	+ 0,088361
19	- 0,091272	- 0,035850	- 0,084992	- 0,043273	- 0,080886	- 0,074016	- 0,079747	- 0,008396
20	- 0,080828	- 0,074744	- 0,068246	- 0,078997	- 0,046581	- 0,090515	- 0,078101	- 0,052711
21	- 0,046368	- 0,087515	- 0,022844	- 0,086724	+ 0,004144	- 0,057878	- 0,057721	- 0,080674
22	+ 0,004762	- 0,064379	+ 0,013500	- 0,058978	+ 0,059813	- 0,004449	- 0,022711	- 0,031804
23	+ 0,063350	- 0,008765	+ 0,060581	+ 0,008702	+ 0,107815	+ 0,091368	+ 0,019569	- 0,051081
24	+ 0,118002	+ 0,087542	+ 0,097972	+ 0,092638	—	—	+ 0,050191	+ 0,009748
25	—	—	—	—	—	—	+ 0,090727	+ 0,092420

Tableau VII

Les coefficients  $(F_c)_x$  et  $(F_s)_x$  des ondes déterminées

$x$	$(F_c)_x$	$(F_s)_x$	$x$	$(F_c)_x$	$(F_s)_x$
$Q_1$	+ 24,121	- 7,906	$N_2$	+ 34,724	+ 3,807
$\dot{O}_1$	+ 26,263	- 4,931	$M_2$	+ 27,716	+ 0,014
$K_1$	+ 27,814	+ 7,075	$S_2$	+ 29,000	-
$M_1$	+ 27,929	+ 0,007	$(M_2)$	+ 26,585	+ 2,908

Tableau VIII

Les coefficients  $(F_c)_y$  et  $(F_s)_y$  des ondes diurnes perturbatrices.

y	Q <sub>1</sub>		O <sub>1</sub>		K <sub>1</sub>		M <sub>1</sub>	
	$(F_c)_y$	$(F_s)_y$	$(F_c)_y$	$(F_s)_y$	$(F_c)_y$	$(F_s)_y$	$(F_c)_y$	$(F_s)_y$
Q <sub>1</sub>	—	—	+ 2,78	- 0,92	+ 0,85	- 0,25	+ 1,58	- 0,38
O <sub>1</sub>	- 1,72	+ 0,27	—	—	+ 0,61	- 0,08	+ 1,83	- 0,18
P <sub>1</sub>	- 0,90	+ 0,26	- 1,43	+ 0,56	+ 27,81	- 7,08	- 3,05	+ 1,18
S <sub>1</sub>	- 0,24	+ 0,01	- 0,43	+ 0,13	+ 29,00	—	- 0,79	+ 0,23
K <sub>1</sub>	+ 0,43	+ 0,10	+ 0,57	+ 0,21	—	—	+ 1,28	+ 0,42
2Q <sub>1</sub>	+ 3,14	- 1,62	+ 1,89	- 0,95	+ 0,90	- 0,43	+ 1,48	- 0,54
G <sub>1</sub>	+ 0,66	- 0,02	+ 0,48	+ 0,06	+ 0,05	—	+ 0,38	+ 0,21
P <sub>1</sub>	+ 25,72	+ 3,23	- 0,46	+ 0,05	- 0,43	- 0,07	- 0,27	+ 0,16
Q <sub>2</sub>	+ 2,10	+ 0,75	+ 25,31	+ 8,17	- 1,62	- 0,63	- 2,64	- 0,66
M <sub>1</sub>	- 0,06	—	- 0,34	+ 0,10	- 0,53	- 0,03	—	—
π <sub>1</sub>	- 1,40	+ 0,82	- 2,18	+ 1,47	+ 24,43	- 13,29	- 4,99	+ 3,34
ψ <sub>1</sub>	+ 0,95	+ 0,48	+ 1,34	+ 0,74	+ 24,43	+ 13,29	+ 2,74	+ 1,45
φ <sub>1</sub>	+ 1,20	+ 1,04	+ 1,72	+ 1,52	+ 19,34	+ 17,92	+ 3,36	+ 2,91
J <sub>1</sub>	+ 0,55	+ 0,22	+ 0,71	+ 0,38	+ 3,01	+ 1,31	+ 1,14	+ 0,63
00 <sub>1</sub>	+ 0,56	+ 0,38	+ 0,72	+ 0,62	+ 2,02	+ 1,46	+ 0,96	+ 0,94
(135)*	+ 23,80	- 8,55	—	—	—	—	—	—
(145)*	—	—	+ 26,43	- 4,20	—	—	—	—
(155)*	—	—	—	—	—	—	+ 27,93	+ 0,01

Tableau IX

Les coefficients  $(F_c)_y$  et  $(F_s)_y$  <sup>des</sup> ondes semi-diurnes perturbatrices

$y$	$N_2$		$M_2$		$S_2$		$M_2$	
	$(F_c)_y$	$(F_s)_y$	$(F_c)_y$	$(F_s)_y$	$(F_c)_y$	$(F_s)_y$	$(F_c)_y$	$(F_s)_y$
$N_2$	—	—	+ 1,88	+ 0,03	+ 0,16	- 0,01	- 2,08	+ 0,56
$M_2$	+ 1,33	+ 0,20	—	—	- 0,53	- 0,06	- 0,34	+ 0,20
$S_2$	- 0,96	+ 0,19	- 0,75	+ 0,48	—	—	- 0,43	+ 0,29
$K_2$	+ 0,74	+ 0,22	+ 1,00	+ 0,80	+ 24,43	+ 13,29	+ 0,36	+ 0,42
$\varepsilon_2$	- 2,58	- 1,26	+ 0,47	+ 0,49	- 0,11	- 0,01	+ 1,02	+ 0,13
$2N_2$	- 1,04	- 0,07	+ 1,71	- 0,17	+ 0,48	- 0,10	+ 24,67	- 8,53
$M_2$	- 5,76	- 3,10	- 0,26	+ 0,35	- 0,51	- 0,13	—	—
$\gamma_2$	+ 28,71	+ 17,02	- 2,13	- 0,25	- 1,12	- 0,48	+ 1,48	+ 0,59
$\lambda_2$	- 1,56	+ 0,37	- 2,98	+ 1,24	+ 1,42	- 0,23	- 0,92	+ 0,48
$h_2$	+ 0,76	+ 0,15	+ 0,81	+ 0,47	- 2,67	- 0,77	+ 0,15	+ 0,24
$T_2$	- 1,69	+ 0,78	- 1,65	+ 1,03	+ 27,81	- 7,07	- 0,80	+ 0,54
$(235)^*$	—	—	—	—	—	—	+ 24,67	- 8,53
$(245)^*$	+ 34,84	+ 2,87	+ 2,09	- 0,07	—	—	- 2,33	+ 0,68
$(255)^*$	—	—	+ 27,72	+ 0,01	—	—	—	—

Tableau X

Les coefficients  $a_{u,v}$  et  $b_{u,v}$  pour le calcul des valeurs  $u_x$  et  $v_x$  d'après les formules (37).

$x$		$a$	$b$	$x$		$a$	$b$
$Q_1$	$u$	+ 0,037436	+ 0,012270	$N_2$	$u$	+ 0,028456	- 0,003120
	$v$	- 0,012270	+ 0,037436		$v$	+ 0,003120	+ 0,028456
$O_1$	$u$	+ 0,036780	+ 0,006906	$M_2$	$u$	+ 0,036080	- 0,000018
	$v$	- 0,006906	+ 0,036780		$v$	+ 0,000018	+ 0,036080
$K_1$	$u$	+ 0,033768	- 0,008590	$S_2$	$u$	+ 0,034483	—
	$v$	+ 0,008590	+ 0,033768		$v$	—	+ 0,034483
$M_1$	$u$	+ 0,035805	- 0,000009	$C_2$	$u$	+ 0,037170	- 0,004066
	$v$	+ 0,000009	+ 0,035805		$v$	+ 0,004066	+ 0,037170

QUELQUES PROBLEMES CONCERNANT LA COMPARAISON DES METHODES  
D'ANALYSE HARMONIQUE DES MAREES TERRESTRES.

par

V. G. Balenko, et S. N. Zachartchenko.

(Troudi Poltavskoï Gravimetritcheskoï Observatorii, X, pp. 20-37 Kiev 1961).

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ СРАВНЕНИЯ МЕТОДОВ ГАРМОНИЧЕСКОГО

АНАЛИЗА ЗЕМНЫХ ПРИЛИВОВ

В.Г.Баленко, С.Н.Захарченко

(Труды полтавской гравиметрической обсерватории)

1. Sur l'erreur systématique dans les constantes harmoniques des ondes de marées, issues de l'élimination insuffisante des ondes perturbatrices.

Les méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres appliquées à présent à un même matériel de départ et pour le calcul des mêmes ondes donnent une dispersion dans les constantes harmoniques ainsi déterminées qui sort des limites de la précision souhaitée. Cette circonstance constitue une des causes qui font obstacle au contrôle expérimental des conséquences des théories dynamiques de la rotation de la Terre proposées par Jeffreys et Molodenski.

Les valeurs publiées pour les combinaisons linéaires des nombres de Love  $\gamma = 1 + k - h$  et  $\delta = 1 + h - \frac{3}{2}k$ , obtenues à partir de la réduction du même matériel d'observation par différentes méthodes d'analyse harmonique, présentent, même pour les ondes de marées les plus importantes des divergences atteignant parfois quelques pourcents pour l'amplitude et jusqu'à  $10^\circ$  dans le déphasage.

Cette constatation concorde avec les derniers calculs de Melchior pour 1957 à 1960 [1], page 343, dans lequel sont insérés les résultats des observations de marées à la station de l'île de Wake. Pour l'onde  $M_2$  les méthodes de Doodson et Lecolazet donnent  $\kappa_D - \kappa_L = 22^\circ$ . A titre de second exemple, les observations peuvent être des variations de la force de pesantueur à Krasnaya Pakhra (près de Moscou). Là, la méthode de Lecolazet a donné la valeur  $\delta = 1,183$ , la méthode de Pertsev  $\delta = 1,176$  et la méthode de Doodson  $\delta = 1,216$  [2]. Comme on le sait, ces divergences ne constituent pas une exception.

Les causes de la dispersion dans les valeurs des amplitudes et des phases des ondes de marées, obtenues à partir des mêmes ordonnées, ne peuvent être tirées au clair si l'on se base sur des variations observées de la force de pesantueur ou des inclinaisons de la verticale puisque nous ne pouvons séparer, dans les constantes harmoniques des ondes déterminées, les contributions dues à la partie périodique de celles des erreurs accidentelles et du mouvement du zéro inclus dans le matériel de départ.

Il nous apparaît que le problème de la comparaison des méthodes d'analyse harmonique ayant pour but l'amélioration et le choix de la méthode la plus rationnelle peut être résolu le plus simplement par l'étude des résultats séparés de l'application des méthodes à des modèles choisis rationnellement pour la partie périodique, pour les erreurs accidentelles et pour

le mouvement du zéro qui se retrouvent simultanément dans les enregistrements de marées.

Dans le travail que nous proposons, le but est de résoudre la première partie du problème : calculer le modèle de la partie périodique des ordonnées de marées, le discuter par les méthodes les plus répandues d'analyse harmonique des marées terrestres et comparer entre eux les résultats obtenus. Comme modèle on prend les composantes diurnes et semi-diurnes de la force génératrice des marées. La discussion et l'analyse de la partie à longue période de la force génératrice de marées sont faites séparément de sa partie à courte période puisque les méthodes d'analyse harmonique d'une série mensuelle d'observations de marées ne déterminent pas les constantes harmoniques des ondes à longue période et celles-ci entrent dans les valeurs obtenues comme partie intégrante de leur erreur systématique. Les résultats de ces recherches sont exposés dans le travail de V.G.Balenko [5].

Nous avons calculé sur machine électronique "Kiev" du centre de calcul de Kiev de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S. les ordonnées horaires de la composante verticale de la force de pesanteur (variations de la force de pesanteur) en 1962, en commençant à 0 h. le premier janvier. Chaque ordonnée horaire contient 52 ondes diurnes et 27 ondes semi-diurnes dont les coefficients numériques d'amplitude selon Doodson sont supérieurs à 100. L'erreur accidentelle de chacune des ordonnées, dépendant de la méthode de calcul, ne dépasse pas  $5 \cdot 10^{-6}$  mgal. L'erreur systématique provenant des ondes non calculées dont le coefficient numérique d'amplitude selon Doodson est inférieur à 100, a été évaluée comme un peu inférieure.

Pour calculer les amplitudes des ondes envisagées nous nous sommes servis des formules proposées par Lecolazet dans le travail [3].

$$H_1 = N_1 \cdot C_1 \quad (1)$$

$N$  est le coefficient numérique d'amplitude de Doodson de la décomposition du potentiel générateur de marées,  $C$  est le coefficient géodésique égal à

$$\begin{aligned} C_1 &= 0,5C \sin 2\psi \\ C'_1 &= 0,54463C \cos \psi (1 - 5 \sin^2 \psi) \\ C_2 &= C \cos^2 \psi \\ C'_2 &= 2,59808C \sin \psi \cos^2 \psi \end{aligned} \quad (2)$$

où  $\psi$  est la latitude géocentrique,  $C = \frac{3\mu M\rho}{c^3} = 0,16455$  mgal,  $\mu$  est la constante de gravitation,  $M$  est la masse de la Lune,  $c$  est sa distance moyenne de la Terre,  $\rho$  est le rayon vecteur du centre de la Terre jusqu'au point où se font les observations de marées.

Les coefficients sans traits se rapportent aux ondes provenant des fonctions sphériques du second ordre de la décomposition du potentiel générateur de marées, et les coefficients avec traits se rapportent aux ondes provenant des fonctions sphériques du troisième ordre.

Table 1

Amplitudes et phases des ondes de marées.

N° P/P	Onde	Argu- ment	Ampli- tude	Phase	N° P/P	Onde	Argu- ment	Ampli- tude	Phase
1		115855	88 10 <sup>-6</sup>	298,9076	41		173655	459	183,4824
2		117655	226	185,0012	42	θ <sub>1</sub>	665	91	43,4664
3	2Q <sub>1</sub>	125745	146	318,3261	43	J <sub>1</sub>	175455	2404	69,5760
4		755	775	178,3101	44		465	476	289,5600
5	α <sub>1</sub>	127545	177	204,4197	45	SO <sub>1</sub>	555	267	136,7027
6		555	935	64,4037	46		183555	399	62,8849
7	Q <sub>1</sub>	135555	234	350,5859	47	OO <sub>1</sub>	185355	195	308,9785
8		645	1103	197,7286	48		555	1317	263,2319
9	ρ <sub>1</sub>	655	5853	57,7126	49		565	843	123,2159
10		137445	209	83,8222	50		575	177	343,1999
11		455	1112	303,8062	51		195455	252	142,6344
12		143755	92	231,0215	52		465	161	2,6184
13		144556	105	119,2286	53		225855	89	309,0811
14		145535	177	37,1471	54		227655	230	195,1747
15	O <sub>1</sub>	545	5763	77,1311	55	2N <sub>1</sub>	235655	159	301,3569
16		555	30573	297,1151	56		755	788	188,4836
17		655	120	184,2418	57		237555	951	74,5772
18		755	197	71,3685	58		245555	581	180,7594
19		146554	93	295,0016	59	N <sub>2</sub>	645	222	27,9021
20		147555	398	317,4621	60		655	5957	67,8861
21	τ <sub>1</sub>	565	87	357,4461	61	ν <sub>2</sub>	247455	1132	313,9797
22		153655	226	110,4240	62		253755	93	241,1950
23		155445	160	136,5336	63		254556	108	129,4021
24		455	864	356,5176	64		255545	1160	267,3046
25	M <sub>1</sub>	555	733	63,6443	65	M <sub>2</sub>	555	31115	307,2886
26		655	2404	310,7710	66		256554	95	305,1751
27		665	482	170,7550	67	λ <sub>2</sub>	263655	230	120,5975
28		57455	459	196,8646	68		265455	880	6,6911
29	X <sub>1</sub>	465	101	56,8486	69	L <sub>2</sub>	555	536	73,8178
30		162556	835	171,9400	70		655	220	140,9445
31	P <sub>1</sub>	163545	161	129,8425	71		665	97	0,9285
32		555	14264	169,8265	72		T <sub>2</sub>	272556	850
33	S <sub>1</sub>	164554	119	347,7130	73	S <sub>2</sub>	273555	14489	180,0000
34		556	343	192,2870	74		R <sub>2</sub>	274554	121
35		165545	852	150,1895	75		275555	3942	20,3470
36		555	43033	190,1735	76		K <sub>2</sub>	565	1173
37	K <sub>1</sub>	565	5826	50,1575	77			575	127
38		575	125	90,1415	78		285455	220	259,7495
39	ψ <sub>1</sub>	166554	343	188,0600	79		465	96	119,7335
40	φ <sub>1</sub>	167555	613	30,5205					

Après le passage, à l'aide des tables 3213 [4] de la latitude géographique à la latitude géocentrique, nous obtenons les valeurs suivantes des coefficients géodésiques.

$$C_1 = 0,081118$$

$$C'_1 = -0,110910$$

$$C_2 = 0,068527$$

$$C'_2 = 0,136004$$

En les multipliant par N en accord avec la formule (1), nous obtenons les amplitudes de 79 ondes de marées. Leurs valeurs numériques avec les valeurs des phases δ<sub>i</sub> à 0<sup>h</sup> le 1er janvier 1962, qui sont calculées d'après les tables VII et VIII du travail de Lecolazet [3], coïncidant avec les formules connues de Doodson, sont données à la table 1.

Les ordonnées horaires des variations de la force de pesanteur sont programmées et calculées d'après la formule :

$$Y = \sum_{i=1}^{79} R_i \cos(\omega_i T_k + \delta_i), \quad (3)$$

où  $T_k$  prend successivement les valeurs de chacun des nombres de 0 à 5.000. Les valeurs obtenues de 5.000 ordonnées horaires des variations de la force de pesanteur sont divisées en six séries mensuelles, chacune d'elles commence à 0<sup>h</sup> et se termine à 24<sup>h</sup> temps de Greenwich.

L'indice des séries est donné à la table 2.

T a b l e 2.

Dates du début et de la fin de six séries mensuelles.

Séries	Début	Fin
	1962	
1	2 janvier	30 janvier
2	1 février	1 mars
3	3 mars	30 mars
4	2 avril	31 avril
5	2 mai	30 mai
6	1 juin	29 juin

Nous évaluons grosso modo l'ordre de grandeur de l'erreur relative systématique dans  $\sum a_n R_n \cos \delta_n$  et  $\sum a_n R_n \sin \delta_n$  des ondes déterminées due au fait que l'on a négligé les ondes de marées ayant des coefficients numériques d'amplitudes inférieures à 100. Leur valeur dépend de trois facteurs : du coefficient numérique de l'onde déterminée, du coefficient numérique de l'onde négligée et du facteur d'amplitude de l'onde négligée  $a_n$ , avec lequel elle entre dans  $\sum a_n R_n \sin \delta_n$  ou  $\sum a_n R_n \cos \delta_n$ . Cette dernière valeur diminue rapidement avec l'accroissement de la différence entre les vitesses angulaires de l'onde déterminée et de l'onde négligée, c'est pourquoi pour estimer l'erreur relative examinée il ne faut calculer que les ondes dont la vitesse est proche de celle de l'onde déterminée. Les arguments et les coefficients numériques de ces ondes sont donnés à la table 3.

Les ondes de la table 3 que nous avons calculées, ont des facteurs d'amplitudes dans la combinaison multiplicatrice (journalière x mensuelle) voisins de l'unité. Prenant en considération le fait qu'elles ont des phases différentes (sur la base de la table 3) on peut prendre comme limite supérieure de l'erreur relative due au fait que l'on n'a pas pris en considération les ondes ayant un coefficient numérique de Doodson inférieur à 100, les nombres donnés dans la table 4

Table 3.

Coefficients numériques des ondes négligées.

Arguments des ondes		Coefficients numériques des ondes		Arguments des ondes		Coefficients numériques des ondes	
Déterminée	Négligée	Déterminée	Négligée	Déterminée	Négligée	Déterminée	Négligée
K <sub>1</sub> 165555	165455	36233	-36	N <sub>2</sub> 245655	245435	17387	-63
	165655		-13		245545		-97
O <sub>1</sub> 145555	145455	37689	12	M <sub>2</sub> 255555	245556	90812	14
	145645		16		245755		11
	145665		14		255455		32
	145765		-40		255535		47
Q <sub>1</sub> 135655	135435	7216	-28	255655	86		16
	135545		-84	255665	16		
	135635		-42	255755	53		
	135755		-13	255765	19		
	135855		-19				

Dans les conditions pratiques, ces chiffres seront beaucoup plus petits.

Pour déterminer l'erreur systématique due aux combinaisons linéaires des méthodes d'analyse harmonique employées dans les constantes harmoniques des ondes déterminées, nous avons réduit six séries mensuelles des variations de la force de pesanteur par les méthodes de Doodson, Pertsev, Matveev [14, 10, 12]. Puisque les variations de la force de pesanteur renferment 79 ondes de marées, c'est-à-dire toutes les ondes qui sont calculées dans la méthode de Lecolazet, il s'ensuit que dans la décomposition idéale du potentiel de la force génératrice de marées et des coefficients calculés d'une façon suffisamment précise pour la décomposition des valeurs théoriques des sommes  $[\ ] = \sum a_n R_n \cos \delta_n$  et  $[\ ] = \sum a_n R_n \sin \delta_n$  nous devrions obtenir une erreur relative des amplitudes et une erreur absolue des phases ne dépendant que de l'erreur d'arrondi des coefficients donnés dans les tables IX et X.

Table 4.

Limites supérieures de l'erreur.

Onde	$\epsilon$	Onde	$\epsilon$
K <sub>1</sub>	0,2 %	N <sub>2</sub>	1,0 %
O <sub>1</sub>	0,2	M <sub>2</sub>	0,2
Q <sub>1</sub>	1,0	S <sub>2</sub>	0,4

Pour vérifier cette situation on a réduit par la méthode Lecolazet une première série mensuelle (janvier 1962). Nous avons employé le schéma d'analyse harmonique proposé par B.P. Pertsev qui contient une combinaison du 18<sup>ème</sup> ordre pour l'élimination de la dérive. Dans la réduction complète de chacune des séries mensuelles pour chacune des ondes déterminées on a trouvé l'erreur relative des amplitudes  $\epsilon$ , égale à

$$\epsilon = \frac{R_{\text{observ.}} - R_{\text{théor.}}}{R_{\text{théor.}}} \quad (4)$$

et l'erreur absolue des phases  $\Delta\delta = \delta_{\text{observ.}} - \delta_{\text{théor.}}$ .

Les erreurs relatives obtenues pour les amplitudes ( $\epsilon$ ) et les erreurs absolues des phases ( $\Delta\delta$ ) sont données dans les tables 5-8.

De la comparaison des données des tables 5-8 on peut tirer les conclusions suivantes :

1. La méthode de Lecolazet donne les erreurs minima pour les constantes harmoniques, obtenues par l'analyse des ordonnées et ne contenant pas d'erreurs accidentelles et de dérive. Pour les ondes  $N_2$  et  $Q_1$  nous avons respectivement 0,5 % et 10'. Pour les ondes  $L_2$ ,  $2N_2$ ,  $M_1$ ,  $J_1$ , l'erreur d'amplitude est moindre que 1 % et l'erreur de phase est moindre que 1 %. D'après la valeur absolue cette erreur oscille d'une façon accidentelle indépendamment de l'amplitude de l'onde dans les limites de  $\pm 3 \cdot 10^{-5}$  mgal. Sa valeur s'explique entièrement par le nombre des chiffres calculés dans les coefficients des tables IX et X du travail de Lecolazet [3]. En réalité Lecolazet maintient quatre chiffres dans les coefficients des tables IX et X pour les grandes ondes et trois pour les petites ondes. L'erreur quadratique moyenne des valeurs théoriques [ ] et [ ]', correspondant à ce degré d'arrondi et aux amplitudes des ondes de la table 1, est égale à  $0,4 \cdot 10^{-5}$  mgal. En estimant l'erreur maximum quadruple de la moyenne quadratique et en admettant que l'erreur est répartie uniformément entre la valeur expérimentale et la valeur théorique des nombres [ ] et [ ]', nous obtenons une limite supérieure de ces valeurs égale à  $3 \cdot 10^{-5}$  mgal. La limite supérieure que nous avons trouvée coïncide entièrement avec sa valeur obtenue à partir de la discussion d'une série de six mois de variations de la force de pesanteur. Les erreurs d'arrondi de  $\pm 5 \cdot 10^{-6}$  mgal, contenues dans chacune des ordonnées de départ, apportent une contribution dans l'erreur observée des valeurs  $\sum a_n R_n \cos \delta_n$  et  $\sum a_n R_n \sin \delta_n$  beaucoup plus petite que  $1 \cdot 10^{-5}$  mgal. Calculée d'après la formule de Lecolazet  $0,1\sigma$  [7], elle est de l'ordre de  $10^{-7}$  mgal.
2. Pour les ondes  $M_2$  et  $K_1$  les méthodes de Pertsev et de Doodson donnent des erreurs à peu près identiques dans les constantes harmoniques, atteignant 0,5 % dans l'amplitude et 30' dans la phase.
3. La méthode de Doodson donne les plus grandes erreurs pour les ondes  $S_2$ ,  $O_1$ ,  $Q_1$ . Pour l'onde  $Q_1$  elles atteignent 20 % dans l'amplitude et 10° dans la phase. La méthode de Doodson donne des erreurs du même ordre pour les petites ondes  $\mu_2$  et  $J_1$ , et pour les petites ondes  $L_2$ ,  $M_1$ ,  $OO_1$ , ces erreurs atteignent 50 % et 50° respectivement.
4. Pour l'onde  $Q_1$  la méthode de Matveev donne des erreurs qui s'approchent en grandeur des erreurs données par la méthode de Doodson.

Table 5  
Méthode de Doodson

Séries / Ondes	1	2	3	4	5	6
Erreurs relatives des amplitudes						
$M_2$	- 0,06%	- 0,22%	- 0,22%	- 0,19%	+ 0,06%	+ 0,38%
$S_2$	+ 0,55	- 1,17	- 1,24	- 0,97	- 0,34	+ 0,97
$N_2$	- 2,51	- 5,23	- 7,52	- 8,17	- 7,36	- 4,75
$L_1$	+51,14	+58,54	+52,50	+31,65	0,00	+15,79
$\mu_1$	-11,58	-18,37	-13,27	- 1,02	+ 5,10	- 7,14
$K_1$	+ 0,28	- 0,13	- 0,28	- 0,20	+ 0,05	+ 0,25
$O_1$	+ 0,76	- 0,71	- 2,17	- 1,75	+ 0,78	+ 1,95
$Q_1$	+ 0,99	+16,70	+18,55	+ 6,80	- 3,87	-15,09
$M_1$	- 9,90	-14,40	-10,23	-22,56	-40,29	-43,48
$J_1$	+ 2,35	+ 6,54	- 2,79	+ 7,41	+ 1,84	-24,31
$OO_1$	+88,88	+57,32	+64,28	+78,82	+55,82	-37,50
Erreur de phase						
$M_2$	+ 0°04'	+ 0°27'	+ 0°38'	+ 0°36'	+ 0°24'	+ 0°02'
$S_2$	- 0 34	- 0 26	- 0 55	- 1 10	- 0 58	- 0 12
$N_2$	+ 0 56	+ 1 18	+ 1 36	+ 2 46	+ 5 09	+ 7 01
$L_1$	+ 2 37	+27 38	+22 04	+20 13	34 04	+50 25
$\mu_1$	- 4 19	+ 1 22	+ 8 46	+ 7 56	+ 0 42	- 6 33
$K_1$	- 0 20	- 0 17	- 0 13	- 0 12	- 0 10	- 0 16
$O_1$	+ 1 09	+ 1 32	+ 1 10	- 0 10	- 0 44	- 0 07
$Q_1$	-10 14	- 4 40	+ 4 11	+ 9 14	+ 9 29	+ 4 23
$M_1$	+ 6 48	+ 7 42	+ 9 15	+11 38	+ 12 55	+ 9 11
$J_1$	+ 8 10	- 8 07	-11 04	-14 28	+129 51	-12 08
$OO_1$	-12 12	+36 48	+ 8 15	+ 1 33	- 25 58	-17 40

Table 6  
Méthode de Matveev

Séries / Ondes	1	2	3	4	5	6
Erreurs relatives des amplitudes.						
$M_2$	+0,69%	+0,84%	+1,06%			
$S_2$	0,00	-0,28	-0,27	-0,35%	-0,26%	-0,13%
$N_2$	-1,96	-2,61	-4,25			
$K_1$	+0,51	+0,18	+0,63	+1,38	+1,20	+0,62
$O_1$	+2,91	+4,09	+3,29	+0,48	-1,85	-1,69
$Q_1$	+1,97	+1,38	-2,15			
Erreur de phase						
$M_2$	-0°37'	-0°28'	-0°09'			
$S_2$	-0 20	-0 21	-0 12	-0°09'	-0°05'	+0°07'
$N_2$	-3 40	-6 51	-6 07			
$K_1$	+0 04	+0 09	+0 09	+0 10	+0 29	+0 36
$O_1$	-0 33	-1 43	-3 52	-3 44	-2 14	+1 41
$Q_1$	-1 46	-1 10	-1 46			

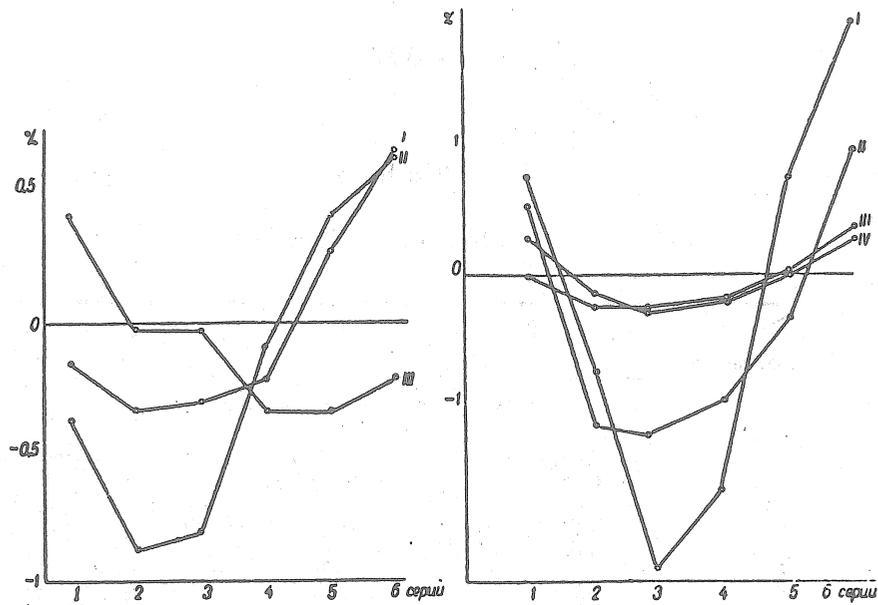


Fig. 1. Erreurs relatives des amplitudes. Méthode de B.P. Pertsev. (ondes : I -  $M_2$ , II -  $K_1$ , III -  $S_2$ )

Fig. 2. Erreurs relatives des amplitudes. Méthode de Doodson. (ondes I -  $O_1$ , II -  $S_2$ , III -  $M_2$ , IV -  $K_4$ )

Table 7  
Méthode Pertsev

Ondes	$M_2$	$S_2$	$N_2$	$L_2$	$2N_2$
Erreur d'amplitude	-0,06 %	-0,07 %	+0,36 %	-0,39 %	-2,35 %
Erreur de phase	+0°01'	-0°06'	-0°03'	-0°19'	+1°01'

Ondes	$K_1$	$O_1$	$Q_1$	$M_1$	$J_1$
Erreur d'amplitude	0,00 %	+0,07 %	-0,27 %	+0,05 %	+1,06 %
Erreur de phase	+0°01'	-0°01'	+0°10'	-0°12'	-0°17'

Table 8  
Méthode Lecolazet

Séries / Ondes	2	3	4	5	6
Erreurs relatives des amplitudes					
$M_2$ . . . . .	-0,34 %	-0,34 %	-0,23 %	+0,31 %	+0,69 %
$S_2$ . . . . .	-0,63	-0,03	-0,34	-0,34	-0,21
$N_2$ . . . . .	-3,92	-0,65	-3,10	-1,64	-0,65
$O_1$ . . . . .	-0,68	-1,01	-0,71	+0,63	+0,22
$K_1$ . . . . .	-0,88	-0,81	+0,10	+0,42	+0,65
Erreur de phase					
$M_2$ . . . . .	+0°05'	+0°18'	+0°35'	+0°21'	+0°08'
$S_2$ . . . . .	+0 01	-0 55	-0 03	+0 02	+0 08
$N_2$ . . . . .	+4 44	+3 09	+5 32	+4 40	+5 12
$O_1$ . . . . .	+3 21	+0 52	+0 28	+0 32	+0 43
$K_1$ . . . . .	-0 08	+0 24	+0 17	+0 10	-0 06

5. Toutes les méthodes, à l'exception de la méthode de Lecolazet, donnent des erreurs importantes dans la détermination des constantes harmoniques de l'onde  $N_2$  excédant de quelques fois les erreurs correspondantes pour l'onde  $Q_1$  dans la méthode de Matveev qui a une plus petite amplitude que l'onde  $N_2$ . Ce fait ne peut être expliqué que parce que dans les trois méthodes citées on n'a pas achevé l'étude de certaines ondes donnant une contribution importante dans les valeurs non rectifiées  $\sum a_n R_n \cos \delta_n$  et  $\sum a_n R_n \sin \delta_n$  de l'onde  $N_2$ , où  $a_n$  sont les facteurs relatifs d'amplitudes des ondes de marées de la dernière étape de l'analyse harmonique. L'analyse faite montre que l'onde est représentée par cette onde avec un argument de 245.555, provenant des fonctions sphériques du troisième ordre de la décomposition du potentiel générateur de marées et ayant pour coefficient numérique de Doodson une valeur de 569. L'introduction de la correction dans  $\sum a_n R_n \cos \delta_n$  et  $\sum a_n R_n \sin \delta_n$  sur l'influence perturbatrice de l'onde 245.555 diminue brusquement les erreurs dans les constantes harmoniques de l'onde  $N_2$ . Nous avons fait rapport pour la première fois sur ce sujet à la VI<sup>e</sup> Conférence Internationale Gravimétrique. Pour illustrer cette conclusion nous donnons à la table 9 les erreurs relatives des amplitudes et les erreurs absolues des phases pour les trois premiers mois des séries jusque et après l'introduction dans l'onde  $N_2$  des corrections sur l'influence perturbatrice de l'onde d'argument 245.555.

Table 9.

Méthode de Pertsev.

Séries	Erreurs d'amplitude			Erreurs de phases		
	1	2	3	1	2	3
Jusqu'à l'introduction de la correction	-4,25	-3,92	-0,82	+4°36'	+4°52'	+3°15'
Après l'introduction de la correction	+0,49	-0,98	+0,16	-0 19	+0 15	-0 04

Méthode de Matveev

Séries	Erreurs d'amplitude			Erreurs de phases		
	1	2	3	1	2	3
Jusqu'à l'introduction de la correction	-1,96	-2,61	-4,25	-3°40'	-6°51'	-6°07'
Après l'introduction de la correction	+1,63	-0,16	+1,96	-1 13	-1 38	-0 39

Outre l'onde 245.555, l'onde 245.545 peut exercer une influence importante sur l'onde  $N_2$ , et n'entrant pas dans nos variations de la force de pesanteur.

6. les constantes harmoniques de l'onde  $O_1$  renferment une très grande erreur systématique, à partir des grandes ondes, provoquée par l'élimination incomplète des contributions des ondes perturbatrices.

7. La comparaison des nombres des tables 5-8 montre l'allure périodique des erreurs systématiques des amplitudes et des phases, déterminée par les effets des ondes perturbatrices avec une période de 8 à 9 mois. Pour illustrer ce fait nous donnons sur les figures 1 et 2 les graphiques des erreurs relatives des amplitudes pour les quelques ondes formées à partir des données des tables 5 et 7.

Cette circonstance présente une conclusion pratique importante : pour obtenir la valeur moyenne la plus sûre des constantes harmoniques des ondes de marées il faut réduire un grand nombre (8 à 9) de séries mensuelles. Si nous avons un nombre restreint de séries mensuelles, alors il sera plus intéressant qu'elles ne se succèdent pas l'une l'autre mais qu'elles soient réparties uniformément au cours de 8 à 9 mois.

Les trois séries mensuelles 1, 2, et 3 ont été réduites au commencement par la méthode de P.S.Matveev, publiée dans le tome IX des travaux de l'Observatoire Gravimétrique de Poltava [12].

Les résultats que nous avons obtenus ont été présentés à la VI<sup>ème</sup> Conférence Internationale de Gravimétrie. Pour quelques ondes, les erreurs dans les constantes harmoniques sont apparues un peu plus grandes que par les autres méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres et P.S.Matveev a modifié partiellement leur schéma d'analyse pour la détermination de l'onde  $O_1$  et a apporté de petits compléments dans la détermination des quelques autres ondes. Le résumé de ces changements est inséré dans son travail [13].

Afin d'avoir une opinion sur les avantages et les défauts des compléments apportés par P.S.Matveev dans son schéma d'analyse harmonique des marées terrestres, nous avons étudié six séries mensuelles de variations de la force de pesanteur comme il est recommandé de le faire dans le travail [13]. Les résultats de ce travail sont donnés à la table 10.

Comme le montre la comparaison des données des tables 10 et 6, les compléments [13] à la méthode de Matveev d'analyse harmonique des marées terrestres ne donnent pas les améliorations souhaitées.

Table 10  
Méthode de Matveev.

Séries	1	2	3	4	5	6
Erreurs relatives des amplitudes						
$M_2$ . . . . .	-0,12%	-0,12%	+0,34%	+1,19%	+ 2,10%	+ 2,54 %
$S_2$ . . . . .	0,00	-0,28	-0,27	-0,35	- 0,26	- 0,13
$N_2$ . . . . .	-1,14	-0,49	-2,29	-1,63	- 0,33	- 0,65
$K_1$ . . . . .	+0,51	+0,18	+0,63	+1,38	+ 1,20	+ 0,62
$O_1$ . . . . .	+0,60	+0,60	-2,06	+0,07	+10,36	+14,65
$Q_1$ . . . . .	+3,35	+1,96	-1,76	0,00	+17,02	+11,53
Erreurs de phases						
$M_2$ . . . . .	+0°14'	-0°23'	-0°24'	-0°11'	+ 0°05'	+0°17'
$S_2$ . . . . .	-0 20	-0 21	-0 12	-0 09	- 0 05	+0 07
$N_2$ . . . . .	-0 52	-1 29	-0 37	+0 20	+ 0 12	0 00
$K_1$ . . . . .	+0 04	+0 09	+0 09	+0 10	+ 0 29	+0 36
$O_1$ . . . . .	-0 55	-0 59	+0 19	+5 17	+ 5 43	+1 06
$Q_1$ . . . . .	+0 50	+1 25	+0 50	+7 24	-16 14	-6 48

2. Sur l'erreur systématique dans les constantes harmoniques des ondes provenant des perturbations introduites par la combinaison d'élimination de la dérive de B.P.Pertsev dans la partie périodique des ordonnées de marées.

La méthode d'analyse harmonique proposée par B.P.Pertsev [10] nécessite l'élimination préalable de la dérive. Cet auteur a exposé dans ses travaux [8] et [9] sa méthode d'élimination de la dérive. La courbe initiale d'enregistrement du clinomètre C est transformée par le procédé des sommations glissantes selon une combinaison linéaire du 18<sup>m</sup>e ordre en une courbe C<sub>1</sub>, de laquelle sont éliminés les harmoniques de périodes égales aux périodes des ondes de marées. La courbe C<sub>1</sub> représente le mouvement du zéro sur tout le laps de temps analysé. Ensuite, les ordonnées de la courbe C<sub>1</sub> sont soustraites des ordonnées horaires correspondantes de la courbe C. Cette différence élimine le mouvement du zéro (dérive) des ordonnées horaires de la courbe d'enregistrement du clinomètre. Pour cela trois conditions fondamentales doivent être remplies :

1. Les facteurs d'amplitude de la combinaison employée pour les ondes de marées doivent être tellement petits que la partie des ondes M<sub>2</sub>, S<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, O<sub>1</sub>, K<sub>1</sub>, K<sub>2</sub>, R<sub>2</sub>, T<sub>2</sub>, v<sub>2</sub>, 2N<sub>2</sub>, P<sub>1</sub>, Π<sub>1</sub>, φ<sub>1</sub>, ψ<sub>1</sub>, qui s'élimine avec la dérive (et il n'en n'est pas tenu compte dans l'analyse suivante) soit plus petite que les contributions des petites ondes calculées dans la seconde approximation.

2. Les facteurs d'amplitude des ondes à longue période doivent être tellement proches de l'unité que la contribution des ondes à longue période dans Σa<sub>n</sub>R<sub>n</sub> cos δ<sub>n</sub> et Σa<sub>n</sub>R<sub>n</sub> sin δ<sub>n</sub> de l'étape finale de l'analyse soit plus petite que 1.10<sup>-5</sup>mgal. Ceci est déterminé par le fait que les courbes de sélectivité dans la méthode d'analyse harmonique de Pertsev [10] se combinent de telle façon que la contribution des ondes à longue période dans l'application des seules combinaisons journalières et mensuelles soit considérable. A l'appui de cet argument nous donnons les résultats de la réduction par la méthode de Pertsev (sans combinaison pour l'élimination de la dérive) de deux séries mensuelles (calculées par nous) des valeurs théoriques de la partie à longue période des variations de la force de pesanteur, pour les sept ondes à longues périodes les plus fortes calculées avec une erreur sur chaque ordonnée ne dépassant pas ± 5.10<sup>-6</sup>mgal [5]. Les valeurs R<sub>n</sub> cos δ<sub>n</sub> et R<sub>n</sub> sin δ<sub>n</sub> obtenues pour les ondes de marées M<sub>2</sub>, S<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, O<sub>1</sub>, K<sub>1</sub>, sont données à la table 11. En réalité elles constituent la contribution des ondes à longue période dans R<sub>n</sub> cos δ<sub>n</sub> et R<sub>n</sub> sin δ<sub>n</sub> des ondes déterminées énumérées. De la table 11 il résulte que la différence 1 - C<sub>n</sub>, où C<sub>n</sub> sont les facteurs d'amplitudes des ondes à longue période de la combinaison d'élimination du mouvement du zéro ne doit pas dépasser 0,01 puisque les contributions des ondes à longue période en Σa<sub>n</sub>R<sub>n</sub> cos δ<sub>n</sub> et Σa<sub>n</sub>R<sub>n</sub> sin δ<sub>n</sub> des ondes déterminées peuvent atteindre 100.10<sup>-5</sup> mgal.

Table 11.

Contribution des ondes à longue période dans R<sub>n</sub> cos δ<sub>n</sub> et R<sub>n</sub> sin δ<sub>n</sub> des ondes déterminées.

Série Ondes	R <sub>n</sub> cos δ <sub>n</sub> · 10 <sup>5</sup> mgal		R <sub>n</sub> sin δ <sub>n</sub> · 10 <sup>5</sup> mgal	
	1	2	1	2
M <sub>2</sub> . . . . .	-0,3	+ 9,2	- 87,3	- 33,8
S <sub>2</sub> . . . . .	-0,0	+ 0,3	- 13,5	- 5,5
N <sub>2</sub> . . . . .	+0,4	+ 2,2	- 4,2	+ 25,5
O <sub>1</sub> . . . . .	-1,2	+ 90,6	+ 84,0	+ 31,3
K <sub>1</sub> . . . . .	+2,7	+ 9,4	+ 8,0	+ 4,0

3. Afin que par la transformation de la courbe C en courbe C<sub>1</sub>, la partie uniforme du mouvement du zéro ne soit pas très déformée, nous examinerons comment ces conditions sont remplies dans la méthode de Pertsev.

*Première condition.*

Nous avons calculé les facteurs d'amplitudes  $\rho_m$  de la combinaison du 18<sup>m</sup>e ordre que Pertsev recommande pour l'élimination de la dérive. Nous donnons ensuite les produits de ces facteurs sur les valeurs correspondantes des amplitudes des ondes  $R_m$  de la table 1. Les produits obtenus  $\rho_m R_m$  caractérisent la partie des ondes de marées qui s'élimine avec la dérive et qui ne joue plus de rôle dans la suite de l'analyse. Nous avons comparé ces produits avec les produits des amplitudes des ondes perturbatrices, calculés par B.P. Pertsev dans la seconde approximation de son schéma d'analyse harmonique des marées terrestres sur les coefficients minima correspondants  $a_m$ , avec lesquels ils entrent dans  $\Sigma a_m R_m \cos \delta_m$  et  $\Sigma a_m R_m \sin \delta_m$  pour les ondes déterminées dans la dernière étape de l'analyse.

Table 12.

Produits  $\rho_m R_m$  et  $a_m R_m$

Ondes	$\rho_m \cdot R_m$	$a_m R_m$	Ondes	$\rho_m R_m$	$a_m R_m$
$N_p$	$1,2 \cdot 10^{-6} \text{mgal}$		$O_1$	$9,5 \cdot 10^{-6} \text{mgal}$	
$M_2$	2,0		$K_1$	0,6	$14,3 \cdot 10^{-6} \text{mgal}$
$S_2$	0,0		$\rho_1$	1,0	4,4
$2N_1$	,5	$3,2 \cdot 10^{-6} \text{mgal}$	$\pi_1$	2,0	1,8
$\nu_2$	,2	0,4	$P_1$	0,2	2,8
$\gamma_2$	,0		$\psi_1$	0,0	0,0
$R_2$	,0		$\psi_1$	0,0	5,1
$K_0$	,1	1,6	$\tau_1$		40,0

Les dernières valeurs sont tirées du travail de B.P. Pertsev [10, table 5]. Les valeurs des produits  $\rho_m R_m$  et  $a_m R_m$  sont données à la table 12.

La comparaison des nombres de la table 12 montre qu'à l'exception de l'onde  $O_1$ , la première condition est remplie d'une manière satisfaisante dans la méthode de Pertsev.

*Seconde condition.*

Pour vérifier la seconde condition nous avons trouvé les facteurs d'amplitudes des quatre ondes à longue période les plus importantes pour la combinaison du 18<sup>m</sup>e ordre. Les valeurs de ces facteurs sont données dans la table 13. La seconde condition dans la méthode de Pertsev de l'élimination de la dérive est remplie également d'une manière satisfaisante.

Table 13.

Facteurs d'amplitudes des ondes à longue période

Ondes	1 - C <sub>n</sub>
S <sub>sa</sub>	0,0001
M <sub>m</sub>	,0042
M <sub>sf</sub>	,0145
M <sub>f</sub>	,0169

*Troisième condition*

Pour l'étude de la troisième condition nous représentons le mouvement du zéro dans le laps englobé par la combinaison du 18<sup>m</sup>e ordre sous la forme d'un polynôme :

$$F(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots \quad (5)$$

Après application de la combinaison du 18<sup>m</sup>e ordre, au lieu de l'ordonnée a<sub>0</sub>, correspondant à l'heure centrale de la combinaison, nous obtenons l'ordonnée a<sub>0</sub>' , valeur que l'on peut calculer d'après la formule proposée par Balenko [11]

$$a_0' = a_0 + 92,67 a_2 + 1978,1 a_4 + 5349013 a_6 + \dots \quad (6)$$

A partir de (6) on peut tirer la conclusion que la transformation de la courbe C en la courbe C<sub>1</sub> provoque une altération sensible de la partie uniforme du mouvement du zéro. C'est pourquoi si le mouvement du zéro s'écarte sensiblement de la combinaison linéaire pour ne prendre qu'une combinaison du 18<sup>m</sup>e ordre, alors la troisième condition n'est pas remplie d'une manière satisfaisante.

Afin d'obtenir des valeurs correctes des ordonnées du mouvement du zéro il faut introduire dans chacune d'elles une correction égale à :

$$\Delta a_0' = - (92,67 a_2 + 1978,1 a_4 + 5349013 a_6 + \dots). \quad (7)$$

Cette circonstance donne naissance à d'importantes difficultés pour la résolution rigoureuse du problème puisque la correction (7) comporte les valeurs non décomposées des coefficients du polynôme (5) c'est-à-dire des valeurs inconnues. C'est pourquoi l'introduction de la correction (7) ne peut être faite qu'approximativement et dans la mesure où nous souhaitons obtenir un haut degré d'approximation; le volume nécessaire pour ce travail augmente d'autant plus et il faut prendre dans ce cas particulier des combinaisons corrigées de l'ordre le plus élevé.

Pour éliminer la décomposition dans la courbe de dérive, B.P.Pertsev propose le procédé suivant. Parallèlement avec la combinaison du 18<sup>m</sup>e ordre calculer la combinaison corrigée (8)

$$-Y_{t-24,5} + Y_{t-0,5} + Y_{t+0,5} - Y_{t+24,5}. \quad (8)$$

Cette combinaison supprime toutes les ondes diurnes et semi-diurnes.

Si nous prenons le mouvement du zéro dans chacune des parties en 50 ordonnées englobées par la combinaison (8) sur la base du polynôme (5) alors après sa transformation par la combinaison (8) nous obtenons l'ordonnée  $a_0''$ , correspondant à l'heure centrale des combinaisons, égale à

$$a_0'' = - 1200 a_2 - 720600 a_4 - \dots \quad (9)$$

A partir de l'expression (9) il s'ensuit qu'il faut, pour déterminer la correction (7), partager la combinaison dans le rapport :

$$\frac{1200}{92,6666} = 12,9496 \approx 12,95.$$

Alors  $\Delta a_0'' = \frac{a_0''}{12,95}$  est égal à

$$\Delta a_0'' = - 92,664 a_2 - 55645 a_4 - \dots$$

On peut prendre avec précision  $\Delta a_0' = \Delta a_0''$  jusqu'à la valeur  $a_4$

$$\Delta a_0' = - 92,664 a_2 - 55645 a_4 - \dots \quad (10)$$

De cette façon nous trouvons la valeur non décomposée de l'ordonnée du mouvement du point nul en tant que somme des deux combinaisons : de la combinaison connue du 18<sup>e</sup> ordre et de la combinaison  $\frac{1}{12,95}$  (8)

Pour autant que la combinaison (8) contienne des ordonnées pour  $(n + \frac{1}{2})$  heures, alors B.P.Pertsev propose de la substituer par la combinaison (10)

$$\frac{1}{2}(- Y_{t-25} - Y_{t-24} + Y_{t-1} + 2Y_t + Y_{t+1} - Y_{t+24} - Y_{t+25}). \quad (11)$$

Cela équivaut à ce que nous substituons les ordonnées  $Y_{t+\frac{0,5}}$  par la moyenne arithmétique de leurs ordonnées voisines pour toutes les heures  $\frac{1}{2}(Y_t + Y_{t+1})$ . Les combinaisons (8) et (11) donnent une décomposition identique du polynôme de départ et ont des facteurs d'amplitudes pratiquement concordants (table 14).

Pour que la combinaison de correction (11) ne provoque pas de perturbation, les conditions 1 et 2 sont nécessaires pour que des facteurs d'amplitudes des ondes de marées ne dépassent en tous cas pas le facteur d'amplitude de la combinaison fondamentale pour l'élimination de la dérive.

Les facteurs d'amplitudes de la combinaison fondamentale du 18<sup>m</sup>e ordre pour l'élimination de la dérive, de la combinaison auxiliaire (8) et (11), sont donnés à la table 14.

A partir de la table 14 on peut voir que la combinaison de correction (11) a des facteurs d'amplitude assez grands et cela peut amener une transgression de la condition 1.

Table 14.  
Facteurs d'amplitude.

Ondes	Combinaisons du 18 <sup>me</sup> ordre	$\frac{1}{12,95}$ [Combinaisons (8)]	$\frac{1}{12,95}$ [Combinaisons (11)]	Fonda- mentale + $\frac{1}{12,95}$ (de la combinai- son auxiliaire).
2Q <sub>1</sub> . . . . .	+0,0231	+0,0444	+0,0441	+0,0675
Q <sub>1</sub> . . . . .	+0,0211	+0,0410	+0,0408	+0,0619
Q <sub>1</sub> . . . . .	+0,0107	+0,0220	+0,0219	+0,0326
P <sub>1</sub> . . . . .	+0,0094	+0,0196	+0,0194	+0,0288
O <sub>1</sub> . . . . .	+0,0031	+0,0068	+0,0067	+0,0098
τ <sub>1</sub> . . . . .	+0,0023	+0,0051	+0,0051	+0,0074
M <sub>1</sub> . . . . .	-0,0003	-0,0007	-0,0007	-0,0010
π <sub>1</sub> . . . . .	-0,0003	-0,0006	-0,0006	-0,0009
P <sub>1</sub> . . . . .	-0,0001	-0,0003	-0,0003	-0,0004
S <sub>1</sub> . . . . .	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
K <sub>1</sub> . . . . .	+0,0002	+0,0004	+0,0004	+0,0006
ψ <sub>1</sub> . . . . .	+0,0003	+0,0008	+0,0008	+0,0011
φ <sub>1</sub> . . . . .	+0,0005	+0,0013	+0,0013	+0,0018
J <sub>1</sub> . . . . .	+0,0037	+0,0097	+0,0096	+0,0133
OO <sub>1</sub> . . . . .	+0,0100	+0,0270	+0,0268	+0,0368
2N <sub>1</sub> . . . . .	+0,0064	+0,0258	+0,0251	+0,0315
μ <sub>1</sub> . . . . .	+0,0057	+0,0230	+0,0223	+0,0280
N <sub>1</sub> . . . . .	+0,0019	+0,0078	+0,0076	+0,0095
v <sub>1</sub> . . . . .	+0,0015	+0,0059	+0,0058	+0,0073
M <sub>1</sub> . . . . .	-0,0007	-0,0026	-0,0025	-0,0032
T <sub>1</sub> . . . . .	-0,0002	-0,0007	-0,0006	-0,0008
S <sub>1</sub> . . . . .	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
R <sub>1</sub> . . . . .	+0,0002	+0,0007	+0,0007	+0,0009
K <sub>1</sub> . . . . .	+0,0004	+0,0015	+0,0014	+0,0018
2SM <sub>1</sub> . . . . .	+0,0081	+0,0303	+0,0292	+0,0373

Pour vérifier expérimentalement la validité des combinaisons du 18<sup>me</sup> ordre pour l'élimination de la dérive (sous le rapport de la condition 1) nous avons effectué sur machine électronique "Ural" la transformation pour cinq séries mensuelles 2, 3, 4, 5 et 6 des variations de la force de pesanteur par l'application glissante des combinaisons indiquées. Les valeurs obtenues fournissent des contributions dues à la composante périodique dans les ordonnées du zéro qui s'éliminent au cours du travail postérieur de l'analyse harmonique des marées terrestres. Pour cela les nombres des séries transformées des ordonnées sont traités par la méthode habituelle de B.P.Pertsev [10]. Dans le résultat, on obtient les erreurs systématiques, introduites dans  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  des ondes déterminées par les contributions de cette partie des harmoniques de marées qui s'éliminent avec la dérive. Les valeurs des erreurs en unité  $10^{-5}$  mgal pour la combinaison principale du 18<sup>me</sup> ordre sont données à la table 15 et pour la combinaison de correction du 25<sup>me</sup> ordre à la table 16. Dans la table 17 sont données les valeurs des sommations des erreurs systématiques, correspondant au cycle complet (deux combinaisons) d'élimination de la dérive.

Table 15

Séries Ondes	Erreurs systématiques introduites en $R_n \cos \delta_n$ en $10^5 \text{ mgal}$					Erreurs systématiques, introduites en $R_n \sin \delta_n$ en $10^5 \text{ mgal}$				
	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6
$M_2$ . . . . .	0	+1	+1	+1	+2	0	-2	-2	-2	-1
$S_2$ . . . . .	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$N_2$ . . . . .	-1	-1	0	+1	+1	-1	-1	-1	-1	0
$O_1$ . . . . .	+6	+8	+6	+2	-4	-6	-1	+5	+8	+7
$K_1$ . . . . .	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	0	0

Table 16

Séries Ondes	Erreurs systématiques, introduites en $R_n \cos \delta_n$ en $10^5 \text{ mgal}$					Erreurs systématiques, introduites en $R_n \sin \delta_n$ en $10^5 \text{ mgal}$				
	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6
$M_2$ . . . . .	+1	+3	+4	+5	+6	-8	-7	-7	-6	-5
$S_2$ . . . . .	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
$N_2$ . . . . .	-4	-2	+1	+4	+4	-2	-5	-5	-2	+1
$O_1$ . . . . .	+12	+17	+14	+4	-9	-12	-1	+11	+18	+16
$K_1$ . . . . .	+1	0	0	-1	-1	-1	-2	-2	-1	0

Table 17

Séries Ondes	Erreurs systématiques introduites en $R_n \cos \delta_n$ en $10^5 \text{ mgal}$					Erreurs systématiques, introduites en $R_n \sin \delta_n$ en $10^5 \text{ mgal}$				
	2	3	4	5	6	2	3	4	5	6
$M_2$ . . . . .	+1	+4	+5	+6	+8	-8	-9	-9	-8	-6
$S_2$ . . . . .	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
$N_2$ . . . . .	-5	-3	+1	+5	+5	-3	-6	-6	-3	+1
$O_1$ . . . . .	+18	+25	+20	+6	-13	-18	-2	+16	+26	+23
$K_1$ . . . . .	+1	0	+1	-1	-1	-2	-3	-3	-1	0

Les données des tables 15, 16 et 17 montrent que :

a) la combinaison des corrections du 18<sup>m</sup>e ordre donne pratiquement pour toutes les ondes déterminées une erreur systématique imperceptible provoquée par l'extinction incomplète des ondes de marées. Pour l'onde  $O_1$ , cette erreur reportée intégralement dans l'amplitude ne dépasse pas 0,4 % et pour les autres ondes elle est d'un ordre plus petit ;

b) la combinaison de correction du 25<sup>m</sup>e ordre, comme il faut s'y attendre sur la base des données de la table 14, donne des erreurs systématiques dépassant de deux fois les erreurs systématiques de la combinaison principale du 18<sup>m</sup>e ordre.

Conclusions.

1. De la table 17, il découle que le cycle complet des combinaisons de B.P.Pertsev pour l'élimination de la dérive conduit par suite de l'extinction incomplète des ondes de marées à une erreur systématique sur  $R_n \cos \delta_n$  et  $R_n \sin \delta_n$  plus petite que 0,2 % pour les ondes solaires  $S_2$  et  $K_1$ , plus petite que 0,3 % pour l'onde  $M_2$  et plus petite que 1 % pour les ondes  $N_2$  et  $O_1$ . Une grande partie de cette erreur systématique se reporte dans la combinaison de correction du 25<sup>m</sup>e ordre. C'est pourquoi il serait souhaitable de modifier la combinaison du 25<sup>m</sup>e ordre de telle façon qu'en n'empirant pas les degrés d'altération de la partie périodique de la dérive elle filtre complètement les ondes de marées.

2. Si on représente la partie non-périodique de la dérive sous forme du polynôme (5) en n'éliminant pas la partie de la dérive après le cycle complet des combinaisons de B.P.Pertsev sur les bases de (7) et (10) on l'exprimera par un polynôme de degré pair en commençant par le quatrième ( $+ 57623 a_4 + \dots$ ) Dans la méthode de Lecolazet elle s'exprime par un polynôme de degré impair en commençant par le troisième [11] :

pour la combinaison  $X_1 - 29952 a_3 - 12779520 a_5 - \dots$ ,

pour la combinaison  $X_2 - 3456 a_3 - 3018240 a_5 - \dots$

Dans la méthode de Doodson-Lennon elle s'exprime également par un polynôme de degré impair du troisième degré :

pour la combinaison  $X_1 - 13824 a_3 - 5299200 a_5 - \dots$ ,

pour la combinaison  $X_2 + 3456 a_3 + 1532160 a_5 + \dots$

Dans la méthode de Doodson en n'éliminant pas la partie de la dérive par des combinaisons journalières elle s'exprime par un polynôme de degré pair commençant par le deuxième.

Par conséquent, la méthode de B.P.Pertsev pour l'élimination de la dérive constitue la meilleure des méthodes de combinaisons existantes.

BIBLIOGRAPHIE

1. MELCHIOR Rapport sur les marées terrestres, 1957-1960  
*Marées Terr. Bull. d'Inf. N° 20, 1960*
2. N.N.PARISKY, First observations of tidal gravity variations of Krasnaya Pakra near  
B.P.PERTZEV, Moscow.  
M.V.KRAMER *Comm. de l'Obs. R. de Belg. N° 142, 1958*
3. R.LECOLAZET La méthode utilisée à Strasbourg pour l'analyse harmonique de la marée  
gravimétrique.  
*Marées Terr. Bull. d'Inf. N° 10, 1958.*
4. LANDOLT Lahlenwerte and Funktionen,  
BÖRNSTEIN *III Band, 1952.*
5. В.Г.БАЛЕНКО Вклад длиннопериодических волн в результаты гармонического  
анализа месячной серии наблюдений земных приливов,  
Труды Полтавской гравиметрической обсерватории, т. X, Изд-во АН  
УССР, 1961.  
V.G.BALENKO Contribution des ondes à longue période dans les résultats d'analyse  
harmonique d'une série mensuelle d'observations de marées terrestres.  
*Trav. de l'Obs. gravimétrique de Poltava T.X. Izd vo AN YCCP 1961*  
Traduction B.I.M. sous presse
6. A.T.DOODSON The Harmonic Development of the Tide-generating Potential,  
*Proc. Royal Soc. London A:100, стр. 305-329, 1922*
7. LECOLAZET Application à l'analyse des observations de la marée gravimétrique de  
la méthode de H. et Y. Labrouste dite par combinaisons linéaires d'or-  
données,  
*Annales de Géophysique, 12, fasc. 1, стр. 59-71, 1956*
8. B.P.PERTZEV On the calculation of the drift curve in observations of bodily tides.  
*B.I.M. 5, стр. 71-72, 1957.*
9. В.П.ПЕРШЕВ Об учете сползания нуля при наблюдении упругих приливов,  
Известия АН СССР, сер. геофиз., N° 4, 1959.  
B.P.Pertsev Sur le calcul de la dérive dans les observations des marées élastiques.  
*Izvestia AN. СССР, sér. géoph. N° 4, 1959.*
10. В.П. ПЕРШЕВ Гармонический анализ приливов,  
Известия АН СССР, сер. геофиз., N° 8, 1958.  
B.P.Pertsev Analyse harmonique des marées.  
*Izvestia AN. СССР. sér. géoph. N° 8, 1958.*
11. В.Г.Баленко, Методы гармонического анализа Дудсона и Лекколязе  
Труды Полтавской гравиметрической обсерватории, т IX, Изд-во  
АН УССР, 1960.  
V.G.BALENKO Méthodes d'analyse harmonique de Doodson et Lecolazet.  
*Trav. de l'Obs. gravimétrique de Poltava T. IX Izd. vo AN YCCP 1960.*  
Traduction B.I.M. N° 30 - p. 705.

- 12 П.С.МАТВЕЕВ Гармонический анализ месячной серии приливных наблюдений  
Труды Полтавской гравиметрической обсерватории, т. IX, Изд-во  
АН УССР, 1960.
- P.S.MATVEEV Analyse harmonique d'une série mensuelle d'observations de marées  
*Trav. de l'Obs. gravimétrique de Poltava T. IX Izd vo AN YCCP. 1960.*
- 13 П.С.МАТВЕЕВ Об определении волны  $O_1$  и учете некоторых малых волн при гармоническом анализе месячной серии приливных наблюдений,  
Труды Полтавской гравиметрической обсерватории, т. X, Изд-во АН  
УССР, 1961.
- P.S.MATVEEV Sur la détermination de l'onde  $O_1$  et le calcul de quelques petites ondes  
par l'analyse harmonique d'une série mensuelle d'observations de marées.  
*Trav. de l'Obs. Grav. de Poltava T.X. Izd. vo AN. YCCP, 1961.*  
Traduction : B.I.M. N° 29 - p. 687.
14. A. T. DOODSON The analysis of tidal observations for 29 days,  
*Intern. Hydrographic Review, May, 1954.*

## LE DEVELOPPEMENT HARMONIQUE DE LA MAREE DE DEFORMATION.

par R. LECOLAZET

(Institut de Physique du Globe de Strasbourg)

Nous avons déjà donné dans ce Bulletin le développement harmonique de la marée gravimétrique théorique [1] et celui des déviations périodiques théoriques de la verticale [2]. On sait que l'on entend par marée gravimétrique théorique ou déviations théoriques de la verticale les variations luni-solaires de la pesanteur ou de la verticale, calculées dans l'hypothèse d'un Globe parfaitement rigide. Le développement harmonique de ces variations se déduit donc simplement de celui du potentiel générateur des marées.

Il n'en va naturellement pas de même si l'on considère les déformations : il n'y a pas de déformations théoriques, au sens utilisé précédemment. Les déformations auxquelles seront comparés les résultats expérimentaux doivent être déduites d'une théorie de la réponse du Globe aux forces de marées. C'est la théorie de Love, complétée par Shida, qui est utilisée ici. Dans le développement harmonique des composantes du tenseur de déformation figurent donc les deux nombres, caractérisant les déplacements, sous forme de combinaison linéaire dont les coefficients sont différents pour chaque composante. Il en résulte que, pour pouvoir calculer la valeur des nombres  $h$  et  $l$  d'après les expériences, il est nécessaire de mesurer les déformations dans trois directions différentes du plan horizontal et, avant de procéder à l'analyse harmonique, de réduire les observations à celles que l'on aurait faites suivant les axes du système de coordonnées utilisé pour calculer les déformations "théoriques". On peut évidemment s'affranchir de cette complication de calcul en orientant les extensomètres suivant ces axes, lorsque cela est possible.

Une autre difficulté est due à la présence de termes provenant du potentiel du 3<sup>ème</sup> ordre  $W_3$ . Dans ces termes doivent figurer deux nombres  $h'$  et  $l'$  correspondant aux nombres  $h$  et  $l$  définis à propos du potentiel  $W_2$  mais ayant des valeurs différentes. En première approximation, amplement suffisante, on peut négliger purement et simplement ces termes dont l'amplitude est petite; nous les avons cependant maintenus dans les développements.

Dans ce qui suit, nous assimilons la Terre à une sphère de rayon  $a$  et nous utilisons les coordonnées sphériques ; nous désignons par  $r$  le rayon vecteur, par  $\theta$  la colatitute (géocentrique), par  $\phi$  la longitude comptée positivement vers l'est. En un point  $O$  le trièdre de référence est composé de l'axe  $Ox_1$  orienté positivement vers le haut, de l'axe  $Ox_2$  tangent au méridien et orienté vers le sud et de l'axe  $Ox_3$  tangent au parallèle et orienté vers l'est. Nous désignons par  $H(r)$  et  $L(r)$  les nombres de Love et Shida, par  $h$  et  $l$  leur valeur à la surface de la terre, par  $g$  l'accélération de la pesanteur. Avec ces notations, les composantes du tenseur de déformation en surface, correspondant au potentiel  $W_2$ , s'écrivent :

$$(I) \begin{cases} e_{11} = \frac{h}{g} \frac{\partial w_2}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{H(r)}{g} \right] w_2 \\ e_{22} = \frac{1}{ga} \left( h w_2 + l \frac{\partial^2 w_2}{\partial \theta^2} \right) \\ e_{33} = \frac{1}{ga} \left( h w_2 + l \cot \theta \frac{\partial w_2}{\partial \theta} + \frac{l}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 w_2}{\partial \varphi^2} \right) \\ e_{23} = \frac{l}{ga \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{\partial w_2}{\partial \theta} - \cot \theta w_2 \right] \\ e_{12} = e_{13} = 0 \end{cases}$$

Pour avoir les expressions correspondant au potentiel  $w_3$ , il suffit de remplacer dans les expressions précédentes  $w_2$  par  $w_3$  et  $H, h, l$  par  $H', h', l'$  respectivement.

Rappelons que, dans une direction de cos directeurs  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ , l'allongement relatif est :

$$\alpha_1^2 e_{11} + \alpha_2^2 e_{22} + \alpha_3^2 e_{33} + 2\alpha_2 \alpha_3 e_{23} + 2\alpha_1 \alpha_2 e_{12} + 2\alpha_1 \alpha_3 e_{13}$$

Le développement harmonique des composantes du tenseur de déformation se déduit facilement de celui du potentiel générateur des marées, donné par A.T Doodson [3] en appliquant les formules (I) à chacune des ondes de ce développement. Seuls changent les coefficients géodésiques ; en ce qui concerne  $e_{23}$ , on doit encore ajouter  $\Pi/2$  à tous les arguments car

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = \frac{\partial}{\partial r}$$

Développements harmoniques.

1°) Développement harmonique de  $e_{11}$ . Il se déduit du développement de Doodson en remplaçant

$$\begin{aligned} G_0 \text{ par } E_{11,0} &= \frac{1}{2} \frac{G}{ga} \left[ 2h + ga \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{H}{g} \right) \right] (1 - 3 \cos^2 \theta), \\ G'_0 \text{ par } E'_{11,0} &= \frac{1,11803 G \cos \theta (3 - 5 \cos^2 \theta)}{ga} \left[ 3h' + ga \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{H'}{g} \right) \right], \\ G_1 \text{ par } E_{11,1} &= \frac{G}{ga} \left[ 2h + ga \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{H}{g} \right) \right] \sin 2\theta, \\ G'_1 \text{ par } E'_{11,1} &= \frac{0,72618 G \sin \theta (1 - 5 \cos^2 \theta)}{ga} \left[ 3h' + ga \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{H'}{g} \right) \right], \\ G_2 \text{ par } E_{11,2} &= \frac{G}{ga} \left[ 2h + ga \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{H}{g} \right) \right] \sin^2 \theta, \\ G'_2 \text{ par } E'_{11,2} &= \frac{2,59808 G \cos \theta \sin^2 \theta}{ga} \left[ 3h' + ga \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{H'}{g} \right) \right]. \end{aligned}$$

2°) Développement harmonique de  $e_{2,2}$  - Remplacer

$$G_0 \text{ par } E_{22,0} = \frac{1}{2} \frac{G}{ga} [h(1-3\cos^2\theta) + 6l(2\cos^2\theta - 1)],$$

$$G'_0 \text{ par } E'_{22,0} = \frac{1,11803 G \cos\theta}{ga} [h'(3-5\cos^2\theta) + 3l'(15\cos^2\theta - 11)],$$

$$G_1 \text{ par } E_{22,1} = \frac{G}{ga} (h - l) \sin 2\theta,$$

$$G'_1 \text{ par } E'_{22,1} = \frac{0,72618 G \sin\theta}{ga} [h'(1-5\cos^2\theta) + l'(15\cos^2\theta - 11)],$$

$$G_2 \text{ par } E_{22,2} = \frac{G}{ga} [h \sin^2\theta + 2l(1-2\sin^2\theta)],$$

$$G'_2 \text{ par } E'_{22,2} = \frac{2,59808 G \cos\theta}{ga} [h' \sin^2\theta + l'(2-9\sin^2\theta)].$$

3°) Développement harmonique de  $e_{3,3}$  - Remplacer

$$G_0 \text{ par } E_{33,0} = \frac{1}{2} \frac{G}{ga} [h(1-3\cos^2\theta) + 6l\cos^2\theta],$$

$$G'_0 \text{ par } E'_{33,0} = \frac{1,11803 G \cos\theta}{ga} [h'(3-5\cos^2\theta) + 3l'(5\cos^2\theta - 1)],$$

$$G_1 \text{ par } E_{33,1} = \frac{G}{ga} (h - 2l) \sin 2\theta,$$

$$G'_1 \text{ par } E'_{33,1} = \frac{0,72618 G \sin\theta}{ga} [h'(1-5\cos^2\theta) + l'(15\cos^2\theta - 1)],$$

$$G_2 \text{ par } E_{33,2} = \frac{G}{ga} [h \sin^2\theta - 2l(1 + \sin^2\theta)],$$

$$G'_2 \text{ par } E'_{33,2} = \frac{2,59808 G \cos\theta}{ga} [h' \sin^2\theta - l'(2 + 3\sin^2\theta)].$$

4°) Développement harmonique de  $e_{23}$  - Il ne comporte pas d'onde à longue période. Pour le reste, ajouter  $\Pi/2$  à tous les arguments et remplacer

$$G_1 \text{ par } E_{23,1} = - \frac{2 G l \sin \theta}{ga}$$

$$G'_1 \text{ par } E'_{23,1} = \frac{0,72618 G l'}{ga} \times 5 \sin 2 \theta$$

$$G_2 \text{ par } E_{23,2} = \frac{2 G l \cos \theta}{ga}$$

$$G'_2 \text{ par } E'_{23,2} = \frac{2,59808 G l'}{ga} \times 2 \cos 2 \theta$$

Ondes homologues : Les tableaux I à IV suivants donnent les ondes diurnes et semi-diurnes principales des développements harmoniques de  $e_{11}$  et  $e_{23}$ .

Dans ces tableaux figurent les coefficients géodésiques  $E_{11,1}, E'_{11,1}, E_{11,2}, E'_{11,2}, E_{23,1}, E'_{23,1}, E_{23,2}, E'_{23,2}$  définis ci-dessus. Les tableaux donnant le développement harmonique de  $e_{22}$  s'obtiennent simplement à partir des tableaux relatifs à  $e_{11}$  en remplaçant  $E_{11,1}, E'_{11,1}, E_{11,2}, E'_{11,2}$  par  $E_{22,1}, E'_{22,1}, E_{22,2}, E'_{22,2}$  respectivement. Une opération analogue donne les tableaux relatifs à  $e_{33}$ . Ces tableaux servent à calculer, comme pour la marée gravimétrique et les déviations de la verticale, les ondes homologues des quatre composantes du tenseur de déformation, dans notre méthode d'analyse harmonique.

Les coefficients géodésiques comportent tous en facteur l'expression  $G/ga$  dont la valeur numérique (en prenant  $G = 26206 \text{ cgs}^*$ ,  $g = 981$ ,  $a = 6371 \text{ km}$ ) est :

$$\frac{G}{ga} = 0,4193 \cdot 10^{-7}$$

\* D'après J. Bartels [4]

BIBLIOGRAPHIE.

- [1] - R.LECOLAZET : La méthode utilisée à Strasbourg pour l'analyse harmonique de la marée gravimétrique.  
*B.I.M. N° 10 pp. 153-178 1958.*
- [2] - R.LECOLAZET : Le développement harmonique des déviations périodiques théoriques de la verticale.  
*B.I.M. N° 14, pp. 211 - 221, 1959.*
- [3] - A.T.DOODSON : The harmonic development of the tide-generating potential.  
*Proc. Roy. Soc. Série A, 100, 1921, p. 305 et suiv.*  
ou : Développement harmonique du potentiel générateur de la marée.  
*Rev. Hydr. Int., XXXI, N° 1, mai 1954, pp. 37-61.*
- [4] - J.BARTELS : Gezeitenkräfte. Handb. der Physik, XLVIII Bd,  
*Geophysik II, Springer, Berlin 1957, pp. 734-774.*

TABLEAU I  
Principales ondes diurnes de la marée de déformation

Composante  $e_{11}$

Symboles de Darwin	Argument number Doodson	Argument							Amplitude		
		$\tau$	$s$	$h$	$p$	$N'$	$p_1$	$\pi$	$\frac{\pi}{2}$	$H_1 \times 10^5$	
$2Q_1$	115855	1	-4	0	3	0	0		-	108	E 11,1
	117655	1	-4	2	1	0	0		-	278	
	125745	1	-3	0	2	-1	0		-	180	
	755	1	-3	0	2	0	0		-	955	
	127545	1	-3	2	0	0	-1	0		-	
$Q_1$	555	1	-3	2	0	0	0		-	1153	
	135555	1	-2	0	0	0	0	+	-	211	E' 11,1
$P_1$	645	1	-2	0	1	-1	0		-	1360	E 11,1
	655	1	-2	0	1	0	0		-	7216	
$O_1$	137445	1	-2	2	-1	-1	0		-	258	
	455	1	-2	2	-1	0	0		-	1371	
	143755	1	-1	-2	2	0	0		+	113	
	144556	1	-1	-1	0	0	0	1		+	130
	145535	1	-1	0	0	0	-2	0		+	218
$M_1$	545	1	-1	0	0	-1	0		-	7105	
	555	1	-1	0	0	0	0		-	37689	
	655	1	-1	0	1	0	0	+	-	108	E' 11,1
	755	1	-1	0	2	0	0		+	243	
	146554	1	-1	1	0	0	0	-1		-	115
$MP_1$	147555	1	-1	2	0	0	0		+	491	
	565	1	-1	2	0	1	0		-	107	
	153655	1	0	-2	1	0	0		+	278	
$X_1$	155445	1	0	0	-1	-1	0		+	197	
	455	1	0	0	-1	0	0		+	1065	
	555	1	0	0	0	0	0	+	-	661	E' 11,1
	655	1	0	0	1	0	0		+	2964	
665	1	0	0	1	1	0	0		+	594	
$X_1$	157455	1	0	2	-1	0	0		+	566	
	465	1	0	2	-1	1	0		+	124	
$TL_1$	162556	1	1	-3	0	0	1		+	1029	
	163545	1	1	-2	0	-1	0		+	199	
$P_1$	555	1	1	-2	0	0	0		-	17584	
	164554	1	1	-1	0	0	-1		+	147	
$S_1$	556	1	1	-1	0	0	1		+	423	
	165545	1	1	0	0	-1	0		-	1050	
$K_1$	555	1	1	0	0	0	0		+	53050	
	565	1	1	0	0	1	0		+	7182	
	575	1	1	0	0	2	0		-	154	
$\psi_1$	166554	1	1	1	0	0	-1		+	423	
	167555	1	1	2	0	0	0		+	756	
$\phi_1$	173655	1	2	-2	1	0	0		+	566	
	665	1	2	-2	1	1	0		+	112	
$\theta_1$	175455	1	2	0	-1	0	0		+	2964	
	465	1	2	0	-1	1	0		+	587	
$J_1$	555	1	2	0	0	0	0	+	-	241	E' 11,1
	183555	1	3	-2	0	0	0		+	492	
$SO_1$	185355	1	3	0	-2	0	0		+	240	
	555	1	3	0	0	0	0		+	1523	
	565	1	3	0	0	1	0		+	1039	
	575	1	3	0	0	2	0		+	218	
	195455	1	4	0	-1	0	0	0		+	311
$OO_1$	465	1	4	0	-1	1	0		+	199	

Nota : L'amplitude doit être positive. Si ce n'est pas le cas, on doit la remplacer par sa valeur absolue et ajouter 180° à l'argument.

TABLEAU II  
Principales ondes diurnes de la marée de déformation  
Composante  $e_{11}$

Symboles de Darwin	Argument number Doodson	Argument							$\pi$	$\frac{\pi}{2}$	Amplitude $H_1 \times 10^5$
		$\tau$	s	h	p	$N'$	$p_1$				
	225855	2	-3	0	3	0	0			259 E 11,2	
MNS <sub>2</sub>	227655	2	-3	2	1	0	0			671	
2N <sub>2</sub>	235655	2	-2	0	1	0	0		+	156 E <sup>o</sup> 11,2	
	755	2	-2	0	2	0	0			2301 E 11,2	
$\mu_2$	237555	2	-2	2	0	0	0			2777	
N <sub>2</sub>	245555	2	-1	0	0	0	0		+	569 E <sup>o</sup> 11,2	
	645	2	-1	0	1	-1	0		+	648 E 11,2	
	655	2	-1	0	1	0	0			17387	
	247455	2	-1	2	-1	0	0			3303	
	253755	2	0	-2	2	0	0		+	273	
	254556	2	0	-1	0	0	1		+	314	
M <sub>2</sub>	255545	2	0	0	0	-1	0		+	3366	
	555	2	0	0	0	0	0			90812	
	256554	2	0	1	0	0	-1			276	
$\lambda_2$	263655	2	1	-2	1	0	0		+	670	
	265455	2	1	0	-1	0	0		+	2567	
L <sub>2</sub>	555	2	1	0	0	0	0		-	525 E <sup>o</sup> 11,2	
	655	2	1	0	1	0	0			643 E 11,2	
	665	2	1	0	1	1	0			283	
T <sub>2</sub>	272556	2	2	-3	0	0	1			2479	
S <sub>2</sub>	273555	2	2	-2	0	0	0			42358	
R <sub>2</sub>	274554	2	2	-1	0	0	-1		+	354	
K <sub>2</sub>	275555	2	2	0	0	0	0			11506	
	565	2	2	0	0	1	0			3423	
	575	2	2	0	0	2	0			372	
KJ <sub>2</sub>	285455	2	3	0	-1	0	0			643	
	465	2	3	0	-1	1	0			280	

Nota : L'amplitude doit être positive. Si ce n'est pas le cas, on doit la remplacer par sa valeur absolue et ajouter 180° à l'argument.

TABLEAU III  
Principales ondes diurnes de la marée de déformation

Composante  $e_{23}$

Symboles de Darwin	Argument number Doodson	Argument								Amplitude $H_1 \times 10^5$	
		$\tau$	s	h	p	N'	$P_1$	$\pi$	$\frac{\pi}{2}$		
	115855	1	-4	0	3	0	0			108	
	117655	1	-4	2	1	0	0			278	E' 23,1
2Q <sub>1</sub>	125745	1	-3	0	2	-1	0			180	
	755	1	-3	0	2	0	0			955	
Q <sub>1</sub>	127545	1	-3	2	0	-1	0			218	
	555	1	-3	2	0	0	0			1153	
Q <sub>1</sub>	135555	1	-2	0	0	0	0			211	E' 23,1
	645	1	-2	0	1	-1	0			1360	E 23,1
P <sub>1</sub>	655	1	-2	0	1	0	0			7216	
	137445	1	-2	2	-1	-1	0			258	
P <sub>1</sub>	455	1	-2	2	-1	0	0			1371	
	143755	1	-1	-2	2	0	0		+	113	
P <sub>1</sub>	144556	1	-1	-1	0	0	1		+	130	
	145535	1	-1	0	0	-2	0		+	218	
OO <sub>1</sub>	545	1	-1	0	0	-1	0		+	7105	
	555	1	-1	0	0	0	0			37689	
OO <sub>1</sub>	655	1	-1	0	1	0	0			103	E' 23,1
	755	1	-1	0	2	0	0		+	243	E 23,1
MP <sub>1</sub>	146554	1	-1	1	0	0	-1		+	115	
	147555	1	-1	2	0	0	0		+	491	
MP <sub>1</sub>	565	1	-1	2	0	1	0		+	107	
	153655	1	0	-2	1	0	0			<del>258</del> 278	
M <sub>1</sub>	155445	1	0	0	-1	-1	0		+	197	
	455	1	0	0	-1	0	0		+	1065	
M <sub>1</sub>	555	1	0	0	0	0	0			661	E' 23,1
	655	1	0	0	1	0	0		+	2964	E 23,1
X <sub>1</sub>	665	1	0	0	1	1	0		+	594	
	157455	1	0	2	-1	0	0		+	566	
X <sub>1</sub>	465	1	0	2	-1	1	0		+	124	
	162556	1	1	-3	0	0	1			1029	
P <sub>1</sub>	163545	1	1	-2	0	-1	0		+	199	
	555	1	1	-2	0	0	0			17584	
S <sub>1</sub>	164554	1	1	-1	0	0	-1		+	147	
	556	1	1	-1	0	0	1		+	423	
S <sub>1</sub>	165545	1	1	0	0	-1	0			1050	
	555	1	1	0	0	0	0		+	53050	
K <sub>1</sub>	565	1	1	0	0	1	0		+	7182	
	575	1	1	0	0	2	0			154	
K <sub>1</sub>	166554	1	1	1	0	0	-1		+	423	
	167555	1	1	2	0	0	0		+	756	
K <sub>1</sub>	173655	1	2	-2	1	0	0		+	566	
	665	1	2	-2	1	1	0		+	112	
J <sub>1</sub>	175455	1	2	0	-1	0	0		+	2964	
	465	1	2	0	-1	1	0		+	587	
SO <sub>1</sub>	555	1	2	0	0	0	0			241	E' 23,1
	183555	1	<del>2</del> 3	-2	0	0	0		+	492	E 23,1
SO <sub>1</sub>	185355	1	3	0	-2	0	0		+	240	
	555	1	3	0	0	0	0		+	1623	
OO <sub>1</sub>	565	1	3	0	0	1	0		+	1039	
	575	1	3	0	0	2	0		+	218	
OO <sub>1</sub>	195455	1	4	0	-1	0	0		+	311	
	465	1	4	0	-1	1	0		+	199	

Nota : L'amplitude doit être positive. Si ce n'est pas le cas, on doit la remplacer par sa valeur absolue et ajouter 180° à l'argument.

TABLEAU IV  
Principales ondes semi-diurnes de la marée de déformation

Composante  $e_{23}$

Symboles de Darwin	Argument number Doodson	Argument							$\frac{\pi}{2}$	Amplitude $H_1 \times 10^5$	
		$\tau$	$s$	$h$	$p$	$N'$	$P_1$	$\pi$			
MNS <sub>2</sub>	225855	2	-3	0	3	0	0		+	259	E <sub>23,2</sub>
	227655	2	-3	2	1	0	0		+	671	
2N <sub>2</sub>	235655	2	-2	0	1	0	0	+		156	E' <sub>23,2</sub>
	755	2	-2	0	2	0	0		+	2301	E <sub>23,2</sub>
μ <sub>2</sub>	237555	2	-2	2	0	0	0		+	2777	
	245555	2	-1	0	0	0	0	+		569	E' <sub>23,2</sub>
N <sub>2</sub>	645	2	-1	0	1	-1	0		-	648	E <sub>23,2</sub>
	655	2	-1	0	1	0	0		+	17387	
	247455	2	-1	2	-1	0	0		+	3303	
	253755	2	0	-2	2	0	0		-	273	
M <sub>2</sub>	254556	2	0	-1	0	0	1		-	314	
	255545	2	0	0	0	-1	0		-	3386	
λ <sub>2</sub>	555	2	0	0	0	0	0		+	90812	
	256554	2	0	1	0	0	-1		+	276	
L <sub>2</sub>	263655	2	1	-2	1	0	0		-	670	
	265455	2	1	0	-1	0	0		-	2567	
	555	2	1	0	0	0	0		-	525	E' <sub>23,2</sub>
	655	2	1	0	1	0	0		+	643	E <sub>23,2</sub>
T <sub>2</sub>	665	2	1	0	1	1	0		+	283	
	272556	2	2	-3	0	0	1		+	2479	
S <sub>2</sub>	273555	2	2	-2	0	0	0		+	42358	
	274554	2	2	-1	0	0	-1		-	354	
R <sub>2</sub>	275555	2	2	0	0	0	0		+	11506	
	565	2	2	0	0	1	0		+	3423	
K <sub>2</sub>	575	2	2	0	0	2	0		+	372	
	285455	2	3	0	-1	0	0		+	643	
KJ <sub>2</sub>	465	2	3	0	-1	1	0		+	280	

Nota : L'amplitude doit être positive. Si ce n'est pas le cas, on doit la remplacer par sa valeur absolue et ajouter 180° à l'argument.

## PROGRAMMES D'ANALYSE POUR LES MAREES TERRESTRES.

*Georges JOBERT*

(Institut de Physique du Globe de Paris)

Les données fournies par nos divers appareils (inclinomètres, gravimètre, extensomètres) sont analysées à l'aide d'un système de programmes qui seront décrits sommairement. Ces programmes sont écrits en FORTRAN pour passage sur IBM 7090.

Les données sont inscrites sur cartes perforées, en général à raison de 12 valeurs horaires par carte (colonnes 1 à 60), suivies de l'indication de l'année, du mois, du jour, de la moitié de jour et d'un symbole caractéristique de l'instrument.

1) - Elles sont d'abord soumises à un programme : Contrôle des données qui comporte un filtrage simple à coefficients constants (qui peut être par exemple la combinaison d'interpolation  $Z_{1/2}^6$  de R.Lecolazet). Ce contrôle a pour unique objet de déceler les erreurs commises soit dans la mise au net des données (ajustement de deux séries consécutives), soit dans la perforation des cartes. Le programme comporte l'impression du numéro d'ordre de toute valeur horaire pour laquelle l'impression du numéro d'ordre de toute valeur horaire pour laquelle la combinaison dépasse une limite fixée à l'avance (et dépendant de l'instrument), la valeur de cette combinaison, ainsi que les quantités analogues correspondant aux 6 valeurs suivantes. Toutes les données sont ensuite imprimées avec leur numéro d'ordre.

2) - Le programme principal est le programme d'analyse spectrale par transformation de Fourier (TF) qui peut traiter 10.000 données et fournir 200 valeurs spectrales à la fois. Il est associé actuellement à quatre sous-programmes.

- a) Calcul des coefficients d'un filtre passe-bande (COEFAN)
- b) Filtrage (FILANA)
- c) Calcul des phases (TGAN)
- d) Sous programme d'analyse proprement dit (TFAN)

On peut calculer soit la fonction d'autocorrélation de la fonction donnée et sa transformée en cosinus (TFC), soit les transformées en sinus (TFS) et en cosinus de la fonction. Un organigramme simplifié sera donné plus loin (planche 2).

3) - Un programme de filtrage simple, comprenant le même sous-programme (FILANA) permet d'effectuer la convolution de la fonction donnée par une fonction de filtrage (paire, impaire, à valeur centrale ou non). Les coefficients de ce filtre peuvent être calculés par un programme contenant le sous programme (COEFAN). On peut traiter 5.000 données avec un filtre portant sur 2.000 points.

4) - Enfin un programme a été assemblé pour le calcul des marées théoriques. Il est basé sur les expressions et valeurs numériques données dans ce bulletin par R.Lecolazet (1) et comporte 4 sous-programmes :

a) Calcul des paramètres angulaires (PARANG) à la date considérée, c'est-à-dire des angles  $r$ ,  $h$ ,  $s$ ,  $p$ ... pour le temps initial de la série calculée.

b) Calcul des paramètres d'amplitude (PARAMP). c'est-à-dire des coefficients  $C_1$ ,  $X_1$ ,  $Y_1$ ,  $C'_1$ ,  $X'_1$ ,  $Y'_1$ ,  $C_2$ ,  $X_2$ ,  $Y_2$ ,  $C'_2$ ,  $X'_2$ ,  $Y'_2$  de R.Lecolazet, à partir des coordonnées de la station. (Un nouveau programme sera assemblé pour le calcul des marées d'extension).

c) Calcul des amplitudes des groupes d'ondes de même paramètre (AMPLIT).

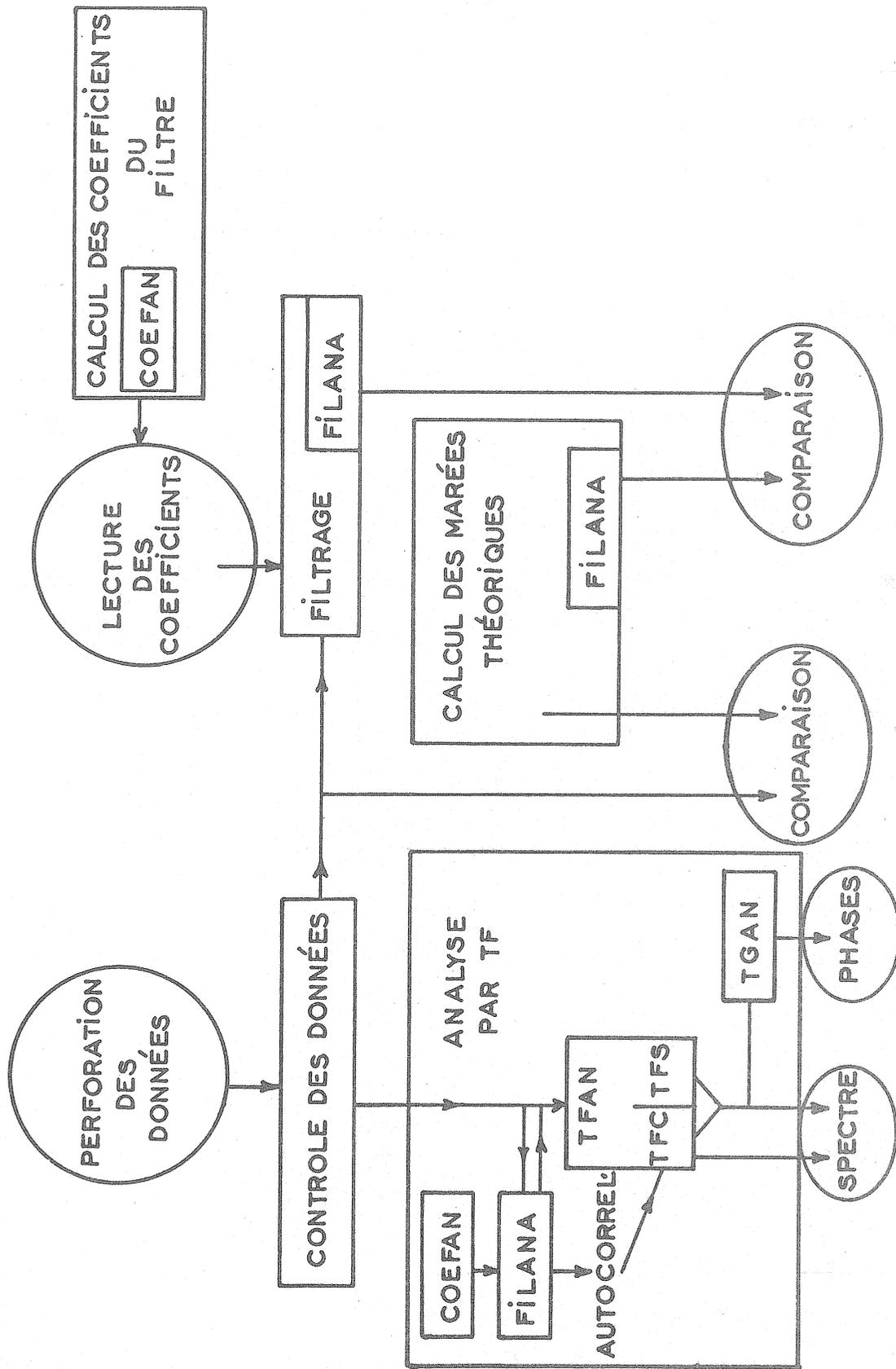
Le programme est basé sur le fait que les composantes semi-diurnes et diurnes pour des inclinomètres Est ou Nord et un gravimètre peuvent se mettre sous la forme :

$$F_i = A_i' R_i$$

$A_i'$  étant un coefficient relatif à cette composante, calculé dans (PARAMP),  $R_i$  une quantité commune à toutes les ondes de coefficient analogue ( $C_1$ ,  $X_1$  ou  $Y_1$ ,  $C_2$ ,  $X_2$  ou  $Y_2$  etc ...) et calculable à partir des seules vitesses horaires et des phases initiales. On calcule ensuite par récurrence dans le programme principal les fonctions circulaires correspondant aux époques ultérieures. La marée totale pour chaque composante peut ensuite être filtrée à l'aide d'un filtre de coefficients connus :

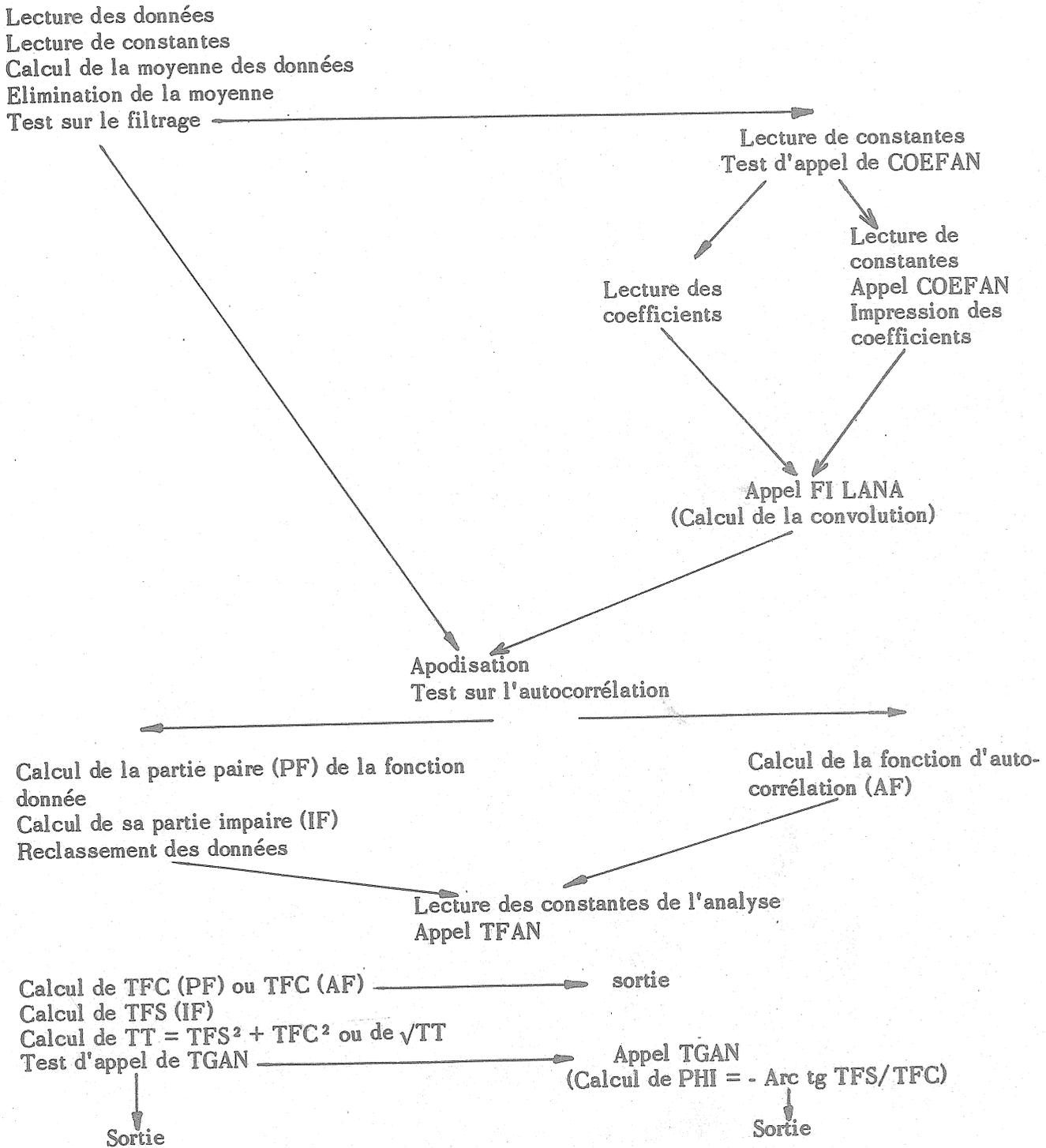
d) Filtrage (FILANA)

Ce programme permet le calcul de 1.000 valeurs consécutives et un filtrage portant sur 200 points.



ORGANIGRAMME SCHEMATIQUE (\*)

I PROGRAMME PRINCIPAL



(\*) Ne sont pas indiquées ici les sorties facultatives nécessaires au contrôle du bon fonctionnement du programme.