

**MAREES TERRESTRES.**

---

**BULLETIN d' INFORMATIONS.**

---

N° 29

10 août 1962.

*Association Internationale de Géodésie*

*Commission Permanente des Marées Terrestres*

Editeur : Dr Paul MELCHIOR  
Observatoire Royal de Belgique  
3, Avenue Circulaire  
Bruxelles 18



# APPLICATION DE LA METHODE DES MOINDRES CARRÉS A L'ANALYSE DES OBSERVATIONS DES MAREES TERRESTRES.

A. P. Venedikov

Académie Bulgare des Sciences, Institut de Géophysique.

## 1. Considérations théoriques.

Si l'on veut réaliser toute la possibilité de précision que présente un enregistrement des marées terrestres il est bien connu que l'on doit adopter pour l'analyse harmonique la méthode des moindres carrés. Elle assure la meilleure précision possible avec une estimation rigoureusement définie [1], sans exiger un travail de calcul excessif. Comme le montre l'analyse de la marée océanique [2,3] on ne doit effectuer les opérations les plus fatigantes - constitution et résolution des équations normales - qu'une seule fois pour une durée d'enregistrement fixée. La présence de la dérive instrumentale ainsi que le nombre très grand des ondes de marée rendent complexe son application.

Le principe des moindres carrés a été employé par Horn [4,5], Matvéev [6] et dans la méthode de Suthons [7]. On préfère à présent les méthodes de combinaisons linéaires de Doodson [8], Doodson-Lennon [8,9], Lecolazet [10, 11] et Pertzev [12, 13]. Nous proposons ici une méthode fondée sur le principe des moindres carrés, quelques compromis étant faits à cause des difficultés signalées plus haut. En réalité il ne s'agit que d'un choix des combinaisons à appliquer aux lectures un peu plus précis que dans les méthodes de combinaisons linéaires citées ici. On pourra même y trouver une analogie étroite avec la méthode de Lecolazet.

Soient  $L_t$  ( $t = 0^h, \pm 1^h, \pm 2^h, \dots, \pm p^h$ ) les lectures horaires d'un enregistrement de la marée gravimétrique. Nous proposons d'exécuter d'abord, pour chaque cinquième heure, c'est-à-dire pour  $t = t' = 0^h, \pm 5^h, \dots, \pm 5m^h$  ( $m = (p - 24) : 2$ ), les sommations

$$L_q^{(1)} = \frac{1}{16} [L_{t'} - 4(L_{t'+12} + L_{t'-12}) + L_{t'+24} + L_{t'-24}]$$

(1)

$$L_q^{(2)} = \frac{1}{16} [L_{t'} - 4(L_{t'+6} + L_{t'-6}) + L_{t'+12} + L_{t'-12}]$$

Ce sont les combinaisons que l'on écrit en notation de Labrouste [14,10]  $1/16. Z_6^4$  et  $1/16. Z_3^4$ . La première nous servira pour la détermination des ondes diurnes, la seconde pour les ondes semi-diurnes. Leurs facteurs d'amplitude  $\rho_i^{(1)}$  et  $\rho_i^{(2)}$  où  $i$  est l'index de l'onde, sont donnés dans le tableau I.

Ces combinaisons éliminent un polynôme cubique quelconque et les ondes océaniques quart-diurnes, qui peuvent exister d'après Doodson [15] au moins dans les stations côtières. Représentons la dérive dans les lectures  $L_t$  comme une fonction du temps développée en série de Taylor autour du point  $t = t'$ . Il n'en resteront dans les équations (1) que les termes de l'ordre quatrième, sixième . . . Dans le tableau XIV on voit les parties relatives en  $l_q^{(1)}$  et  $l_q^{(2)}$  d'une dérive périodique. Il est donc clair que nous avons obtenu une élimination satisfaisante de la dérive.

On peut facilement vérifier que dans les différentes sommations (1), dans chacun des deux cas, ne participent que des lectures différentes. Alors nous pouvons traiter  $l_q^{(1)}$  ainsi que  $l_q^{(2)}$  par la méthode des moindres carrés comme s'il s'agissait d'observations indépendantes. Nous obtiendrons à partir de  $l_q^{(1)}$  les ondes diurnes et à partir de  $l_q^{(2)}$  les ondes semi-diurnes. Plus loin nous laisserons les index  $(1)$  et  $(2)$  en sous-entendant partout que les considérations sont les mêmes pour les deux combinaisons, respectivement pour la détermination des ondes diurnes et semi-diurnes. Ainsi nous aurons une diminution de cinq fois du nombre des observations. Cela est pourtant partiellement compensé parce que le poids de  $l_q$  est 3,66 si le poids de  $L_t$  est 1. Plus précisément par rapport aux ondes dont le facteur d'amplitude  $\rho_1 \neq 1$ , le poids de  $l_q$  sera  $3,66 \rho_1$ . Cette valeur est donnée dans le tableau XI.

Si  $v_q$  est la correction à  $l_q$  pour les erreurs d'observation, nous avons les équations

$$(2) \quad l_q + v_q = \sum_{i=1}^n \delta_i R_i \cos(\omega_i q + \phi_i + \kappa_i) \quad (q = 0, \pm 1, \dots, \pm m)$$

où  $R_i$  est l'amplitude théorique multipliée par le facteur d'amplitude du Tableau I et  $\omega_i$  est la vitesse angulaire par 5 heures. Nous considérons que c'est une expression précise, c'est-à-dire que nous avons pris chacune des  $n$  ondes qui ont quelque importance. Ordinairement ces ondes ne sont pas séparables dans la période d'enregistrement traitée et d'autre part  $n$  est grand si bien qu'il n'est pas praticable de faire la résolution des équations correspondantes simultanées.

Prenons alors seulement les ondes principales qui sont séparables dans la période traitée. Supposons qu'elles soient au nombre de  $\nu$  et que dans la numérotation de 1 à  $n$  en éq. (2) elles soient numérotées de 1 à  $\nu$ . Nous désignerons cette numérotation par une lettre grecque  $\alpha, \beta, \gamma$ . Ecrivons en place de l'équation (2)

$$(3) \quad l_q + v_q = \sum_{\alpha=1}^{\nu} (X_{\alpha} \cos \omega_{\alpha} q - Y_{\alpha} \sin \omega_{\alpha} q) \quad (q = 0, \pm 1, \dots, \pm m)$$

La condition des moindres carrés

$$(4) \quad \sum_{q=-m}^{+m} v_q^2 = \text{Min}$$

nous conduit de la manière usuelle [2] à deux systèmes d'équations normales.

$$(5) \quad \begin{cases} \sum_{\beta=1}^{\nu} A_{\alpha\beta} X_{\beta} = f_{\alpha} \\ \sum_{\beta=1}^{\nu} B_{\alpha\beta} Y_{\beta} = g_{\alpha} \end{cases} \quad (\alpha = 1, 2, \dots, \nu)$$

où

$$(6) \quad \left\{ \begin{aligned} f_a &= \sum_{q=-m}^{+m} l_q \cos \omega_a q = l_0 + \sum_{q=1}^m (l_q + l_{-q}) \cos \omega_a q \\ g_a &= \sum_{q=-m}^{+m} l_q \sin \omega_a q = - \sum_{q=1}^m (l_q - l_{-q}) \sin \omega_a q \end{aligned} \right.$$

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} A_{a\beta} &= \sum_{q=-m}^{+m} \cos \omega_a q \cdot \cos \omega_\beta q = \\ &= \frac{\sin(m + 1/2)(\omega_a - \omega_\beta)}{2 \sin(1/2)(\omega_a - \omega_\beta)} + \frac{\sin(m + 1/2)(\omega_a + \omega_\beta)}{2 \sin(1/2)(\omega_a + \omega_\beta)} \\ B_{a\beta} &= \sum_{q=-m}^{+m} \sin \omega_a q \cdot \sin \omega_\beta q = \\ &= \frac{\sin(m + 1/2)(\omega_a - \omega_\beta)}{2 \sin(1/2)(\omega_a - \omega_\beta)} + \frac{\sin(m + 1/2)(\omega_a + \omega_\beta)}{2 \sin(1/2)(\omega_a + \omega_\beta)} \end{aligned} \right.$$

Si  $\bar{A}_{a\beta}$  et  $\bar{B}_{a\beta}$  sont les coefficients des matrices inverses des équations normales, c'est-à-dire si

$$(8) \quad \sum_{\beta=1}^{\nu} \bar{A}_{a\beta} A_{\beta\gamma} = \begin{cases} 1 & a = \gamma \\ 0 & a \neq \gamma \end{cases}$$

$$\sum_{\beta=1}^{\nu} \bar{B}_{a\beta} B_{\beta\gamma} = \begin{cases} 1 & a = \gamma \\ 0 & a \neq \gamma \end{cases}$$

la solution des systèmes (5) sera

$$(9) \quad X_a = \sum_{\beta=1}^{\nu} \bar{A}_{a\beta} f_\beta$$

$$Y_a = \sum_{\beta=1}^{\nu} \bar{B}_{a\beta} g_\beta \quad (a = 1, 2, \dots, \nu)$$

Voyons maintenant ce que représentent  $X_a$  et  $Y_a$  par rapport aux éléments des ondes théoriques. Remplaçons  $l_q$  de l'équation précise (2) dans l'équation (6) en négligeant la correction  $v_q$

$$f_a = \sum_{i=1}^n \delta_i R_i \cos(\phi_i + \kappa_i) \sum_{q=-m}^{+m} \cos \omega_a q \cdot \cos \omega_i q = \sum_{i=1}^n a_{ai} \delta_i R_i \cos(\phi_i + \kappa_i) \quad (10)$$

$$g_a = + \sum_{i=1}^n \delta_i R_i \sin(\phi_i + \kappa_i) \sum_{q=-m}^{+m} \sin \omega_a q \cdot \sin \omega_i q = \sum_{i=1}^n b_{ai} \delta_i R_i \sin(\phi_i + \kappa_i)$$

où l'on peut calculer  $a_{ai}$  et  $b_{ai}$  comme  $A_{a\beta}$  et  $B_{a\beta}$  d'après les équations (7) en y remplaçant  $\beta$  par  $i$ . Si nous désignons

$$\rho_{ai} = \sum_{\beta=1}^v \bar{A}_{a\beta} a_{\beta i} \quad (11)$$

$$\rho'_{ai} = \sum_{\beta=1}^v \bar{B}_{a\beta} b_{\beta i}$$

nous obtenons en remplaçant  $f_a$  et  $g_a$  des équations (10) en équations (9)

$$X_a = \sum_{i=1}^n \rho_{ai} \delta_i R_i \cos(\phi_i + \kappa_i) \quad (12)$$

$$Y_a = \sum_{i=1}^n \rho'_{ai} \delta_i R_i \sin(\phi_i + \kappa_i)$$

Pour l'onde principale  $\beta$   $a_{ai}$  et  $b_{ai}$  coïncideront avec  $A_{a\beta}$  et  $B_{a\beta}$

$$a_{ai} = A_{a\beta} \quad (i \rightarrow \beta) \quad (13)$$

$$b_{ai} = B_{a\beta}$$

Alors, compte tenu des relations (8)

$$\rho_{ai} = \rho'_{ai} = \begin{cases} 1 & i \rightarrow \beta = a \\ 0 & i \rightarrow \beta \neq a \end{cases} \quad (14)$$

Ceci veut dire qu'en (12)  $\delta_1 R_1 \cos(\phi_1 + \kappa_1)$  et  $\delta_1 R_1 \sin(\phi_1 + \kappa_1)$  seront multipliés par zéro pour les ondes principales. Par contre, pour l'onde  $a$  ils seront multipliés par 1. Toutes les ondes seront multipliées respectivement par un petit coefficient à l'exception de celles qui ont une période proche de la période de l'onde  $a$ . Dans ces conditions on peut remplacer dans l'équation (12)  $\delta_1$  et  $\kappa_1$  par  $\delta_a$  et  $\kappa_a$  et les mettre en évidence comme suit

$$(15) \quad X_a = \delta_a \cos \kappa_a \cdot \xi_a - \delta_a \sin \kappa_a \cdot \zeta_a$$

$$Y_a = \delta_a \sin \kappa_a \cdot \xi_a + \delta_a \cos \kappa_a \cdot \zeta_a$$

où

$$(16) \quad \xi_a(\xi'_a) = \sum_{i=1}^n \rho_{a1}(\rho'_{a1}) R_i \cos \phi_i$$

$$\zeta_a(\zeta'_a) = \sum_{i=1}^n \rho_{a1}(\rho'_{a1}) R_i \sin \phi_i$$

On en déduit les formules suivantes pour  $\delta_a$  et  $\kappa_a$

$$(17) \quad \frac{1}{\delta_a^2} = \frac{\xi_a^2 + \zeta_a'^2}{X_a^2 + Y_a^2} + \frac{\sin 2\kappa(\xi_a \Delta \zeta_a - \zeta'_a \Delta \xi'_a) + \sin^2 \kappa(\Delta \xi_a'^2 + \Delta \zeta_a'^2)}{X_a^2 + Y_a^2}$$

$$(18) \quad \text{ctg } \kappa_a = \frac{1 + \frac{\zeta'_a Y_a}{\xi_a X_a}}{\frac{Y_a}{X_a} - \frac{\zeta'_a}{\xi_a}} + \frac{X_a \Delta \zeta'_a + Y_a \Delta \xi_a}{\xi_a Y_a - \zeta'_a X_a}$$

où  $\Delta \xi'_a = \xi'_a - \xi_a$  et  $\Delta \zeta_a = \zeta_a - \zeta'_a$ . Posons en (15)  $\delta_a = 1$  et  $\kappa_a = 0$ . Nous voyons que si nous avons analysé la marée théorique à la place de la marée observée, nous obtiendrons  $\xi_a$  et  $\zeta'_a$  à la place de  $X_a$  et  $Y_a$ . C'est-à-dire que  $\xi_a$  et  $\zeta'_a$  sont les nombres homologues de  $X_a$  et  $Y_a$  selon la définition de Lecolazet. Ici nous avons alors la déduction du principe des nombres homologues pour le calcul de  $\delta$  et  $\kappa$  un peu détaillé; les formules (17) et (18) coïncideront avec celles de Lecolazet si  $\Delta \xi'_a$  et  $\Delta \zeta_a$  sont négligeables. Peut-être ces formules complètes auront-elles une importance pour les ondes plus petites.

On obtiendra l'erreur quadratique moyenne  $\sigma_1$  de  $l_a$  par

$$(19) \quad \sigma_1^2 = \left[ \sum_{a=-m}^{+m} l_a^2 - \sum_{a=1}^{\nu} (X_a f_a + Y_a g_a) \right] : (2m + 1 - 2)$$

Dans  $\sigma_1$  ainsi calculé on inclut l'erreur provenant de ce qu'on a négligé les ondes secondaires dans l'équation (3). Cette erreur est cependant sans importance dans le calcul final de  $\delta$  et  $\kappa$  grâce à l'introduction des nombres homologues. Cela veut dire que d'après (19) nous obtiendrons une valeur de l'erreur un peu plus grande qu'en réalité. Quoique nous n'ayons pas approfondi cette question il nous semble qu'elle n'a guère d'importance.

Nous voulons remarquer ici que les grandeurs intermédiaires  $l_a$  peuvent être scrutées pour éviter une erreur sensible, ce qui est nécessaire comme l'a souligné Doodson [15]. Par exemple une combinaison pareille aux combinaisons de Lecolazet [16] pour l'interpolation dans les séries diurnes et semi-diurnes, d'après la suggestion de Melchior, nous montrera facilement chaque valeur extraordinaire. De même, comme les  $l_a$  sont indépendants, on pourra calculer éventuellement plus précisément  $\sigma_1$  avec cette combinaison.

L'erreur quadratique moyenne  $\sigma_L$  d'une lecture  $L$ , sera

$$(20) \quad \sigma_L = \sqrt{3,66} \cdot \sigma_1 = 1,91 \sigma_1$$

Les erreurs quadratiques moyennes de  $X_a$  et  $Y_a$  seront

$$(21) \quad \begin{aligned} \sigma_{X_a} &= \sqrt{A_{aa}} \cdot \sigma_L \\ \sigma_{Y_a} &= \sqrt{B_{aa}} \cdot \sigma_L \end{aligned}$$

Si l'erreur quadratique moyenne d'une lecture  $L$ , est égale à 1, l'erreur et le poids de  $X_a$  et  $Y_a$  seront respectivement

$$(22) \quad \begin{aligned} \sigma_{X_a} &= \sqrt{\frac{A_{aa}}{3,66 \rho_a}} & \sigma_{Y_a} &= \sqrt{\frac{B_{aa}}{3,66 \rho_a}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{X_a} &= \frac{3,66 \rho_a}{A_{aa}} & P_{Y_a} &= \frac{3,66 \rho_a}{B_{aa}} \end{aligned}$$

où  $3,66 \rho_a$  est donné dans le tableau XI.

Jusqu'ici nous avons parlé de l'analyse de la marée gravimétrique. Bien entendu toutes les considérations sont valables pour l'analyse des déviations de la verticale. Il faut remplacer le facteur  $\delta$  par le facteur  $\gamma$  et prendre le développement harmonique correspondant.

## 2. Application de la méthode à l'analyse d'enregistrements mensuels de la marée gravimétrique.

Nous voulons donner ici les indications et les tableaux nécessaires pour l'application pratique à l'analyse d'enregistrements mensuels gravimétriques de la méthode développée théoriquement au § 1.

Nous avons choisi 11 ondes principales, séparables dans un mois :  $S_2$ ,  $L_2$ ,  $M_2$ ,  $N_2$ ,  $2N_2$ ,  $OO_1$ ,  $I_1$ ,  $K_1$ ,  $M_1$ ,  $O_1$ ,  $Q_1$ . Ces symboles nous ont servi comme l'index  $\alpha$ . Nous avons pris  $m = 66$ , à qui correspond un enregistrement de 709 heures. Avec cette valeur de  $m$  les coefficients de la diagonale principale des matrices des équations normales sont les plus grands par rapport aux autres coefficients. C'est très important pour la précision et la séparation des différents groupes d'ondes.

Supposons que nous ayons un tableau contenant 709 lectures horaires consécutives, les heures en colonnes et les jours en lignes. La lecture centrale sera indiquée par  $q = 0$  et chaque cinquième lecture à droite par  $q = 1, 2, \dots, 66$  et à gauche par  $q = -1, -2, \dots, -66$ . A l'aide des grilles dans le schéma I, centrées sur les lectures indiquées, nous obtenons les grandeurs  $16 l_q^{(1)}$  et  $16 l_q^{(2)}$ .

### Schéma I

[illegible]Grille diurne pour 1<sup>(1)</sup>[illegible]Grille semi-diurne pour  $l_q^{(2)}$

Il est plus commode de ne pas diviser par 16. L'échelle du schéma I est : à un carré correspond un chiffre du tableau des lectures. On doit y découper les carrés avec +1, -4 et +6 et chaque lecture que l'on voit sera multipliée par ces coefficients.

Après cela nous formons  $l_q^{(1)} + l_q^{(1)}, l_q^{(1)} - l_q^{(1)}, l_q^{(2)} + l_q^{(2)}$  et  $l_q^{(2)} - l_q^{(2)}$  ( $q = 1, 2, \dots, 66$ ) et d'après les formules (6) et avec les tableaux II et III  $16 f_a^{(1)}, 16 g_a^{(1)}, 16 f_a^{(2)}$  et  $16 g_a^{(2)}$ . Ensuite, nous divisons par 8 et obtenons  $2 f_a^{(1)}, \dots$

Les tableaux IV et V sont les matrices des équations normales, multipliées par 2. Cette multiplication est sans importance et provient de ce que nous avons négligé le coefficient 2 dans le dénominateur des équations (7). Les tableaux VI et VII sont les matrices inverses, divisées par 2. La multiplication avec sommation de chaque colonne du tableau VI avec les colonnes de  $2 f_a^{(1)}$  et  $2 f_a^{(2)}$  et du tableau VII avec les colonnes de  $2 g_a^{(1)}$  et  $2 g_a^{(2)}$  nous donne  $X_a^{(1)}$  et  $X_a^{(2)}$  et  $Y_a^{(1)}$  et  $Y_a^{(2)}$  respectivement. On peut calculer  $X_a$  et  $Y_a$  seulement pour les ondes qui nous intéressent. Spécialement  $X_a^{(1)}$  et  $Y_a^{(1)}$  pour les ondes semi-diurnes ( $a = S_2, L_2, \dots$ ) ainsi que  $X_a^{(2)}$  et  $Y_a^{(2)}$  pour les ondes diurnes ( $a = OO_1, I_1, K_1, \dots$ ) sont sans aucune importance si l'on ne veut pas calculer  $\sigma_1$  d'après (19).

Enfin on doit calculer les nombres homologues. Nous avons prévu 79 ondes, les mêmes que dans la méthode de Lecolazet. Les «argument numbers» de ces ondes sont donnés dans le tableau I. Le calcul nécessaire des amplitudes et des phases est décrit explicitement par Lecolazet [11]. Pour notre procédé on doit multiplier  $h \cos \phi$  et  $h \sin \phi$  par le facteur d'amplitude du tableau I ou bien dans le calcul des amplitudes prendre les coefficients relatifs multipliés par nous dans le même tableau. Dans nos tableaux l'ordre des ondes est inverse de celui des tableaux en [11].

Après cela avec  $R_1 \cos \phi_1$  et  $R_1 \sin \phi_1$  et les tableaux VIII et IX nous obtenons les nombres homologues  $\xi_a$  et  $\zeta_a$  d'après (16). On peut calculer les nombres  $\Delta \xi_a$  et  $\Delta \zeta_a$  à l'aide du tableau X. On voit dans ce tableau que ces nombres ont un rôle négligeable au moins pour les ondes les plus grandes. Dans le calcul de  $\xi_a$  et  $\zeta_a$  pour les ondes diurnes on doit prendre seulement la deuxième partie des tableaux VIII et IX, parce que dès la première étape nous avons une séparation presque parfaite des ondes diurnes par rapport aux ondes semi-diurnes. Quant aux ondes semi-diurnes, après la résolution des équations normales nous avons de même une séparation satisfaisante par rapport aux ondes diurnes. Néanmoins il faudra prendre quelques ondes diurnes, spécialement  $P_1$  ( $i = 48$ ).

Après avoir obtenu  $X_a$  et  $Y_a$  et  $\xi_a$  et  $\zeta_a$  on en déduit facilement d'après (17) et (18)  $\delta_a$  et  $\kappa_a$ .

On peut calculer les différentes erreurs d'après (19), (20) et (21). On peut obtenir les erreurs en  $\delta_a$  et  $\kappa_a$  ainsi qu'en chaque fonction de  $X_a$  et  $Y_a$  comme si  $X_a$  et  $Y_a$  étaient indépendants.

### 3. Comparaison avec d'autres méthodes d'analyse harmonique.

Une comparaison entre deux méthodes d'analyse exige naturellement une étude approfondie sur matériel expérimental ainsi que théorique. Nous proposons une brève comparaison du point de vue seulement de quelques qualités théoriques.

Le tableau XII contient les erreurs quadratiques moyennes de  $X_a$  et  $Y_a$  d'après (22) et les valeurs correspondantes pour les méthodes de combinaisons linéaires. Les dernières sont empruntées à Lecolazet [17]. On y suppose que l'erreur d'une lecture est égale à 1. On voit que dans notre méthode il y a une petite amélioration de la précision. La méthode de Pertzev [12] donne des erreurs plus petites en  $K_1$  et  $S_2$  mais cette méthode exige une élimination préliminaire de la dérive.

Le tableau XIII contient les relations entre le poids de  $X_a$  et  $Y_a$  et le poids des valeurs correspondantes dans les autres méthodes. Les coefficients nous montrent combien de matériel d'observation de plus il serait nécessaire d'élaborer par une autre méthode pour obtenir la précision de notre méthode pour une onde donnée.

Dans le tableau XIV on voit que nos combinaisons éliminent mieux la dérive que les autres. Nous croyons qu'on peut en attendre une augmentation de la précision plus essentielle que celle montrée dans le tableau XII. Les données pour le tableau XIV ont été empruntées à Lennon [18].

Quant à la séparation des différents groupes d'ondes on voit que les coefficients des tableaux VIII et IX sont très proches des coefficients correspondants dans la méthode de Lecolazet [11]. D'après Melchior [19] cette séparation est satisfaisante. Nous n'avons pas pourtant une séparation parfaite des ondes semi-diurnes à partir des ondes diurnes. Tout de même par des considérations analogues à celles de Melchior on peut montrer que cela n'a pas d'importance. Sinon, comme les ondes diurnes sont déterminées sans l'interférence des ondes semi-diurnes, on peut facilement introduire des corrections analogues à celles de la méthode de Doodson.

Concernant la méthode des moindres carrés de Horn [5] on doit dire qu'elle assure théoriquement une meilleure précision. Il est peut-être préférable de réaliser l'approximation de la dérive par des polynômes cubiques en intervalles de 25 heures et 49 heures, 5 heures par 5 heures, par un polynôme même de degré fort élevé (jusqu'à 24) sur tout un mois. En outre, ce qui n'est pas du tout décisif, mais qui a son importance, cette méthode est plus difficile pour la pratique et exige un calculateur électronique. La méthode de Horn ne procure pas des grandeurs intermédiaires que l'on pourra étudier spécialement.

En conclusion nous voulons ajouter que la méthode exposée théoriquement au § 1 peut être employée en pratique pour l'analyse d'enregistrements plus longs qu'un mois et aussi quand les lectures sont prises sur des intervalles différents de 1 heure. Le premier cas est de plus en plus nécessaire par suite de la création des stations permanentes. Quand on dispose de lectures par un intervalle inférieur à une heure, par exemple 30 minutes, la méthode peut être appliquée en décalant les combinaisons (1) d'un intervalle correspondant inférieur à 5 heures, par exemple 2 h 30 m. Cela sera utilisable peut-être dans les nouveaux procédés d'enregistrement projetés par Longman [20] et Melchior [21].

Tableau I - facteurs d'amplitude  $\rho_i^{(1)}$  de la combinaison  $1/16.Z_6^4$ ,  
facteurs d'amplitude  $\rho_i^{(2)}$  de la combinaison  $1/16.Z_3^4$   
et coefficients relatifs multipliés par  $\rho_i^{(1)}$  et  $\rho_i^{(2)}$

| index<br>$\alpha$ | index<br>$i$ | Argument<br>number<br>Doodson | (2)<br>$\rho_i$ | coef.<br>rel. $10^6$ | (1)<br>$\rho_i$ | coef.<br>rel. $10^6$ |
|-------------------|--------------|-------------------------------|-----------------|----------------------|-----------------|----------------------|
| $S_2$             | 1            | 255 465                       | .998            | 140                  |                 |                      |
|                   | 2            | 455                           | .998            | 320                  |                 |                      |
|                   | 3            | 275 575                       | 1.000           | 186                  |                 |                      |
|                   | 4            | 565                           | 1.0000          | 1712                 |                 |                      |
|                   | 5            | 585                           | 1.0000          | 5753                 |                 |                      |
|                   | 6            | 274 554                       | 1.000           | 177                  |                 |                      |
|                   | 7            | 273 555                       | 1.00000         | 21179                | .0000           |                      |
|                   | 8            | 272 556                       | 1.0000          | 1240                 |                 |                      |
|                   | 9            | 265 665                       | .999            | 141                  |                 |                      |
|                   | 10           | 265 655                       | .999            | 320                  |                 |                      |
| $L_1$             | 11           | 555                           | .999            | 393                  |                 |                      |
|                   | 12           | 455                           | .998            | 1282                 | .0000           |                      |
|                   | 13           | 263 655                       | .998            | 334                  |                 |                      |
|                   | 14           | 256 554                       | .995            | 137                  |                 |                      |
| $M_1$             | 15           | 255 555                       | .99435          | 45149                | .0001           |                      |
|                   | 16           | 545                           | .9943           | 1633                 |                 |                      |
|                   | 17           | 254 556                       | .994            | 156                  |                 |                      |
|                   | 18           | 253 755                       | .994            | 135                  |                 |                      |
| $N_1$             | 19           | 247 455                       | .9979           | 1632                 |                 |                      |
|                   | 20           | 245 655                       | .9967           | 8577                 | .0007           |                      |
|                   | 21           | 645                           | .997            | 320                  |                 |                      |
|                   | 22           | 555                           | .987            | 421                  |                 |                      |
| $2N_1$            | 23           | 237 555                       | .9776           | 1537                 |                 |                      |
|                   | 24           | 235 755                       | .9759           | 1122                 | .0023           |                      |
|                   | 25           | 655                           | .976            | 114                  |                 |                      |
|                   | 26           | 227 655                       | .964            | 323                  |                 |                      |
| $OO_1$            | 27           | 225 855                       | .962            | 125                  |                 |                      |
|                   | 28           | 195 465                       | .945            |                      | .939            | 137                  |
|                   | 29           | 455                           | .945            |                      | .939            | 292                  |
|                   | 30           | 185 575                       | .913            |                      | .972            | 212                  |
|                   | 31           | 565                           | .913            | 325                  | .9717           | 1003                 |
|                   | 32           | 555                           | .913            | 506                  | .9719           | 1577                 |
|                   | 33           | 355                           | .912            |                      | .972            | 232                  |
|                   | 34           | 183 555                       | .908            |                      | .976            | 480                  |
|                   | 35           | 175 555                       | .902            |                      | .992            | 236                  |
|                   | 36           | 465                           | .902            |                      | .992            | 582                  |
| $J_1$             | 37           | 455                           | .902            | 836                  | .9925           | 2942                 |
|                   | 38           | 173 665                       | .978            |                      | .994            | 111                  |
|                   | 39           | 655                           | .978            |                      | .994            | 563                  |
|                   | 40           | 167 555                       | .957            |                      | 1.000           | 756                  |
|                   | 41           | 166 554                       | .954            |                      | 1.000           | 423                  |
|                   | 42           | 155 575                       | .951            |                      | 1.000           | 154                  |
|                   | 43           | 565                           | .951            | 1803                 | 1.0000          | 7182                 |
|                   | 44           | 555                           | .951            | 13369                | .99996          | 53046                |
|                   | 45           | 545                           | .952            | 265                  | 1.0000          | 1050                 |
|                   | 46           | 164 556                       | .950            |                      | 1.000           | 422                  |
| $K_1$             | 47           | 554                           | .950            |                      | 1.000           | 147                  |
|                   | 48           | 163 555                       | .946            | 4361                 | 1.0000          | 17584                |
|                   | 49           | 545                           | .946            |                      | 1.000           | 199                  |
|                   | 50           | 162 556                       | .946            |                      | .9998           | 1029                 |
|                   | 51           | 157 465                       | .923            |                      | .996            | 122                  |
|                   | 52           | 455                           | .923            |                      | .996            | 564                  |
|                   | 53           | 155 665                       | .924            |                      | .994            | 550                  |
|                   | 54           | 655                           | .924            | 664                  | .9944           | 2947                 |
|                   | 55           | 555                           | .924            |                      | .994            | 657                  |
|                   | 56           | 455                           | .924            |                      | .9942           | 1059                 |
| $M_1$             | 57           | 445                           | .924            |                      | .994            | 196                  |
|                   | 58           | 153 655                       | .924            |                      | .992            | 276                  |
|                   | 59           | 147 565                       | .902            |                      | .973            | 103                  |
|                   | 60           | 147 555                       | .902            |                      | .973            | 401                  |
|                   | 61           | 146 554                       | .900            |                      | .973            | 112                  |
|                   | 62           | 145 755                       | .998            |                      | .973            | 237                  |
|                   | 63           | 655                           | .998            |                      | .973            | 105                  |
|                   | 64           | 555                           | .998            | 7462                 | .97574          | 36775                |
|                   | 65           | 545                           | .998            | 1410                 | .9757           | 6932                 |
|                   | 66           | 535                           | .998            |                      | .976            | 213                  |
| $O_1$             | 67           | 144 556                       | .990            |                      | .974            | 127                  |
|                   | 68           | 143 755                       | .980            |                      | .972            | 110                  |
|                   | 69           | 137 455                       | .977            | 243                  | .9498           | 1302                 |
|                   | 70           | 445                           | .975            |                      | .950            | 245                  |
|                   | 71           | 135 655                       | .973            | 1248                 | .945            | 6820                 |
|                   | 72           | 645                           | .973            |                      | .9449           | 1285                 |
|                   | 73           | 555                           | .973            |                      | .945            | 199                  |
|                   | 74           | 127 555                       | .954            |                      | .9094           | 1048                 |
|                   | 75           | 545                           | .954            |                      | .909            | 193                  |
|                   | 76           | 125 755                       | .951            |                      | .903            | 863                  |
| $Q_1$             | 77           | 745                           | .951            |                      | .903            | 163                  |
|                   | 78           | 117 655                       | .933            |                      | .859            | 239                  |
|                   | 79           | 115 855                       | .930            |                      | .821            | 92                   |

Tableau II -  $\cos \omega_1 q$

| $\frac{q}{\omega_1}$ | $S_2$  | $L_2$ | $M_2$ | $N_2$ | $2N_2$ | $OO_1$ | $I_1$ | $K_1$ | $M_1$ | $O_1$ | $Q_1$ |
|----------------------|--------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0                    | 10000  | 10000 | 10000 | 10000 | 10000  | 10000  | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 | 10000 |
| 1                    | -3600  | -6447 | -8184 | -7802 | -7802  | 1616   | 2091  | 2554  | 3010  | 3467  | 3909  |
| 2                    | 5000   | 4370  | 5594  | 2497  | 1556   | -3477  | -3125 | -8686 | -8185 | -7596 | -6945 |
| 3                    | 0000   | 1232  | 3629  | 3972  | 5235   | -4381  | -5909 | -6994 | -7989 | -8784 | -9367 |
| 4                    | -5000  | -6351 | -7696 | -8764 | -3515  | 7969   | 6654  | 5123  | 3409  | 1540  | -0354 |
| 5                    | 8460   | 3493  | 9962  | 9877  | 9291   | 7256   | 8691  | 9611  | 9991  | 9902  | 9061  |
| 6                    | -10000 | -9697 | -8616 | -6844 | -4518  | -5817  | -3017 | -0215 | 2605  | 5256  | 7426  |
| 7                    | 6660   | 6883  | 4137  | 0939  | -2592  | -5072  | -9954 | -9721 | -8423 | -6156 | -3247 |
| 8                    | -5000  | -1932 | 1846  | 5360  | 8110   | 2682   | -1146 | -4750 | -7675 | -9526 | -9975 |
| 9                    | 0000   | -3619 | -7159 | -8409 | -9966  | 9940   | 9474  | 7298  | 8903  | -0447 | -4549 |
| 10                   | 5000   | 8047  | 9871  | 9510  | 7042   | 0330   | 5110  | 6476  | 9964  | 9215  | 6419  |
| 11                   | -8660  | -9975 | -8997 | -5618 | -0739  | -9769  | -7837 | -2987 | 2195  | 6227  | 9567  |
| 12 $\equiv 0$        |        | 8306  | 4655  | -0631 | -5917  | -3639  | -8179 | -9991 | -8643 | -4474 | 1059  |
| 13 $\equiv 1$        |        | -4901 | 1051  | 6616  | 9736   | 8575   | 3915  | -2135 | -7397 | -9940 | -8739 |
| 14 ...               |        | -0525 | -6575 | -9624 | -8684  | 6463   | 9917  | 8900  | 4190  | -2410 | -7590 |
| 15                   |        | 5758  | 9711  | 8908  | 3770   | -6485  | 0190  | 6631  | 9920  | 8264  | 3571  |
| 16                   |        | -9253 | -9319 | -4255 | 3152   | -6360  | -9737 | -5488 | 1781  | 6147  | 9900  |
| 17                   |        | 9846  | 5541  | -2185 | -8562  | 3717   | -4264 | -9484 | -6847 | -2315 | 5167  |
| 18                   |        | -7390 | 0250  | 7708  | 9865   | 9762   | 7954  | 0645  | -7103 | -9960 | -5861 |
| 19                   |        | 2622  | -5350 | -9995 | -6436  | -0560  | 7590  | 9813  | 4569  | -4291 | -9749 |
| 20                   |        | 2949  | 9488  | 8037  | -0080  | -3944  | -4773 | 4366  | 9853  | 6984  | -1759 |
| 21                   |        | -7605 | -3580 | -2785 | 6559   | -2654  | -9590 | -7582 | 1366  | 9134  | 8273  |
| 22                   |        | 9299  | 6191  | -3686 | -9990  | 9085   | 0767  | -8239 | -9036 | -0351 | 8205  |
| 23                   |        | -9120 | -0553 | 6610  | 9478   | 5592   | 5910  | 3374  | -6805 | -9586 | -1882 |
| 24                   |        | 5502  | -5266 | -9920 | -2997  | -7277  | 3979  | 9263  | 4929  | -5296 | -9776 |
| 25                   |        | -0135 | 9204  | 7067  | -3920  | -7945  | -0497 | 1714  | 9776  | 5429  | -5760 |
| 26                   |        | -5195 | -9779 | -1246 | 8957   | 4707   | -6953 | -9056 | 0946  | 9760  | 5273  |
| 27                   |        | 8962  | 6801  | -5096 | -3697  | 9468   | 5596  | -8855 | -9203 | 1336  | 9882  |
| 28                   |        | -9945 | -1352 | 9300  | 5766   | -1645  | 3274  | 5842  | -6469 | -6631 | 2451  |
| 29                   |        | 7541  | -4586 | -9601 | 0901   | -10000 | -1718 | 9239  | 5302  | -7462 | -7965 |
| 30                   |        | -3200 | 9861  | 5000  | -7157  | -1697  | -9993 | -1073 | 3651  | 3657  | -6175 |
| 31                   |        | -2205 | -9915 | 0321  | 9970   | 9497   | -2469 | -9937 | 0625  | 3125  | 1119  |

| $\frac{d}{g}$ | $L_2$ | $M_2$ | $M_2$ | $2N_2$ | $00_1$ | $I_1$ | $K_1$ | $M_1$ | $O_1$ | $Q_1$ |
|---------------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 32            | 7125  | 7887  | -8980 | -8014  | 4355   | 5903  | -8978 | -9335 | 3274  | 9304  |
| 33            | -8774 | -2144 | 9761  | 2204   | -7931  | 6211  | 7856  | -8168 | -7727 | 6242  |
| 34            | 9387  | -3259 | -9045 | 4662   | -7236  | -6264 | 7938  | 5655  | -8632 | -4652 |
| 35            | -6085 | 8460  | 4532  | -9298  | 5641   | -8674 | -8777 | 9567  | 1742  | -9993 |
| 36            | 0894  | -8963 | 1362  | 9464   | 9060   | 2652  | -9317 | 0105  | 9340  | -8150 |
| 37            | 4576  | 7806  | -7507 | -5098  | -2711  | 9953  | -1288 | -9505 | 5021  | 7518  |
| 38            | -8624 | -2920 | 9981  | -1716  | -9337  | 1525  | 3253  | -5325 | -6312 | 9007  |
| 39            | 9393  | -3107 | -9266 | 7706   | -0502  | -9346 | 6017  | 5999  | -9461 | -0470 |
| 40            | -3260 | 6005  | 3081  | -9999  | 9775   | -6433 | -8155 | 9436  | -0243 | -9331 |
| 41            | 3962  | -9995 | 3397  | 7495   | 5682   | 7074  | -9176 | -0316 | 9293  | -6353 |
| 42            | 1583  | 8354  | -5449 | -1395  | -2590  | 6332  | 1493  | -3027 | 9386  | 4023  |
| 43            | -6610 | -3678 | 9955  | -5372  | -8440  | -3532 | 9942  | -5477 | -4656 | 9939  |
| 44            | 9300  | -2834 | -7233 | 9562   | 6508   | -3632 | 3577  | 6330  | -9915 | 3794  |
| 45            | -9603 | 7498  | 1554  | -9167  | 8345   | -0572 | -6115 | 9267  | -2213 | -7034 |
| 46            | 8632  | -9939 | 4827  | 4373   | -3744  | 9643  | -7723 | -0733 | 9377  | -9292 |
| 47            | -1537 | 8768  | -8182 | 2519   | -9756  | 4604  | 4171  | -3732 | 8027  | -0223 |
| 48            | -3935 | -4412 | 9683  | -8203  | 0330   | -7717 | 9252  | -5113 | -2312 | 9113  |
| 49            | 9243  | -1546 | -6119 | 9952   | 9947   | -7334 | 0861  | 6651  | -9976 | 7232  |
| 50            | -9993 | 6945  | -0012 | -6926  | 2625   | 4440  | -8413 | 9123  | -4106 | -3335 |
| 51            | 8639  | -9818 | 6133  | 0379   | -9097  | 9331  | -5663 | -1160 | 7129  | -9933 |
| 52            | -4602 | 9126  | -9689 | 6047   | -5537  | -0327 | 6313  | -3821 | 9049  | -4433 |
| 53            | -0363 | -5118 | 9173  | -9772  | 7297   | -9352 | 3997  | -4753 | -0654 | 6514  |
| 54            | 6061  | -0748 | -4807 | 8508   | 7327   | -3735 | -1324 | 6330  | -9642 | 9530  |
| 55            | -9377 | 6343  | -1577 | -3619  | -4738  | 8230  | -9379 | 6942  | -6031 | 0933  |
| 56            | 9730  | -9634 | 7299  | -3305  | -9456  | 7203  | -3173 | -1576 | 5599  | -8799 |
| 57            | -7147 | 9425  | -9956 | 8645   | 1675   | -3277 | 8332  | -3932 | 9713  | -7813 |
| 58            | 2294  | -5791 | 8436  | -9337  | 10000  | -9410 | 7142  | -4377 | 1136  | 2691  |
| 59            | 3272  | 0054  | -3374 | 6311   | 1537   | 1340  | -4537 | 7356  | -8325 | 9917  |
| 60            | -7322 | 5703  | -3103 | 0243   | -9496  | 9272  | -9770 | 3745  | -7324 | 5030  |
| 61            | 9942  | -9393 | 8279  | -6651  | -4626  | 2620  | -0432 | -1392 | 3347  | -5331 |
| 62            | -8975 | 9693  | -9979 | 9913   | 7999   | -8737 | 5643  | -9345 | 9932  | -9720 |
| 63            | 5221  | -6427 | 7491  | -8391  | 7215   | -8506 | 5300  | -3134 | 3060  | -1637 |
| 64            | 0155  | 0856  | -1856 | 2642   | -5666  | 6065  | -6320 | 7340  | -7555 | 9440  |
| 65            | -5482 | 5025  | -4554 | 4069   | -9046  | 9043  | -8304 | 5333  | -5527 | 5233  |
| 66            | 9103  | -9081 | 9055  | -9026  | 2740   | -2234 | 2343  | -2104 | 1942  | -2004 |

Tableau III -  $\sin \omega_1 q$

| $q$ | $s_2$  | $I_2$ | $M_2$ | $N_2$ | $2N_2$ | $00_1$ | $I_1$ | $K_1$ | $M_1$ | $O_1$ | $Q_1$ |
|-----|--------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0   | 0      | 0     | 0     | 0     | 0      | 0      | 0     | 0     | 0     | 0     | 0     |
| 1   | 5000   | 5352  | 5747  | 6129  | 6497   | 9869   | 9779  | 9668  | 9536  | 9380  | 9204  |
| 2   | -8660  | -9042 | -9406 | -9686 | -9988  | 3191   | 4091  | 4933  | 5740  | 6504  | 7195  |
| 3   | 10000  | 9924  | 9645  | 9177  | 8520   | -5837  | -6068 | -7147 | -6081 | -4869 | -3580 |
| 4   | -8660  | -7724 | -6885 | -4816 | -3075  | -6049  | -7465 | -8588 | -9401 | -9881 | -9994 |
| 5   | 5000   | 5125  | 4802  | -1566 | -3846  | 6881   | 4945  | 2761  | 0422  | -1981 | -4281 |
| 6   | 0      | 2445  | 5072  | 7290  | 8921   | 8274   | 9534  | 9998  | 9655  | 8507  | 6666  |
| 7   | -5000  | -7254 | -9104 | -9956 | -9717  | -4206  | -0957 | 2345  | 5391  | 7879  | 9458  |
| 8   | 8660   | 9812  | 9826  | 8442  | 5851   | -9654  | -9924 | -8800 | -6410 | -3044 | 0706  |
| 9   | -10000 | -9322 | -6982 | -3386 | 0821   | 1090   | -3200 | -6639 | -9249 | -9990 | -8905 |
| 10  | 8660   | 5937  | 1599  | -3092 | -7099  | 9986   | 8596  | 5307  | 0842  | -3683 | -7668 |
| 11  | -5000  | -0709 | 4364  | 8273  | 9973   | 2139   | 6794  | 9550  | 9756  | 7298  | 2912  |
| 12  |        | -4739 | -8742 | -9980 | -8061  | -9295  | -5754 | -0430 | 5030  | 8943  | 9944  |
| 13  |        | 8716  | 9945  | 7499  | 2284   | -5144  | -9202 | -9769 | -6729 | -1097 | 4862  |
| 14  |        | -9986 | -7534 | -1870 | 4591   | 7631   | 1905  | -4560 | -9080 | -9703 | -6144 |
| 15  |        | 8155  | 2387  | -4543 | -9262  | 7612   | 9998  | 7441  | 1262  | -5621 | -9664 |
| 16  |        | -3791 | 3628  | 9050  | 9490   | -5170  | 2277  | 8360  | 9840  | 5799  | -1411 |
| 17  |        | -1750 | -6324 | -9758 | -5167  | -9284  | -9045 | -3171 | 4661  | 9652  | 8562  |
| 18  |        | 6746  | 9997  | 6371  | -1637  | 2168   | -6061 | -9979 | -7034 | 0894  | 8102  |
| 19  |        | -9650 | -8038 | -0309 | 7654   | 9924   | 6510  | -1925 | -6895 | -9033 | -2227 |
| 20  |        | 9555  | 3158  | -5882 | -10000 | 1061   | 8785  | 8396  | 1680  | -7157 | -9844 |
| 21  |        | -6483 | 2869  | 9604  | 7548   | -9641  | -2635 | 6520  | 9906  | 4070  | -5467 |
| 22  |        | 1414  | -7853 | -9296 | -1476  | -4179  | -9971 | -5607 | 4283  | 9979  | 5570  |
| 23  |        | 4103  | 9385  | 5086  | -5304  | 8290   | -1335 | -9414 | -7328 | 2849  | 9821  |
| 24  |        | -8346 | -8489 | 1259  | 9540   | 6859   | 9411  | 0859  | -8695 | -8003 | 2106  |
| 25  |        | 9998  | 3909  | -7075 | -9200  | -6072  | 5273  | 9852  | 2094  | -8398 | -8174 |
| 26  |        | -5545 | 2091  | 9922  | 4446   | -8823  | -7207 | 4172  | 9955  | 2180  | -8497 |
| 27  |        | 4437  | -7331 | -8604 | 2441   | 3219   | -8287 | -7721 | 3899  | 9910  | 1553  |
| 28  |        | 1047  | 9908  | 3675  | -8156  | 9864   | 3740  | -8116 | -7609 | 4692  | 9695  |
| 29  |        | -6206 | -8865 | 2797  | 9959   | -0030  | 9851  | 3576  | -8479 | -6658 | 6046  |
| 30  |        | 9440  | 4635  | -8094 | -6984  | -9873  | 0380  | 9942  | 2504  | -9307 | -4970 |
| 31  |        | -9740 | 1299  | 9995  | 0658   | -3163  | -9692 | 1501  | 9986  | 0204  | -9930 |
| 32  |        | 7016  | -6762 | -7700 | 5982   | 8851   | -4435 | -9175 | 3507  | 9449  | -2792 |
| 33  |        | -2113 | 9767  | 2172  | -0754  | 6092   | 9999  | 9999  | 9999  | 9999  | 9999  |

| $\phi$ | $S_2$ | $L_2$ | $M_2$  | $N_2$  | $2N_2$ | $00_1$ | $I_1$ | $K_1$ | $M_1$ | $0_1$ | $Q_1$ |
|--------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 34     |       | -3446 | -9225  | 4260   | 5847   | -6303  | 7714  | 6015  | -6247 | -5048 | 3848  |
| 35     |       | 7326  | 5322   | -6314  | -3694  | -8257  | -4610 | 9259  | 2910  | -9647 | -0830 |
| 36     |       | -9960 | 0499   | 9821   | -3229  | 4233   | -9642 | -1266 | 9999  | -1779 | -9498 |
| 37     |       | 5992  | -6145  | -6307  | 5604   | 9625   | 0577  | -3917 | 3108  | 8613  | -6593 |
| 38     |       | -5062 | 9564   | 0619   | -3652  | -1120  | 9883  | -3778 | -6126 | 7732  | 4344  |
| 39     |       | -0338 | -9505  | 5028   | 6273   | -3987  | 3558  | 7987  | -8001 | -3233 | 9989  |
| 40     |       | 5636  | 5933   | -3614  | 0162   | -2110  | -8395 | 7857  | 3312  | -9397 | 3464  |
| 41     |       | -2162 | -0504  | 9403   | -6620  | 9305   | -7069 | -3975 | 9995  | -3694 | -7290 |
| 42     |       | 9876  | -5456  | -5343  | 3902   | 5119   | 5438  | -9827 | 2704  | 7436  | -9155 |
| 43     |       | -7303 | 9239   | -0952  | -8434  | -7650  | 9344  | -1075 | -8367 | 8550  | 0124  |
| 44     |       | 2800  | -3724  | 6353   | 2920   | -7593  | -1520 | 9328  | -7742 | -1300 | 9252  |
| 45     |       | 2771  | 6616   | -3979  | 5935   | 5195   | -9984 | 5344  | 3707  | -3751 | 7108  |
| 46     |       | -7434 | -1105  | 9758   | -0993  | 9272   | -2347 | -3353 | 9973  | -3461 | -8696 |
| 47     |       | 9572  | -4906  | -3331  | 9673   | -2197  | 6377  | -9039 | 2297  | 5934  | -9997 |
| 48     |       | -9133 | 9374   | -2439  | -5720  | -6983  | 6359  | 1712  | -8590 | 9597  | -4118 |
| 49     |       | 5661  | -9880  | 7909   | -0933  | -1031  | -3216 | 9963  | -7466 | 0690  | 6778  |
| 50     |       | -0270 | 7196   | -10000 | 7213   | 9649   | -6930 | 3276  | 4094  | -3118 | 9417  |
| 51     |       | -5036 | -1899  | 7894   | -9963  | 4152   | 2466  | -6236 | 9933  | -7013 | 0522  |
| 52     |       | 6875  | -4069  | -2475  | 7964   | -8307  | 9936  | -7584 | 1384  | 4256  | -8961 |
| 53     |       | -9935 | 9591   | 3953   | -2125  | -6838  | 1712  | 4365  | -3798 | 9363  | -7587 |
| 54     |       | 7954  | -9972  | 9769   | -4735  | 6096   | -9276 | 9913  | -7160 | 2652  | 3030  |
| 55     |       | -3474 | 7730   | -9275  | 9322   | 8809   | -5592 | 0647  | 4476  | -8124 | 9956  |
| 56     |       | -2004 | -2631  | 6835   | -9436  | -3247  | 6337  | -9453 | 9975  | -8235 | 4752  |
| 57     |       | 5995  | -3342  | -0927  | 5027   | -9859  | 8494  | -5490 | 1468  | 2380  | -6242 |
| 58     |       | -5739 | 8152   | -5370  | 1797   | 0059   | -3364 | 6680  | -9991 | 9935  | -9631 |
| 59     |       | 9449  | -10000 | 9414   | -7737  | 9876   | -9910 | 8901  | -6681 | 4509  | -1288 |
| 60     |       | -6231 | 8215   | -9506  | 9997   | 3135   | -0762 | -2134 | 4350  | -6808 | 2625  |
| 61     |       | 1077  | -3445  | 5609   | -7441  | -8864  | 9591  | -9991 | 9800  | -9230 | 8029  |
| 62     |       | 4410  | -2576  | 0642   | 1316   | -3001  | 4773  | -2969 | 1049  | 0408  | -2348 |
| 63     |       | -0623 | 7661   | -5925  | 5441   | 6924   | -7594 | 6475  | -9138 | 9515  | -9865 |
| 64     |       | 9999  | -9162  | 9326   | -9533  | 6240   | -7951 | 7297  | -6536 | 6188  | -5363 |
| 65     |       | -8263 | 8646   | -6903  | 9135   | -4259  | 4269  | -4749 | 5315  | -5222 | 5673  |
| 66     |       | 4123  | -4197  | 4314   | -4300  | -3617  | 9736  | -9722 | 9707  | -9610 | 9797  |

Tableau IV - coefficients des équations normales  $A_{\alpha} \cdot 2.10^3$

| $\alpha$ | $S_2$   | $I_2$   | $M_2$   | $N_2$   | $2N_2$  | $00_1$  | $I_1$   | $K_1$   | $M_1$   | $O_1$   | $Q_1$   | $\alpha$ |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| $S_2$    | 134 000 | 13 936  | - 8 280 | 5 044   | - 3 471 | - 2 335 | 2 226   | - 2 145 | 2 097   | - 1 506 | 1 856   | $S_2$    |
| $I_2$    |         | 132 471 | - 259   | 304     | - 347   | 2 337   | - 2 157 | 2 077   | - 2 002 | 1 833   | - 1 766 | $I_2$    |
| $M_2$    |         |         | 132 566 | - 347   | 367     | - 2 332 | 2 204   | - 2 120 | 2 042   | - 1 863 | 1 799   | $M_2$    |
| $N_2$    |         |         |         | 132 049 | - 425   | 2 430   | - 2 257 | 2 169   | - 2 083 | 1 907   | - 1 834 | $N_2$    |
| $2N_2$   |         |         |         |         | 132 722 | - 2 520 | 2 317   | - 2 223 | 2 136   | - 1 950 | 1 874   | $2N_2$   |
| $00_1$   |         |         |         |         |         | 132 064 | - 1 950 | 1 879   | - 438   | 240     | - 607   | $00_1$   |
| $I_1$    |         |         |         |         |         |         | 132 008 | 262     | - 272   | - 453   | 258     | $I_1$    |
| $K_1$    |         |         |         |         |         |         |         | 131 990 | 283     | 315     | - 453   | $K_1$    |
| $M_1$    |         |         |         |         |         |         |         |         | 131 966 | - 1 308 | 793     | $M_1$    |
| $O_1$    |         |         |         |         |         |         |         |         |         | 131 935 | 338     | $O_1$    |
| $Q_1$    |         |         |         |         |         |         |         |         |         |         | 131 914 | $Q_1$    |

Tableau V - coefficients des équations normales  $B_{\alpha} \cdot 2.10^3$

| $\alpha$ | $S_2$   | $I_2$   | $M_2$   | $N_2$   | $2N_2$  | $00_1$  | $I_1$   | $K_1$   | $M_1$   | $O_1$   | $Q_1$   | $\alpha$ |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|
| $S_2$    | 132 000 | 1 312   | - 3 734 | 5 532   | - 4 061 | - 335   | 303     | - 367   | 831     | - 303   | 780     | $S_2$    |
| $I_2$    |         | 133 529 | - 1 217 | 1 172   | - 1 129 | 359     | - 271   | 229     | - 190   | 119     | - 86    | $I_2$    |
| $M_2$    |         |         | 133 434 | - 1 129 | 1 039   | - 450   | 556     | - 303   | 234     | - 183   | 153     | $M_2$    |
| $N_2$    |         |         |         | 133 351 | - 1 051 | 566     | - 445   | 391     | - 342   | 261     | - 232   | $N_2$    |
| $2N_2$   |         |         |         |         | 133 270 | - 650   | 539     | - 479   | 424     | - 338   | 294     | $2N_2$   |
| $00_1$   |         |         |         |         |         | 133 935 | - 3 320 | 2 331   | - 2 470 | 2 660   | - 2 649 | $00_1$   |
| $I_1$    |         |         |         |         |         |         | 133 931 | - 1 738 | 1 749   | - 2 515 | 2 338   | $I_1$    |
| $K_1$    |         |         |         |         |         |         |         | 134 010 | - 1 759 | 2 395   | - 2 555 | $K_1$    |
| $M_1$    |         |         |         |         |         |         |         |         | 134 032 | - 4 005 | 2 917   | $M_1$    |
| $O_1$    |         |         |         |         |         |         |         |         |         | 134 065 | - 1 814 | $O_1$    |
| $Q_1$    |         |         |         |         |         |         |         |         |         |         | 134 086 | $Q_1$    |

Tableau VII - coefficients de la matrice inverse des équations normales  $B_{43} \cdot 1/2 \cdot 10^8$ 

| $\alpha$ | $S_2$    | $L_2$    | $M_2$   | $N_2$   | $2N_2$  | $OO_1$  | $I_1$   | $K_1$   | $M_1$   | $O_1$   | $Q_1$   |
|----------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $S_2$    | 779 602  | -112 351 | 49 317  | -31 192 | 22 252  | 3 618   | -5 373  | 5 082   | -4 574  | 4 404   | -4 381  |
| $L_2$    | -112 351 | 765 274  | -452    | -1 902  | 3 005   | -2 639  | 2 123   | -1 372  | 1 612   | -1 153  | 1 153   |
| $M_2$    | 49 317   | -432     | 752 514 | 4 217   | -4 562  | 2 564   | -2 145  | 1 577   | -1 611  | 1 153   | -1 153  |
| $N_2$    | -31 192  | -1 902   | 4 217   | 751 566 | 4 273   | -3 154  | 2 479   | -2 127  | 1 597   | -1 139  | 1 139   |
| $2N_2$   | 22 252   | 3 005    | -4 562  | 4 573   | 751 141 | 3 505   | -2 312  | 2 581   | -2 265  | 1 733   | -1 733  |
| $OO_1$   | 3 618    | -2 639   | 2 564   | -3 154  | 3 503   | 749 445 | 20 934  | -14 732 | 12 529  | -14 742 | 12 529  |
| $I_1$    | -5 373   | 2 123    | -2 145  | 2 479   | -2 912  | 20 934  | 747 674 | 8 574   | -9 548  | 12 127  | -12 127 |
| $K_1$    | 5 082    | -1 372   | 1 577   | -2 127  | 2 581   | -14 732 | 8 574   | 747 664 | 8 581   | -13 161 | 13 161  |
| $M_1$    | -4 574   | 1 612    | -1 611  | 1 597   | -2 265  | 12 529  | -8 548  | 8 631   | 747 569 | 21 403  | -21 403 |
| $O_1$    | 4 404    | -1 153   | 1 139   | -1 139  | 1 733   | -14 642 | 12 926  | -15 181 | 21 469  | 747 583 | -7 583  |
| $Q_1$    | -4 381   | 1 153    | -957    | 1 202   | -1 512  | 13 321  | -12 054 | 13 254  | -15 274 | 3 311   | 957     |

Tableau VI - coefficients de la matrice inverse des équations normales  $\bar{A}_{43} \cdot 1/2 \cdot 10^8$ 

| $\alpha$ | $S_2$    | $L_2$    | $M_2$   | $N_2$   | $2N_2$  | $OO_1$  | $I_1$   | $K_1$   | $M_1$   | $O_1$   | $Q_1$   |
|----------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $S_2$    | 763 102  | -110 922 | 49 055  | -30 221 | 21 060  | 17 137  | -16 213 | 15 690  | -15 017 | 12 333  | -12 337 |
| $L_2$    | -110 922 | 771 974  | -6 688  | 3 732   | -2 193  | -15 412 | 14 459  | -13 998 | 12 403  | -12 212 | 11 117  |
| $M_2$    | 49 055   | -6 688   | 756 574 | -1 074  | 232     | 14 317  | -12 402 | 12 962  | -12 403 | 11 134  | -10 117 |
| $N_2$    | -30 221  | 3 732    | -1 074  | 753 204 | 417     | -14 033 | 13 290  | -12 042 | 12 270  | -11 034 | 10 117  |
| $2N_2$   | 21 060   | -2 193   | 232     | 417     | 753 240 | 14 374  | -13 420 | 12 946  | -12 361 | 11 127  | -10 134 |
| $OO_1$   | 17 137   | -16 213  | 14 317  | -14 033 | 14 374  | 753 605 | 10 147  | -93 210 | 1 545   | -3 574  | 2 411   |
| $I_1$    | -16 213  | 14 459   | -13 402 | 13 290  | -13 420 | 10 147  | 753 591 | -2 742  | 2 742   | 1 534   | -450    |
| $K_1$    | 15 690   | -13 998  | 12 962  | -12 942 | 12 943  | -3 321  | -2 742  | 753 541 | -2 782  | -2 133  | 1 510   |
| $M_1$    | -15 017  | 12 403   | -12 403 | 12 270  | -12 361 | 1 645   | 2 742   | -2 782  | 753 969 | 10 034  | -3 511  |
| $O_1$    | 12 333   | -12 112  | 11 134  | -11 034 | 11 127  | -3 674  | 1 584   | -2 785  | 10 034  | 753 904 | -2 117  |
| $Q_1$    | -12 337  | 11 117   | -10 134 | 10 134  | -10 133 | 2 411   | -1 130  | 1 360   | -3 691  | -2 314  | 957     |

Tableau VIII -  $\mathcal{S}_0 \cdot 10^3$ Tableau IX -  $\mathcal{Q}_1 \cdot 10^3$ Tableau X -  $(\mathcal{Q}_1 - \mathcal{S}_1)$ 

|    | $\mathcal{S}_2$ | $\mathcal{H}_2$ | $\mathcal{M}_2$ | $\mathcal{K}_1$ | $\mathcal{O}_1$ | $\mathcal{Q}_1$ | $\mathcal{S}_2$ | $\mathcal{H}_2$ | $\mathcal{M}_2$ | $\mathcal{K}_1$ | $\mathcal{O}_1$ | $\mathcal{Q}_1$ | $\mathcal{S}_2$ | $\mathcal{L}_2$ | $\mathcal{M}_2$ | $\mathcal{K}_1$ | $\mathcal{O}_1$ | $\mathcal{Q}_1$ |
|----|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1. | -137            | -13             | 10              | 12              | 10.             | -10             | -143            | -28             | 21              | -1              | -12             | 2.              | -11             | 11              | -13             | -14             | -14             | 12              |
| 2  | -134            | -13             | 9               | 12              | 10              | -10             | -140            | -25             | 20              | -1              | -11             | 2.              | -10             | 11              | -13             | -14             | -14             | 12              |
| 3  | 983             | 74              | -43             | 5               | 5               | -5              | 1002            | 86              | -56             | 7               | 7               | -7              | 12              | 12              | -13             | 1               | 2               | -2              |
| 4  | 984             | 78              | -45             | 5               | 5               | -5              | 1003            | 84              | -56             | 8               | 8               | -8              | 19              | 11              | -41             | 0               | 1               | -1              |
| 5  | 985.0           | 70.8            | -44.0           | 5.7             | 5.0             | -5.0            | 1003.6          | 82.4            | -55             | 6.8             | 6.8             | -6.8            | 10              | 12              | -41             | 1               | 4               | -1              |
| 6  | 1003            | 67              | -23             | 3               | 2               | -2              | 1012            | 43              | -28             | 5               | 5               | -5              | 8               | 6               | -8              | 0               | 1               | -1              |
| 7  | 1000.0          | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 1000.0          | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 8  | 976             | -23             | 23              | -2              | -2              | 2               | 968             | -43             | 29              | -3              | -3              | 3               | 1               | -1              | 1               | -1              | 1               | 1               |
| 9  | 26              | -18             | 8               | 0               | 0               | 0               | 24              | -19             | 10              | -1              | -1              | 1               | 1               | -1              | 1               | -1              | 1               | 1               |
| 10 | 21              | -15             | 7               | 0               | 0               | 0               | 19              | -16             | 8               | -1              | -1              | 1               | 1               | -1              | 1               | -1              | 1               | 1               |
| 11 | 10              | -7              | 3               | 0               | 0               | 0               | 10              | -8              | 4               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 12 | 0.0             | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 13 | -142            | 138             | -59             | 3               | 2               | -2              | -129            | 143             | -68             | 5               | 5               | -5              | 13              | 10              | -9              | 2               | 2               | -2              |
| 14 | -52             | 985             | -55             | 1               | 1               | -1              | -45             | 990             | -70             | 3               | 3               | -3              | 8               | 5               | -5              | 0               | 0               | -2              |
| 15 | 0               | 1000.0          | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 1000.0          | 0               | 0               | 0               | 0               | -1              | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 16 | 3               | 1000            | 4               | 0               | 0               | 0               | 2               | 1000            | 4               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 17 | 50              | 997             | 70              | -1              | -1              | 0               | 42              | 991             | 82              | -3              | -3              | 3               | -3              | -6              | 6               | -2              | -2              | 3               |
| 18 | 65              | 981             | 141             | -1              | -1              | 1               | 72              | 971             | 152             | -5              | -5              | 5               | -13             | -10             | 11              | -4              | -4              | 4               |
| 19 | 68              | 159             | 963             | 0               | 0               | 0               | 55              | 148             | 974             | -5              | -5              | 5               | -13             | -11             | 11              | -5              | -5              | 5               |
| 20 | 0               | 0               | 1000.0          | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 1000            | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 21 | -2              | -4              | 1000            | 0               | 0               | 0               | -2              | -4              | 1000            | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 22 | -4              | -9              | 1000            | 0               | 0               | 0               | -4              | -8              | 1000            | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 1               | 0               | 0               | 0               |
| 23 | -56             | -78             | 156             | -2              | -2              | 2               | -43             | -66             | 145             | 5               | 5               | -5              | 13              | 12              | -11             | 7               | 7               | -7              |
| 24 | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 25 | 4               | 5               | -9              | 0               | 0               | 0               | 8               | 4               | -3              | 0               | 0               | 0               | -1              | -1              | 1               | 0               | 0               | 0               |
| 26 | 67              | 32              | -75             | 30              | 17              | -16             | 58              | 35              | -58             | -2              | -2              | 2               | -11             | -17             | 17              | -22             | -19             | 12              |
| 27 | 21              | 0               | 1               | 17              | 15              | -13             | 22              | -6              | 6               | 3               | 3               | -3              | -1              | -6              | 6               | -14             | -12             | 12              |
| 28 | 24              | 20              | -20             | -4              | -4              | 3               | 8               | 4               | -5              | -13             | -13             | 13              | -16             | -16             | 15              | -14             | -14             | 15              |
| 29 | 24              | 20              | -20             | -2              | -3              | 2               | 8               | 2               | -5              | -17             | -13             | 17              | -16             | -16             | 15              | -15             | -15             | 15              |
| 30 | 0               | 0               | 0               | 4               | 2               | -2              | 0               | 0               | 0               | 4               | 2               | -1              | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 1               |
| 31 | 0               | 0               | 0               | 2               | 1               | -1              | 0               | 0               | 0               | 2               | 1               | -1              | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 32 | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 33 | 0               | 0               | 0               | -9              | -4              | 3               | 0               | 0               | 0               | -8              | -3              | 3               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 34 | 0               | 0               | 0               | -79             | -36             | 29              | -2              | 2               | -2              | -73             | -31             | 24              | -3              | -4              | 0               | 0               | 0               | -5              |
| 35 | 0               | 0               | 0               | -9              | -3              | 2               | 0               | 0               | 0               | -9              | -3              | 3               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 36 | 0               | 0               | 0               | -4              | -1              | 1               | 0               | 0               | 0               | -4              | -1              | 1               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 37 | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 38 | -4              | -4              | 4               | 146             | 43              | -32             | 1               | -2              | 2               | 143             | 40              | -20             | 6               | 6               | -3              | -3              | 3               | 2               |
| 39 | -4              | -4              | 4               | 151             | 44              | -33             | 1               | -2              | 2               | 146             | 41              | -21             | 6               | 6               | -3              | -3              | 3               | 2               |
| 40 | -6              | -6              | 6               | 963             | 65              | -45             | 0               | -2              | 3               | 961             | 64              | -44             | 6               | 6               | -3              | -3              | 3               | 1               |
| 41 | -6              | -6              | 6               | 991             | 35              | -24             | 0               | -1              | 1               | 990             | 34              | -23             | 6               | 6               | -3              | -3              | 3               | 1               |
| 42 | 0               | 0               | 0               | 1000            | 4               | -3              | 0               | 0               | 0               | 1000            | 4               | -3              | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 43 | -0.8            | 0.2             | 0               | 1000.1          | 2.1             | -1              | 0.0             | 0.0             | 0               | 999.9           | 2.0             | -1              | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 44 | 0               | 0               | 0               | 1000.0          | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 1000.0          | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 45 | 0               | 0               | 0               | 1000            | -2              | 1               | 0               | 0               | 0               | 1000            | -2              | 1               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 46 | 4               | 3               | -3              | 990             | -38             | 25              | 0               | 1               | -1              | 992             | -37             | 25              | -4              | -3              | 3               | 2               | 1               | 1               |
| 47 | 4               | 3               | -3              | 990             | -38             | 25              | 0               | 1               | -1              | 992             | -37             | 25              | -4              | -3              | 3               | 2               | 1               | 1               |
| 48 | 7.3             | 6.8             | -6.7            | 963.0           | -76.0           | 50.8            | 0.1             | 2.6             | -2.7            | 964.0           | -73.2           | 49.3            | -7              | -7              | 4               | 4               | 1               | 0               |
| 49 | 7               | 7               | -7              | 961             | -78             | 51              | 0               | 3               | -3              | 963             | -77             | 51              | -7              | -7              | 4               | 4               | 1               | 0               |
| 50 | 11              | 10              | -10             | 916             | -114            | 74              | 0               | 4               | -4              | 920             | -112            | 73              | -11             | -10             | 6               | 6               | 3               | -1              |
| 51 | 6               | 7               | -7              | 156             | -115            | 62              | 0               | 2               | -3              | 156             | -115            | 62              | -8              | -7              | 4               | 4               | 1               | 1               |
| 52 | 0               | 0               | 0               | 151             | -112            | 60              | 0               | 0               | 0               | 151             | -112            | 61              | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 53 | 0               | 0               | 0               | 4               | -4              | 2               | 0               | 0               | 0               | 4               | -4              | 2               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 54 | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 55 | -1              | 0               | 0               | -3              | 8               | -4              | 0               | 0               | 0               | -9              | 8               | -4              | 1               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 56 | -1              | -1              | 1               | -17             | 17              | -9              | 0               | 0               | 0               | -17             | 17              | -9              | 1               | 1               | -1              | 0               | 0               | 0               |
| 57 | -1              | -1              | 1               | -21             | 21              | -11             | 0               | 0               | 0               | -21             | 21              | -11             | 1               | 1               | -1              | 0               | 0               | 0               |
| 58 | -9              | -9              | 8               | -128            | 162             | -79             | -1              | -3              | 3               | -128            | 162             | -79             | 8               | 8               | -3              | 0               | 0               | 0               |
| 59 | -11             | -10             | 10              | -81             | 964             | -130            | -1              | -3              | 3               | -79             | 967             | -133            | 10              | 7               | -7              | 2               | 2               | -2              |
| 60 | -11             | -10             | 10              | -79             | 966             | -128            | -1              | -3              | 3               | -77             | 966             | -130            | 10              | 7               | -7              | 2               | 2               | -2              |
| 61 | -8              | -5              | 5               | -29             | 993             | -70             | -1              | -1              | 1               | -28             | 993             | -71             | 5               | 4               | -4              | 1               | 1               | -1              |
| 62 | -2              | -1              | 1               | -8              | 1000            | -17             | 0               | 0               | 0               | -8              | 1000            | -17             | 2               | 1               | -1              | 0               | 0               | 0               |
| 63 | -1              | -1              | 0               | -4              | 1000            | -9              | 0               | 0               | 0               | -4              | 1000            | -9              | 1               | 1               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 64 | 0               | 0               | 0               | 0               | 1000.0          | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 1000.0          | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 65 | 0.4             | 0.3             | 0               | 2.0             | 999.9           | 4               | 0.0             | 0.1             | 0               | 2.0             | 999.9           | 4               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 66 | 1               | 1               | -1              | 4               | 1000            | 8               | 0               | 0               | 0               | 4               | 1000            | 8               | -1              | -1              | 1               | 0               | 0               | 0               |
| 67 | 6               | 5               | -3              | 35              | 989             | 31              | 1               | 1               | 0               | 35              | 988             | 33              | -5              | -4              | 4               | 0               | 0               | 2               |
| 68 | 10              | 9               | -9              | 60              | 969             | 151             | 1               | 3               | -3              | 60              | 966             | 153             | -12             | -9              | 9               | -2              | -2              | 2               |
| 69 | 12              | 11              | -10             | 44              | 149             | 971             | 2               | 2               | -3              | 41              | 143             | 975             | -10             | -9              | 7               | -3              | -4              | 4               |
| 70 | 12              | 10              | -10             | 43              | 144             | 972             | 2               | 2               | -3              | 39              | 140             | 977             | -10             | -8              | 7               | -4              | -4              | 5               |
| 71 | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 1000.0          | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 1000.0          | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 72 | 0               | 0               | 0               | -1              | -4              | 1000            | 0               | 0               | 0               | -1              | -4              | 1000            | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| 73 | -1              | -1              | 1               | -3              | -9              | 1000            | -1              | -3              | 3               | -2              | -8              | 1000            | 1               | 1               | -1              | 1               | 1               | 0               |
| 74 | -29             | -24             | 24              | -32             | -73             | 154             | -7              | -3              | 4               | -13             | -53             | 134             | 22              | 21              | -20             | 19              | 20              | -20             |
| 75 | -29             | -24             | 24              | -31             | -71             | 149             | -7              | -3              | 4               | -12             | -51             | 129             | 22              | 21              | -20             | 19              | 20              | -20             |
| 76 | -16             | -13             | 13              | 0               | 47              | 4               | -5              | -1              | 1               | 15              | 62              | -12             | 11              | 12              | -13             | 15              | 15              | -16             |
| 77 | -17             | -14             | 14              | 2               | -2              | 0               | -5              | -1              | 1               | 17              | 14              | -16             | 12              | 13              | -13             | 15              | 16              | -16             |
| 78 | 26              | 22              | -22             | 27              | 49              | -74             | 6               | 3               | -3              | 21              | -55             | -20             | -19             | 19              | -13             | -18             | 19              | 19              |
| 79 | 10              | 14              | -15             | 0               | 4               | -1              | 8               | 1               | -1              | -12             | -12             | -12             | -11             | -9              | 12              | -16             | -16             | 16              |

Tableau XI - 3.66  $\rho_a$ 

| $\alpha$      | $S_2$ | $L_2$ | $M_2$ | $N_2$ | $2N_2$ | $OO_1$ | $I_1$ | $K_1$ | $M_1$ | $O_1$ | $Q_1$ |
|---------------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3.66 $\rho_a$ | 3.66  | 3.66  | 3.64  | 3.61  | 3.57   | 3.56   | 3.63  | 3.66  | 3.64  | 3.63  | 3.46  |

Tableau XII - erreurs affectant les résultats d'une analyse mensuelle

| Méthode<br>onde | Doodson |         | Doodson-Lennon |         | Pertzev        |                | Lecolazet |       | ici présentée |       |
|-----------------|---------|---------|----------------|---------|----------------|----------------|-----------|-------|---------------|-------|
|                 | R cos r | R sin r | R cos r        | R sin r | R cos $\delta$ | R sin $\delta$ | [ ]       | [ ]'  | X             | Y     |
| $K_1$           | 0.070   | 0.090   | 0.095          | 0.123   | 0.059          | 0.059          | 0.085     | 0.074 | 0.064         | 0.064 |
| $O_1$           | 0.076   | 0.075   | 0.112          | 0.110   |                |                | 0.083     | 0.080 | 0.065         | 0.065 |
| $Q_1$           | 0.072   | 0.074   | 0.110          | 0.112   |                |                | 0.083     | 0.081 | 0.066         | 0.066 |
| $S_2$           | 0.076   | 0.076   | 0.076          | 0.076   | 0.059          | 0.059          | 0.077     | 0.073 | 0.065         | 0.065 |
| $M_2$           | 0.076   | 0.076   | 0.078          | 0.078   | 0.087          | 0.082          | 0.078     | 0.076 | 0.064         | 0.065 |
| $N_2$           | 0.076   | 0.076   | 0.079          | 0.079   | 0.087          | 0.080          | 0.080     | 0.078 | 0.065         | 0.065 |

Tableau XIII - relation entre le poids des résultats obtenus par la méthode des moindres carrées ici présentée et par d'autres méthodes mensuelles

| Méthode<br>onde | Doodson |         | Doodson-Lennon |         | Pertzev        |                | Lecolazet |      | ici présentée |      |
|-----------------|---------|---------|----------------|---------|----------------|----------------|-----------|------|---------------|------|
|                 | R cos r | R sin r | R cos r        | R sin r | R cos $\delta$ | R sin $\delta$ | [ ]       | [ ]' | X             | Y    |
| $K_1$           | 1.19    | 1.98    | 2.19           | 2.84    | 0.85           | 0.85           | 1.74      | 1.72 | 1.00          | 1.00 |
| $O_1$           | 1.28    | 1.33    | 2.96           | 2.86    |                |                | 1.61      | 1.51 | 1.00          | 1.00 |
| $Q_1$           | 1.19    | 1.26    | 2.76           | 2.86    |                |                | 1.59      | 1.51 | 1.00          | 1.00 |
| $S_2$           | 1.28    | 1.37    | 1.37           | 1.37    | 0.83           | 0.83           | 1.39      | 1.25 | 1.00          | 1.00 |
| $M_2$           | 1.41    | 1.37    | 1.49           | 1.44    | 1.85           | 1.59           | 1.49      | 1.37 | 1.00          | 1.00 |
| $N_2$           | 1.37    | 1.37    | 1.49           | 1.49    | 1.80           | 1.51           | 1.51      | 1.44 | 1.00          | 1.00 |

Tableau XIV - influence de différentes combinaisons éliminant la dérive sur dérive périodique

| Vitesse angulaire               | 1°                                          | 2°               | 4°               | 6°               | 8°               | 10°              | 12°               |
|---------------------------------|---------------------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|
| Période de la dérive            | 15 <sup>d</sup>                             | 7.5 <sup>d</sup> | 3.8 <sup>d</sup> | 2.5 <sup>d</sup> | 1.9 <sup>d</sup> | 1.5 <sup>d</sup> | 1.25 <sup>d</sup> |
| Combinaison de Pertzev          | .0141                                       | .0553            | .2071            | .4182            | .6398            | .8259            | .9473             |
| <u>Combinaisons diurnes</u>     | <u>facteurs relatifs à <math>S_1</math></u> |                  |                  |                  |                  |                  |                   |
| Doodson                         | .0184                                       | .0724            | .2702            | .5404            | .8119            | 1.0162           | 1.1055            |
| Doodson-Lennon                  | .0012                                       | .0098            | .0728            | .2183            | .8365            | .6820            | .8880             |
| Lecolazet                       | .0015                                       | .0115            | .0852            | .2520            | .4944            | .7524            | .9483             |
| 1/16 $Z_6^4$                    | .0001                                       | .0019            | .0272            | .1194            | .3049            | .5625            | .8183             |
| <u>Combinaisons semidiurnes</u> | <u>facteurs relatifs à <math>S_2</math></u> |                  |                  |                  |                  |                  |                   |
| Doodson                         | .0036                                       | .0142            | .0524            | .1019            | .1447            | .1616            | .1362             |
| Doodson-Lennon                  | .0001                                       | .0010            | .0073            | .0213            | .0463            | .0561            | .0566             |
| 1/16 $Z_3^4$                    | .000007                                     | .0001            | .0019            | .0091            | .0272            | .0625            | .1194             |

BIBLIOGRAPHIE.

1. **Вл. К. Христов**, **Основы на теорията на вероятностите, грешките и изравнението**, София, 1957.
2. **B. IMBERT**, L'analyse des marées par la méthode des moindres carrées.  
Bull. Com. Cen. d'Océanographie et d'Etude des Côtes, VI<sup>e</sup> année,  
N° 9, nov. 1954.
3. **W. HORN**, Some Recent Approaches to Tidal Problems. Centre Belge d'Océanographie et de Recherches Sous-Marines, Journées des 24 et 25 février 1958.
4. **W. HORN**, The Harmonic Analysis of Tidal Phenomena : Theory and Practice.  
Comm. Obs. Roy. Belg. 142, S. Géoph. 47, 1958.
5. **W. HORN**, The Harmonic Analysis, According to the Least Square Rule, of Tide Observations upon which an Unknown Drift is Superposed.  
Third Int. Symp. Earth Tides, Trieste, 1959.
6. **П. С. Матвеев**, **Гармонический анализ месячной серии приливных наблюдений**. Тр. Полтавской Гравим. Обс. т. IX, 1961.
7. **C. T. SUTHONS**, The semi-graphic Method of Harmonic Analysis of Tidal Observations Extending over about one Month.  
Comm. Obs. Roy. Belg. 142 S. Géoph. 47, 1958.
8. **A. T. DOODSON**, L'analyse des observations des marées d'une durée de 29 jours.  
Rev. Hydr. Int. XXXI, N° 1, mai 1954.
9. **A. T. DOODSON** and **G. W. LENNON**, The elimination of drift effects from tidal analyses.  
Comm. Obs. Roy. Belg. 142 S. Géoph. 47, 1958.
10. **R. LECOLAZET**, Application à l'analyse des observations de la marée gravimétrique, de la méthode de H. et Y. Labrouste, ....  
Ann. Géoph. t. 12, fasc. I - J.-M. 1956.
11. **R. LECOLAZET**, La méthode utilisée à Strasbourg pour l'analyse harmonique de la marée gravimétrique. B.I.M. N° 10, 1958.
12. **В. П. Перцев**, **Гармонический анализ приливов**.  
Изв. АН СССР, сер. геоф. № 8, 1958.
13. **В. П. Перцев**, **Гармонический анализ 50-дневных рядов наблюдений приливных изменений силы тяжести**.  
Изучение земных приливов № 2. 1961.

14. H. et Y. LABROUSTE, Analyse des graphiques résultant de la superposition de sinusoides. Paris, 1943.
15. A.T. DOODSON, Methods of analysis of Tides.  
Comm. Obs. Roy. Belg. 114 S. Géoph. 39, 1957.
16. R. LECOLAZET, Sur la reconstitution des observations par Interpolation.  
Comm. Obs. Roy. Belg. 188 S. Géoph. 58, 1961.
17. R. LECOLAZET, Sur l'estimation des erreurs internes...  
B.I.M. 17, 1959.
18. G.W. LENNON, Some further comments upon the treatment of drift and other non-tidal effects in the analysis of earth-tide observations. Comm. Obs. Roy. Belg. 188 S. Géoph. 58, 1961.
19. P. MELCHIOR, Validité de la méthode de Lecolazet pour les stations clinométriques soumises à d'importants effets indirects.  
Comm. Obs. Roy. Belg. 188 S. Géoph. 58, 1961.
20. I.M. LONGMAN, Use of digital computers for the reduction and interpretation of Earth Tide Data.  
B.I.M. N° 22, 1960.
21. P. MELCHIOR, Nouveaux développements apportés à l'étude des Marées Terrestres par les procédés de calcul électronique au Centre International.  
Comm. Obs. Roy. Belg. 188 S. Géoph. 58, 1961.

SUR LA DETERMINATION DE L'ONDE  $O_1$  ET LE CALCUL DE QUELQUES PETITES  
ONDES PAR L'ANALYSE HARMONIQUE D'UNE SERIE D'UN MOIS  
D'OBSERVATIONS DE MAREES

P.S. Matveev

(Troudi Poltavskoï Gravimetritcheskoï Observatorii X, pp. 57-66, Kiev 1961)

La méthode que nous avons proposée [1] pour l'analyse harmonique d'une série d'un mois d'observations de marées donne la possibilité de déterminer les six ondes importantes de la marée terrestre :  $Q_1$ ,  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $N_2$ ,  $M_2$  et  $S_2$ .

Nous avons fait la première vérification de la méthode dès la fin du travail par une analyse de contrôle sur trois séries mensuelles des corrections  $\Delta g$  de variation lunaire de la force de pesanteur, corrections calculées par J. Goguel [2]. La précision de ces corrections selon le contrôle de la méthode d'analyse harmonique est relativement faible ( $\mu_{\Delta} = \pm 0,0022$  mgal). C'est pourquoi le résultat satisfaisant obtenu par cette vérification [1] n'a pas permis de juger de la capacité de résolution de la méthode bien que la sécurité de celle-ci n'ait pas éveillé de doutes.

Notre méthode a été soumise à une vérification soigneuse et assez complète dans le travail de V.G. Balenko et S.N. Zachartchenko [3], consacré à la comparaison des différentes méthodes d'analyse harmonique.

A titre de modèle d'essai V.G. Balenko et S.N. Zachartchenko se sont servis dans leur travail d'une série de six mois d'ordonnées horaires représentant la variation de composante verticale de la force génératrice de marées. Le calcul des ordonnées a été effectué sur une calculatrice électronique «Kiev» au moyen d'une sommation de 86 ondes de marées (7 à longue période, 52 diurnes et 27 semi-diurnes) avec une précision assurant une unité de la cinquième décimale du milligal. Chaque série d'un mois d'ordonnées a été analysée par quatre méthodes différentes. Les valeurs obtenues pour les constantes harmoniques des ondes déterminées ont été comparées avec les valeurs correspondantes de ces constantes utilisées pour le calcul des ordonnées. Les résultats de cette comparaison ont permis de juger de la capacité de résolution des méthodes en ce qui concerne la partie périodique de l'oscillation de marée.

A partir des critiques faites par les auteurs de ce travail à l'égard de notre méthode, il est très important de noter premièrement, la sécurité insuffisante de la détermination de l'onde  $O_1$  et deuxièmement, la suggestion de tenir compte pour la détermination de l'onde  $N_2$ , de l'influence assez considérable de l'onde perturbatrice  $\{245,555\}^*$ , provenant de la partie du potentiel de la force génératrice de marée, s'exprimant par une fonction sphérique du troisième ordre. En vérité, cette dernière remarque s'applique non seulement à notre méthode mais aussi à beaucoup d'autres méthodes (Doodson, Pertsev et autres) largement appliquées à présent. Mais il est évident que le fait que cette critique s'applique communément à ces méthodes n'en diminue en rien la portée. Le calcul

de l'influence de l'onde { 245,555 }\* sur l'onde déterminée  $N_2$  est sans aucun doute nécessaire puisque dans le cas inverse les valeurs  $\gamma$  et  $\beta$ , obtenues pour cette onde, renfermeront une erreur systématique de l'ordre de 5 ou 10 % respectivement.

L'importance de ces deux critiques nous a incités à revenir au schéma d'analyse adopté dans notre méthode dans le but de la réviser partiellement et de l'améliorer. Le présent travail expose ce qui a été obtenu dans cette révision du schéma initialement proposé qui, selon nous, permet d'augmenter la précision de la méthode.

### Détermination de l'onde $O_1$

Nous rappelons que pour la détermination de l'onde  $O_1$  par notre méthode [1] (désignée ultérieurement comme l'onde  $R_x$ ) il est indispensable de disposer d'une série d'observations englobant 650 ordonnées horaires ce qui constitue 27.08 jours. Toutes les ordonnées horaires sont disposées d'après le temps spécial d'une certaine onde fictive  $O'_1$  dont la période est égale à 26 heures solaires moyennes, les sommes  $\Sigma \eta_t$  des ordonnées se trouvent à chaque heure spéciale de cette onde. Chaque somme se représente par l'équation suivante :

$$\Sigma \eta_t = [\eta_0] + \gamma t + A'_x \cos q'_x t + B'_x \sin q'_x t + A'_{2x} \cos q'_{2x} t + B'_{2x} \sin q'_{2x} t \quad (1)$$

où les deux premiers termes de la partie droite expriment les parties constante et linéaire du mouvement du zéro tandis que les troisième et quatrième termes représentent la contribution de l'onde diurne  $O'_1$  et de l'influence des ondes diurnes perturbatrices; les cinquième et sixième termes représentent les contributions de toutes les ondes semi-diurnes.

Du fait que les vitesses angulaires des ondes  $O_1$  réelle et  $O'_1$  fictive diffèrent relativement d'une petite grandeur ( $q_x - q'_x = 0,0968818$ ), dans les valeurs obtenues à l'instant de l'onde  $O_1$  pour les sommations  $\Sigma \eta_t$ , la contribution de l'onde réelle  $O_1$  sera quelque peu diminuée en amplitude et déphasée par rapport à sa contribution dans le cas de la sommation des ordonnées selon le temps de l'onde  $O_1$ . Cependant la perte dans le facteur d'amplitude par suite de la sommation des ordonnées d'après le temps de l'onde fictive ne constitue que 4,96 %, de sorte que la contribution de l'onde réelle  $O_1$  reste tout à fait suffisante pour une détermination sûre.

Après l'obtention des sommations  $\Sigma \eta_t$  la suite de l'exécution des opérations fondamentales de calcul consiste en ce qui suit :

1° - Le système de 26 équations du type (1) fournit une solution qui par le procédé des moindres carrés donne les valeurs les plus probables des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$ , représentés sous forme linéaire par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} A'_x &= +(F_c)_x u_x + (F_s)_x v_x + (F_c)_y u_y + (F_s)_y v_y + \dots \\ B'_x &= -(F_s)_x u_x + (F_c)_x v_x - (F_s)_y u_y + (F_c)_y v_y - \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

$(F_c)_1$  et  $(F_s)_1$  sont ici les grandeurs fondamentales pour la méthode proposée (elles restent constantes pour la durée standard de la série traitée); les inconnues  $u$  et  $v$  contiennent l'onde déterminée ( $R_x$ ) et les ondes perturbatrices ( $R_y, R_z \dots$ ) indiquées par l'équation du cosinus :

$$\eta_1 = R_1 \cos(q_1 t - \zeta_1) = u_1 \cos q_1 t + v_1 \sin q_1 t, \quad (3)$$

où

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 \cos \zeta_1, \\ v_1 &= R_1 \sin \zeta_1, \end{aligned} \quad (4)$$

2°.- Les valeurs des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  sont affranchies des influences de toutes les valeurs calculées dans la méthode des ondes perturbatrices. Les quantités  $u_y, v_y, u_z, v_z \dots$ , contenues dans le second membre des égalités (2) se reportent dans le premier membre et s'introduisent comme corrections dans les valeurs  $A'_x$  et  $B'_x$ .

3°.- D'après les valeurs corrigées des coefficients intégraux  $A_x$  et  $B_x$  par la solution des deux équations à deux inconnues :

$$\begin{aligned} A_x &= (F_c)_x u_x + (F_s)_x v_x, \\ B_x &= -(F_s)_x u_x + (F_c)_x v_x \end{aligned} \quad (5)$$

on calcule les inconnues cherchées  $u_x$  et  $v_x$ , et d'après elles on trouve l'amplitude  $R_x$  et la phase initiale  $\zeta_x$  de l'onde déterminée.

Le processus d'«épuration» des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  et de la détermination ultérieure des inconnues  $u_x$  et  $v_x$  à partir de la solution du système (5) peut être exécuté par quelques approximations. Dans la première approximation de la correction dans  $A'_x$  et  $B'_x$  pour les ondes perturbatrices on introduit comme valeurs fondamentales, des grandeurs  $u_0$  et  $v_0$  calculées d'après les données de la décomposition du potentiel de la force génératrice de marées en série pour la Terre absolument rigide avec les valeurs les plus probables  $\gamma_0$  et  $\beta_0$ . Pour effectuer la seconde approximation on utilise les valeurs  $u'$  et  $v'$  des ondes perturbatrices, calculées avec  $\gamma'$ ,  $\beta'$  et des retards de

phase  $\kappa'$  correspondants, obtenus à partir de la première approximation etc. Chaque approximation successive améliorera dans une certaine mesure le résultat c'est-à-dire augmentera la précision de la détermination de l'onde  $R_x$ . Cependant on arrive à une augmentation peu importante de la sûreté du résultat obtenu ce qui ne justifie pas un développement considérable de la méthode, lequel exige beaucoup de travail puisque celui-ci s'accroît proportionnellement au nombre d'approximations. Le contrôle de la méthode sur le matériel théorique et réel a montré que pour obtenir des valeurs sûres des inconnues  $u_x$  et  $v_x$  de l'onde déterminée il suffit de se borner à l'application de deux approximations. A la lumière de la remarque critique mentionnée plus haut concernant la précision particulièrement faible de la détermination de l'onde  $O_1$ , nous avons examiné à nouveau succinctement le schéma de calcul décrit. Il est apparu que plusieurs des résultats les meilleurs en précision donnent une variante, dans laquelle la sommation des ordonnées  $\Sigma \eta_t$  est représentée par l'équation (1) mais avec le maintien dans la partie de droite des quatre premiers termes seulement c'est-à-dire :

$$\Sigma \eta_t = [\eta_0] + yt + A'_x \cos q'_x t + B'_x \sin q'_x t \quad (6)$$

Les valeurs des inconnues  $y$ ,  $A'_x$  et  $B'_x$ , obtenues à partir de la solution du système de 26 équations (6) ont un poids  $p_w$  plus grand que dans le cas de la solution du système des équations (1), ce que montrent concrètement les données de la table 1. Comme en [1], chacune des inconnues calculées se présente comme une fonction linéaire des termes  $\Sigma \eta_t$  sous la forme :

$$w_i = (a_i)_0 (\Sigma \eta)_0 + (a_i)_1 (\Sigma \eta)_1 + \dots + (a_i)_{25} (\Sigma \eta)_{25} \quad (7)$$

où  $i$  est l'index généralisé de l'inconnue. Les valeurs des coefficients  $(a_i)_t$  entrant dans (7) sont données dans la table 2, qui doit dans la suite se substituer aux trois dernières colonnes de la table VI de la publication [1].

T a b l e 1

Poids  $p_w$  des inconnues (Onde  $O_1$ )

| Inconnue calculée $w$ | Variante avec l'équation (1) | Variante avec l'équation (6) |
|-----------------------|------------------------------|------------------------------|
| $y$                   | 2,181                        | 3,634                        |
| $A'_x$                | 12,522                       | 12,709                       |
| $B'_x$                | 3,624                        | 5,092                        |

Dans la variante initiale de la détermination de l'onde  $O_1$  par application du procédé des moindres carrés pour le calcul des valeurs des coefficients intégraux  $A'_x$  et  $B'_x$  on a assuré automatiquement l'élimination des influences des ondes semi-diurnes (dans la solution du système des équations [1]). Dans la nouvelle variante cette élimination est malheureusement impossible. C'est pourquoi dans les valeurs obtenues en fonction des

coefficients  $(a_i)_t$  de la table 2, les valeurs  $A_x^i$  et  $B_x^i$  doivent être introduites comme ondes diurnes et en outre des corrections complémentaires tenant compte de l'influence des ondes semi-diurnes.

La contribution des ondes semi-diurnes individuelles est généralement parlant petite. La plus grande d'entre elles (l'onde  $M_2$ ) peut amener une erreur dans l'amplitude de l'onde  $O_1$  ne dépassant pas 0,5 %. Cependant l'influence commune de toutes les ondes semi-diurnes peut conduire à une erreur systématique, atteignant 1,0 - 1,5 %, ce qui nécessite dès lors le calcul des influences de ces ondes.

Table 2

Coefficients  $(a_i)_t$  pour le calcul des inconnues  $y$ ,  $A_x^i$  et  $B_x^i$  de l'onde  $O_1$

| t  | $(a_y)_t$ | $(a_A)_t$ | $(a_B)_t$ | t  | $(a_y)_t$ | $(a_A)_t$ | $(a_B)_t$ |
|----|-----------|-----------|-----------|----|-----------|-----------|-----------|
| 0  | -0,25320  | +0,05667  | -0,16682  | 13 | -0,01101  | -0,07780  | -0,00725  |
| 1  | - ,18842  | + ,05961  | - ,10574  | 14 | - ,03175  | - ,07723  | - ,03933  |
| 2  | - ,12742  | + ,05792  | - ,04820  | 15 | - ,04872  | - ,07201  | - ,06785  |
| 3  | - ,07244  | + ,05178  | + ,00328  | 16 | - ,05966  | - ,06235  | - ,09032  |
| 4  | - ,02541  | + ,04166  | + ,04656  | 17 | - ,06266  | - ,04871  | - ,10459  |
| 5  | + ,01222  | + ,02825  | + ,07998  | 18 | - ,05626  | - ,03178  | - ,10899  |
| 6  | + ,03955  | + ,01244  | + ,10242  | 19 | - ,03955  | - ,01244  | - ,10242  |
| 7  | + ,05626  | - ,00477  | + ,11343  | 20 | - ,01222  | + ,00829  | - ,08442  |
| 8  | + ,06266  | - ,02226  | + ,11321  | 21 | + ,02541  | + ,02931  | - ,05518  |
| 9  | + ,05966  | - ,03892  | + ,10261  | 22 | + ,07244  | + ,04949  | - ,01558  |
| 10 | + ,04872  | - ,05368  | + ,08311  | 23 | + ,12742  | + ,06777  | + ,03294  |
| 11 | + ,03175  | - ,06557  | + ,05666  | 24 | + ,18842  | + ,08319  | + ,08840  |
| 12 | + ,01101  | - ,07381  | + ,02566  | 25 | + ,25320  | + ,09494  | + ,14841  |

Les ondes semi-diurnes suivantes :  $N_2$ ,  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $K_2$ ,  $2N_2$ ,  $\mu_2$ ,  $\nu_2$  et  $L_2$  exercent une influence plus ou moins sensible sur l'onde  $O_1$ . Les coefficients  $(F_i)_t$  et  $(F_i)_t$ , nécessaires pour le calcul et l'introduction ultérieure (d'après les formules (30) de la publication [1]) des corrections pour l'influence de ces ondes, sont données dans la table 3, qui par l'application ultérieure de notre méthode doit compléter la table X du travail [1] par deux nouvelles colonnes.

Table 3

Coefficients  $(F_e)_1$  et  $(F_s)_1$  pour le calcul des influences des ondes semi-diurnes sur l'onde  $O_1$

| Onde perturbatrice |       | $O_1(II)$ |        |
|--------------------|-------|-----------|--------|
|                    |       | A         | B      |
| $N_2$              | $\mu$ | - 0,15    | + 0,22 |
|                    | $\nu$ | - ,22     | - ,15  |
| $M_2$              | $\mu$ | - ,16     | + ,20  |
|                    | $\nu$ | - ,20     | - ,16  |
| $S_2$              | $\mu$ | - ,13     | + ,05  |
|                    | $\nu$ | - ,05     | - ,13  |
| $K_2$              | $\mu$ | - ,15     | + ,17  |
|                    | $\nu$ | - ,17     | - ,15  |
| $2N_2$             | $\mu$ | - ,15     | + ,25  |
|                    | $\nu$ | - ,25     | - ,15  |
| $\mu_2$            | $\mu$ | - ,04     | + ,31  |
|                    | $\nu$ | - ,31     | - ,04  |
| $\nu_2$            | $\mu$ | - ,06     | + ,30  |
|                    | $\nu$ | - ,30     | - ,06  |
| $L_2$              | $\mu$ | - ,16     | + ,18  |
|                    | $\nu$ | - ,18     | - ,16  |

De cette façon, la nouvelle variante de la détermination de l'onde  $O_1$  ne diffère de la variante initiale que par le remplacement des coefficients proposés primitivement par d'autres et par le calcul complémentaire des huit ondes semi-diurnes.

#### Calcul de quelques petites ondes perturbatrices.

Pour l'élaboration du procédé de détermination des six ondes importantes de marées nous avons pris en considération dans le travail [1] 27 ondes perturbatrices : 15 diurnes et 12 semi-diurnes. A titre de critère pour limiter la liste des ondes prises en considération nous nous sommes laissés guider alors par l'exigence que soient calculées toutes les ondes perturbatrices apportant des contributions qui atteignent au moins un pour cent. Pour cela on n'a pris en considération que les ondes issues du potentiel de la force génératrice de marées, exprimée par une fonction sphérique du second degré et on a ignoré complètement les ondes issues du potentiel exprimé par une fonction sphérique du troisième degré.

Cette méconnaissance des ondes prenant leur origine à partir d'une fonction sphérique du troisième degré s'est fait sentir très défavorablement sur la précision de la détermination de l'onde  $N_2$  ce qui a trouvé une répercussion dans la remarque critique qui a déjà été mentionnée [3] relative à la nécessité de calculer l'onde {245,555}\*. Une étude plus attentive du problème de l'influence perturbatrice de cette onde nous a amené à la conclusion qu'il convient de tenir compte de son influence dans notre méthode non seulement pour déterminer l'onde  $N_2$  mais aussi pour déterminer l'onde  $M_2$ . En outre, il est apparu que pour assurer l'élimination des influences des ondes perturbatrices sur l'onde  $N_2$  avec une précision atteignant 1 - 2 %, il est nécessaire de tenir encore compte d'une onde assez proche d'elle {245,545}\*.

Pour ne pas surcharger dans le schéma du calcul la table des termes corrigés par deux lignes superflues, nous avons décidé de tenir compte indirectement de l'onde {245,545}\* au moyen de la réduction correspondante de l'amplitude et de la phase de l'onde {245,555}\*.

Dans la décomposition en série du potentiel de la force génératrice de marée selon A. Doodson [4] ces deux ondes se représentent par les expressions suivantes :

$$\{245,545\}^* = -0,00097 G_2^* \sin(2r - s + N), \quad (8)$$

$$\{245,555\}^* = -0,00569 G_2^* \sin(2r - s),$$

où  $r$  et  $s$  sont respectivement l'angle horaire moyen et la longitude moyenne de la Lune,  $N$  est la longitude moyenne du noeud ascendant de l'orbite lunaire et le facteur  $G_2^*$  (fonction géodésique) a la forme suivante :

$$G_2^* = 2,59808 G \sin \phi \cos^2 \phi. \quad (9)$$

Ici  $G$  est une fonction du rayon de la Terre prise habituellement comme grandeur constante ( $= 26206 \text{ cm}^2/\text{sec}^2$ ) pour toute la surface de la Terre et  $\phi$  est la latitude du point d'observation (géocentrique).

La somme des deux ondes (8) peut être représentée par l'onde {245,555}\* réduite de la façon suivante <sup>1</sup> :

$$\{245\}^* = -0,0057 f G_2^* \sin(2r - s + \bar{u}). \quad (10)$$

Les formules pour le calcul des grandeurs réduites entrant ici  $f$  et  $\bar{u}$  ont la forme :

$$f = 1,0073 + 0,1698 \cos N - 0,0073 \cos 2N + 0,0006 \cos 3N$$

$$\bar{u} = +9,77 \sin N - 0,83 \sin 2N + 0,09 \sin 3N \quad (11)$$

1. Dans la suite toutes les petites ondes perturbatrices calculées complémentirement ne seront désignées que par les trois premiers chiffres de l'index caractéristique de Doodson.

Avant de donner ici la table des valeurs des coefficients  $(F_c)_1$  et  $(F_g)_1$ , nécessaires pour le calcul des influences de l'onde (10) sur les ondes  $N_2$  et  $M_2$ , notons que, pour la détermination des ondes  $Q_1$  et  $O_1$ , il est souhaitable de tenir compte aussi de deux petites ondes perturbatrices ( $\{135,555\}^*$  et  $\{145,755\}$ ) qui dans la décomposition en série du potentiel de la force génératrice de marées d'après Doodson [4] se représentent par les expressions :

$$\{135\}^* = -0,0021 G_1^* \cos(r - 2s), \quad (12)$$

$$\{145\} = -0,0024 G \sin 2\phi \sin(r - 2s + 2p).$$

Ici  $p$  est la longitude moyenne du périégée lunaire, et le facteur  $G_1^*$  (fonction géodésique) a la forme :

$$G_1^* = 0,72618 G \cos \phi (1 - 5 \sin^2 \phi). \quad (13)$$

Les contributions des ondes (12) sont petites. Leur méconnaissance peut amener des erreurs dans les constantes harmoniques allant jusqu'à 3 % pour la détermination de l'onde  $Q_1$  et seulement 0,7 % pour la détermination de l'onde  $O_1$ . Toutefois le calcul de ces influences systématiques relativement petites est indispensable puisque l'augmentation de la précision de la détermination des ondes diurnes a à la lumière de quelques travaux théoriques actuels [5] une valeur très importante pour l'étude des caractéristiques élastiques et de la structure interne de la Terre.

Les expressions des ondes (12) et (10) peuvent être mises sous la forme habituelle des ondes de marée en passant au signe positif et en substituant au temps lunaire ( $r$ ), le temps solaire ( $t$ )

$$W = C G \phi(\phi) \cos(qt + V_0), \quad (14)$$

où  $C$  et  $G\phi(\phi)$  sont le coefficient numérique et la fonction géodésique de l'amplitude de l'onde correspondante et  $V_0$  est la phase initiale pour l'époque  $t_0$ . Les résultats de cette réduction sont représentés par les colonnes 2 - 5 de la table 4 qui, dans la suite, doit servir de complément à la table 1 de la publication [1].

Les valeurs des coefficients  $(F_c)_1$  et  $(F_g)_1$  sont nécessaires pour le calcul des influences des petites ondes perturbatrices envisagées, données dans les tables 5 et 6 qui doivent dans la suite servir respectivement de compléments aux tables IX et X du travail [1].

Pour tenir compte, sur la base des données des tables 5 et 6, de l'influence de chacune de ces trois ondes perturbatrices, il est nécessaire de connaître, même approximativement, les valeurs observées de ces ondes, données en (3). Puisque les vraies valeurs observées des petites ondes perturbatrices ne peuvent être obtenues la "rectification" des coefficients intégraux  $A_x'$  et  $B_x'$  des ondes déterminées sera faite [1] sur la base des valeurs des grandeurs  $u$  et  $v$ , représentant les valeurs théoriques des ondes perturbatrices c'est-à-dire sur la base des valeurs  $u$  et  $v$  calculées dans l'hypothèse de la Terre absolument rigide, avec le calcul des valeurs les plus probables des facteurs  $\gamma_0$  et  $\beta_0$ .

Les valeurs théoriques de l'onde  $\{145\}$  dans l'oscillation de marée de la verticale ( $\eta$ ) et dans les variations de la force de pesanteur ( $-\delta g$ ) se calculent d'après les formules :

$$\eta_a = 0,01732 Ckf \cos [qt + (V_o)_o + \bar{u} + d(\lambda - \lambda_o)] A] \quad (15)$$

$$(-\delta g) = 0,08226 C\phi(\phi)f\cos[qt + (V_o)_o + \bar{u} + d(\lambda - \lambda_o)]mgl, \quad (16)$$

où  $\phi(\phi)$ ,  $k$  et  $A$  se déterminent par les expressions (44) - (45) du travail [1],  $\lambda_o$  est le méridien d'après l'heure  $t$  duquel sont lues les ordonnées observées,  $\lambda$  est le méridien de l'endroit de l'observation (longitudes positives à l'est de Greenwich),  $(V_o)_o$  est la partie astronomique de la phase initiale calculée pour l'époque  $t_o$  au méridien  $\lambda_o$  (habituellement à minuit),  $d$  est l'indice de l'onde (pour les diurnes  $d = 1$ , pour les semi-diurnes  $d = 2$ ). Pour les ondes {135}\* et {245}\* le calcul des valeurs théoriques s'effectue aussi d'après les formules (15) et (16); cependant dans ce cas les fonctions de la latitude et des grandeurs  $k$  et  $A$  y entrant seront représentées essentiellement par des expressions différentes puisque ces deux ondes sont issues du potentiel de la force génératrice de marée exprimée par une fonction sphérique du troisième degré.

Table 4.

En supplément, les petites ondes perturbatrices calculées du potentiel de la force génératrice de marée de la Lune et du Soleil sous l'aspect des expressions (14).

| Onde   | Amplitude               |                     | Phase initiale $V_o$            | Mesure de la Phase par heure $q$ | Période $\Pi \approx \frac{2\pi}{q}$ | 0,01732 | 0,08226 (mgl) | Mesure de la phase par 27 jours |
|--------|-------------------------|---------------------|---------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|---------|---------------|---------------------------------|
|        | Coefficient numérique C | Fonction Géodésique |                                 |                                  |                                      |         |               |                                 |
| 1      | 2                       | 3                   | 4                               | 5                                | 6                                    | 7       | 8             | 9                               |
| {135}* | 0,0021                  | $G_1^*$             | $-3s_o + h_o + 180^\circ$       | 13,3940191                       | 26,8787                              | 0,00004 | 0,00017       | 39,324                          |
| {145}  | ,0024                   | $G \sin 2\phi$      | $-2s_o + h_o + 2p_o + 90^\circ$ | 13,9523193                       | 25,8022                              | ,00004  | ,00020        | 41,103                          |
| {245}* | ,0057                   | $G_2^*$             | $-3s_o + 2h_o + 90^\circ$       | 28,4350877                       | 12,6604                              | ,00010  | ,00047        | 65,937                          |

Remarque : Les fonctions géodésiques  $G_1^*$  et  $G_2^*$  sont représentées respectivement par les expressions (13) et (9).

Les expressions des fonctions de la latitude  $\phi(\phi)$  des ondes {135}\* et {245}\* sont obtenues à partir des seconds membres de (13) et (9) où ces fonctions entrent comme facteurs pour le coefficient  $G$ . Quant aux formules pour le calcul des grandeurs  $k$  et  $A$  il est facile de les déduire au moyen de la représentation de l'oscillation de la verticale dans un azimuth arbitraire et par deux composantes réciproquement perpendiculaires ([6] page 38). Nous réduisons ici ces formules sans conclusion.

Les ondes diurnes (onde {135}\*) :

$$\phi(\phi) = 0,72618 \cos \phi (1 - 5 \sin^2 \phi), \quad (17)$$

$$\kappa \sin A \approx 0,36309 (1 - 5 \sin^2 \phi) \sin a,$$

$$\kappa \cos A \approx 0,36309 \sin \phi (1 - 5 \sin^2 \phi + 10 \cos^2 \phi) \cos a \quad (18)$$

Les ondes semi-diurnes (onde {245}\*):

$$\phi(\phi) \approx 2,59808 \sin \phi \cos^2 \phi \quad (19)$$

$$\kappa \sin A \approx 1,29904 \sin 2 \phi \sin a$$

$$\kappa \cos A \approx 1,29904 \cos \phi (2 \sin^2 \phi - \cos^2 \phi) \cos a \quad (20)$$

Pour la facilité du calcul des valeurs théoriques des petites ondes perturbatrices d'après les formules (15) - (16) on donne dans les colonnes 7 et 8 de la table 4 les produits des facteurs numériques correspondants entrant dans les amplitudes de ces ondes.

Table 5

Coefficients  $(F_c)_i$  et  $(F_s)_i$  pour le calcul des influences des ondes {135}\* et {145} sur les ondes  $Q_1$  et  $O_1$ .

| Onde perturbatrice |       | $Q_1$   |         | $O_1$   |         |
|--------------------|-------|---------|---------|---------|---------|
|                    |       | A       | B       | A       | B       |
| {135}*             | $\mu$ | - 22,16 | + 7,91  | -       | -       |
|                    | $\nu$ | - 7,91  | - 22,16 | -       | -       |
| {145}              | $\mu$ | -       | -       | - 19,39 | + 13,30 |
|                    | $\nu$ | -       | -       | - 13,30 | - 19,39 |

Table 6

Coefficients  $(F_c)_i$  et  $(F_s)_i$  pour le calcul de l'influence de l'onde {245}\* sur les ondes  $N_2$  et  $M_2$ .

| Onde perturbatrice |       | $N_2$   |         | $M_2$  |        |
|--------------------|-------|---------|---------|--------|--------|
|                    |       | A       | B       | A      | B      |
| {245}*             | $\mu$ | - 33,86 | + 2,68  | + 5,25 | - 9,70 |
|                    | $\nu$ | - 2,68  | - 33,86 | + 9,70 | + 5,25 |

Dans les expressions développées pour  $V_o$ , données dans la table 1 du travail [1] et dans la table 4 du présent article, l'élément de temps  $t$  manque. C'est pourquoi la valeur calculée d'après ces expressions  $(V_o)_o$  sera toujours reportée à minuit des jours initiaux ( $t_o = 0$ ), habituellement pris comme époque initiale d'une série étudiée. Il convient d'avoir toujours en vue cette circonstance quand pour l'une ou l'autre raison on n'a pas pris minuit comme instant initial mais l'heure arbitraire  $t_o$  des premiers jours de la série. Dans ce cas, pour que les phases des oscillations observées et théoriques soient égales entre elles, il faut ajouter à la valeur  $(V_o)_o$  calculée à minuit des jours initiaux, le laps de temps, écoulé de  $t = 0$  et  $t = t_o$ , c'est-à-dire :

$$(V_o)_{t_o} = (V_o)_o + q_1 t_o. \quad (21)$$

En conclusion l'auteur estime de son devoir d'exprimer sa sincère gratitude à V. G. Balenko pour la série de remarques précieuses et pour l'étude du texte ainsi que pour les résultats fondamentaux de sa recherche sur la comparaison des différentes méthodes d'analyse harmonique.

## BIBLIOGRAPHIE.

1. P.S. MATVEEV, Analyse harmonique d'une série d'un mois d'observations de marées.  
Travaux de l'Observatoire Gravimétrique de Poltava.
2. J. GOGUEL, Tidal Gravity Corrections for 1958.  
Geophys. Prospecting, v. V, Suppl. N 1, Dec. 1957.
3. V.G. BALENKO et S.N.ZACHARTCHENKO Quelques problèmes de comparaison des méthodes d'analyse harmonique des marées terrestres.  
Présente revue page 20.
4. A.T. DOODSON, The harmonic development of the tidegenerating potential,  
Proc.of the Roy. Soc. of London (A), v.100, 1921,pp.305-329.
5. H. JEFFREYS and R.O. VICENTE, The theory of nutation and the variation of latitude,  
Monthly Notices of the Roy.Astr.Soc.,v.117,2,1957,pp.142-173.
6. P.S. MATVEEV, Détermination des marées terrestres par les observations clinométriques à Stalinabad.  
Travaux de l'Observatoire Gravimétrique de Poltava Tome VII.

PROGRAMME POUR LA COMPARAISON ET LA  
DISCUSSION D'UN ENSEMBLE DE RESULTATS D'ANALYSES  
HARMONIQUES DE MAREES TERRESTRES

par

Paul PAQUET

(Observatoire Royal de Belgique, Bruxelles).

L'accumulation des résultats d'analyse harmonique a conduit le Centre International des Marées Terrestres à établir un fichier de cartes perforées contenant le maximum de renseignements relatifs à ces analyses. Le mode de constitution de ce fichier a été décrit en [1].

L'utilité d'un tel fichier n'est pas uniquement de permettre une classification idéale, classification qui est certes fort importante, mais aussi de servir de base à des travaux de calculs portant sur plusieurs années de résultats d'enregistrements en de nombreuses stations.

Ce fichier s'enrichissant sans cesse, il y a lieu d'être à même de répéter fréquemment et rapidement les mêmes calculs pour tenir compte des résultats nouveaux. L'usage d'un ordinateur est donc indispensable.

Les travaux de calcul que l'on peut développer sur un tel fichier sont variés et le premier programme réalisé au Centre International des Marées Terrestres étudie les points résumés ci-dessous :

1°) Moyennes vectorielles et arithmétiques des résultats accumulés en une même station.

En principe les analyses harmoniques sont effectuées sur des périodes individuelles d'un mois d'observations. Elles permettent de déterminer avec plus ou moins de précision les constantes de sept ondes principales :  $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ,  $L_2$ ,  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $Q_1$ . Il est évident que si l'on dispose d'un intervalle d'observations continues d'une année on pourra discuter les résultats mensuels et en tirer des valeurs annuelles par séparation des ondes principales ci-dessus et d'ondes secondaires qui leur sont associées, séparation qui n'est pas réalisable sur un mois d'observations (exemple  $K_1$  et  $P_1$ ).

Malheureusement de tels intervalles sont encore rares et l'on doit dans bien de cas se contenter de calculer une valeur moyenne portant sur un nombre de mois restreint. Dans ce cas il convient évidemment de calculer la moyenne vectorielle.

Pour l'une ou l'autre onde principale le résultat d'une analyse harmonique peut être représenté dans un plan par un point de coordonnées polaires  $(\delta, \phi)$  où  $\delta$  désigne le rapport d'amplitude et  $\phi$  la phase. Pour une série de  $n$  analyses nous disposons ainsi de  $n$  points  $(\delta_i, \phi_i)$ ,  $i = 1, \dots, n$ , dont la moyenne vectorielle se calcule facilement par les relations :

$$\frac{1}{n} (\sum \delta_i \cos \phi_i) = \bar{\delta} \cos \bar{\phi}$$

et

$$\frac{1}{n} (\sum \delta_i \sin \phi_i) = \bar{\delta} \sin \bar{\phi},$$

dont la racine carrée de la somme des carrés nous fait connaître le rapport d'amplitude moyen  $\bar{\delta}$ , tandis que la phase moyenne  $\bar{\phi}$  nous est donnée par

$$\operatorname{tg} \bar{\phi} = \frac{\bar{\delta} \sin \bar{\phi}}{\bar{\delta} \cos \bar{\phi}}$$

La moyenne arithmétique associée à la moyenne vectorielle est une indication évidente de la dispersion des phases  $\phi_i$  par rapport à la phase nulle; pour obtenir une indication plus précise de la dispersion il conviendrait de calculer l'écart-type; nous avons préféré lui substituer le calcul pour toutes les ondes principales des variances des amplitudes et des phases qui nous sont d'un intérêt direct pour le calcul des coefficients de corrélation

## 2° Coefficients de corrélation.

Si  $\delta_i$  et  $\delta_j$ , ( $i, j = 1 \dots n$ ), désignent les rapports d'amplitude de deux ondes principales,  $d_1$  et  $d_2$  les moyennes arithmétiques, rappelons qu'un coefficient de corrélation est donné par :

$$\rho = \frac{(\frac{1}{n} \sum \delta_i \delta_j) - d_1 d_2}{(\operatorname{var}(\delta_i) \operatorname{var}(\delta_j))^{1/2}}$$

où le numérateur représente la covariance des éléments  $(\delta_i, \delta_j)$ , tandis que le dénominateur désigne la racine carrée du produit des variances suivantes :

$$\operatorname{var}(\delta_i) = \frac{1}{n} \sum (\delta_i - d_1)^2$$

$$\operatorname{var}(\delta_j) = \frac{1}{n} \sum (\delta_j - d_2)^2$$

Le calcul des coefficients de corrélation entre les divers rapports d'amplitude pris deux à deux et entre les diverses phases prises également deux à deux est susceptible de donner des informations du type :

a) Il répondra à la question de savoir si l'on peut déceler certaines corrélations entre les nombreux résultats obtenus et trouvant probablement leur origine dans un effet géophysique, un tel effet devrait évidemment être contrôlé par les résultats de nombreuses stations.

b) Une série de coefficients de corrélation uniformément ou anormalement élevés entre les rapports d'amplitude permet de déceler l'existence d'une imprécision dans les étalonnages.

c) La même anomalie des coefficients de corrélation entre les phases peut révéler une marche irrégulière ou mal contrôlée du garde-temps.

Le programme a été écrit en langage SPS. Le temps de calcul et d'impression des résultats selon le modèle ci-après est de 12 minutes pour la discussion de 80 analyses harmoniques, de 6,5 minutes pour 10 analyses harmoniques. Les calculs du tableau ci-après sont basés sur les résultats publiés par P. Melchior en [2] pp. 86-87.

Si l'on fait abstraction du temps de lecture du programme et du temps d'impression des résultats, on peut dire que l'ordinateur demande 5 secondes pour introduire les résultats d'une analyse complète (7 ondes) dans les calculs.

#### Références.

- [1] Paul MELCHIOR    Dispositions prises par le Centre International des Marées Terrestres en vue d'une classification systématique des résultats de mesures. Bull. Inf. Marées Terrestres N° 27 pp. 607-611, 1962.
- [2] Paul MELCHIOR    Mesures faites avec le gravimètre Askania G.S. 11 n° 145 en 1960 et 1961.  
(Obs. Royal de Belgique - Bulletin d'observations des Marées Terrestres - Vol. 1 - fasc. 1 - juin 1962.).

ANALYSE PAR STATION

UCCLE BRUXELLES BELGIQUE GRAVIMETRE ASKANIA 145  
MOYENNE VECTORIELLE ET VARIANCE N = 0080

|              | M2   | S2   | N2   | L2   | K1   | O1   | Q1   |
|--------------|------|------|------|------|------|------|------|
| AMPL. MOY.   | T176 | T227 | T160 | T301 | T160 | T166 | T203 |
| PHAS. MOY.   | 0000 | 0120 | 0076 | 0373 | 0143 | 0137 | 0605 |
| MOY. AR. AM. | T177 | T230 | T177 | T406 | T161 | T167 | T258 |
| MOY. AR. PH. | 0000 | 0125 | 0119 | 0452 | 0143 | 0137 | 0226 |
| VAR. AMPL.   | 0001 | 0003 | 0034 | 0324 | 0001 | 0003 | 0969 |
| VAR. PHAS.   | 0001 | 0003 | 0034 | 0175 | 0000 | 0001 | 0037 |

COEFFICIENT DE CORRELATION

ENTRE LES AMPLITUDES

|    | S2   | N2   | L2   | K1   | O1   | Q1   |
|----|------|------|------|------|------|------|
| M2 | 0302 | 0242 | 0253 | 0596 | 0475 | 0157 |
| S2 |      | 0178 | 0141 | 0311 | 0165 | 0117 |
| N2 |      |      | 0006 | 0445 | 0032 | 0066 |
| L2 |      |      |      | 0005 | 0217 | 0179 |
| K1 |      |      |      |      | 0324 | 0272 |
| O1 |      |      |      |      |      | 0277 |

ENTRE LES PHASES

|    | S2   | N2   | L2   | K1   | O1   | Q1   |
|----|------|------|------|------|------|------|
| M2 | 0242 | 0075 | 0055 | 0190 | 0096 | 0077 |
| S2 |      | 0097 | 0043 | 0206 | 0015 | 0089 |
| N2 |      |      | 0013 | 0033 | 0313 | 0431 |
| L2 |      |      |      | 0045 | 0021 | 0045 |
| K1 |      |      |      |      | 0408 | 0048 |
| O1 |      |      |      |      |      | 0099 |

# DOCUMENTS RECUS AU CENTRE INTERNATIONAL.

|          |                 |                   |                       |
|----------|-----------------|-------------------|-----------------------|
| BELGIQUE | Basècles        | puits             | du 7/5 au 31/7 1962.  |
|          | Sclaigheaux 1   | P.H. ORB N° 31 EW | du 7/2 au 12/3 1962   |
|          |                 |                   | du 31/3 au 13/5 1962. |
|          |                 | P.H. ORB N° 9 NS  | du 25/2 au 25/3 1962  |
|          |                 | P.H. ORB N° 30 NS | du 26/4 au 1/8 1962   |
|          | Sclaigheaux 2   | P.H. ORB N° 10 EW | du 15/6 au 23/7 1962  |
|          |                 | P.H. ORB N° 13 NS | du 10/1 au 13/7 1962  |
|          | Warmifontaine 1 | P.H. ORB N° 11 EW | du 23/3 au 2/7 1962.  |
|          |                 | P.H. ORB N° 4 NS  | du 26/1 au 23/3 1962  |
|          | Warmifontaine 2 | P.H. ORB N° 12 EW | du 25/3 au 9/5 1962   |
| ITALIE   | Uccle           | G. Ask. 145 P (*) | du 9/3 au 21/6 1962   |
|          |                 | G. Ask. 160       | du 25/2 au 8/5 1962.  |
|          | Padova          | G. Ask. 108       | du 30/6/59 au 18/1/60 |
|          |                 |                   | du 22/2/60 au 1/6/60. |
|          | Austin          | G. LCR            | du 19/1 au 29/2 1960. |
|          |                 |                   | du 31/5 au 4/7 1960.  |
|          |                 |                   | du 2/8 au 29/8 1960   |
|          |                 |                   | du 28/2 au 3/4 1961   |
|          |                 |                   | du 4/7 au 31/7 1961   |
|          |                 |                   | du 20/3 au 16/4 1962. |
|          |                 |                   |                       |
|          |                 |                   |                       |
|          |                 |                   |                       |
|          |                 |                   |                       |

## Nouvelles des stations.

### Uccle - Bruxelles, Belgique

### Automation d'un gravimètre.

Le gravimètre Askania 145 a été révisé par le constructeur et doté d'un ressort de mesure deux fois plus fin de manière à augmenter la précision des étalonnages.

A l'Observatoire Royal de Belgique on a adopté à l'enregistreur Lange un potentiomètre de très bonne linéarité lu par voltmètre électronique. Les lectures sont perforées dans une bande 8 canaux directement dépouillée et analysée par l'ordinateur IBM 1620

Les lectures de g peuvent être faites toutes les secondes. En pratique on fait une lecture chaque minute.

Le dépouillement des trois premiers mois d'observations continues est en cours.

(\*) cf. Note sur la station d'Uccle dans le présent BIM.

