M A R E E S   T E R R E S T R E S.

B U L L E T I N   d' I N F O R M A T I O N S.

N° 17

1 décembre 1959.

Association Internationale de Géodésie

Commission Permanente des Marées Terrestres.

Editeur : Dr. Paul MELCHIOR.
Observatoire Royal de Belgique
3, Avenue Circulaire
Bruxelles 18
Belgique.

Sur l'estimation des erreurs internes affectant les résultats d'une analyse harmonique mensuelle

---

par

R. LECOLAZET.

(Institut de Physique du Globe de Strasbourg)

I. - Introduction.

Compte tenu des variations de sensibilité des appareils de mesure utilisés dans l'étude des marées terrestres (ou de phénomènes presque périodiques analogues), la fonction du temps y (t) fournie par les observations de l'un quelconque de ces appareils peut être considérée comme composée de plusieurs termes:

1° La somme d'une infinité de fonctions sinusoïdales, de périodes connues, dont un certain nombre ont une amplitude appréciable. Dans cette somme peuvent figurer éventuellement des fonctions périodiques dont les origines sont différentes de celles des marées.

2° Une fonction inconnue que nous avons proposé de nommer "état" de l'appareil de mesure [1] . Nous supposons que l'état peut être approximativement représenté, sur un laps de temps de durée constante mais d'origine quelconque, par un polynôme de degré donné à coefficients indéterminés. Un tel polynôme peut être éliminé, dans certaines conditions, par les combinaisons journalières de l'analyse harmonique [1] ou en retranchant préalablement des observations la "dérive" que l'on peut calculer par divers procédés.

3° Une fonction aléatoire égale à l'erreur accidentelle d'observation à laquelle vient s'ajouter l'écart de l'état avec son polynôme représentatif *. Nous supposons que cette fonction obéit à la loi de Gauss et nous désignons

---

* Nous nous rendons compte, de l'imperfection de cette définition.

par σ sa moyenne quadratique. Il est bien évident que, toutes choses égales d'ailleurs, l'état est d'autant mieux approché (et σ d'autant plus petit) que son polynôme représentatif est de degré plus élevé. Il est encore évident que σ diminue aussi si l'on convient de représenter l'état par un polynôme de degré égal mais portant sur un laps de temps moindre *.

II. Calcul de l'erreur probable des résultats d'une analyse harmonique mensuelle.

Nous supposons que l'erreur moyenne quadratique σ est connue et nous voulons calculer l'erreur probable par les résultats d'une analyse harmonique mensuelle. C'est un problème très simple dont la solution a déjà été donnée [1] , [2] ; nous préciserons ici les valeurs numériques pour les différentes méthodes couramment utilisées. Pour éviter les généralités qui compliqueraient inutilement cet exposé, nous prendrons un exemple choisi dans la méthode d'analyse harmonique de Doodson [3] et s'appliquant à l'onde Q_1 : la généralisation est immédiate. On sait que la composante R cos r de l'onde Q_1 est donnée par la formule :

$$10^6 R \cos r = 583\ C_{13} + 31\ C_{10} + 11\ C_{11} + \ldots + 11\ D_{16}\ .$$

En raison de la forte valeur relative du coefficient de C_{13} dans cette formule, l'erreur probable affectant R cos r de Q_1 est très sensiblement égale à l'erreur probable de C_{13} multipliée par 583.10^{-6}.

* On ne peut cependant pousser trop loin dans les deux directions (étant toujours entendu qu'on élimine des observations le polynôme représentatif de l'état, par un procédé ou un autre) sous peine de faire passer dans le polynôme une fraction notable des fonctions sinusoïdales et, par là-même, de les éliminer en partie. A l'extrême, n observations horaires successives, par exemple, peuvent être représentées par un polynôme de degré n-1 : tout disparaît dans l'état, σ est nul.

Or le nombre C_{13} est le résultat de combinaisons linéaires effectuées successivement à partir de 714 données horaires mais on peut aussi l'obtenir directement par une combinaison à 714 coefficients a_1, a_2, a_3, ...a_{714}, portant sur les 714 données y_1, y_2, y_3 ... y_{714}. On a donc :

$$C_{13} = a_1 y_1 + a_2 y_2 + a_3 y_3 + \dots + a_{714} y_{714}.$$

L'erreur moyenne quadratique des y étant σ, l'erreur probable affectant C_{13} est $\sigma\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{714}^2}$.

On doit donc calculer les coefficients a_1, a_2, a_3, ... a_{714}, ce qui est très simple mais assez long *; l'opération est réduite de moitié si l'on observe que C est une combinaison linéaire du 1er type ($K_{-\mu} = K_\mu$): les coefficients sont symétriques par rapport au milieu de leur tableau (Tableau I).

La somme des carrés des coefficients du Tableau I, complété par symétrie, est 15.446, dont la racine carrée est 124,3. L'erreur probable sur R cos r de Q_1 est donc :

$$124{,}3 \times 583.10^{-6}\,\sigma = 0{,}072\,\sigma.$$

Nous avons opéré de la même manière pour les différentes méthodes d'analyse harmonique, sauf pour la méthode de Pertsev (voir note ci-dessous) et seulement pour les ondes K_1, O_1, Q_1, S_2, M_2, N_2. On trouvera les valeurs numériques dans le Tableau II.

---

* On ne peut se dispenser de ce calcul sauf si les combinaisons linéaires journalières successives n'empiètent pas les unes sur les autres, ce qui est le cas de la méthode de Pertsev [4] pour laquelle on peut utiliser le mode de calcul suggéré par A.T. Doodson et C.W.Lennon au cours du 3ème Colloque International de Trieste en juillet 1959.

Remarque I. - Le calcul exact de l'erreur probable affectant R cos r de Q_1 dans la méthode de Doodson exigerait le calcul des 714 coefficients de la combinaison linéaire donnant R cos r directement à partir des données.

Le coefficient de rang i de cette combinaison est égal à la somme des coefficients de rang i des combinaisons C_{12}, C_{10}, C_{11}, ... D_{1b} multipliés respectivement par $583.10^{-6}, 31.10^{-6}, 11.10^{-6} \ldots 11.10^{-6}$. Pour les méthodes de Doodson, Doodson-Lennon et Lecolazet, ce calcul n'est pas vraiment nécessaire, il l'est au contraire pour la méthode de Pertsev en ce qui concerne l'onde O_1 mais nous ne l'avons pas entrepris.

Remarque II.- Le Tableau II montre que les erreurs probables relatives aux ondes diurnes sont très nettement plus grandes dans la méthode de Doodson-Lennon que dans celle de Doodson. La raison en a été donnée au cours du 3ème Colloque International sur les Marées Terrestres (Trieste, juillet 1959).

Remarque III.- Influence de l'élimination préalable de la dérive.

L'élimination heure par heure de la dérive, calculée par une combinaison linéaire C qui est forcément du 1er type ($K_{-\mu} = K_{\mu}$), revient à effectuer sur les données, et cel heure par heure, une combinaison C' qui s'écrit symboliquement (Labrouste) :

$$C' = \frac{Y_o}{2} - \frac{C}{s}$$

où s est la somme des coefficients de la combinaison C. Par exemple l'élimination de la dérive par la méthode de Pertsev [5] est équivalente à l'application de la combinaison qui s'écrit explicitement (t en heures entières) :

$$\frac{1}{15}\left[14y(t)-y(t\pm2)-y(t\pm3)-y(t\pm5)-y(t\pm8)-y(t\pm10)-y(t\pm13)-y(t\pm18)\right]$$

Pour calculer les erreurs probables affectant les résultats d'une analyse harmonique effectuée après l'élimination de la dérive, il faudrait considérer non les combinaisons mensuelles précédemment envisagées mais leur produit par la combinaison C'. Cependant, vu la forte valeur relative du coefficient central de cette combinaison, il est clair que l'on peut se contenter du calcul précédent.

III.- Estimation de l'erreur moyenne quadratique σ

Combinaison d'erreur.

Nous avons déjà exposé le principe du calcul de σ à propos des observations de marée gravimétrique [1] et nous reproduisons ci-dessous (qu'on veuille bien nous le pardonner) ce que nous avons écrit à ce sujet :

" Il est clair, qu'en effectuant sur les données une combinaison linéaire éliminant les ondes de marée et l'état du gravimètre, on obtient un résultat qui ne dépend que des erreurs d'observation. Si l'on effectue n fois cette combinaison linéaire, à chaque fois sur des données différentes, on obtient n nombres indépendants dont on peut tirer, suivant le calcul bien connu, l'erreur moyenne quadratique d'une observation ".

Il faut ajouter que les différentes combinaisons que l'on peut employer à cet effet et que nous appellerons "combinaisons d'erreurs" ne peuvent éliminer l'état que d'une façon approchée. En fait elles éliminent un polynôme de degré plus ou moins élevé portant sur un laps de temps plus ou moins long et par conséquent donnant pour σ des valeurs différentes, d'autant plus petites que le polynôme est de degré plus élevé ou porte sur un laps de temps moindre, comme nous l'avons vu plus haut.

La soustraction de la dérive et l'application des combinaisons linéaires journalières éliminent un polynôme de degré p sur un laps de temps de durée T; la combinaison d'erreur à employer doit donc éliminer également un polynôme de degré p sur un laps de temps de durée T.

Or p et T changent avec la méthode d'analyse harmonique (et selon qu'on élimine ou non la dérive) et, dans une même méthode, avec les combinaisons journalières diurne, semi-diurne, etc... Il est donc impossible de trouver une combinaison d'erreur unique qui puisse donner des résultats entièrement valables dans tous les cas. Il faut se résigner à une solution de compromis si l'on veut éviter de longs calculs.

Comme nous l'avons vu plus haut, la combinaison d'erreur doit éliminer le mieux possible toutes les ondes de marée. Il est bon qu'elle ne soit pas trop longue pour fournir le plus grand nombre possible de résultats indépendants et que ses coefficients soient, en valeur absolue, aussi voisins que possible pour que les données soient en grande partie comptées avec des poids peu différents.

Les conditions ci-dessus restreignent assez sévèrement le choix de la combinaison d'erreur. Finalement nous nous sommes arrêtés à la combinaison qui s'écrit en notation Labrouste :

$$Z^5_{1/2} \; Z^6 \left(Y_3 - \frac{Y_0}{2}\right)$$

Elle comporte 24 coefficients :
-1, 5, -10, 11, -10, 11, -11, 10, -11, 10, -5, 1, 1, -5, 10, -11, 10, -11, 11, -10, 11, -10, 5, -1.
et s'applique aux 24 observations horaires de chaque jour. Elle fournit donc autant de résultats indépendants que la période à analyser comporte de jours.

Cette combinaison élimine un polynôme de degré 5; son facteur d'amplitude est rigoureusement nul pour les ondes de période 4 h, 6 h et 12 h et égal à 1, 27 et 0,006 pour les ondes de période 8 h et 24 h, respectivement; la somme des carrés des coefficients est 1872.

Si l'on applique n fois la combinaison ci-dessus et si z_1, z_2, ... z_n sont les résultats obtenus, l'erreur moyenne quadratique est donnée par la formule très approchée :

$$\sigma = \sqrt{\frac{z_1^2 + z_2^2 + \ldots + z_n^2}{1872\ n}}$$

Remarque - D'après ce que nous avons vu précédemment, on obtiendra toujours par l'application de la combinaison d'erreur ci-dessus et des formules du tableau II, une sous-estimation de l'erreur probable affectant les résultats de l'analyse harmonique, même si l'on soustrait préalablement la dérive (la combinaison d'erreur doit toujours être appliquée aux données primitives) car l'état est mieux éliminé par la combinaison d'erreur que par les combinaisons journalières de l'analyse. Le degré de sous-estimation pourrait être précisé en appliquant successivement diverses combinaisons d'erreur éliminant des polynômes de degrés différents portant sur des laps de temps plus ou moins longs mais nous pensons que le travail exigé ne serait pas en rapport avec l'importance du but visé. Quoi qu'il en soit, la meilleure estimation des erreurs sera toujours obtenue par la comparaison des résultats de nombreuses analyses mensuelles.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] R.LECOLAZET: Application, à l'analyse des observations de la marée gravimétrique, de la méthode de H. et Y.Labrouste, dite par combinaisons linéaires d'ordonnées. Ann.de Géoph.12, fasc.1, pp.59-71 janv.-mars 1956.

[2] R.LECOLAZET: L'influence des erreurs accidentelles dans l'analyse harmonique. Commun.de l'Obs.Roy.de Belgique, n°142, Série Géoph. n°47, Deuxième colloque international de la Commission du CSAGI pour l'étude des marées terrestres pp.163-165 (Münich 21-26 juillet 1958).

[3] A.T.DOODSON : L'analyse des observations de marées d'une durée de 29 jours. Rev.Hydr.Int. XXXI, n°1, pp.63-92 mai 1954.

[4] B.PERTSEV : Harmonic analysis of bodily tides. Commun.de l'Obs.Roy.de Belgique n°114, Série Géoph. n°39. Colloque International sur les Marées Terrestres préparatoire aux Travaux de l'Année Géophysique Internationale (Uccle, 24-26 avril 1957) pp.57-66.

[5] B.PERTSEV : On the calculation of the drift curve in observations of bodily tides. B.I.M. n° 5 , 1957, Uccle.

Tableau I

Coefficient de la combinaison C_{13} de Doodson.

Le tableau doit être complété par symétric; le centre de symétrie est marqué par le point ●

Date	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
																				1	0	1	0	1
1	3	2	3	1	3	1	6	-1	3	-2	3	-2	-3	-4	-6	-2	-6	-2	-12	-2	-6	0	-6	0
2	0	0	6	0	6	0	12	2	6	2	6	2	0	4	-6	2	-6	2	-12	-1	-6	-3	-6	-3
3	-1	-6	5	-3	5	-3	10	1	5	4	5	4	1	8	-4	4	-4	4	-8	0	-4	-4	-4	-4
4	-2	-8	2	-4	2	-4	4	0	2	4	2	4	2	8	0	4	0	4	0	0	0	-4	0	-4
5	-2	-8	-2	-4	-2	-4	-4	0	-2	4	-2	4	2	8	4	4	4	4	8	1	4	-3	4	-3
6	-1	-6	-5	-3	-5	-3	-10	-1	-5	2	-5	2	1	4	6	2	6	2	12	2	6	0	6	0
7	0	0	-6	0	-6	0	-12	-2	-6	-2	-6	-2	0	-4	6	-2	6	-2	12	2	6	4	6	4
8	2	8	-4	4	-4	4	-8	-2	-4	-6	-4	-6	-2	-12	2	-6	2	-6	4	-1	2	5	2	5
9	1	10	-1	5	-1	5	-2	2	-1	-4	-1	-4	-1	-8	0	-4	0	-4	0	1	0	5	0	5
10	1	10	1	5	1	5	2	-1	1	-6	1	-6	-1	-12	-2	-6	-2	-6	-4	-2	-2	4	-2	4
11	2	8	4	4	4	4	8	2	4	-2	4	-2	-2	-4	-6	-2	-6	-2	-12	-2	-6	0	-6	0
12	0	0	6	0	6	0	12	2	6	2	6	2	0	4	-6	2	-6	2	-12	-2	-6	-4	-6	-4
13	-2	-8	4	-4	4	-4	8	2	4	6	4	6	2	12	-2	6	-2	6	-4	0	-2	-6	-2	-6
14	-2	-12	0	-6	0	-6	0	0	0	6	0	6	2	12	2	6	2	6	4	1	2	-5	2	-5
15	-1	-10	-3	-5	-3	-5	-6	-1	-3	4	-3	4	1	8	4	4 ●								

Tableau II.

Erreurs probables affectant les résultats
d'une analyse harmonique mensuelle.
(le facteur général σ est sous-entendu).

Méthode / Onde	Doodson		Doodson-Lennon		Pertsev		Lecolazet	
	R cos r	R sin r	R cos r	R sin r	R cos δ	R sin δ	[ ]	[ ]'
K1	0,070	0,090	0,095	0,123	0,059	0,059	0,085	0,084
O1	0,076	0,075	0,112	0,110			0,083	0,080
Q1	0,072	0,074	0,110	0,112			0,083	0,081
S2	0,076	0,076	0,076	0,076	0,059	0,059	0,077	0,073
M2	0,076	0,076	0,078	0,078	0,087	0,082	0,078	0,076
N2	0,076	0,076	0,079	0,079	0,087	0,080	0,080	0,078

Sur l'interprétation des courbes de dérive des gravimètres.

par

Paul J. MELCHIOR

(Bruxelles)

1. Nous avons constaté à la réception au Centre de documents émanant des diverses stations, que certaines d'entre elles utilisaient pour calculer et éliminer la dérive instrumentale, la méthode des moyennes glissantes sur 25 ordonnées. Une très sérieuse mise en garde doit être faite à cet égard car ce procédé n'est pas correct. Doodson et Warburg avaient déjà montré dans leur manuel sur l'analyse harmonique que la sélectivité de cette combinaison laissait beaucoup à désirer en ce qui concerne les ondes solaires notamment. Il est donc évident que lorsqu'on soustrait des courbes originales une "dérive" ainsi déterminée, avant de procéder à l'analyse harmonique proprement dite, on altère sensiblement les ondes S2 et K1. Nous croyons donc devoir insister auprès de ces stations pour que les éliminations de dérive soient faites à l'aide de la combinaison $\left[X_o\right]$ de Doodson ou de sa simplification que nous appellerons ici $\left[X'_o\right]$ et qui a été proposée par Pertsev. Ces deux combinaisons s'écrivant en notation de Labrouste :

$$X_o = \frac{1}{30}\left\{2Y_1 + Y_2 + Y_3 + 2Y_4 + Y_6 + Y_7 + 2Y_9 + Y_{11} + Y_{12} + Y_{14} + Y_{17} + Y_{19}\right\}$$

$$X'_o = \frac{1}{15}\left\{ y_o + Y_2 + Y_3 + Y_5 + Y_8 + Y_{10} + Y_{13} + Y_{18}\right\}$$

qui paraissent à première vue assez différentes.

Dans la combinaison de Doodson, groupons convenablement les combinaisons d'ordre impair : $Y_3 + Y_{17}$ $Y_1 + Y_{19}$, $Y_{11} + Y_9$, puis d'ordre pair : $Y_4 + Y_{14}$, $Y_2 + Y_{12}$; $Y_4 + Y_6$

on écrira sous forme plus condensée :

$$\left[X_o\right] = \frac{1}{30} \left(\frac{Y_o}{2} + Y_5 + Y_{10} \right) . \left(Y_1 + Y_7 + Y_9 \right)$$

d'autre part

$$Y_{10} + Y_0 \neq Y_5^2 \quad , \quad Y_7 + Y_9 = Y_1 . Y_8$$

et finalement

$$\boxed{\left[X_o\right] = \frac{1}{30} . \left(Y_5 + Y_5^2 - \frac{Y_o}{2} \right) . \left(\frac{Y_o}{2} + Y_8 \right) . Y_1} \qquad (1)$$

Groupons maintenant dans la combinaison proposée par Pertsev les termes :

$$Y_5 + Y_3 + Y_{13} = Y_5 + Y_5 . Y_8 = Y_5 . \left(\frac{Y_o}{2} + Y_8 \right)$$

$$Y_{10} + Y_2 + Y_{18} = Y_{10} + Y_{10} . Y_8 = Y_{10} . \left(\frac{Y_o}{2} + Y_8 \right)$$

$$y_o + Y_8 = \left(\frac{Y_o}{2} + Y_8 \right)$$

et la combinaison s'écrit finalement

$$\boxed{\left[X'_o\right] = \frac{1}{15} . \left(Y_5 + Y_5^2 - \frac{Y_o}{2} \right) . \left(\frac{Y_o}{2} + Y_8 \right)} \qquad (2)$$

c'est à dire que

$$\boxed{\left[X'_o\right] = \left[X_o\right] . Y_1^{-1}} \qquad (3)$$

La combinaison de Pertsev ne diffère de la combinaison originale de Doodson que par une combinaison élémentaire Y_1 dont le rôle est uniquement de parfaire l'élimination des sous-harmoniques d'ordre 4 (shallow-waters).

L'existence de ces ondes dans les marées terrestres n'est pas prouvée mais ce n'est peut-être pas une raison pour prendre certaines précautions dans le calcul, surtout si l'on doit traiter des observations faites non loin de la mer. La simplification proposée par Pertsev avait surtout le but de rendre le calcul plus rapide et plus commode. Cet argument perd beaucoup de sa valeur maintenant que l'on effectue les calculs sur un ordinateur électronique.

On peut également utiliser dans la méthode de Lecolazet la sommation prévue spécialement par cet auteur. Elle semble avoir été moins souvent appliquée parce qu'elle fait partie intégrante de la méthode et n'a pas été construite avec l'idée de soustraire la dérive préalablement à l'analyse harmonique. Sa sélectivité est comparable à celles de $[X_o]$ et $[X'_o]$ ainsi que le montre le tableau comparatif ci-après. Ce tableau montre bien que la sommation sur 25 ordonnées n'est pas satisfaisante.

TABLE VI.

Sélectivité des Combinaisons pour le calcul des dérives.

n (heures)	ρ ($[X_o]$)	ρ ($[X'_o]$)	ρ ($[L]$)	ρ (25)
2	- 0,200	+ 0,200	0	+ 0,040
4	0	- 0,200	0	+ 0,040
6	0	0	0	+ 0,040
8	- 0,058	- 0,083	0	- 0,040
10	+ 0,087	+ 0,108	+ 0,070	+ 0,129
10,5	+ 0,059	+ 0,071	+ 0,067	+ 0,126
11	+ 0,030	+ 0,037	+ 0,049	+ 0,107
11,5	+ 0,010	+ 0,011	- 0,024	+ 0,077
12 = S2	0	0	0	+ 0,040
M2	+ 0,0006	+ 0,0007	- 0,0150	+ 0,006
12,5	0	0	- 0,019	0
13	+ 0,007	+ 0,008	- 0,031	- 0,040
13,5	+ 0,019	+ 0,022	- 0,036	- 0,078
14	+ 0,033	+ 0,037	- 0,034	- 0,112
14,5	+ 0,047	+ 0,051	- 0,028	- 0,142
15	+ 0,058	+ 0,064	- 0,019	- 0,167
16	+ 0,073	+ 0,079	0	- 0,201
18	+ 0,067	+ 0,072	+ 0,024	- 0,216
20	+ 0,039	+ 0,041	+ 0,023	- 0,181
22	+ 0,012	+ 0,013	+ 0,010	- 0,117
23	+ 0,004	+ 0,004	+ 0,003	- 0,079
K1	0	+ 0,0002	- 0,0005	- 0,042
24	0	0	0	- 0,040
25	0	0	- 0,001	0
O1	+ 0,0029	+ 0,0031	- 0,0022	+ 0,032
30	+ 0,052	+ 0,053	+ 0,033	+ 0,191
40	+ 0,257	+ 0,260	+ 0,215	+ 0,471
50	+ 0,443	+ 0,446	+ 0,399	+ 0,637
75	+ 0,708	+ 0,713	+ 0,680	+ 0,827
500	+ 0,993	+ 0,993	+ 0,992	+ 0,996
∞	+ 1,000	+ 1,000	+ 1,000	+ 1,000

2. Au cours du Symposium de Trieste, de multiples résultats gravimétriques ont été présentés et discutés. Dans tous les cas on a apporté un grand soin à éliminer les dérives ou fluctuations à longue période, comme il se doit. Cependant peu d'attention a été apportée à la dérive en elle - même et à son interprétation.

Deux communications ont abordé cet aspect du problème : celle du prof. Bossolasco (station de Vesima-Gênes) qui recherche une interprétation "météorologique" à quelques anomalies individuelles relevées dans la dérive observée au cours de deux mois de mesure, et la nôtre, relative à la station d'Uccle où nous présentions les graphiques détaillés de dérive au cours de huit mois consécutifs d'observations mais sans avancer d'hypothèses ou faire de commentaires.

Depuis le Symposium nous avons examiné cette question de plus près et nous avons tenté de séparer diverses "composantes" dans notre courbe de dérive d'Uccle. Disposant de huit mois continus d'observations nous avons considéré trois effets distincts possibles :

1° Effet instrumental pur (vieillissement des ressorts etc...)

2° Marées à longue période (peut atteindre à Uccle 9 μgal) l'amplitude de Mf.

3° Effets météorologiques.

1° effet instrumental : qui relève principalement du "vieillissement" des ressorts de suspension.
Dans les stations soigneusement entretenues, où l'appareil ne subit aucune perturbation, aucun petit choc intempestif, le vieillissement se traduit par une dérive s'annulant asymptotiquement après quelques semaines ou quelques mois selon l'appareil et dont l'aspect n'est pas très différent d'une

parabole. La dérive du gravimètre Askania d'Uccle au cours des 8 premiers mois d'enregistrement continu en donne un bon exemple.
L'état du gravimètre peut, dans de telles conditions, être représenté par un polynôme de la forme

$$E(t) = a_o + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + \dots \tag{4}$$

Prenons à titre d'exemple le résultat d'un calcul de ce genre, exécuté par moindres carrés sur I.B.M. 650 pour l'état du gravimètre d'Uccle calculé par application de $\left[X'_o\right]$ à 0 h T.U. de chaque jour depuis le 1 juillet 1958 jusqu'au 1 mars 1959 (244 points).
Les coefficients a_i sont exprimés en microgals et

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum (Y - Y\ \mathrm{calc})^2}{\sum Y^2}}$$

polynome du	a_o	a_1	a_2	a_3	a_4	ε
1er degré	+ 2.189,5	+ 30,21	-	-	-	0,0418
2^e degré	+ 154,8	+ 79,89	- 0,203	-	-	0,0072
3^e degré	- 198,7	+ 97,03	- 0,378	+ 0,00048	-	0,0040
4^e degré	- 51,1	+ 85,11	- 0,160	- 0,00090	+ 0,0000025	0,0034

Ce tableau montre que l'on doit dans ce cas prendre en considération le terme du 3^e degré puisqu'il réduit ε de 45 % encore.

Par contre le terme du 4° degré ne réduit plus ε que de 15 %.

L'élimination de ce polynome nous laisse une "dérive résiduelle" dont on peut discuter certaines caractéristiques particulières dont nous parlerons maintenant.

2° marées à longue période : les marées Mf, Mm, Ssa sont incorporées à la dérive, calculée par $[X'_o]$, $[X_o]$ ou $[L]$; à Uccle leurs amplitudes respectives sont de 4,5 - 2,4 et 2,1 μgals. On peut tenter de les déceler dans la courbe de dérive après élimination du polynome (4).

Nous proposons d'appliquer une combinaison $Y_7^n Z_3^2 Z_4^2$ pour extraire Mf. En effet Y_7 présente des zéros pour les périodes de 9,5 et 27,7 jours (Mm) et amplifie Mf tandis que Z_3 et Z_4 ont des zéros pour n = 4, 6, 8. L'ordre de n est à déterminer en fonction de la longueur de l'enregistrement à analyser et des perturbations présentes.

Pour Mm on pourra appliquer $Z_7^n \sigma_4$ où Z_7 assure l'élimination de Mf et l'amplification de Mm.

Dans le cas de Mf, l'onde la plus importante, on a pu appliquer sur les huit mois d'enregistrements d'Uccle la combinaison $Y_7^{14} Z_3^2 Z_4^2$ (la puissance élevée de Y_7 la rend hautement sélective tandis que les combinaisons Z éliminent les dérives) et l'on a obtenu la cosinusoïde :

$$6{,}26 \cos (2s + 51°52') \ \mu\text{gal} \qquad (5)$$

L'ordre de grandeur est respecté mais le résultat ne peut être considéré comme satisfaisant car à l'onde Mf se superpose une onde de période très voisine si bien que (5) correspond à la somme :

$$\left[6{,}44 \cos 2s + 2{,}67 \cos (2s - N)\right] (1 - 3 \sin^2\phi) \ \mu\text{gal} \qquad (6)$$

Pour l'époque moyenne (21-X-58) N = + 201°,28 et pour Uccle ($1 - 3 \sin^2\phi = 0{,}801$) ceci se réduit à

$$3{,}27 \cos (2s + 13°48') \ \mu gal \qquad (7)$$

Ce qui conduit à un coefficient et un déphasage

$$\delta = 1{,}9 \quad \varkappa = 38°.$$

Cependant, ceci étant à notre connaissance la première tentative d'isoler une des ondes à longue période dans les enregistrements de marée gravimétrique, il est difficile de juger exactement de la valeur du nombre trouvé, la dispersion à laquelle on doit s'attendre pour de telles valeurs n'étant pas connue. Comme nous disposerons au 31 décembre 1959 d'une nouvelle série indépendante de huit mois d'enregistrements sans interruptions, au même instrument et dans la même station d'Uccle, nous projettons d'appliquer la même méthode pour isoler Mf.

Nous pensons que l'étude de ces ondes mériterait d'être developpée dans toutes les stations qui disposent d'enregistrements assez longs car ce sont ces ondes que les astronomes décèlent dans les variations de la vitesse de rotation de la Terre dues aux marées terrestres et qui conduisent à une détermination astronomique du nombre k.

3° effets météorologiques : Avant d'en discuter on s'assurera que les accidents relevés sur la dérive résiduelle ne sont pas la conséquence de certaines petites perturbations thermiques ou autres dans la salle d'observations (*). On peut alors examiner si les flexions dans la courbe de dérive, portant sur plusieurs jours ne traduisent peut être pas des déformations du continent dues à la permanence d'un noyau de hautes pressions (ou de basses pressions) sur l'aire continentale. La comparaison avec les données météorologiques doit donc se faire non pas sur la base des mesures de pression à la station même, mais par discussion de la carte météorologique continentale.

(*) Nous avons observé qu'une variation de température de 23°C à 22°C dans la salle gravimétrique d'Uccle produisait une diminution brusque de la dérive.

Il serait intéressant de réunir au Centre International les courbes de dérive de tous les gravimètres d'une même zone continentale, l'Europe par exemple où fonctionnent continûment plusieurs stations assez bien réparties (Uccle, Paris, Strasbourg, Frankfurt, Munich, Trieste, Gênes, Poznan, Potsdam, Moscou et Leningrad), d'en éliminer un polynome d'ordre 4 et de comparer ensuite les courbes résiduelles. Nous sommes disposés à traiter immédiatement ce matériel et à en communiquer aussitôt les conclusions.

Documents reçus au Centre International.

PAYS	STATION		INSTRUMENT	PERIODES d'OBS.COMMUN
Belgique	Uccle	G	Askania 145	du5août au 7 nov.1959
Hongrie	Tihany	G	Heiland 56	octobre 1958
Inde	Pathankot	G G	Frost C 2 - 64 N.A. 159	21 oct.- 21 nov.1958
	Colaba,Bombay	G G	Frost C 2 - 64 N.A. 159	5 déc.1958-4 janv.'59
	Shillong	G G	Frost C 2 - 64 N.A. 159	29 janv.-20 févr.1959
	Lakhnadon	G	Frost C 2 - 64	10 mars - 9 avr. 1959
Italie	Trieste	G	Askania 108	mai - juin 1959
	Padova	G	Askania 108	27 nov.- 28 déc.1958
U.S.A.	Manila (Phil.)	G	La Coste Romberg	sept. - oct. 1957
	Glendora	G	La Coste Romberg	mai - juin 1957
	Wake Isl	G	La Coste Romberg	juill. - sept.1957

Programmation des diverses méthodes d'analyse harmonique sur ordinateur électronique (IBM 650) au Centre International des Marées Terrestres

par

Paul J.MELCHIOR.

III

Dans les deux communications précédentes (BIM n°15, pp.249-255, BIM n°16, pp.262-266) nous avons exposé les résultats obtenus pour cinq étapes différentes des calculs d'analyse harmonique des méthodes de Doodson-Lennon, Lecolazet et Pertsev. Les programmations avaient été écrites en langage FORTRAN (ancien type) et donnaient une rapidité appréciable dans les calculs. Lors du Symposium de Trieste, nous avons eu l'occasion d'exposer l'idée directrice de ces programmations et les raisons du choix de l'ordinateur IBM 650 et du langage Fortran, nous avons eu aussi l'occasion de faire une démonstration pratique d'un calcul sur l'ordinateur de ce type aimablement mis à notre disposition par l'ACEGAT de Trieste.

Notre objectif était à ce moment de poursuivre immédiatement les programmations du calcul des ondes homologues de la méthode de Lecolazet ainsi que la programmation de la méthode des moindres carrés.

Nous en avons décidé autrement en raison de la possibilité qui nous a été donnée de faire un stage à l'IBM de Bruxelles au mois de septembre 1959. Nous nous sommes consacré alors à perfectionner dans tous leurs détails nos programmes déjà réalisés . Nous avons aussitôt abandonné le langage FORTRAN pour programmer directement en langage PASO, qui est pratiquement le langage machine et permet de réaliser une optimisation plus poussée.

Le gain de temps est énorme et les nouveaux programmes maintenant au point se déroulent presque à vitesse de lecture. Les quatre opérations les plus longues ont déjà été converties en langage PASO et s'effectuent actuellement avec les durées suivantes pour <u>31 jours de mesures horaires</u> :

	Paso	(Fortran)
calcul et élimination de la dérive	<u>3 minutes</u>	(10 minutes)
multiplicateurs de Doodson-Lennon $(\xi_1 \eta_1 \xi_2 \eta_2 \xi_4 \eta_4$ X3 X6)	<u>3 minutes</u>	(8 minutes)
2 grilles de Lecolazet	<u>1 minute</u>	(6 minutes)
Sommations et 4 multiplicateurs de Pertsev	<u>1 minute</u>	(6 minutes)

Bien entendu nos anciens programmes Fortran auraient pu être rendus plus efficaces en utilisant le nouveau Fortran mais nous avons préféré passer directement à la programmation Paso.

Dans les notes précédentes nous avons donné quelques exemples de programmation Fortran pour en démontrer la facilité. Il n'est guère possible de faire de même ici pour le langage Paso qui est purement technique.

Il convient encore de noter que la consommation de cartes a été réduite au quart de ce qu'elle était précédemment. En effet le calcul et l'élimination de la dérive ne consomment plus une carte par heure mais seulement <u>une carte pour quatre heures consécutives</u>. Ceci lève une objection (relative au coût des cartes) qui nous avait été faite lors de la démonstration exécutée à Trieste, objection que nous n'avons pas perdue de vue. (200 cartes sont utilisées en tout pour chaque "mois" au lieu de 800 dans les programmations précédentes).

Le calcul des ondes homologues de Lecolazet a été programmé en nouveau Fortran et est en cours d'essais. Les résultats en seront communiqués dès que possible.

Toutes les autres opérations programmées en ancien Fortran seront successivement refaites en Paso. De toute manière les programmes Paso sont faits de telle sorte qu'on peut appliquer aux cartes qui en sont issues les programmes successifs encore à utiliser en Fortran (multiplicateurs $d_i d_j$ de Doodson ou $K_i K_j$ de Lecolazet).

Nous disposons en outre d'un programme déterminant les coefficients des polynomes jusqu'à l'ordre 4 passant au mieux par une courbe telle que les courbes de dérive.

Ce programme fournit non seulement les coefficients des quatre polynomes successifs mais aussi les écarts de chaque point d'observation par rapport à chacun des polynomes.

Nous l'utilisons pour étudier les fluctuations de la dérive par rapport à une allure polysomiale régulière en prenant en considération un point par jour d'observation (état à 0 h T.U. par exemple).

L'application à 250 jours d'observations continues a demander 26 minutes de machine.

Le Centre International distribuera une circulaire n°2 donnant des détails pratiques pour les stations désirant faire exécuter des calculs par ces programmations.

SYMPOSIUM DE TRIESTE.

Communication du prof. K.RINNER.

Im Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut wurde anlässlich von Kontrollrechnungen festgestellt, dass der für die Analyse zum Bericht "Einfluss des Ganges auf die Ergebnisse der harmonischen Analyse" verwendete Rechenautomat unzuverlässig gerechnet hat. Der Bericht wurde daher zurückgezogen. Eine Neuberechnung ist im Gange; das Ergebnis wird nach Abschluss derselben vorgelegt.

Il a été établi à l'occasion de calculs de contrôle exécutés au Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut que le Calculateur Automatique employé pour les analyses sur lesquelles repose la Communication "Einfluss des Ganges auf die Ergebnisse der harmonischen Analyse" n'a pas fonctionné de manière correcte. Dans ces conditions la communication a été retirée. Un nouveau calcul est en cours; le résultat en sera communiqué dès qu'il sera terminé.

The Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut has discovered that the Automatic Calculator used for the analysis which form the basis of the communication " Einfluss des Ganges auf die Ergebnisse der harmonischen Analyse" has not been working correctly. As a result this communication has now been withdrawn. A new calculation is being made; the results of this calculation will be sent out as soon as possible.

21.10.1959.